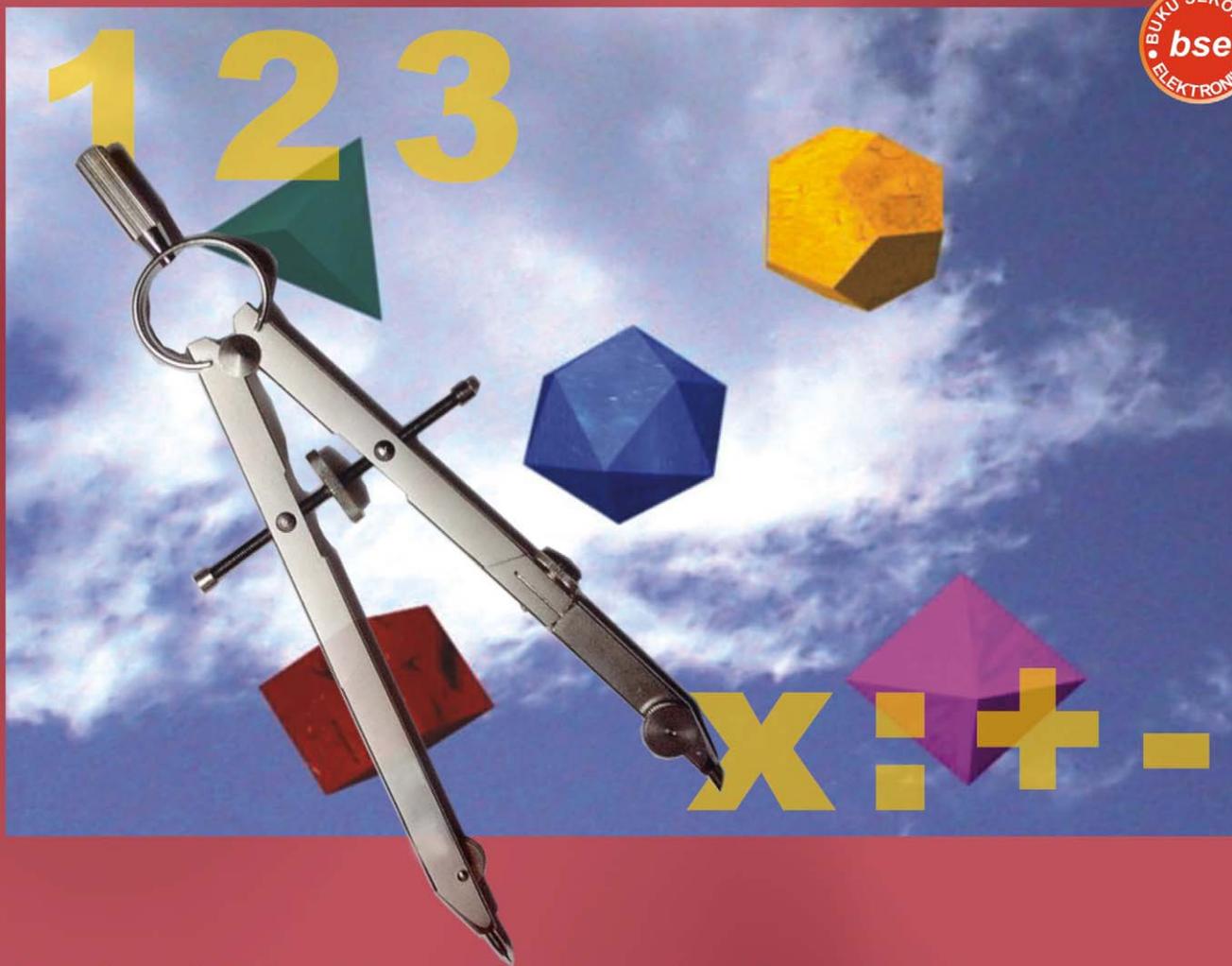


Contextual Teaching and Learning

Matematika

Matematika Sekolah Menengah Pertama **Kelas VIII**



Sekolah Menengah Pertama



PUSAT PERBUKUAN
Departemen Pendidikan Nasional



Hak Cipta pada Departemen Pendidikan Nasional
Dilindungi Undang-undang

Contextual Teaching and Learning

MATEMATIKA

**Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah
Kelas VIII Edisi 4**

Penulis : Endah Budi Rahaju
R. Sulaiman
Tatag Yuli Eko S
Mega Teguh Budiarto
Kusrini
Sitti Maesuri
Masriyah
Ismail

Ilustrasi, Tata Letak : Direktorat Pembinaan SMP
Perancang Kulit : Direktorat Pembinaan SMP

Buku ini dikembangkan Direktorat Pembinaan SMP

Ukuran Buku : 21 x 30 cm

510.07

CON

Contextual Teaching and Learning Matematika: Sekolah Menengah Pertama/
Madrasah Tsanawiyah Kelas VIII Edisi 4/Endah Budi Rahaju,...[et. al].--
Jakarta: Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional, 2008.
Vi, 232 hlm.: ilus.; 30 cm.

Bibliografi: hlm. 227-228

Indeks.

ISBN

1. Matematika- Studi dan Pengajaran

I. Judul

II. Sulaiman, R

III. Eko, Tatag Yuli S

IV. Budiarto, Mega Teguh

VI. Kusrini

VII. Maesuri, Sitti

VIII, Masriyah IX. Ismail.

Diterbitkan oleh Pusat Perbukuan
Departemen Pendidikan Nasional
Tahun 2008

KATA SAMBUTAN

Salah satu upaya untuk melengkapi sumber belajar yang relevan dan bermakna guna meningkatkan mutu pendidikan di Sekolah Menengah Pertama (SMP), Direktorat Pembinaan SMP mengembangkan buku pelajaran Matematika untuk siswa kelas VII, kelas VIII, dan kelas IX. Buku pelajaran ini disusun berdasarkan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional No. 22 Tahun 2006 Tentang Standar Isi, No. 23 Tahun 2006 tentang Standar Kompetensi Lulusan, dan berdasarkan kriteria buku pelajaran yang dikembangkan oleh Badan Standar Nasional Pendidikan.

Buku pelajaran ini merupakan penyempurnaan dari bahan ajar kontekstual yang telah dikembangkan Direktorat Pembinaan SMP dalam kaitannya dengan kegiatan proyek peningkatan mutu SMP. Bahan ajar tersebut telah diujicobakan ke sejumlah SMP di provinsi Kalimantan Selatan, Kalimantan Timur, Sulawesi Tengah, Sulawesi Tenggara, Sulawesi Utara, dan Gorontalo sejak tahun 2001. Penyempurnaan bahan ajar menjadi buku pelajaran yang bernuansa pendekatan kontekstual dilakukan oleh para pakar dari beberapa perguruan tinggi, guru, dan instruktur yang berpengalaman di bidangnya. Validasi oleh para pakar dan praktisi serta uji coba empiris ke siswa SMP telah dilakukan guna meningkatkan kesesuaian dan keterbacaan buku pelajaran ini.

Buku pelajaran Matematika ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan, dan dinyatakan memenuhi syarat untuk digunakan sebagai buku pelajaran di SMP. Sekolah diharapkan dapat menggunakan buku pelajaran ini dengan sebaik-baiknya sehingga dapat meningkatkan efektivitas dan kebermaknaan pembelajaran. Pada akhirnya, para siswa diharapkan dapat menguasai semua Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar secara lebih mendalam, luas serta bermakna, kemudian dapat mengaplikasikannya dalam kehidupan sehari-hari.

Saran perbaikan untuk penyempurnaan buku pelajaran ini sangat diharapkan. Terimakasih setulus-tulusnya disampaikan kepada para penulis yang telah berkontribusi dalam penyusunan buku pelajaran ini, baik pada saat awal pengembangan bahan ajar, ujicoba terbatas, maupun penyempurnaan sehingga dapat tersusunnya buku pelajaran ini. Terimakasih dan penghargaan juga disampaikan kepada semua pihak yang telah membantu terwujudnya penerbitan buku pelajaran ini.

Jakarta, Juli 2008

Direktur Pembinaan SMP

Pendahuluan

Petunjuk Penggunaan Buku

Buku Matematika SMP Kelas VIII ini disusun untuk memenuhi kebutuhan masyarakat akan buku referensi yang memenuhi Standar Isi yang telah ditetapkan pemerintah. Disamping itu, buku ini juga bermaksud untuk memenuhi tuntutan pemerintah dalam rangka penyediaan buku bermutu sesuai standar yang telah ditetapkan oleh BSNP.

Buku ini berisi tujuh bab yaitu: bab 1 tentang Faktorisasi bentuk aljabar, bab 2 tentang Relasi dan fungsi, bab 3 tentang Persamaan Garis Lurus, bab 4 tentang Sistem Persamaan Linier Dua Variabel, bab 5 tentang Teorema Pythagoras, bab 6 tentang Lingkaran dan bab 7 tentang Bangun Datar Sisi Datar. Disamping mempertimbangkan Standar Isi, urutan bab memperhatikan hierarki materi. Tiap bab dibagi menjadi beberapa subbab. Banyak subbab sesuai dengan keluasan dan kedalaman materi yang dituntut oleh Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar.

Untuk mempelajari buku ini, ikutilah mulai uraian bagian awal hingga bagian akhir secara berurutan. Tidak disarankan siswa langsung mempelajari rangkuman pada bagian akhir bab tanpa mempelajari bagian awal. Hal itu dikarenakan banyak bagian yang harus diikuti, dilakukan siswa untuk membangun suatu konsep.

Lakukanlah kegiatan baik itu berupa kerja kelompok maupun Kegiatan Lab Mini untuk dapat memperdalam pengetahuanmu tentang suatu konsep. Lab Mini disusun untuk memberikan pengalaman pada siswa untuk dapat menduga, menganalisis data, menyimpulkan dan mengkonstruksi suatu ide.

Setelah mempelajari tiap subbab, ujilah pemahamanmu dengan mengerjakan soal latihan. Setelah mempelajari suatu bab cobalah uji pemahamanmu dengan mengerjakan soal evaluasi bab. Kerjakan soal evaluasi secara mandiri terlebih dahulu (jangan melihat kunci jawaban terlebih dahulu). Setelah kamu mengerjakan, cocokkan hasil pekerjaanmu dengan kunci atau petunjuk pengerjaan yang terdapat di bagian akhir buku ini.

Lakukanlah refleksi dari kegiatan belajarmu, baik yang terkait dengan diri kamu sendiri maupun yang terkait dengan pembelajaran yang dilakukan Bapak/Ibu gurumu.

DAFTAR ISI

Kata Pengantar	iii
Pendahuluan	iv
Daftar Isi	v
BAB 1 Faktorisasi Suku Aljabar	
1.1. Suku Banyak	2
1.2. Menentukan Faktor-faktor Suku Aljabar	14
Refleksi	25
Rangkuman	25
Evaluasi Bab 1	26
BAB 2 Relasi dan Fungsi	
2.1. Relasi.....	30
2.2. Fungsi (Pemetaan)	38
2.3. Menghitung Nilai Fungsi	48
Refleksi	53
Rangkuman	53
Evaluasi Bab 2	53
BAB 3 Persamaan Garis Lurus	
3.1. Pengertian Persamaan Garis Lurus	56
3.2. Gradien.....	62
3.3. Menentukan Gradien dengan Menghitung Satuan.....	71
3.4. Menentukan Persamaan Garis Lurus.....	76
Refleksi	85
Rangkuman	85
Evaluasi Bab 3	86
BAB 4 Sistem Persamaan Linear Dua Variabel	
4.1. Persamaan Linear dengan Dua variabel.....	90
4.2. Sistem Persamaan Linear dengan Dua Variabel.....	95
Refleksi	106
Rangkuman	106
Evaluasi Bab 4	107
BAB 5 Teorema Pythagoras	
5.1. Teorema Pythagoras	110
5.2. Menggunakan Teorema Pythagoras.....	120
Refleksi	124
Rangkuman	124
Evaluasi Bab 5	125

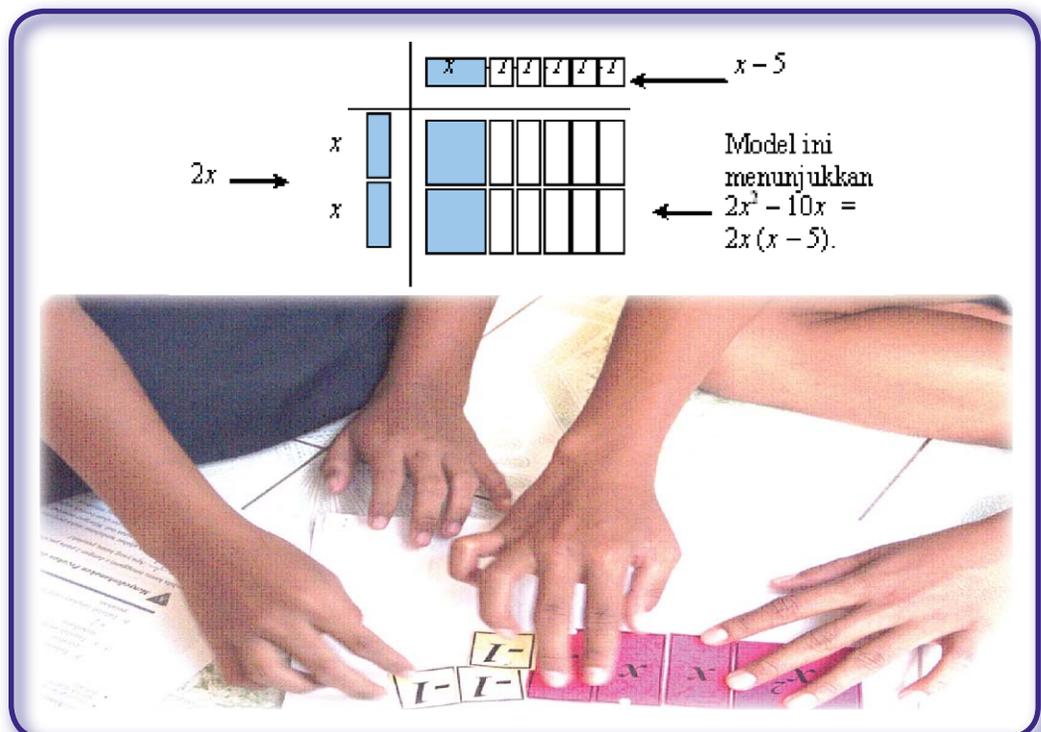
BAB 6	Lingkaran	
6.1.	Lingkaran dan Bagian-bagiannya	128
6.2.	Keliling dan Luas Lingkaran	132
6.3.	Sudut Pusat, Busur, dan Juring Lingkaran	142
6.4.	Sifat Garis Singgung Lingkaran.....	148
6.5.	Lingkaran Dalam dan Lingkaran Luar	156
6.6.	Garis Singgung Persekutuan Dua Lingkaran	160
	Refleksi	169
	Rangkuman	167
	Evaluasi Bab 6	169
BAB 7	Bangun Ruang Sisi Datar	
7.1.	Kubus dan Balok	172
7.2.	Jaring-jaring Kubus dan Balok.....	188
7.3.	Besaran dalam Kubus dan Balok.....	194
7.4.	Prisma.....	204
7.5.	Limas.....	214
	Refleksi	220
	Rangkuman	220
	Evaluasi Bab 7	222
	Petunjuk Penyelesaian / Kunci Evaluasi.....	225
	Daftar Pustaka	227
	Glosarium	229
	Indeks.....	231

Bab 1

Faktorisasi Suku Aljabar

Standar Kompetensi

Memahami bentuk aljabar, relasi, fungsi, dan persamaan garis lurus.



Kompetensi Dasar

- 1.1 Melakukan operasi aljabar.
- 1.2 Menguraikan bentuk aljabar ke dalam faktornya.

1.1

Suku Banyak

Apa yang akan kamu pelajari?

- Mengelompokkan suku-suku sejenis dari suatu suku banyak.
- Menyederhanakan suku banyak
- Menentukan hasil kali suatu bilangan dengan suku dua.
- Menentukan hasil kali suku satu dengan suku dua.
- Menentukan hasil kali suku dua dengan suku dua.
- Menentukan perpangkatan suku dua

Kata Kunci:

- Suku-suku sejenis
- Suku banyak (*polinomial*)
- Suku satu (*monomial*)
- Suku dua (*binomial*)
- Suku tiga (*trinomial*)
- Sifat Distributif

Masih ingatkah kamu tentang penjumlahan bilangan bulat? Coba kerjakan beberapa soal berikut.

$$2 + (-3) = \dots$$

$$-4 - (-5) = \dots$$

$$7 + (-2) = \dots$$

Jika kamu lupa, sebaiknya kamu pelajari kembali. Pemahaman tentang penjumlahan bilangan bulat diperlukan untuk dapat memahami materi pada Bab 1 ini dengan baik.



Pengertian suku banyak

Misalkan kamu akan berbelanja 5kg gula dan 7 kg beras. Jika harga gula adalah g rupiah perkilogram dan harga beras adalah b rupiah perkilogram, maka uang yang harus kamu bayar adalah $5g + 7b$ rupiah.

Bentuk $5g+7b$ adalah salah satu contoh bentuk aljabar. Pada bentuk aljabar $5g+7b$, g dan b disebut variabel. Bilangan 5 disebut koefisien dari g dan 7 disebut koefisien dari b . $5g$ dan $7b$ disebut suku dari bentuk aljabar $5g+7b$. Jadi $5g+7b$ terdiri dari dua suku. Bentuk aljabar yang terdiri dari dua suku disebut *suku dua (binomial)*, yang mempunyai tiga suku disebut *suku tiga (trinomial)* dan yang terdiri dari satu suku disebut *suku satu (monomial)*. Bentuk aljabar yang mempunyai dua suku atau lebih disebut *suku banyak (polinomial)*.

Berikut ini beberapa contoh dari bentuk aljabar.

1. $2h+6s-7k$ adalah contoh suku tiga (*trinomial*).

- Variabelnya adalah h , s dan k . Bilangan 2 adalah koefisien dari h , 6 adalah koefisien s dan -7 adalah koefisien k .
2. $-4w + 8$ adalah contoh suku dua (binomial). Variabelnya adalah w . Bilangan 8 disebut dengan konstanta.

Nama Suku Banyak	Contoh		
Suku dua (Binomial)	$5h+2f$	$8c+2$	$C^2 + 3C$
Suku tiga (Trinomial)	$3h+2f+m$	$5^2c+36w+4$	C^2-5c+2
Suku banyak yang lain (dapat memiliki suku-suku yang terbatas):			
$c^4 + r^3+2c+5+z$	$2x^3 + 4x^2+8t+z-3$	$3c^3+3f+3h+2m+2x-5$	

Bila suatu bentuk hanya memiliki satu suku, maka bentuk itu disebut monomial (suku satu) dan tidak termasuk dalam suku banyak. Berikut contoh suku satu

$$7h, \quad 3x^2z, \quad 6cdr$$

Agar mudah dibaca dan difahami, penulisan suku banyak biasanya memperhatikan urutan pangkat variabel dan urutan huruf yang dipakai sebagai variabel.

Contoh 1

- a) $2s^2 + 3a - 6y^3 + 2a^3 + 5t^5 - 7$ sering ditulis sebagai $5t^5 + 2a^3 + 3a - 6y^3 + 2s^2 - 7$.
- b) $-2x^2 + 4p^2 - 5x + 6y^3 + 2p^3 + 8 + 5t^2$ sering ditulis $2p^3 + 4p^2 + 6y^3 + 5t^2 - 2x^2 + 8$

Menyederhanakan Bentuk Aljabar

Ingatkah kamu bagaimana mengkombinasi dan menyederhanakan bentuk aljabar seperti $h + h + k + s + k + c + h$?

Ingat bahwa ada beberapa variabel yang sama. Kita menyebutnya suku sejenis. Jika bentuk aljabar tersebut panjang dan membingungkan, bentuk aljabar tersebut dapat dikelompokkan berdasarkan suku-suku yang sama. Bila bentuk aljabar tersebut dikelompokkan berdasarkan suku-suku yang sama, maka akan diperoleh

$$(h + h + h) + (k + k) + s + c = 3h + 2k + s + c.$$

Contoh 2

Berikut ini diberikan beberapa contoh dari beberapa bentuk aljabar yang sering dilihat dalam buku-buku matematika.

Bentuk aljabar: $c + c + s + f + s + h + c - s$	
Pengelompokan suku-sukunya: $(c + c + c) + (s + s - s) + f + h$	Bentuk sederhana: $3c + s + f + h$
Bentuk aljabar: $a + w + m + a + p + w + w + p$	
Pengelompokan suku-sukunya: $(a + a) + (w + w + w) + m + (p + p)$	Bentuk sederhana: $3w + 2a + 2p + m$
Bentuk aljabar: $n + x + y^2 + x + x + y^2$	
Pengelompokan suku-sukunya: $n + (x + x + x) + (y^2 + y^2)$	Bentuk sederhana: $2y^2 + 3x + n$

Contoh 3

$$\begin{aligned} \text{a) } 2x - 5 - 3x + 1 &= 2x - 3x - 5 + 1 \\ &= (2-3)x - 4 \\ &= -1x - 4. \end{aligned}$$

$-1x$ selanjutnya boleh hanya ditulis dengan $-x$, demikian juga $1x$ boleh hanya ditulis dengan x .

$$\begin{aligned} \text{b) } 5k + 4j - 2h - 8k + 6 - 7h &= 5k - 8k + 4j - 2h - 7h + 6 \\ &= -3k + 4j - 9h + 6. \end{aligned}$$

Masih Ingatkah kamu?

Suku pada bentuk aljabar dapat berupa bilangan atau variabel atau suatu perkalian antara bilangan dan variabel.

- Suku sejenis adalah suku-suku yang memuat variabel yang sama.
- Konstanta adalah suku yang tidak memuat variabel.

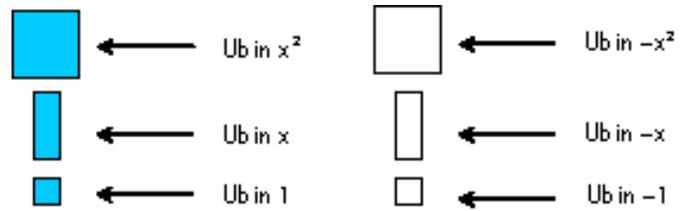
Kerjakan Bersama-sama

Untuk memudahkan memahami cara menyederhanakan bentuk aljabar, kita dapat menggunakan bantuan model.

Model yang digunakan di sini dinamakan **ubin aljabar**.

Catatan

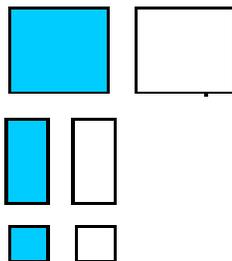
Ubin aljabar dapat dibuat dari potongan kertas dengan ukuran tertentu.



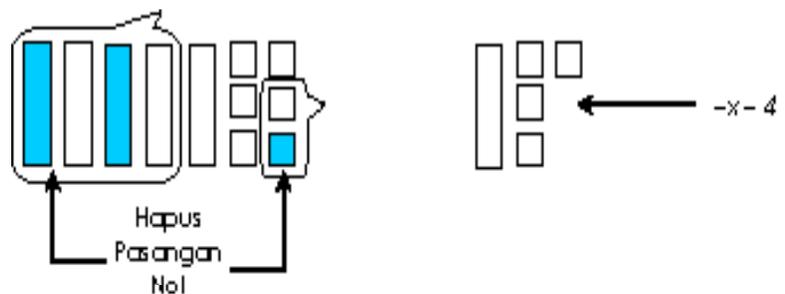
Bentuk $2x - 5 - 3x + 1$ dapat dimodelkan seperti berikut.



Ingat !



Model tersebut dapat disederhanakan dengan cara mengelompokkan model-model sejenis. Jika pada pengelompokan itu terdapat pasangan nol, maka semua pasangan nol yang ada dihapus. diperoleh



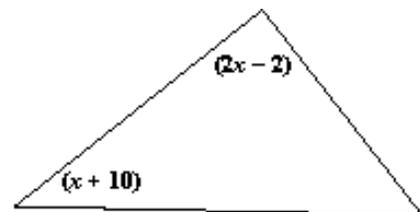
Jadi bentuk sederhana dari $2x-3x-5+1$ adalah $-x-4$

Selanjutnya pikirkan dan diskusikan!

1. Tuliskan bentuk-bentuk aljabar berikut dalam bentuk yang paling sederhana.
a. $4x - 2x$ b. $5 + 2x - 1$ c. $3x - 6x + 4$
d. $8 + 3x - x - 6$ e. $6 + 6x$ f. $3x + 3x - x$
g. $4x^2 - x$ h. $5x^2 + 2x - 3$ i. $2x^3 - 3x - x^2 + 2x + 5$
2. Gunakanlah ubin aljabar untuk menjelaskan bahwa $z - 4z = -3z$.
3. Cobalah kamu tulis satu contoh dan satu non-contoh dari suku satu, suku dua dan suku tiga. Jelaskan mengapa disebut contoh dan mengapa non-contoh!

Latihan 1.1.a

1. Gunakanlah model ubin aljabar untuk menyederhanakan $-y + 5 + 3y - 4$.
2. Sederhanakanlah setiap bentuk aljabar berikut.
a. $x + 1,3 + 7x$
b. $7y^2 - 3y + 4y + 8y^2 + 4y$
c. $c^2 + 2c - c^2 - c$
3. Tiga orang siswa menyederhanakan $3p - 4p$. Masing-masing memperoleh hasil -1 , $-p$, $-1p$. Tulislah jawaban manakah yang benar dan jelaskan alasanmu.
4. Tulislah tiga bentuk aljabar yang merupakan binomial atau suku dua. Jelaskan mengapa ketiga bentuk tersebut disebut binomial.
5. Tentukan apakah setiap bentuk aljabar berikut merupakan polinomial. Jika ya, tentukan apakah sebagai *monomial*, *binomial*, atau *trinomial*.
6. **Pertanyaan Terbuka.** Tulislah bentuk aljabar yang memuat 4 suku dan dapat disederhanakan menjadi 2 suku.
a. $\frac{x}{2}$ b. -5 c. $\frac{ab}{c} - c$ d. $3x^2 + 4x - 2$
7. Ukuran dari dua sudut suatu segitiga ditunjukkan pada gambar di samping. Tentukan jumlah dari ukuran kedua sudut tersebut.





Perkalian Bentuk Aljabar

$$2x + 3$$

Pada bagian ini, kamu akan mempelajari perkalian suku satu dan suku dua dari bentuk aljabar. Contoh berikut menjelaskan pentingnya perkalian tersebut

Andi diminta oleh bu guru untuk menghitung luas persegipanjang yang panjangnya 2 cm lebihnya dari lebarnya. Berapa luas persegipanjang tersebut?

Misalkan lebar persegipanjang tersebut l cm, maka panjang persegipanjang tersebut adalah $p = (l + 2)$ cm. Dengan demikian luas persegipanjang tersebut adalah $L = p \times l = (l + 2) \times l$ cm². Pada persoalan ini, kita memerlukan perkalian suku satu dan suku dua.

Untuk memudahkan memahami perkalian suku satu dengan suku dua, kerjakan dahulu Lab Mini berikut ini.



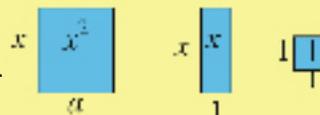
Lab - Mini

PERKALIAN SUKU DUA

Kerjakan secara Bersama-sama

Bahan: ubin aljabar

Ubin aljabar dinamai berdasarkan luas suatu persegi atau persegipanjang. Luas suatu persegipanjang merupakan hasil kali dari panjang dan lebarnya.



Kamu dapat menggunakan ubin aljabar untuk memodelkan persegi panjang yang lebih kompleks. Persegipanjang-persegipanjang ini akan membantu kamu memahami bagaimana menentukan hasil kali suku dua yang bentuknya sederhana.

Panjang dan lebar masing-masing menyatakan faktor yang dikalikan.

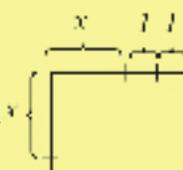
Tugasmu!

Kerjakanlah dengan teman kelompokmu bagaimana menentukan $x(x + 2)$.

Caranya adalah seperti berikut.

- Buatlah sebuah persegipanjang dengan panjang $x + 2$ dan lebar x . Gunakan ubin aljabar untuk menandai faktor yang dikalikan.

- Gunakan tanda itu sebagai pedoman mengisi persegipanjang dengan ubin aljabar.



Lab – Mini (lanjutan)

Tentukan luas persegi panjang itu dengan menggunakan dua cara.

Cara I:

menjumlahkan luas ubin-ubin aljabar yang menutupi persegi panjang itu.

Cara II:

menggunakan rumus luas suatu persegi panjang dan menerapkan sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan.

- Bandingkan jawaban yang kamu peroleh dari kedua cara di atas.

Diskusikanlah!

1. Nyatakan apakah setiap pernyataan berikut benar atau salah. Periksa jawabanmu dengan menggunakan ubin aljabar.
a. $x(2x + 3) = 2x^2 + 3x$ b. $2x(3x + 4) = 6x^2 + 8x$
2. Tentukan hasil setiap perkalian berikut dengan menggunakan ubin aljabar.
a. $x(x + 5)$ b. $2x(x + 2)$
c. $3x(2x + 1)$
3. Misalkan Agus mempunyai sebuah taman yang ukuran panjang setiap sisinya x meter. Jika Agus bermaksud memperluas taman itu dengan panjang menjadi dua kali dari ukuran semula dan lebarnya ditambah 3 meter. Bagaimana luas dari taman yang baru tersebut.



Pada bagian Lab Mini, kita telah menentukan luas suatu persegi panjang dengan menggunakan bantuan model aljabar. Sekarang kita akan menggunakan sifat distributif yang telah kamu pelajari di Kelas VII.

Cobalah kamu selesaikan perkalian suku satu dan suku dua berikut tanpa menggunakan model, tetapi gunakan sifat distributif.

- a. $7(2x + 5)$
- b. $(3x - 7) 4x$

Perkalian suku satu dengan suku dua dapat dimodelkan sebagai suatu persegi panjang yang dibentuk dengan menggunakan ubin aljabar.

- Bentuk aljabar $(x + 2) 2x$ dimodelkan sebagai persegi panjang yang panjang $x + 2$ dan lebarnya $2x$.
- Hasil dari $(x + 2) 2x$ menyatakan luas persegi panjang, dapat ditentukan dengan dua cara.

Cara I:

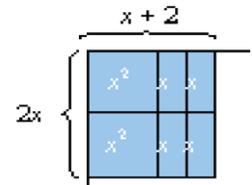
Jumlahkan luas ubin-ubin aljabar pembentuk persegi panjang. Yaitu:

$$x^2 + x^2 + x + x + x + x = 2x^2 + 4x$$

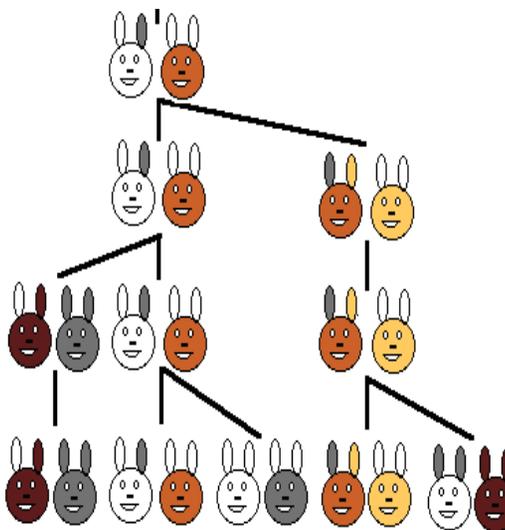
Cara II:

Menerapkan sifat distributif:

$$(x + 2) 2x = (x) 2x + (2) 2x = 2x^2 + 4x$$



B.2. Suku dua dan suku dua



Masalah Genetika

Keterkaitan. Berabad-abad orang telah tertarik mengapa satu generasi berbeda satu sama lain dan mengapa anak mirip dengan orang tuanya.

a. Jika ayah dan ibu dari suatu keluarga berkulit hitam, apakah ada kemungkinan anak dari orang tua itu berkulit putih? Jelaskan alasanmu.

b. Jika ayah dan ibu dari suatu keluarga berhidung mancung, apakah ada kemungkinan anak dari orang tua tersebut berhidung pesek? Jelaskan alasanmu.

Contoh 3

Dalam diri manusia terdapat gen yang menentukan sifat keturunan. Misalkan, sepasang orang tua mempunyai rambut keriting dengan genotif Kk . Gen K menunjukkan gen dominan untuk rambut keriting dan gen k menunjukkan gen resesif untuk rambut lurus. Huruf di bagian kotak paling kiri dan atas menyatakan gen orang tua. Sedangkan huruf di dalam kotak menunjukkan kemungkinan kombinasi gen.

Apabila gen orang tua digabungkan maka semua kombinasi yang mungkin adalah

$$(K + k)(K + k) = KK + Kk + Kk + kk$$

$$= KK + 2Kk + kk$$

♀ ♂	K	k
K	KK	Kk
k	Kk	kk

Arti dari kombinasi gen di atas adalah, kemungkinan jenis rambut anak dari kedua orang tua tersebut adalah rambut keriting atau rambut lurus.

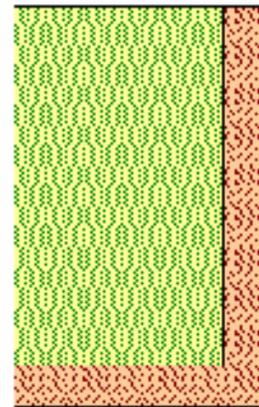
$(K + k)(K + k)$ adalah **satu contoh perkalian suku dua dengan suku dua.**

Coba tuliskan contoh lain bentuk perkalian suku dua dengan suku dua.

Ubin aljabar dapat juga digunakan untuk membantumu dalam memahami perkalian suku dua dengan suku dua. Berikut ini diberikan beberapa masalah

Kerjakan bersama-sama

1. Selesaikanlah perkalian $(x + 3)(x + 2)$ dengan mengacu pada **Lab Mini halaman 8**. Jelaskan langkah-langkah yang kamu gunakan.
2. Sebuah kebun berbentuk persegi panjang. Panjang kebun itu 5 m lebihnya dari dua kali lebar kebun. Pada kedua sisi kebun terdapat jalan dengan lebar 1 m. Luas jalan pinggir kebun adalah 24 m^2 . Berapakah panjang dan lebar kebun tersebut?

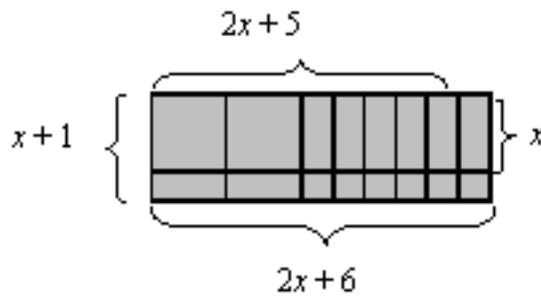


Sketsa Kebun

Untuk menjawab permasalahan ke-2 tersebut, kamu dapat menggunakan ubin aljabar guna memodelkan permasalahan di atas.

Eksplorasi. Misal x menyatakan lebar kebun.

- Maka $2x + 5$ menyatakan panjang kebun.
- $x + 1$ menyatakan lebar kebun dan jalan.
- $2x + 6$ menyatakan panjang kebun dan jalan.
- Jadi $x(2x + 5) =$ luas kebun.
- $(x + 1)(2x + 6) =$ luas kebun dan jalan.



$$\underbrace{(x+1)(2x+6)}_{\text{Luas kebun dan jalan}} - \underbrace{x(2x+5)}_{\text{Luas kebun}} = \underbrace{24}_{\text{Luas jalan}} \quad (*)$$

$$\begin{aligned} \text{Penyelesaian: } (x+1)(2x+6) - x(2x+5) &= 24 \text{ (Mengapa?)} \\ 2x^2+6x+2x+6-2x^2-5x &= 24 \text{ (Mengapa?)} \\ (2x^2-2x^2) + (6x+2x-5x) + 6 &= 24 \text{ (Mengapa?)} \\ 3x+6 &= 24 \text{ (Mengapa?)} \\ 3x &= 18 \text{ (Mengapa?)} \\ x &= 6 \text{ (Mengapa?)} \end{aligned}$$

Lebar kebun adalah 6 m.

Panjang kebun $(2x+5)$ m = $(2(6)+5)$ m = 17 m.

Coba periksa apakah hasil yang diperoleh sudah cocok, jika $x=6$ kamu substitusikan pada persamaan (*).

Apakah kamu dapat menyelesaikan soal ini dengan cara lain? Jelaskan!

3. Selesaikan dengan menggunakan langkah-langkah yang kamu gunakan!

a. $(2x+3)(3x+5)$

b. $(2x+1)(5x-3)$

Cara lain yang dapat digunakan untuk menentukan hasil kali dua buah suku dua dengan cara seperti berikut ini.

$$(a+b)(c+d) = a.c + a.d + b.c + b.d$$

Contoh 4

$$\begin{aligned} 1. (2x+5)(x+2) &= 2x.x + 2x.2 + 5.x + 5.2 \\ &= 2x^2 + 4x + 5x + 10 \\ &= 2x^2 + 9x + 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2. (-x+3)(3x-2) &= (-x)3x + (-x)(-2) + 3 \cdot 3x + 3(-2) \\
&= -3x^2 + 2x + 9x - 6 \\
&= -3x^2 + 11x - 6
\end{aligned}$$

B.3. Perpangkatan Suku satu dan Suku Dua

Kalian masih ingat tentang perpangkatan suatu bilangan pada pelajaran di Sekolah Dasar?

Kalian masih ingat tentang perpangkatan suatu bilangan pada pelajaran di Sekolah Dasar?

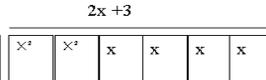
- Apa arti 7^3 ? Jelaskan!
- Bagaimana menentukan nilai dari 7^3 ? Berapakah nilainya?
- Apa arti dari k^4 ?
 k^4 merupakan salah satu contoh *perpangkatan suku satu*

Diskusikan.

1. Pak Budi mempunyai kebun berbentuk persegi dengan panjang sisi $(x + 5)$.
 - a. Nyatakan luas kebun Pak Budi!
 - b. Apakah luas kebun Pak Budi merupakan bentuk perpangkatan?
 - c. Jika merupakan bentuk perpangkatan, perpangkatan suku berapakah luas kebun pak Budi?
 - d. Nyatakan luas kebun pak Budi dengan menggunakan operasi penjumlahan dan pengurangan!
 - e. Langkah apa yang kamu gunakan untuk mengerjakan (d)? Sebutkan!
 - f. Adakah cara lain yang dapat kamu gunakan untuk menyelesaikan (e)? Jika ada, sebutkan!
2. Bagaimana caramu menentukan hasil $(x - 2)^3$? Jelaskan!

1. Jelaskan bagaimana kamu menentukan hasil kali dari x dan $2x - 1$.

2. Tulislah hasil kali dari x dan $2x + 3$

dengan menggunakan persegi panjang \times 

3. Tentukan hasil perkalian berikut.

a. $-2(x + 8)$

b. $pq(pq + 8)$

c. $-3y(6 - 9y + 4y^2)$

d. $(5b - 4) \frac{2}{5}$

4. Tentukan hasil perkalian berikut.

a. $(x + 2)(2x + 4)$

b. $(x + 4)(-2x - 3)$

c. $(x - 1)(3x - 4)$

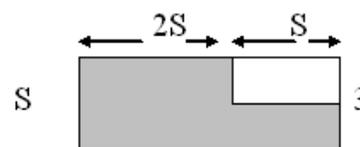
5. Sederhanakanlah setiap bentuk aljabar berikut.

a. $14(b + 3) + 8b$

b. $3(8 + a) + 7(6 + 4a)$

c. $3(x + y) + 4(2x + 3y)$

6. **Berpikir Kritis.** Apakah $2ab = 2a \cdot 2b$? Jelaskan jawabanmu!



7. **Geometri.** Tentukan ukuran luas daerah yang diarsir pada gambar di samping dalam bentuk paling

8. Apakah $2ab = 2a \times 2b$? Jelaskan jawabanmu!

9. Gambarlah suatu daerah persegi panjang yang menyatakan perkalian dari $(x + 3)$ dan $(2x + 1)$.

10. Tentukan hasil perpangkatan berikut

a. $(3 + 2t)^2$

b. $(x - 4)^3$

c. $(x - 1)^3 + (x + 7)^2$

1.2

Menentukan Faktor-faktor Suku Aljabar

Apa yang akan kamu pelajari?

- Memfaktorkan suku bentuk aljabar sampai dengan suku tiga.
- Menyederhanakan pembagian suku
- Menyelesaikan perpangkatan konstanta dan suku

Kata Kunci:

- Memfaktorkan
- Faktor
- FPB
- Selisih dua kuadrat
- Kuadrat Sempurna

Bingkai Foto

Lia ingin memberi bingkai pada hiasan dindingnya yang berbentuk persegi panjang. Dia tahu bahwa luas hiasan



Dit. PSMP,2006

dinding tersebut adalah 221 cm^2 , tetapi lupa berapa panjang dan lebarnya.

Cobalah kamu bekerja dengan pasanganmu untuk membantu Lia menentukan berapa panjang dan lebar hiasan dinding tersebut tanpa mengukur.

- Jelaskan mengapa 221 bukan merupakan hasil kali dari dua bilangan yang terdiri dari 1 angka?
- Gunakanlah kertas berpetak.** Guntinglah beberapa persegi dengan ukuran 10×10 , beberapa persegi panjang dengan ukuran 1×10 , dan beberapa persegi dengan ukuran 1×1 . Gunakan potongan-potongan tersebut untuk membuat persegi panjang yang menyatakan hiasan dinding tersebut. Berapakah panjang dan lebarnya?
- Ulangilah proses tersebut untuk menentukan pasangan bilangan prima yang hasil kalinya sebagai berikut.
(i) 133 (ii). 161 (iii) 209



Menggunakan Ubin Aljabar pada Pemfaktoran

Memfaktorkan suatu bilangan artinya menyatakan bilangan itu sebagai perkalian beberapa bilangan. Ingat kembali berapakah faktor 12? Ya, kamu bisa mencarinya dengan pohon faktor. Bilangan 12 dapat dituliskan sebagai

$$12 = 1 \times 12$$

$$12 = 3 \times 4$$

$$12 = 3 \times 2 \times 2$$

$$12 = 6 \times 2$$

Pada notasi $12 = 1 \times 12$, kita ingat 1 dan 12 merupakan faktor dari 12. Demikian juga untuk yang lainnya, 2, 3, 4 dan 6 merupakan faktor dari 12.

Perhatikan perkalian suku satu dengan suku dua berikut

$$2x \times (2y + 3) = 4xy + 6x$$

Pada perkalian bentuk aljabar di atas, $2x$ dan $(2y+3)$ masing-masing merupakan **faktor** dari $4xy + 6x$.

Pada kegiatan ini, kita akan bekerja sebaliknya. Diberikan bentuk aljabar, dapatkah kita mencari masing-masing faktornya. Untuk kegiatan tersebut kita akan menggunakan ubin aljabar sebagai media belajarnya. Untuk itu, kerjakan terlebih dahulu Lab Mini berikut.

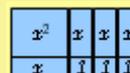


Lab - Mini

PEMFAKTORAN

Kerjakan secara bersama-sama

bahan :ubin aljabar



Misalkan sebuah persegipanjang $(x+3)$ dan lebar $(x+1)$, maka $(x+1)(x+3) = x^2 + 4x + 3$. Berarti Faktor dari $x^2 + 4x + 3$ adalah $(x+1)$ dan $(x+3)$.

Kamu dapat menggunakan ubin aljabar sebagai model dalam memfaktorkan suku tiga yang berbentuk $ax^2 + bx + c$.

Tugasmu:

Bekerjalah bersama untuk memfaktorkan $x^2 + 3x + 2$.

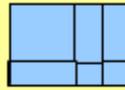
- Modelkan suku tiga tersebut.



- Tempatkan ubin x^2 dan ubin x seperti yang ditunjukkan berikut.



- Lengkapi persegi panjang itu dengan ubin x .



- Karena sebuah persegi panjang dapat dibentuk maka $x^2 + 3x + 2$ dapat difaktorkan. Panjang persegi panjang itu adalah $(x + 2)$ dan lebarnya $(x+1)$, maka faktor dari $x^2 + 3x + 2$ adalah $(x+1)$ dan $(x+2)$

Lab – Mini

1. Tentukan apakah suku banyak berikut dapat difaktorkan. Periksa jawabanmu dengan menggunakan ubin alabar.
 - a. $x^2 + 6x + 8$
 - b. $x^2 + 5x + 6$
 - c. $x^2 + 7x + 3$
 - d. $3x^2 + 8x + 5$
 - e. $5x^2 - x + 16$
 - f. $8x^2 - 31x - 4$
2. Berikan contoh suku tiga yang dapat difaktorkan dan suku tiga yang tidak dapat difaktorkan.

Cara memfaktorkan suku tiga dapat digambarkan dengan skema berikut.

Jumlah dari bilangan-bilangan ini sama dengan b

$$x^2 + bx + c = (x + \square)(x + \square)$$

Hasil kali dari bilangan-bilangan ini sama dengan c



Memfaktorkan dengan Memisahkan FPB

Memfaktorkan bentuk aljabar dapat dilakukan dengan memisahkan FPBnya. Berikut ini cara memfaktorkan $2x^2 - 10x$.
FPB dari $2x^2$ dan $10x$ adalah $2x$.

Dengan menggunakan sifat distributif dapat ditulis $2x^2 - 10x = 2x(x) - 2x(5) = 2x(x - 5)$.

Jadi pemfaktoran juga dapat dilakukan dengan terlebih dahulu memisahkan FPB-nya dan menggunakan sifat distributif.

Untuk lebih jelasnya perhatikan contoh lain berikut ini.

Contoh 1

Faktorkan $3x^3 - 9x^2 + 15x$.

Jawab:

Menentukan FPB dari $3x^3$, $9x^2$, dan $15x$ dengan cara

$$3x^3 = 3x^3 = 3x \times x^2$$

$$9x^2 = 3^2x^2 = 3x \times 3x$$

$$15x = 3 \times 5x = 3x \times 5$$

FPB dari $3x^3$, $9x^2$, dan $15x$ adalah : $3x$

Selanjutnya menggunakan sifat distributif untuk memisahkan faktor persekutuannya.

$$\begin{aligned} 3x^3 - 9x^2 + 15x &= 3x(x^2) - 3x(3x) + 3x(5) \\ &= 3x(x^2 - 3x + 5) \end{aligned}$$



Memfaktorkan $ax^2 + bx + c$, jika $a \neq 1$

Untuk memfaktorkan $ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 1$ salah satu cara adalah: daftarlah faktor-faktor dari a dan c . Gunakanlah faktor-faktor tersebut untuk menuliskan suku dua-suku dua. Kemudian ujilah dengan nilai b yang benar.

Contoh 2

Faktorkanlah $3x^2 - 7x - 6$.

Jawab:

Daftarlah faktor-faktor dari 3, yaitu 1 dan 3 ; -1 dan -3.

Daftarlah faktor-faktor dari -6, yaitu 1 dan -6; -1 dan 6; -2 dan 3; dan 2 dan -3.

Gunakan faktor-faktor tersebut untuk menuliskan binomial dengan cara menempatkan faktor dari 3 dalam tanda \square dan faktor

dari -6 dalam tanda \bigcirc pada bentuk $(x + \bigcirc)(x + \bigcirc)$.

Carilah perkalian dua binomial yang **suku tengahnya** (jumlah dari hasil perkalian dalam dan luar) adalah $-7x$.

$(\square x + \square)(\square x + \square)$	$-6x + 3x = 3x$	<u>SALAH</u>
$(\square x + \square)(\square x + \square)$	$1x - 18x = -17x$	<u>SALAH</u>
$(\square x + \square)(\square x + \square)$	$6x - 3x = 3x$	<u>SALAH</u>
$(\square x + \square)(\square x + \square)$	$-1x + 18x = 17x$	<u>SALAH</u>
$(\square x + \square)(\square x + \square)$	$-3x + 6x = 3x$	<u>SALAH</u>
$(\square x + \square)(\square x + \square)$	$2x - 9x = -7x$	<u>BENAR</u> ✓

Jadi $3x^2 - 7x - 6 = (x - 3)(3x + 2)$

Soal 1

Dengan cara seperti di atas, faktorkanlah $6x^2 - x - 2$.

1. Pemfaktoran polinomial dapat dilakukan dengan menggunakan alat bantu ubin aljabar, yaitu memodelkan polinomial tersebut kemudian dari model-model (ubin aljabar) yang ada dibentuk persegi panjang. Jika persegi panjang dapat dibentuk dengan menggunakan semua ubin yang ada maka polinomial tersebut dapat difaktorkan. Faktornya adalah panjang dan lebar dari persegi panjang tersebut. Sebaliknya, jika tidak dapat dibentuk persegi panjang maka polinomial tersebut tidak dapat difaktorkan.
2. Cara lain untuk memfaktorkan adalah memisahkan FPB dari suku-suku polinomial tersebut kemudian menerapkan sifat distributif.



Memfaktorkan Selisih dari Dua Kuadrat

Kerja Kelompok

Kerjakan secara berpasangan setiap pertanyaan pada kelompok A, B, dan C yang terletak pada tabel berikut.

Kelompok A	Kelompok B	Kelompok C
$(x + 7)(x - 7)$	$(x + 7)(x + 7)$	$(x - 7)(x - 7)$
$(k + 3)(k - 3)$	$(k + 3)(k + 3)$	$(k - 3)(k - 3)$
$(w + 5)(w - 5)$	$(w + 5)(w + 5)$	$(w - 5)(w - 5)$
$(3x + 1)(3x - 1)$	$(3x + 1)(3x + 1)$	$(3x - 1)(3x - 1)$

1. Bagaimana pola dari setiap pasangan faktor di atas?
2. Tentukan hasil perkaliannya.
3. Bagaimana kamu menggunakan cara mencongak untuk mengalikan secara cepat suku dua-suku dua seperti pada setiap kelompok tersebut.

Seperti yang kita lihat pada bagian “Kerjakan Bersama-sama”, kadang kadang ketika mengalikan suku dua dengan suku dua, **suku tengah** dari hasil perkalian tersebut adalah 0, seperti pada perkalian dalam Kelompok A di atas.

Kelompok A dapat ditulis sebagai selisih dua kuadrat atau ditulis sebagai $a^2 - b^2$?

Jadi bentuk $a^2 - b^2$ dapat difaktorkan menjadi $(a+b)(a-b)$.

4. Dengan menggunakan simpulan di atas, cobalah kamu memfaktorkan bentuk aljabar berikut.
a. $x^2 - 64$. b. $4x^2 - 121$ c. $9y^2 - 25$
5. **Berpikir Kritis.** Misalkan seorang temanmu memfaktorkan $4x^2 - 121$ menjadi $(4x + 11)(4x - 11)$. Kesalahan apakah yang dilakukan oleh temanmu? Jelaskan!



Memfaktorkan Suku Tiga Bentuk Kuadrat Sempurna

Pada bagian “**Kerjakan Bersama-sama**” halaman 24, kamu telah mengalikan suatu suku dua dengan dirinya sendiri seperti pada Kelompok B dan C. Perkalian seperti ini disebut **mengkuadratkan suku dua**. Hasilnya disebut **suku tiga bentuk kuadrat sempurna**. Jadi sebaliknya **faktor-faktor dari suku tiga bentuk kuadrat sempurna** adalah dua binomial yang tepat sama.

Diskusikan!

Bagaimana kamu mengetahui bahwa suatu suku tiga merupakan bentuk kuadrat sempurna?

Soal 1

Tentukan hasil perkalian suku dua berikut.

a. $(a + b)(a + b)$

b. $(a - b)(a - b)$

Hasil dari perkalian-perkalian di atas disebut **suku tiga bentuk kuadrat sempurna**.

Selisih dari Dua Kuadrat

Untuk semua bilangan real a dan b ,

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Contoh: $x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x + 4)(x - 4)$

Soal 2

Faktorkan bentuk aljabar berikut. Amati bentuk pemfaktoranannya kemudian temukan polanya!

a. $x^2 + 8x + 16$

b. $x^2 - 8x + 16$

Ingat !

faktor-faktor yang kamu peroleh dengan mengalikannya kembali.

Soal 3

a. Tulislah suatu suku tiga yang lain yang merupakan suku tiga bentuk kuadrat sempurna.

- b. Jelaskan bagaimana kamu mengetahui bahwa suatu suku tiga merupakan bentuk kuadrat sempurna

Kadang-kadang suatu bentuk kuadrat tampak seperti tidak dapat difaktorkan. Jika kamu temukan hal seperti itu, terlebih dahulu pisahkan faktor persekutuannya. Kemudian dari faktor-faktor yang ada, periksalah apakah ada yang dapat difaktorkan kembali

Contoh 3

Faktorkanlah $10x^2 - 40$.

Jawab:

$$\begin{aligned}
 10x^2 - 40 &= 10(x^2 - 4) && \longleftarrow \text{Faktor persekutuan dari } 10x^2 \text{ dan } 40 \text{ adalah } 10 \\
 &= 10(x + 2)(x - 2) && \longleftarrow \text{Faktor } x^2 - 4 \\
 \text{Jadi } 10x^2 - 40 &= 10(x + 2)(x - 2).
 \end{aligned}$$

Bentuk Kuadrat Sempurna

Untuk setiap bilangan real a dan b ,

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)(a + b) = (a + b)^2$$

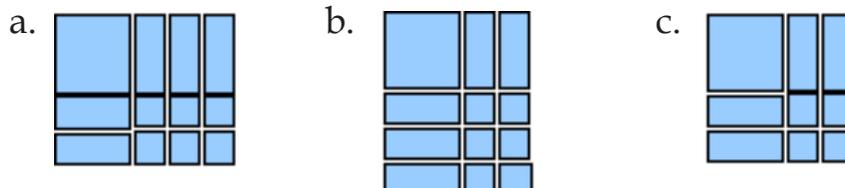
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)(a - b) = (a - b)^2$$

Contoh:

$$x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2 \cdot 5 \cdot x + 25 = (x + 5)(x + 5) = (x + 5)^2$$

$$x^2 - 10x + 25 = x^2 - 2 \cdot 5 \cdot x + 25 = (x - 5)(x - 5) = (x - 5)^2$$

1. Tulislah panjang dan lebar dari setiap persegi panjang berikut sebagai suatu suku dua. Kemudian tulislah suatu bentuk aljabar untuk setiap persegi panjang berikut.



2. Tentukan FPB dari suku-suku pada setiap polinomial berikut.
- $15x + 21$
 - $6a^2 - 8a$
 - $8p^3 - 24p^2 + 16p$
3. Jika tiap bentuk aljabar berikut menyatakan luas persegi panjang, nyatakan panjang dan lebarnya dalam bentuk suku dua (binomial).
- $x^2 + 4x + 3$
 - $x^2 - 3x + 2$
 - $x^2 + 3x - 4$
 - $x^2 + 5x + 6$
 - $x^2 - 3x - 4$
 - $x^2 + x - 2$
4. **Berpikir Kritis** Misal n suatu bilangan bulat. Mengapa $n^2 + n$ pasti bilangan genap? Jelaskan jawabanmu!
5. Lengkapi pernyataan berikut.
- $x^2 - 6x - 7 = (x + 1)(x - \dots)$
 - $k^2 - 4k - 12 = (k - 6)(k + \dots)$
 - $t^2 + 7t + 10 = (t + 2)(t + \dots)$
 - $c^2 + c - 2 = (c + 2)(c - \dots)$
6. Jika $x^2 + bx + c$ dapat difaktorkan menjadi perkalian suku dua,
- Jelaskan apa yang kamu ketahui tentang faktor-faktornya jika $c > 0$
 - Jelaskan apa yang kamu ketahui tentang faktor-faktornya jika $c < 0$

7. Faktorkan setiap bentuk aljabar berikut!
- $x^2 + 6x + 8$
 - $a^2 - 5a + 6$
 - $d^2 - 7d + 12$
 - $t^2 + 7t - 18$
 - $x^2 + 12x + 35$
 - $y^2 - 10y + 16$
8. **Pertanyaan Terbuka** Untuk setiap soal berikut, tentukan masing-masing tiga bilangan yang berbeda untuk melengkapi setiap bentuk aljabar berikut sehingga dapat difaktorkan sebagai perkalian dua suku dua. Tunjukkan faktornya!
- $x^2 - 3x - \square$
 - $x^2 + x + \square$
 - $x^2 + x + \square$
9. Faktorkanlah setiap bentuk aljabar yang berpola $ax^2 + bx + c$ dengan $a = 1$ berikut ini.
- $2x^2 - 15x + 7$
 - $5x^2 - 2x - 7$
 - $2x^2 - x - 3$
 - $8x^2 - 14x + 3$
 - $2x^2 - 11x - 21$
 - $3x^2 + 13x - 10$
10. Faktorkanlah setiap bentuk aljabar berikut!
- $x^2 + 2x + 1$
 - $t^2 - 144$
 - $x^2 - 18x + 81$
 - $15t^2 - 15$
 - $x^2 - 49$
 - $a^2 + 12a + 36$
 - $4x^2 - 4x + 1$
 - $16n^2 - 56n + 49$
 - $9x^2 + 6x + 1$
 - $9x^2 - 6x + 1$
 - $2g^2 + 24g + 72$
 - $2x^3 - 18x$
11. a. Bentuk aljabar $(2x + 4)^2$ sama dengan $4x^2 + \square + 16$. Berapakah suku tengahnya?

b. Cobalah kamu melengkapi pernyataan berikut.

$$(3x + 4)^2 = 9x^2 + \square + 16.$$

12. **Menulis.** Buatlah rangkuman tentang prosedur untuk memfaktorkan suatu suku tiga yang berbentuk kuadrat sempurna. Berilah paling sedikit dua contoh!
13. a. **Pertanyaan Terbuka** Tulislah suatu suku tiga yang bentuknya kuadrat sempurna.
b. Jelaskan bagaimana kamu mengetahui bahwa suku tiga di atas merupakan kuadrat sempurna.
c. Tuliskan juga suku tiga yang bukan kuadrat sempurna.
14. Faktorkanlah setiap bentuk aljabar berikut!
- a. $\frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{9}$
- b. $p^2 - 2p + 4$
- c. $\frac{1}{9}n^2 - \frac{1}{25}$

Refleksi

- Setelah mempelajari Bab 1 coba kamu ingat, adakah bagian yang belum kamu fahami? Jika ada, coba pelajari kembali atau diskusikan dengan temanmu!
- Buatlah rangkuman tentang apa yang telah kamu fahami dan catatlah hal-hal yang sulit kamu pahami.
Masih ingatkah kamu,
 - a. Bagaimana cara menyederhanakan bentuk aljabar?
 - b. Bagaimana cara memfaktorkan bentuk $ax^2 + bx + c$?
- Pada saat pembelajaran apakah kamu merasakan tidak senang karena takut, jemu, sulit memahami atautkah merasakan senang? Sampaikan hal itu kepada Bapak/Ibu gurumu.

Rangkuman

- Untuk menyederhanakan suatu bentuk aljabar dapat digunakan berbagai cara, yaitu:
 - Mengelompokkan suku-suku sejenis, kemudian menghitungnya.
 - Menggabungkan suku-suku sejenis dengan cara menjumlahkan koefisien-koefisiennya.
- Beberapa macam bentuk aljabar dijelaskan berikut ini.
 - Suku satu (*monomial*) dapat berupa angka, variabel.
 - Suku banyak (*polinomial*) adalah penjumlahan dan pengurangan dari beberapa suku satu.
 - *Polinomial* dengan dua suku disebut suku dua (*binomial*)
 - *Polinomial* dengan tiga suku disebut suku tiga (*trinomial*)

Cara memfaktorkan bentuk : $ax^2 + bx + c$

Jumlah dari bilangan-bilangan ini sama dengan b

$$\sqrt{100} \times \sqrt{5} = 10 \times \sqrt{5} = 10\sqrt{5}$$

Hasil kali dari bilangan-bilangan ini sama dengan c

Untuk nomor 1 sampai 5 pilihlah satu jawaban yang benar.

1. $x(3-2x)+6x-8=...$
 - a. $2x^2+9x-8$
 - b. $-12x^2+12x-8$
 - c. $-2x^2+9x-8$
 - d. $2x^2-9x-8$

2. $(-2y-3)^2=...$
 - a. $4y^2+6y+9$
 - b. $-4y^2+6y+9$
 - c. $4y^2-6y+9$
 - d. $-4y^2+6y-9$

3. $t^2-t-12=...$
 - a. $(t+4)(t-3)$
 - b. $(t-4)(t-3)$
 - c. $(t+4)(t+3)$
 - d. $(t-4)(t+3)$

4. $-6p^2+16p-8=...$
 - a. $(3p+2)(2p-4)$
 - b. $(-3p+2)(2p-4)$
 - c. $(-3p+2)(-2p-4)$
 - d. $(-3p+2)(2p+4)$

5. Berikut ini yang merupakan bentuk kuadrat sempurna adalah ...
 - a. $9y^2-12y-4$
 - b. $4y^2-12p+9$
 - c. $9y^2+12y-4$
 - d. $4y^2+12p-9$

Untuk soal nomor 6 sampai 10 kerjakan disertai dengan langkah-langkahnya.

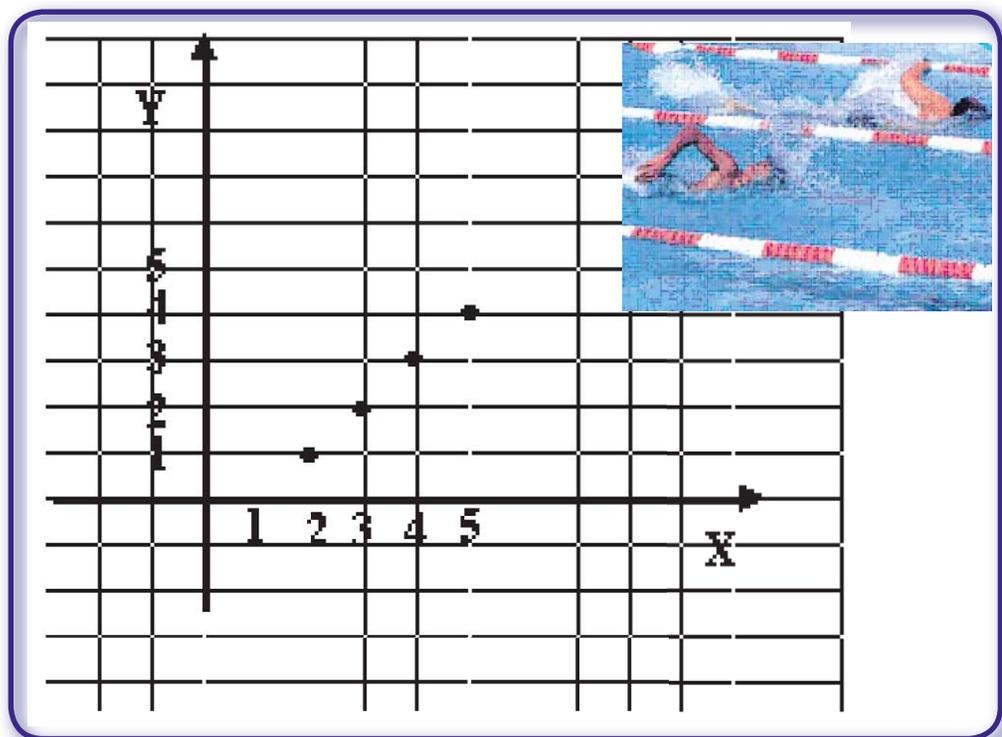
6. Tulislah suatu bentuk aljabar untuk setiap situasi berikut. Kemudian sederhanakanlah bentuk aljabar tersebut.
- Anita membawa 4 kotak yang masing-masing berisi sebanyak t kelereng dan 3 kotak masing-masing berisi sebanyak $r + 2$ kelereng.
 - Anita membeli 5 bungkus kue yang masing-masing seharga Rp. $x,00$ rupiah. Kemudian Anita membeli permen seharga Rp 15.000,00 dan kerupuk seharga Rp 5.000,00.
7. Sederhanakanlah setiap bentuk aljabar berikut.
- $2n - 3n$
 - $2k - 5b - b - k$
 - $2x^2 - 4 + 3x^2 - 6 - x^2$
8. Sederhanakanlah setiap bentuk aljabar berikut.
- $18y + 5(7 + 3y)$
 - $30(b + 2) + 2b$
 - $x + 5x + 8(x + 2)$
9. Tentukan hasil perkalian berikut.
- $7(3x + 5)$
 - $y(y - 9)$
 - $7(-2a^2 + 5a - 11)$
 - $-2(n - 6)$
 - $\frac{2}{5}(5w + 10)$
10. Tentukan hasil perpangkatan berikut
- $(p - 3)^2$
 - $(2x - 1)^2$
 - $(-2a + 1)^2$

Bab 2

Relasi dan Fungsi

Standar Kompetensi

Memahami bentuk aljabar, relasi, fungsi, dan persamaan garis lurus.



Kompetensi Dasar

- 1.3 Memahami relasi dan fungsi
- 1.4 Menentukan nilai fungsi.
- 1.5 Membuat sketsa grafik fungsi aljabar sederhana pada sistem koordinat Cartesius

Apa yang akan kamu pelajari?

- Menjelaskan dan menyatakan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan fungsi
- Menyatakan suatu fungsi yang terkait dengan kejadian sehari-hari.
- Menggambar grafik fungsi dalam koordinat Cartesius

Kata Kunci:

- Relasi
- Himpunan
- Anggota himpunan
- Diagram Panah
- Koordinat Cartesius
- Pasangan Berurutan

Masih ingatkah kamu tentang materi himpunan? Coba beri contoh dua buah himpunan. Jika kamu lupa, sebaiknya kamu pelajari kembali. Pemahaman tentang himpunan diperlukan untuk dapat memahami materi pada Bab 2 ini dengan baik.

***Pengertian Relasi***

Pak Budi mempunyai lima orang anak, yaitu Riska, Dimas, Candra, Dira, dan Reni. Masing-masing anak mempunyai kegemaran berolahraga yang berbeda-beda. Riska gemar berolahraga badminton dan renang. Dimas gemar berolahraga sepak bola. Candra gemar berolahraga sepak bola. Sedangkan Dira dan Reni mempunyai kegemaran berolahraga yang sama yaitu basket dan badminton.



Sumber :www.flickr.com

Jika anak-anak Pak Budi dikelompokkan menjadi satu dalam himpunan A , maka anggota dari himpunan A adalah Riska, Dimas, Candra, Dira, dan Reni. Himpunan A tersebut kita tuliskan sebagai

$$A = \{\text{Riska, Dimas, Candra, Dira, Reni}\}.$$

Sedangkan jenis olah raga yang digemari anak-anak Pak Budi dapat dikelompokkan dalam himpunan B. Himpunan B dituliskan

$$B = \{\text{Badminton, Renang, Basket, Sepak bola}\}$$

Terhadap kegemaran anak-anak pak Budi, terdapat hubungan antara himpunan A dan himpunan B. Hubungan tersebut berkait dengan *gemar berolah raga* dari anak-anak pak Budi.

Riska *gemar berolah raga* badminton dan renang

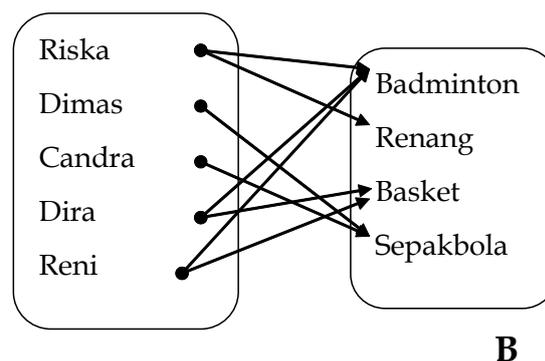
Dimas *gemar berolah raga* sepakbola

Candra *gemar berolah raga* sepakbola

Dira *gemar berolah raga* badminton dan basket

Reni *gemar berolah raga* badminton dan basket

Apabila *gemar berolah raga* kita notasikan dengan tanda panah, pernyataan-pernyataan di atas dapat digambarkan sebagai *gemar berolah raga*



A Gambar 2.1

Kita melihat antara anggota himpunan A dan anggota himpunan B memiliki hubungan (*relasi*) *gemar berolahraga*. Selanjutnya kita katakan terdapat relasi antara anggota himpunan A dan anggota himpunan B, atau sering juga disebut relasi dari himpunan A ke himpunan B.

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa :

Definisi Relasi

Relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah aturan yang menghubungkan anggota-anggota himpunan A dengan anggota-anggota himpunan B

Tugas. Buat kelompok dengan anggota masing-masing 5 orang. Buatlah relasi *hobi* dari masing-masing anggota kelompokmu.



Menyatakan Relasi Dua Himpunan dengan Diagram Panah

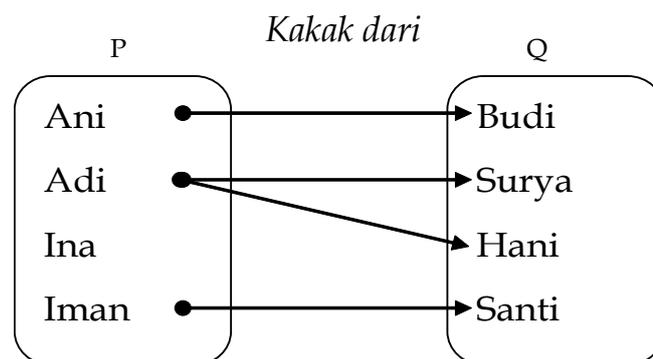
Diagram panah adalah diagram yang menggambarkan hubungan antara dua himpunan dengan disertai tanda panah. Seperti relasi pada Gambar 2.1.

Marilah kita lihat contoh lain penggambaran relasi dengan diagram panah. Perhatikan soal cerita di bawah ini.

Di kelas VIII SMPN I Banjarmasin, terdapat sebuah kelompok belajar yang beranggotakan 4 orang, yaitu Ani, Adi, Ina, dan Iman. Ani mempunyai seorang adik yang bernama Budi. Adi mempunyai dua orang adik bernama Surya dan Hani. Ina tidak mempunyai adik. Sedangkan Santi adik dari Iman.

Coba tebak, relasi apa yang dinyatakan oleh cerita di atas?

Benar! Relasi tentang adik dan kakak. Sekarang, mari kita buat himpunan yang berisi kakak dan himpunan yang berisi adik. Misal himpunan P menyatakan himpunan kakak, dan Q menyatakan himpunan adik. Himpunan P mempunyai anggota Ani, Adi, Ina, dan Iman dan dituliskan dengan $P = \{\text{Ani, Adi, Ina, Iman}\}$, sedangkan himpunan Q adalah $\{\text{Budi, Hani, Surya, Santi}\}$. Jika kita tentukan relasi atau hubungan antara himpunan P dengan himpunan Q sebagai *kakak dari*, maka Ani dihubungkan dengan Budi, artinya Ani kakak dari Budi, Adi dihubungkan dengan Surya dan Hani, artinya Adi kakak dari Surya dan Hani. Sedangkan Ina tidak mempunyai adik. Iman dihubungkan dengan Santi. Hubungan antara anggota-anggota himpunan P dan Q dapat digambarkan sebagai berikut :



Gambar 2.2

Berdasar contoh di atas tampak bahwa ada satu anggota P yaitu Ina yang tidak mempunyai hubungan dengan anggota Q.

Relasi antara himpunan P dan himpunan Q adalah relasi *kakak dari*.

Oleh karena itu lambang \rightarrow pada Gambar 2.2 menyatakan relasi *kakak dari*. Bila dituliskan $\text{Ani} \rightarrow \text{Budi}$, artinya Ani *kakak dari* Budi, $\text{Adi} \rightarrow \text{Surya}$, artinya Adi *kakak dari* Surya dan $\text{Adi} \rightarrow \text{Hani}$, artinya Adi *kakak dari* Hani dan seterusnya.

1. Dapatkan kamu menemukan relasi lain antara anggota-anggota himpunan P dan anggota-anggota himpunan Q pada contoh di atas? Jika ada, sebutkan dan gambarkan relasi tersebut!
2. Buatlah contoh lain tentang relasi antara anggota-anggota dua himpunan yang kamu ketahui!



Menyatakan Relasi Dua Himpunan dalam Koordinat Cartesius

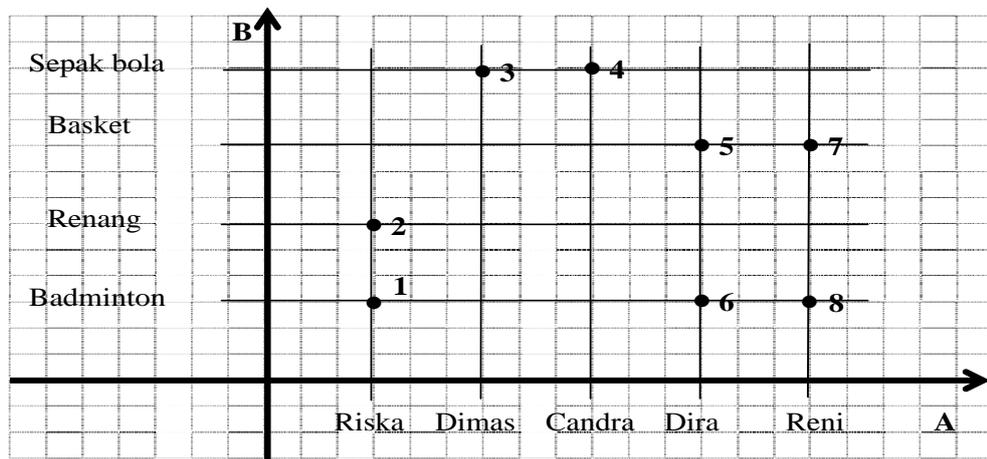
Dalam menyatakan relasi antara anggota-anggota dua himpunan, selain dengan menggunakan diagram panah dapat juga dinyatakan dalam koordinat Cartesius.

Jika kita menyebut kata “Cartesius”, yang kita ingat adalah bidang Cartesius yang mempunyai dua sumbu, yaitu sumbu mendatar dan sumbu tegak.

Demikian juga pada koordinat Cartesius, terdapat dua sumbu yang saling tegak lurus yaitu sumbu mendatar atau horisontal dan sumbu tegak atau vertikal.

Pada Gambar 2.1 di atas, kita dapat menyatakan relasi antara anggota himpunan A dan anggota himpunan B tersebut dalam koordinat Cartesius.

Nama anggota-anggota himpunan A diletakkan pada sumbu mendatar dan nama anggota-anggota B diletakkan pada sumbu tegak. Setiap anggota himpunan A yang berelasi dengan anggota himpunan B dapat dinyatakan dengan noktah (\bullet) atau dengan bintang (*). Jadi koordinat Cartesius dari relasi tersebut adalah :



Gambar 2. 3

Relasi antara anggota himpunan A dan B adalah *gemar berolah raga*. Noktah 1 menghubungkan Riska dan badminton, artinya Riska gemar berolah raga badminton. Noktah 4 menghubungkan Candra dan sepak bola, artinya Candra gemar berolah raga sepak bola dan seterusnya.

Diskusikan

1. Coba gambarkan dalam koordinat Cartesius untuk relasi dari himpunan P ke himpunan Q (pada Gambar 2.2) dengan anggota himpunan P diletakkan pada sumbu mendatar dan anggota himpunan Q diletakkan pada sumbu tegak.
2. Gambarkan pula dalam koordinat Cartesius untuk relasi dari himpunan P ke himpunan Q dengan nama anggota himpunan P diletakkan pada sumbu tegak dan nama anggota himpunan Q diletakkan pada sumbu mendatar.
3. Apa yang dapat kamu simpulkan dari (1) dan (2) ?



Menyatakan Relasi Dua Himpunan dengan Pasangan Berurutan

Pasangan berurutan dilambangkan dengan (x,y) dengan x menyatakan anggota suatu himpunan tertentu, sebut A, dan y menyatakan anggota dari himpunan lain, sebut B. Pada bagian ini kita akan menyatakan relasi sebagai himpunan pasangan berurutan (x,y) . Pada bagian sebelumnya, relasi antara anggota dua himpunan dapat dinyatakan dengan diagram panah dan dalam koordinat Cartesius. Kita akan mengambil contoh pada Gambar 2.1, dan menyatakannya sebagai pasangan berurutan. Pada relasi *gemar berolahraga* di atas, kita memiliki himpunan penggemar olah raga $A = \{\text{Riska, Dimas, Candra, Dira, Reni}\}$, dan himpunan cabang olah raga $B = \{\text{Badminton, Renang, Basket, Sepakbola}\}$.

Berdasarkan Gambar 2.1, relasi *gemar berolahraga* dituliskan sebagai $R = \{(Riska, Renang), (Riska, Badminton), (Dimas, Sepakbola), (Candra, Sepakbola), (Dira, Badminton), (Dira, Basket), (Reni, Badminton), (Reni, Basket)\}$.

Relasi antara himpunan X dan Y dapat dinyatakan sebagai himpunan pasangan berurutan (x, y) dengan x anggota himpunan pertama (X) dan y anggota himpunan kedua (Y).

Contoh 1

Diketahui $P = \{2, 3, 4, 5\}$ dan $Q = \{4, 9, 25\}$.
Tentukan contoh relasi dari P ke Q .

Jawab:

Relasi (R) antara anggota-anggota himpunan P dan Q adalah *faktor dari*.

Relasi di atas dapat dinyatakan dengan pasangan berurutan seperti berikut :

$(2, 4)$, artinya 2 faktor dari 4.

$(4, 4)$, artinya 4 faktor dari 4 dan seterusnya.

Jadi himpunan pasangan berurutan dari relasi tersebut adalah :

$R = \{(2, 4), (3, 9), (4, 4), (5, 25)\}$.

Pikirkan!

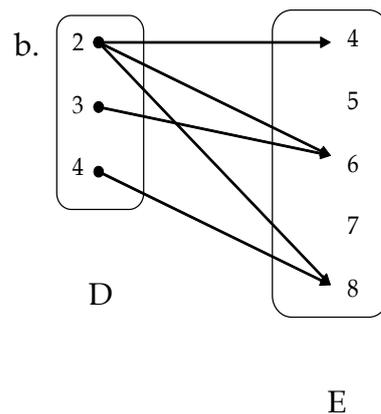
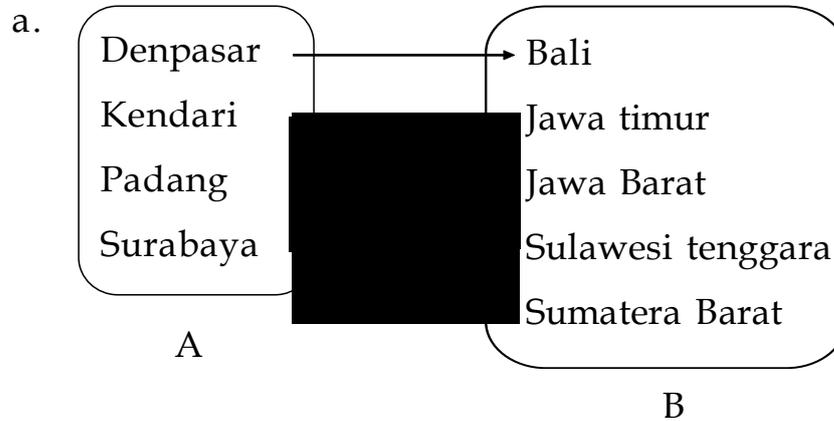
1. Apakah ada relasi yang lain antara anggota-anggota himpunan P dan Q di atas? Jika ada, nyatakan relasi tersebut dengan diagram panah, koordinat Cartesius dan pasangan berurutan.

Tugas Kelompok

Bentuk sebuah kelompok yang beranggotakan 5 orang. Ukur tinggi badan masing-masing anggota kelompokmu, catat tinggi badan tersebut (nyatakan dalam satuan cm).

1. Dapatkah dibuat relasi antara anggota dalam kelompokmu dengan ukuran tinggi badan ?
2. Jika dapat, apakah relasinya ?
3. Nyatakan relasi tersebut dalam tiga cara, yaitu :
 - a. Diagram Panah.
 - b. Koordinat Cartesius.
 - c. Pasangan Berurutan.

- Perhatikan relasi antara anggota-anggota dua himpunan yang dinyatakan dengan diagram panah di bawah ini. Sebutkan relasi-relasi tersebut.



- Buatlah diagram panah dari relasi *tiga kalinya dari* antara $K = \{9, 12, 15, 21\}$ dan $L = \{3, 4, 5, 7\}$
- Diketahui enam orang anak di kelas VIII SMP Palangkaraya, yaitu Dina, Alfa, Sita, Bima, Doni, dan Rudi. Mereka mempunyai ukuran sepatu yang berbeda-beda. Dina dan Sita mempunyai ukuran sepatu yang sama yaitu nomor 38. Alfa mempunyai ukuran sepatu 37. Bima mempunyai ukuran sepatu nomor 40. Sedangkan Doni dan Rudi mempunyai ukuran sepatu yang sama yaitu 39.
 - Gambarlah diagram panah yang menghubungkan semua nama anak di kelas VIII SMP Palangkaraya dengan semua ukuran sepatunya.

- b. Gambarlah relasi tersebut dengan menggunakan koordinat Cartesius.
- c. Tulislah semua pasangan berurutan yang menyatakan relasi tersebut.

Apa yang akan kamu pelajari?

- Menyatakan suatu fungsi yang terkait dengan kejadian sehari-hari
- Menggambar grafik fungsi dalam koordinat Cartesius.

Kata Kunci:

- Daerah asal
- Daerah kawan
- Daerah hasil
- Peta
- Prapeta

**Menyatakan Bentuk Fungsi**

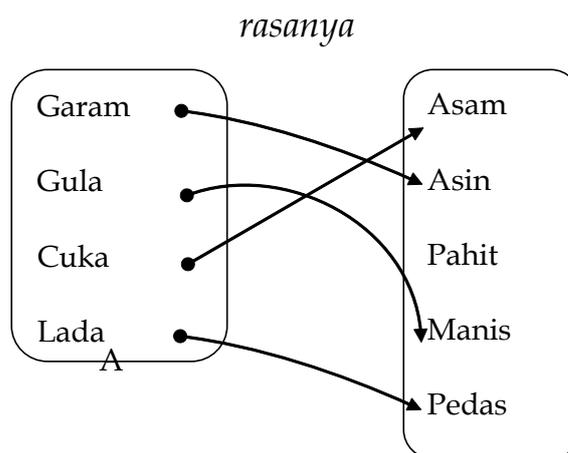
Pernahkah kamu merasakan rasa gula, garam, lada dan berbagai bahan dapur yang lainnya?

Coba rasakan bagaimanakah rasa gula? Pasti manis. Bagaimanakah rasanya garam? Pasti asin, tidak ada garam yang rasanya manis.

Bagaimanakah rasanya lada? Adakah lada yang rasanya tidak pedas? Adakah rasa cuka yang tidak asam ?

Jika bahan-bahan dapur dikumpulkan dalam satu himpunan yaitu A dan rasa dari bahan-bahan dapur dikumpulkan dalam himpunan B, maka relasi apa yang dapat digunakan untuk menghubungkan himpunan A dan B ?

Jika relasi yang digunakan untuk menghubungkan anggota-anggota himpunan A dengan anggota-anggota himpunan B adalah *rasanya*, maka relasi tersebut dapat dinyatakan dengan diagram panah seperti berikut :



Gambar 2.4

B

Perhatikan Gambar 2.4.

Apakah setiap anggota himpunan A mempunyai hubungan dengan anggota himpunan B ?

Apakah setiap anggota himpunan A mempunyai hubungan dengan hanya satu anggota himpunan B ?

Karena setiap anggota himpunan A mempunyai hubungan dengan anggota himpunan B dan setiap anggota himpunan A hanya mempunyai satu kawan anggota himpunan B, maka relasi dari himpunan A dan B disebut *fungsi atau pemetaan* .

Definisi Fungsi

Fungsi dari himpunan A ke himpunan B adalah relasi yang menghubungkan **setiap** anggota himpunan A dengan **tepat** satu anggota himpunan B.

Relasi pada Gambar 2.4 merupakan fungsi (pemetaan). Dalam diagram panah, garam dihubungkan oleh anak panah dengan asin dan dituliskan sebagai

garam \longrightarrow asin.

Garam berada pada pangkal anak panah, sedangkan Asin berada pada ujung anak panah. Garam dipetakan pada asin, sehingga asin disebut sebagai **peta** dari garam. Asin dihasilkan oleh siapa, garam! Selanjutnya, dalam matematika garam sering disebut sebagai **prapeta** dari asin.

Pada notasi gula \longrightarrow manis. Manis disebut **peta** dari gula dan gula disebut **prapeta** dari manis.

Coba jelaskan dengan bahasamu sendiri, notasi-notasi berikut:

cuka \longrightarrow asam

lada \longrightarrow pedas

Himpunan-himpunan prapeta dan himpunan peta memiliki istilah sebagai berikut:

$A = \{\text{garam, gula, cuka, lada}\}$ disebut **daerah asal** atau **domain** dari fungsi.

$B = \{\text{asam, asin, pahit, manis, pedas}\}$ disebut **daerah kawan** atau **kodomain** dari fungsi.

Himpunan $\{\text{asam, asin, manis, pedas}\}$ disebut **daerah hasil** atau **range** dari fungsi.

Diskusikan dengan temanmu pertanyaan-pertanyaan berikut:

Apakah setiap anggota **daerah hasil** merupakan **peta** dari anggota himpunan A?

Apakah semua **peta** dari anggota himpunan A menjadi anggota **daerah hasil**?

Apakah **daerah kawan** pada fungsi di atas sama dengan **daerah hasilnya**?

Perhatikan kesimpulan berikut:

Daerah Hasil

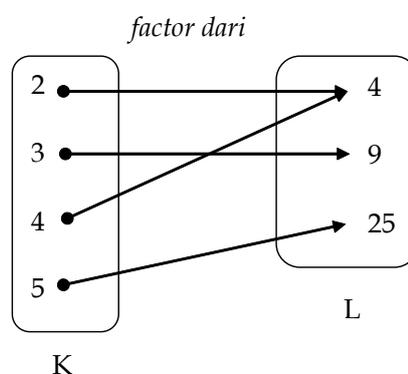
Daerah hasil merupakan himpunan dari **peta** setiap anggota daerah asal.

atau

Daerah hasil adalah himpunan dari anggota daerah kawan yang mempunyai **prapeta**.

Sekarang kamu perhatikan diagram panah untuk relasi *faktor dari* pada himpunan $K = \{2, 3, 4, 5\}$ terhadap himpunan $L = \{4, 9, 25\}$ berikut ini.

Faktor dari
 Notasi $2 \longrightarrow 4$, dibaca
 2 faktor dari 4
 Notasi $3 \longrightarrow 9$, dibaca
 3 faktor dari 9
 Tolong sebutkan yang lain!

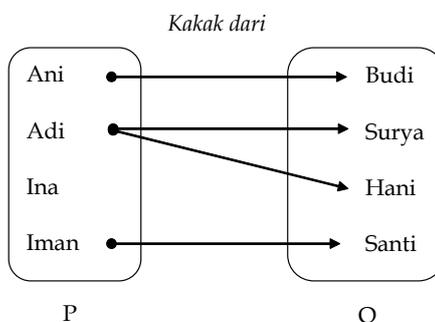


Gambar 2.5

Perhatikan Gambar 2.5 di atas.

- Apakah setiap anggota K mempunyai hubungan dengan satu anggota himpunan L?
- Apakah relasi tersebut merupakan fungsi?
- Jika relasi di atas merupakan fungsi, maka sebutkan daerah asal, daerah kawan, dan daerah hasilnya. Bagaimana hubungan antara daerah kawan dengan daerah hasil?

Perhatikan diagram panah berikut :



Gambar 2.6

Notasi Ani \longrightarrow Budi, dibaca Ani kakak dari Budi.
Notasi Adi \longrightarrow Surya, dibaca Adi kakak dari Surya.
Sebutkan anggota relasi yang lain!

Perhatikan diagram panah pada Gambar 2.6 di atas.

- Apakah setiap anggota himpunan P mempunyai hubungan dengan anggota himpunan Q ?
- Apakah setiap anggota himpunan P mempunyai hubungan dengan tepat satu anggota himpunan Q?
- Apakah relasi tersebut merupakan fungsi?

Untuk menjawab pertanyaan (c), kamu harus memperhatikan (a) dan (b).

Karena ada satu anggota himpunan P yaitu Ina tidak mempunyai hubungan dengan satupun anggota himpunan Q, maka relasi *kakak dari* dari himpunan P ke himpunan Q bukan fungsi.

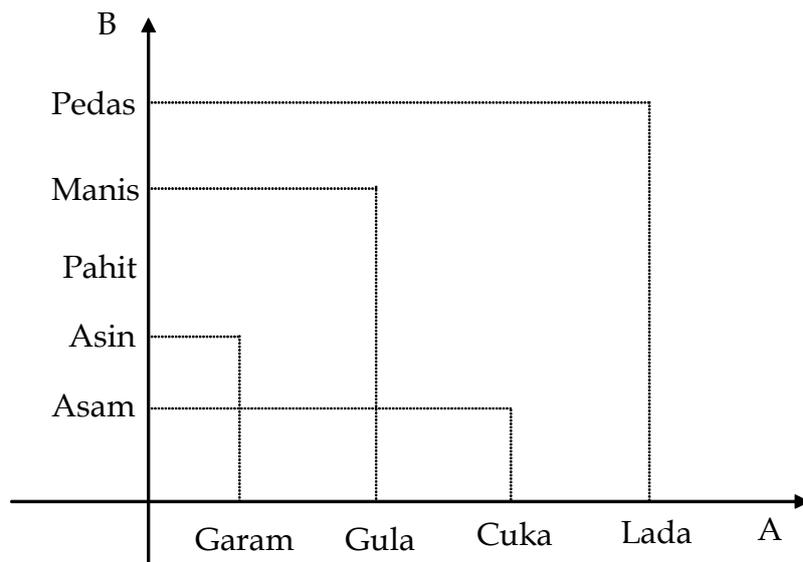
Adakah alasan lain yang dapat kamu temukan untuk memperkuat simpulan di atas ?

Untuk melihat apakah suatu relasi antara dua himpunan adalah fungsi, yang perlu diperhatikan adalah **setiap** anggota daerah asal harus mempunyai hubungan dengan **satu saja** anggota daerah kawan.

Karena fungsi merupakan relasi yang mempunyai ciri khusus, maka fungsi dapat dinyatakan juga dalam bentuk:

- diagram panah,
- koordinat Cartesius,
- himpunan pasangan berurutan.

Koordinat Cartesius untuk fungsi dari himpunan A ke himpunan B, pada Gambar 2.4 di atas adalah



Gambar 2.7

Pada gambar di atas tampak bahwa setiap nama pada sumbu mendatar hanya mempunyai satu pasangan dengan nama pada sumbu tegak.

Dari koordinat Cartesius pada gambar di atas, fungsi dari himpunan A ke himpunan B dapat pula dinyatakan dengan pasangan berurutan sebagai berikut :

$\{(garam, asin) , (gula, manis) , (cuka, asam) , (lada, pedas)\}$

Hati-hati dalam memilih himpunan yang menempati sumbu horizontal(datar) dan sumbu vertikal (tegak) koordinat Cartesius . Penyajian koordinat Cartesius untuk fungsi, sumbu datar untuk daerah asal (domain) dan sumbu vertikal untuk daerah kawan (kodomain).

Susunlah beberapa relasi dalam kehidupan sehari-hari yang merupakan fungsi.

Nyatakan fungsi (pemetaan) tersebut dengan diagram panah, koordinat Cartesius dan himpunan pasangan berurutan.

Tugas Kelompok

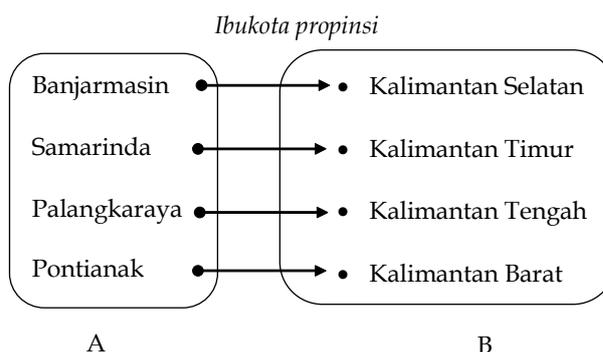
Buat kelompok yang beranggotakan 5 orang teman sekelasmu. Catat ukuran sepatu dari masing-masing anggota kelompok.

- Misal A = himpunan dari nama anggota kelompok.
 B = himpunan dari nomor sepatu anggota kelompok.
 Tuliskan Himpunan A dan Himpunan B !
- Buatlah relasi dari himpunan A ke himpunan B !
- Apakah relasi tersebut merupakan fungsi (pemetaan)?
- Jika merupakan pemetaan, nyatakan fungsi (pemetaan) tersebut
- Dengan diagram panah, koordinat Cartesius, dan himpunan pasangan berurutan

Diketahui $A = \{\text{Anto}\}$, $B = \{\text{Dira, Reni}\}$, $C = \{\text{Anto, Dira, Reni}\}$ dan $D = \{\text{SMP Harapan, SMP Unggul}\}$

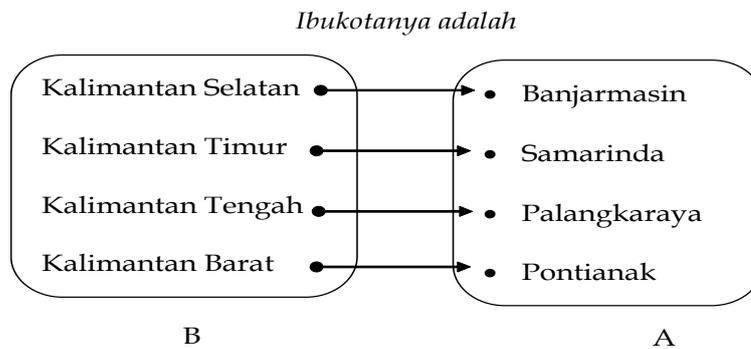
- Gambarkan diagram panah dari himpunan A ke D yang merupakan fungsi.
- Gambarkan diagram panah dari himpunan B ke D yang merupakan fungsi.
- Gambarkan diagram panah dari himpunan C ke D yang merupakan fungsi.
- Kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh?

Jika ibukota propinsi yang terdapat di pulau Kalimantan dikelompokkan dalam himpunan A dan propinsi yang terdapat di pulau Kalimantan dikelompokkan dalam himpunan B , maka relasi *ibukota propinsi* dari himpunan A ke himpunan B dinyatakan dalam diagram panah sebagai berikut.



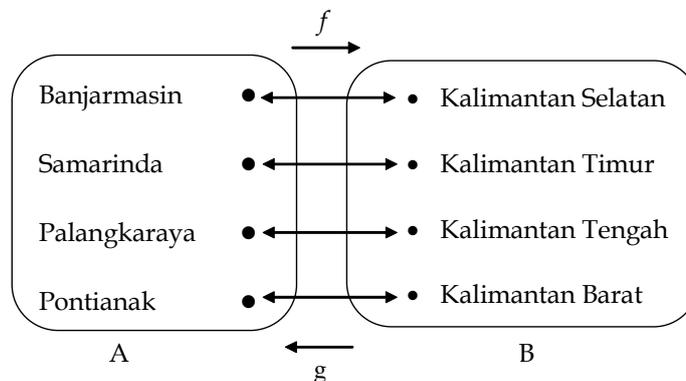
Apakah relasi dari himpunan A ke himpunan B merupakan pemetaan ?

Sebaliknya, apabila kita membuat relasi *ibukotanya adalah* dari himpunan B ke himpunan A , maka diagram panahnya adalah sebagai berikut.



Apakah relasi dari himpunan B ke himpunan A merupakan pemetaan?

Selanjutnya, kita akan menggambarkan kedua relasi tersebut dalam satu diagram panah. Jika relasi *ibukota propinsi* dinotasikan dengan f dan relasi *ibukotanya adalah* dinotasikan dengan g , maka kedua diagram panah di atas dapat digambar sebagai berikut.



Kedua relasi f dan g adalah fungsi (kenapa?). Fungsi f memetakan himpunan A kepada himpunan B, sebaliknya fungsi g memetakan himpunan B kepada himpunan A.

Pemetaan yang bersifat bolak-balik, baik untuk f dan g disebut **korespondensi satu satu**.

Berpikir Kritis

Selidiki sifat-sifat korespondensi satu-satu!

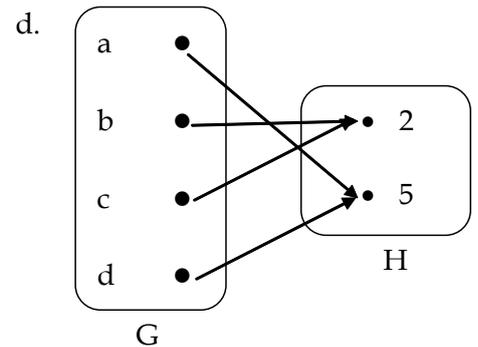
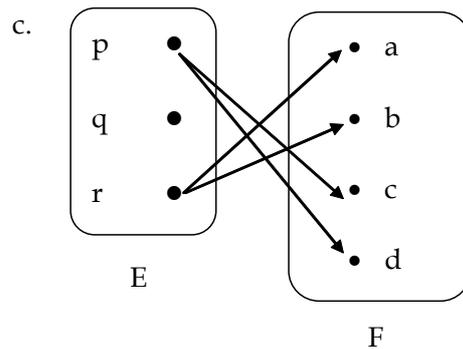
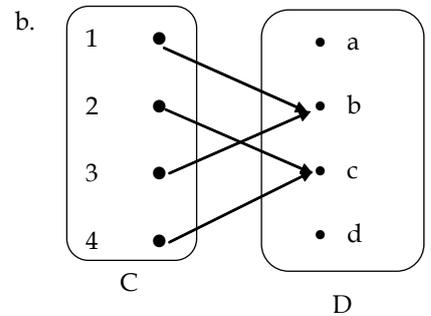
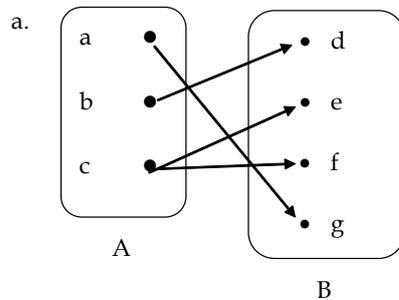
1. Sifat apa yang dimiliki fungsi f ? Bagaimana domain, kodomain, dan daerah hasil dari f ?
2. Sifat apa yang dimiliki fungsi g ? Bagaimana domain, kodomain, dan daerah hasil dari g ?

Perhatian!

1. Bila kodomain (f) = daerah hasil (f), maka fungsi f dinamakan fungsi pada.
2. Bila peta f pada x_1 dan x_2 (yaitu $f(x_1)$, $f(x_2)$) berbeda untuk setiap x_1 dan x_2 berbeda, maka fungsi dinamakan fungsi satu-satu
3. Bila peta f hanya memuat satu anggota (hanya memiliki anggota tunggal), maka fungsi f dinamakan fungsi **konstan**.

Latihan 2.2

1. Diagram panah berikut ini menunjukkan relasi antara dua himpunan. Relasi manakah yang merupakan fungsi ?



2. Diketahui $A = \{2, 5, 7, 9\}$ dan $B = \{7, 10, 12, 14, 16\}$.
Jika hubungan anggota A dengan anggota B ditunjukkan dengan $2 \rightarrow 7, 5 \rightarrow 10, 7 \rightarrow 12, \text{ dan } 9 \rightarrow 14$, maka :
 - a. Gambarlah diagram panah relasi dari himpunan A ke B.
 - b. Sebutkan relasi yang mungkin dari himpunan A ke B.
 - c. Apakah relasi tersebut merupakan fungsi? Jelaskan!

3. Diketahui suatu relasi dari himpunan P ke himpunan Q yang dinyatakan dengan himpunan pasangan berurutan $\{(-1, 2), (1, 4), (3, 6), (5, 8), (7, 10)\}$.
 - a. Sebutkan anggota-anggota himpunan P dan Q.
 - b. Sebutkan dua relasi lain yang mungkin dari himpunan P ke himpunan Q.
 - c. Gambarlah koordinat Cartesius dari relasi tersebut.
 - d. Jika himpunan P merupakan daerah asal dari relasi (b) dan dengan melihat koordinat Cartesius pada (c), apakah relasi dari himpunan P ke himpunan Q merupakan fungsi?

4. Andaikan x anggota himpunan C yaitu himpunan bilangan asli ganjil yang kurang dari 10 dan himpunan D yaitu himpunan bilangan asli genap yang kurang dari 19. Relasi yang menghubungkan himpunan C dan D adalah *setengah dari*.
 - a. Sebutkan anggota-anggota himpunan C dan anggota-anggota himpunan D.
 - b. Sebutkan semua pasangan berurutan dari relasi tersebut.
 - c. Apakah relasi di atas merupakan fungsi ?
 - d. Jika ya, tentukan daerah hasil.
 - e. Tentukan relasi lain yang menghubungkan himpunan C dan D!
 - f. Apakah relasi di atas merupakan fungsi ?
 - g. Jika ya, tentukan daerah hasil.

5. Diketahui $A = \{p, q, r\}$ dan $B = \{2, 3, 4\}$
 - a. Buatlah semua pemetaan yang mungkin dari himpunan A ke himpunan B dengan diagram panah.
 - b. Tentukan banyaknya pemetaan yang mungkin dari himpunan A ke himpunan B.

5. Diketahui $A = \{ 2, 3, 5 \}$ dan $B = \{ 21, 25, 26 \}$
- Misal pemetaan yang digunakan untuk menghubungkan himpunan A ke himpunan B adalah *faktor dari*. Gambarkan diagram panahnya.
 - Misal pemetaan yang digunakan untuk menghubungkan himpunan B ke himpunan A adalah *kelipatan dari*. Gambarkan diagram panahnya.
 - Apakah terdapat korespondensi satu-satu antara himpunan A dan himpunan B? Gambarkan diagram panahnya.

2.3

Menghitung Nilai Fungsi

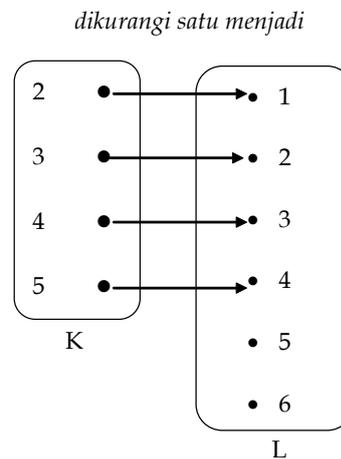
Apa yang akan kamu pelajari?

- Menghitung nilai fungsi
- Menyusun tabel fungsi
- Menghitung nilai perubahan fungsi jika variabel berubah
- Menentukan bentuk fungsi jika nilai dan data fungsi diketahui

Kata Kunci:

- Fungsi (Pemetaan)
- Rumus fungsi
- Tabel Fungsi
- Nilai fungsi
- Variabel
- Diagram Panah

Perhatikan diagram panah berikut ini :



Pada diagram panah di atas, tampak bahwa :

$2 \rightarrow 1$, dibaca 2 dikurangi satu menjadi 1 **atau** 2 satu lebihnya dari 1.

$3 \rightarrow 2$, dibaca 3 dikurangi satu menjadi 2 **atau** 3 satu lebihnya dari 2.

$4 \rightarrow 3$, dibaca 4 dikurangi satu menjadi 3 **atau** 4 satu lebihnya dari 3.

$5 \rightarrow 4$, dibaca 5 dikurangi satu menjadi 4 **atau** 5 satu lebihnya dari 4.

Secara umum

Bila kita mengambil sebarang anggota K, sebut x , maka kawannya di L adalah $(x - 1)$. (Kenapa?)

Dengan demikian, bila dinotasikan dengan diagram panah menjadi

$$x \rightarrow (x - 1)$$

dibaca x dikurangi 1 menjadi $(x - 1)$.

Apakah relasi di atas merupakan fungsi ?

Jika relasi *satu lebihnya dari* dinotasikan sebagai relasi f , maka f memetakan x ke $(x - 1)$. Selanjutnya relasi f dituliskan sebagai

$$f : x \rightarrow (x - 1).$$

Apabila relasi f ini merupakan fungsi, maka $(x - 1)$ menyatakan **peta** dari x dan peta x oleh f dinotasikan sebagai $f(x)$.

Notasi $f(x) = (x - 1)$ dikenal juga sebagai **aturan fungsi**, **rumus fungsi**, atau **persamaan fungsi**. Akan tetapi, notasi tersebut sering hanya dibaca **fungsi** f .

Bila kita notasikan $f(x) = y$ maka rumus fungsi $f(x) = (x - 1)$ menjadi

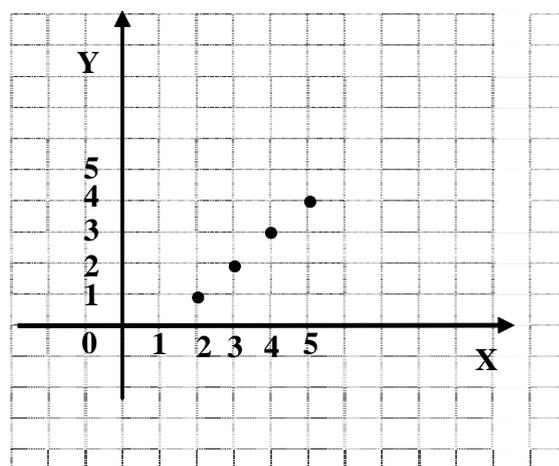
$y = x - 1$. Persamaan $y = x - 1$ lebih dikenal sebagai **persamaan fungsi**.

Pada persamaan tersebut x disebut **variabel bebas**, sedangkan y adalah **variabel tak bebas** dari fungsi.

Perhatikan kembali fungsi f dengan aturan $x \rightarrow (x - 1)$. Untuk $x = 2$, maka $f(2) = 2 - 1 = 1$. Nilai $f(2) = 1$ disebut **nilai fungsi** untuk $x = 2$. Nilai fungsi dari setiap anggota himpunan K dapat dinyatakan dalam **tabel fungsi** berikut.

x	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	-1
$f(x) = x - 1$	1	2	3	4

Grafik berikut merupakan koordinat Cartesius untuk fungsi f .



Jelaskan bagaimana cara kamu memperoleh grafik tersebut?

Soal 1

Diketahui suatu fungsi f dengan daerah asal $A = \{7, 9, 11, 13\}$ dengan rumus fungsi $f(x) = 2x - 3$

- Tentukan $f(7)$, $f(9)$, $f(11)$ dan $f(13)$. Kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh?
- Buatlah tabel fungsi di atas.
- Tentukan daerah hasilnya.
- Gambarlah grafik fungsi dalam koordinat Cartesius.

Soal 2

Diketahui suatu fungsi g dengan daerah asal $P = \{x \mid x \geq 3, x \text{ bil. real}\}$ dengan rumus fungsi $g(x) = 3x + 4$.

- Buatlah tabel fungsi di atas dengan mengambil beberapa nilai x .
- Tentukan daerah hasilnya.
- Gambarlah grafik fungsi dalam koordinat Cartesius.

Berpikir Kritis

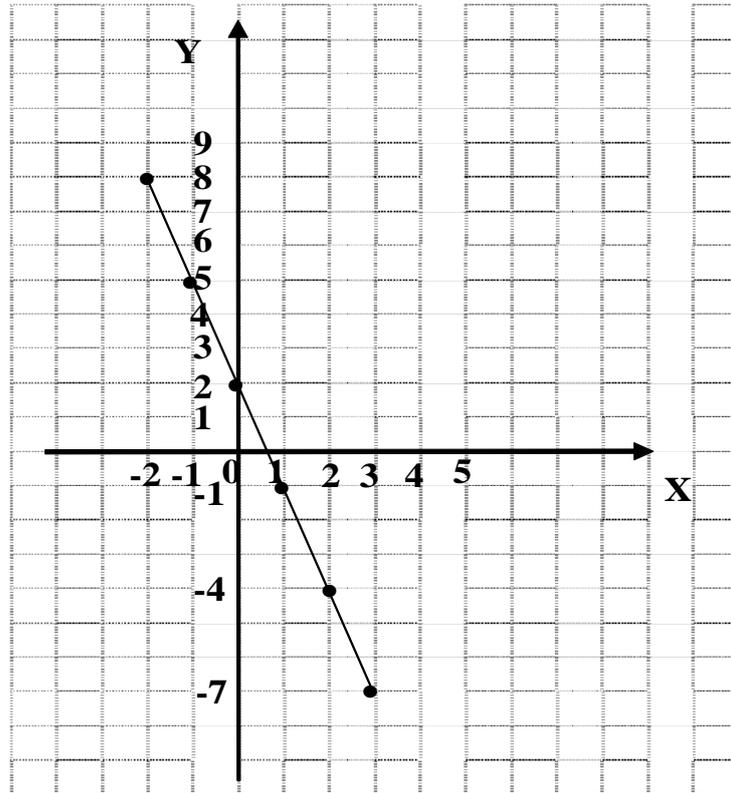
Bandungkan grafik fungsi f pada soal 1 dan grafik fungsi g pada soal 2!

Apa yang dapat kamu simpulkan?

Di depan telah dijelaskan cara menggambar diagram panah atau koordinat Cartesius dari suatu fungsi, jika diketahui daerah asal dan rumus fungsinya. Sekarang kerjakan masing-masing pertanyaan berikut, gunakan koordinat Cartesius untuk menjawab pertanyaan tersebut. Terakhir, kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh!

Perhatikan grafik suatu fungsi f berbentuk garis lurus pada koordinat Cartesius di bawah.

- Tentukan daerah asal fungsi f .
- Tentukan daerah hasil fungsi f .
- Tentukan nilai-nilai fungsi f untuk $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Dapatkah kamu menemukan pola dari fungsi dan nilainya?
- Tentukan rumus fungsi f berdasarkan (c)?

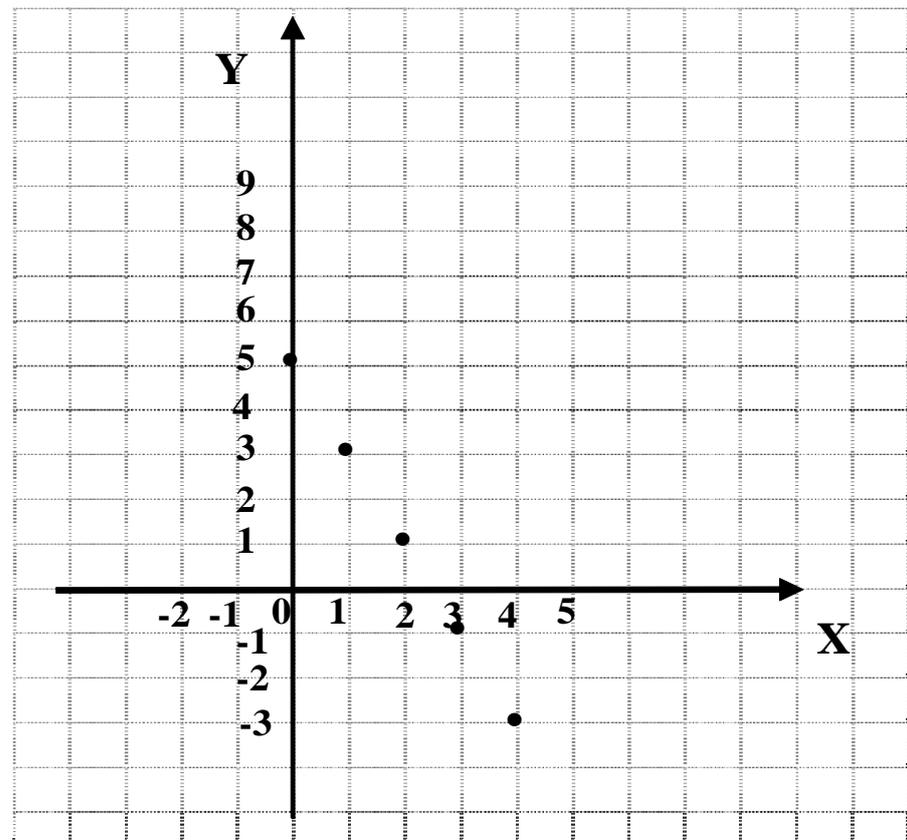


Latihan 2.3

1. Diketahui suatu fungsi f dengan rumus $f(x) = -x + 3$ dengan daerah asal $K = \{-3, -1, 1, 3, 5, 7\}$.
 - a. Buatlah tabel nilai fungsi f
 - b. Tentukan nilai fungsi f untuk $x = -3, x = 5$
 - c. Tentukan daerah hasil fungsi f .
 - d. Gambarlah grafik fungsi f pada koordinat Cartesius
 - e. Berupa apakah grafik fungsi f ?

2. Diketahui suatu fungsi g dengan rumus $g(x) = 3x - 1$ dengan daerah asal $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 5, x \text{ bilangan real}\}$.
 - a. Tentukan nilai fungsi f untuk $x = 3, x = \frac{9}{2}$
 - b. Tentukan daerah hasil fungsi g .
 - c. Gambarlah grafik fungsi g pada koordinat Cartesius
 - d. Berupa apakah grafik fungsi g ?

3. Perhatikan grafik fungsi f pada koordinat Cartesius berikut.



- Tentukan daerah hasil fungsi f .
- Tentukan nilai fungsi f untuk $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$ dan $x = 4$.
Pola apakah yang kamu peroleh?
- Tentukan rumus fungsi f berdasarkan (b)?

Diskusikan

- Diketahui suatu fungsi g dengan rumus $g(x) = ax + 7$. Nilai fungsi g untuk $x = -2$ adalah 1.
Coba tentukan nilai fungsi g untuk $x = 5$.
Tentukan rumus fungsi g . Jelaskan caramu!
- Diketahui suatu fungsi f dengan rumus $f(x) = -2x + b$. Nilai fungsi f untuk $x = -1$ adalah 11. Coba tentukan nilai fungsi f untuk $x = 3$. Tentukan rumus fungsi f . Jelaskan caramu!

Refleksi

Setelah mempelajari Bab 2 coba kamu ingat, adakah bagian yang belum kamu fahami? Jika ada, coba pelajari kembali atau diskusikan dengan temanmu!

Buatlah rangkuman tentang apa yang telah kamu fahami dan catatlah hal-hal yang sulit kamu fahami.

Coba kamu jelaskan,

- a. Arti relasi dari himpunan A ke himpunan B dan berilah contoh!
- b. Arti fungsi dari himpunan P ke himpunan Q, beri contoh serta sebutkan domain, kodomain dan rangenya!

Pada saat pembelajaran apakah kamu merasakan tidak senang karena takut, jemu, sulit memahami ataukah merasakan senang? Sampaikan hal itu kepada Bapak/Ibu guru.

Rangkuman

1. Relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah aturan yang menghubungkan anggota-anggota himpunan A dengan anggota-anggota himpunan B
2. **Relasi** antara dua himpunan X dan Y, dapat dinyatakan sebagai himpunan pasangan berurutan (x, y) dengan x anggota himpunan pertama (X) dan y anggota himpunan kedua (Y).
3. **Fungsi** dari himpunan A ke himpunan B adalah relasi yang menghubungkan **setiap** anggota himpunan A dengan **tepat** satu anggota himpunan B.
4. Jika f adalah fungsi A ke B, maka A disebut *daerah asal (domain)*, B disebut *daerah kawan (kodomain)*. Himpunan anggota B yang mempunyai prapeta disebut *daerah hasil (range)*.

Evaluasi Bab 2

1. Relasi yang dapat dibuat dari himpunan $A = \{2, 3, 5, 6\}$ ke $B = \{4, 10, 12, 15\}$ adalah
 - a. "setengah dari"
 - b. "lebih dari"
 - c. "faktor dari"
 - d. "dua kali dari"

2. Diketahui suatu fungsi f dengan rumus $f(x) = x^2 - 5x$, nilai-nilai fungsi berikut yang benar adalah
 - a. $f(-1) = 6$
 - b. $f(3) = 6$
 - c. $f(-2) = -6$
 - d. $f(2) = -6$

3. Diketahui $P = \{1, 2\}$ dan $Q = \{a, b, c\}$, banyaknya pemetaan yang dapat dibuat dari himpunan P ke himpunan Q adalah
 - a. 5
 - b. 6
 - c. 8
 - d. 9

4. Diketahui suatu fungsi g dengan rumus $g(x) = ax - 5$. Nilai fungsi g untuk $x = -1$ adalah 3. Nilai a yang memenuhi adalah
 - a. 8
 - b. 3
 - c. -3
 - d. -8

5. Suatu fungsi f dengan rumus $f(x) = x^2 - 1$. Jika domain fungsi f adalah $\{x \mid -2 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{R}\}$, maka kodomain f adalah
 - a. $\{y \mid -5 \leq y \leq 8, y \in \mathbb{R}\}$
 - b. $\{y \mid -4 \leq y \leq 8, y \in \mathbb{R}\}$
 - c. $\{y \mid 4 \leq y \leq 8, y \in \mathbb{R}\}$
 - d. $\{y \mid 3 \leq y \leq 8, y \in \mathbb{R}\}$

6. Diketahui suatu relasi dari himpunan A ke himpunan B yang dinyatakan dengan himpunan pasangan berurutan $\{(-2, 4), (-1, -3), (2, 6), (7, 10), (8, -5)\}$.
 - a. Tulislah himpunan A dan B .
 - b. Gambarlah koordinat Cartesius dari relasi tersebut.
 - c. Apakah relasi itu merupakan fungsi? Jelaskan!

7. Diketahui $A = \{a, b, c\}$ dan $B = \{-1, 0\}$
 - a. Buatlah semua pemetaan yang mungkin dari himpunan A ke himpunan B
 - b. Tentukan banyaknya pemetaan yang dapat dibuat?

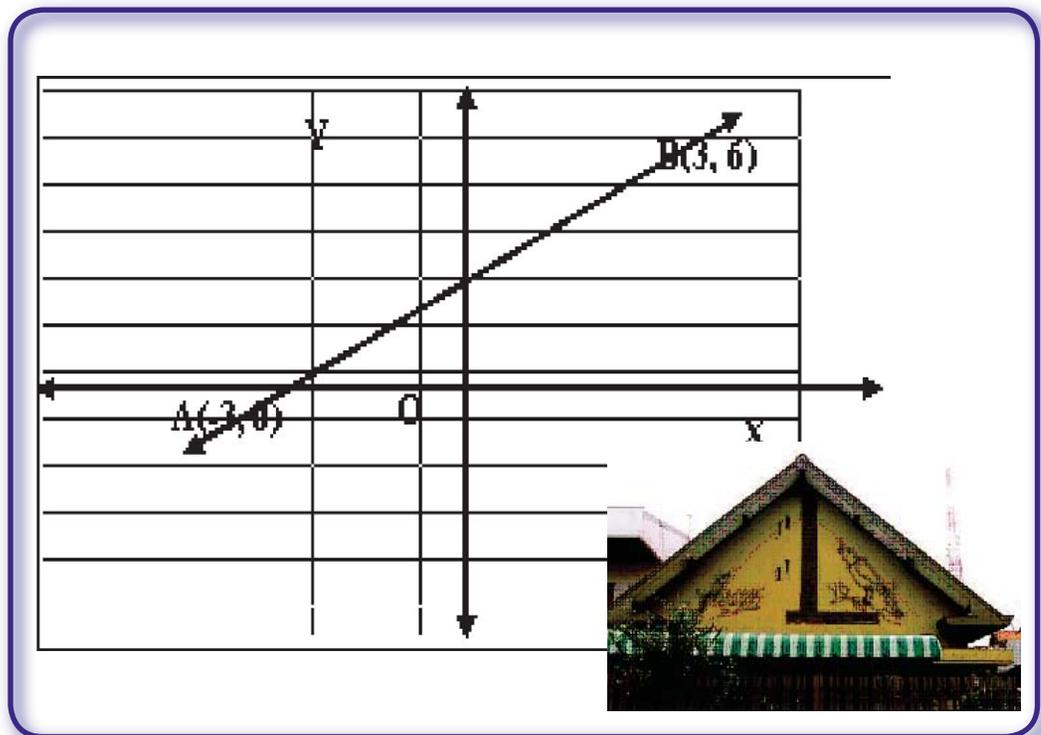
8. Diketahui suatu fungsi f dengan rumus $f(x) = 2x - 5$ dengan daerah asal $M = \{-5, -1, 2, 6, 8\}$.
 - a. Tentukan nilai fungsi f untuk $x = -5, x = 8$
 - b. Tentukan daerah hasil fungsi f .
 - c. Gambarlah grafik fungsi f pada koordinat Cartesius

Bab 3

Persamaan Garis Lurus

Standar Kompetensi

Memahami bentuk aljabar, relasi, fungsi, dan persamaan garis lurus.



Kompetensi Dasar

1.4 Menentukan gradien, persamaan dan grafik garis lurus

3.1

Pengertian Persamaan Garis Lurus

Apa yang akan kamu pelajari?

- Persamaan garis lurus dalam berbagai bentuk dan variabel.
- Menggambar garis $y=mx$ pada bidang Cartesius.
- Menggambar garis $y=mx + c$ pada bidang Cartesius.
- Menentukan persamaan garis jika diberikan grafiknya pada bidang Cartesius.

Kata Kunci:

- persamaan garis

Ingat !

Sisi pada bangun ruang berupa **bidang datar**, karena yang membatasi bagian dalam dan luar bangun ruang adalah bidang. Sedangkan *sisi* pada *bangun datar* berupa **garis**, karena yang membatasi bagian dalam dan bagian

Masih ingatkah kamu tentang fungsi? Jika $f(x) = 2x-3$, tentukan $f(-2)$. Pemahaman tentang fungsi diperlukan untuk dapat memahami materi pada Bab 3 ini dengan baik.

Bak Penampungan Air

Sebuah rumah mempunyai bak penampungan air yang diletakkan di halaman depan. Pada suatu hari, air dialirkan dari bak penampungan ke dalam bak mandi.

Hubungan antara volum air yang tertampung dengan waktu alir disajikan dalam tabel di samping.

Waktu alir (x) menit	Volum air yang tertampung pada bak mandi (y) liter
0	2
1	7
2	12
3	17
4	22
5	27

Misal x menyatakan lamanya air mengalir dan y menyatakan volum air dalam bak mandi. Relasi apakah yang dapat kita buat dari data tersebut?

Perhatikan bahwa pertambahan waktu adalah 1 menit (dari mana?), sedangkan pertambahan volume air adalah 5 liter (dari mana?)

Sekarang coba perhatikan relasi waktu dan volume air yang dinyatakan oleh diagram panah berikut:

$$\begin{aligned} 0 &\longrightarrow 2 + 0 \times 5 \\ 1 &\longrightarrow 7 = 2 + 1 \times 5 \\ 2 &\longrightarrow 12 = 7 + 5 = 2 + 2 \times 5 \\ 3 &\longrightarrow 17 = 12 + 5 = 2 + 3 \times 5 \\ 4 &\longrightarrow 22 = 17 + 5 = 2 + 4 \times 5 \\ 5 &\longrightarrow 27 = 22 + 5 = 2 + 5 \times 5 \end{aligned}$$

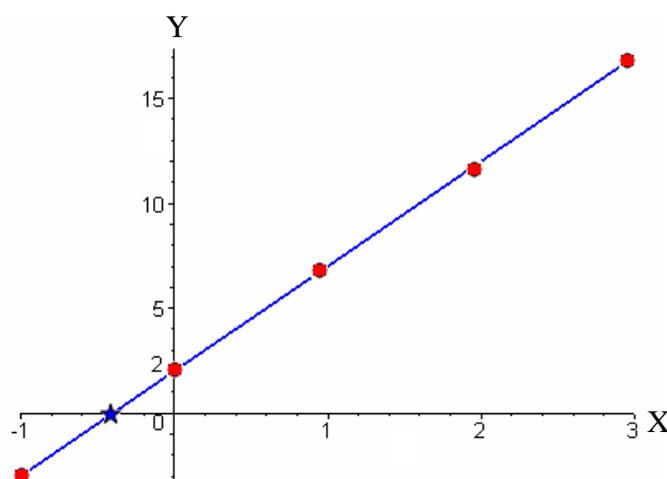
Sekarang apabila waktu alirnya adalah $x=t$ menit, berapa volume air (y) liter yang tertampung dalam bak mandi? Selanjutnya coba kamu gambar relasi yang dihasilkan di atas dalam koordinat Cartesius. Apabila titik-titik pada koordinat Cartesius kamu hubungkan, apa yang kamu peroleh?

Bila air mengalir selama 10 menit, berapakah volum air dalam bak mandi?

Bila volum bak mandi 75 liter, berapakah waktu yang diperlukan untuk mengalirkan air hingga bak mandi penuh?

Hasil yang kamu peroleh pada kegiatan di atas berupa fungsi dengan rumus $y = 5x + 2$. Grafik yang kamu peroleh pada koordinat Cartesius berupa garis lurus. Selanjutnya, apabila kamu menjumpai fungsi dengan bentuk $y = ax + b$, dalam koordinat Cartesius berupa garis lurus (coba lakukan percobaan dengan mengambil beberapa nilai a dan b). Oleh karena itu fungsi dengan bentuk $y = ax + b$ dinamakan **persamaan garis lurus** (kenapa?)

Perhatikan persamaan garis $y = 5x + 2$ yang kita peroleh di atas. Sekarang tunjukkan dalam koordinat Cartesius untuk persamaan garis tersebut untuk beberapa titik $x = -1, 0, 1, 2, 3$ dan hubungkan menjadi satu garis lurus, seperti gambar di bawah ini.



Berdasarkan pengamatanmu, apakah gambar garis tersebut memotong sumbu-X dan sumbu-Y pada koordinat Cartesius? Kalau memotong, dimana titik potongnya?

Titik-titik perpotongan tersebut terjadi pada $x = 0$ dan $y = 0$. Sekarang mari kita amati lebih mendetil.

Pada $x = 0$ nilai fungsi $y = 5x + 2$ adalah $y = 5 \times 0 + 2 = 2$. Jadi titik potong berupa pasangan terurut $(0, 2)$.

Pada saat $y = 0$ persamaan fungsi tersebut menjadi $0 = 5x + 2$.

Dapatkah kamu mencari berapa nilai x ?

Titik potong kedua yang kita peroleh adalah $(-\frac{2}{5}, 0)$.

Ingat !

Kondisi $x = 0$, menyebabkan garis $y = 5x + 2$ memotong sumbu y . Seringkali dinamakan perpotongan garis dengan sumbu y .

Kondisi $y = 0$, menyebabkan garis $y = 5x + 2$ memotong sumbu x . Seringkali dinamakan perpotongan garis dengan sumbu x .

Sekarang untuk persamaan garis secara umum $y = ax + b$ dimana titik potong garis tersebut dengan sumbu-X? Titik potong garis tersebut dengan sumbu-Y?

Contoh :

Tentukan koordinat titik potong garis dengan persamaan $2y - 3x = -6$ terhadap sumbu-sumbu koordinat.

Jawab :

a. Garis akan memotong sumbu-X jika $y=0$. Maka diperoleh

$$2 \cdot (0) - 3x = -6.$$

$$-3x = -6$$

$$x = 2$$

Jadi Koordinat titik potong dengan sumbu-X adalah $(2, 0)$

b. Garis akan memotong sumbu-Y jika $x=0$. Maka diperoleh

$$2y = -6.$$

$$y = -3$$

Jadi Koordinat titik potong dengan sumbu-Y adalah $(0, -3)$

1. Tabel di samping kanan menunjukkan tinggi kecambah (dalam mm) dan lamanya masa tanam (dalam jam).

Lama masa tanam (dalam jam)	Tinggi Kecambah (mm)
1	1,5
2	3,0
3	4,5
4	6,0

- Misal y menyatakan tinggi tanaman setelah x jam masa tanam. Bagaimana kamu menyatakan hubungan tinggi tanaman (y) dengan lama masa tanam (x) ?
 - Gambarlah setiap pasangan titik (x, y) pada koordinat Cartesius.
 - Tariklah sebuah garis yang menghubungkan pasangan-pasangan titik tersebut.
 - Berapakah tinggi kecambah pada jam ke-9?
 - Dalam waktu berapa jam, kecambah akan mempunyai tinggi 10,5 mm?
2. **Mainan Mobil-mobilan**

Ditya mempunyai mainan mobil-mobilan yang digerakkan dengan baterai. Mobil-mobilan tersebut berada 5 cm dari tepi ruangan dan bergerak pada lantai ruangan dengan kecepatan konstan yaitu 12 cm untuk tiap detiknya.

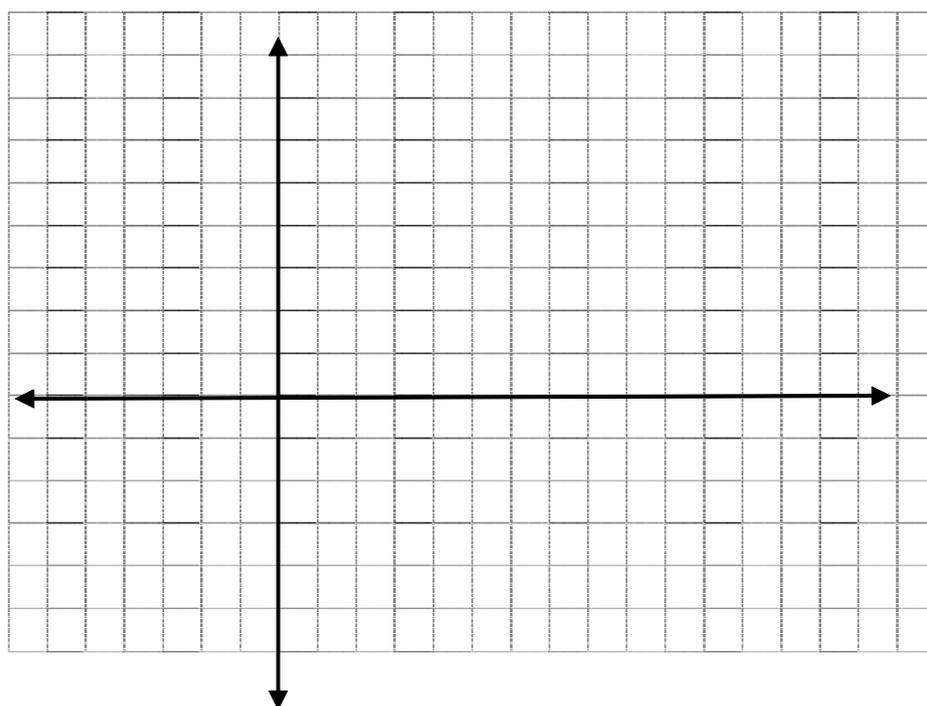


- Rumuskan jarak mobil-mobilan dari tepi ruangan setelah t detik, jika jarak mobil-mobilan dari tepi ruangan adalah s .

b. Lengkapilah tabel berikut

t	$12t$	$5 + 12t$	s	(t, s)
0
1
2
3
4

- c. Sebutkan dua sumbu yang saling tegak lurus pada koordinat Cartesius yang digunakan untuk menggambarkan masalah di atas!
- d. Gambarlah masing-masing pasangan titik (t, s) pada koordinat Cartesius.



- e. Tariklah sebuah garis yang melalui titik-titik tersebut.
- f. Tentukan koordinat titik potong garis tersebut dengan sumbu s !
- g. Berapakah jarak mobil-mobilan dari tepi ruangan setelah 4 detik?
- h. Dalam waktu berapa detik, mobil-mobilan akan berjarak 89 cm dari tepi ruangan?

3. *Nutrisi*

Persamaan $c = 12f + 180$ menjelaskan hubungan antara jumlah lemak f dalam gram dan jumlah kalori c dalam beberapa jenis makanan.

- a. Carilah titik potong garis tersebut dengan sumbu c !
- b. Gambarlah persamaan garis tersebut.
- c. Suatu jenis makanan mengandung 30 gram lemak. Berapa jumlah kalori makanan tersebut?

4. Tentukan titik potong dengan sumbu X , titik potong dengan sumbu Y dari tiap-tiap garis dengan persamaan berikut.

- a. $10x + 25y = 100$.
- b. $21x - 7y = 14$.

5. Gambarlah tiap-tiap garis dengan persamaan berikut.

- a. $y = -4x + 3$.
- b. $x + y = 8$.
- c. $3x + 7y = 0$.
- d. $y = \frac{1}{4}x + 6$.

3.2

Gradien

Apa yang akan kamu pelajari?

- Mengenal pengertian dan menentukan gradien persamaan garis lurus dalam berbagai bentuk.
- Menentukan gradien dari suatu garis yang melalui dua buah titik yang diketahui.
- Menentukan gradien garis-garis yang saling sejajar.
- Menentukan gradien garis-garis yang saling tegak lurus.
- Menentukan koordinat titik potong dua garis.

Kata Kunci:

- Kemiringan
- Ukuran Kemiringan
- Gradien

~~3.2~~ 3.2.1 Ukuran Kemiringan

Kamu tentu pernah melihat atap rumah. Coba perhatikan gambar atap rumah di bawah ini.



Sumber : koleksi pribadi

(a) Gambar 3.7 (b)

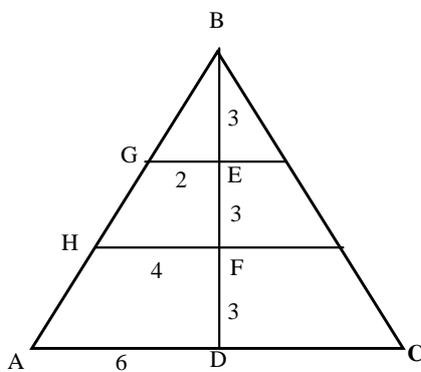
Mengapa atap rumah tersebut dibuat miring? Pada Gambar 3.7, atap rumah manakah yang tampak lebih miring? Gambar 3.7(a) atau Gambar 3.7(b)?

Masih banyak contoh benda-benda di sekelilingmu yang letaknya miring. Cobalah kamu sebutkan benda-benda tersebut.

Selanjutnya, kita akan mempelajari cara menentukan kemiringan suatu benda.

Pertama-tama, gambar atap rumah (a) di atas disederhanakan menjadi sebuah segitiga seperti pada Gambar 3.8 di samping.

Misal AB : atap bagian kiri
 CB : atap bagian kanan
 DB : tiang penyangga tegak
 AC : alas penyangga mendatar

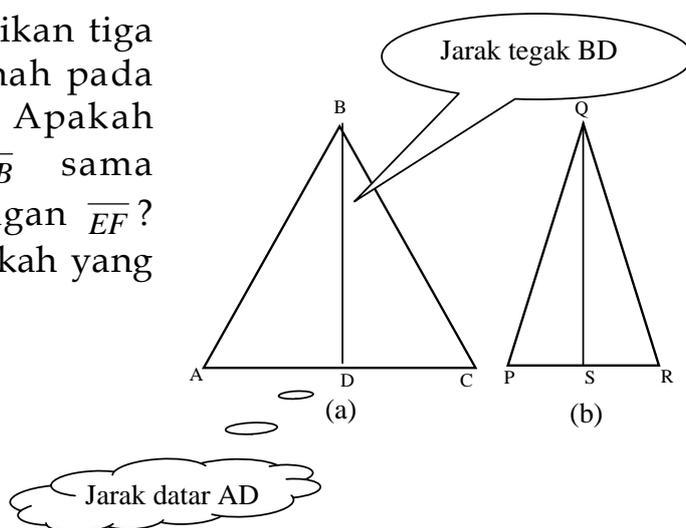


Gambar 3.8

Misal titik H dan G pada AB.

Apakah kemiringan \overline{AB} , \overline{HB} , dan \overline{GB} sama?

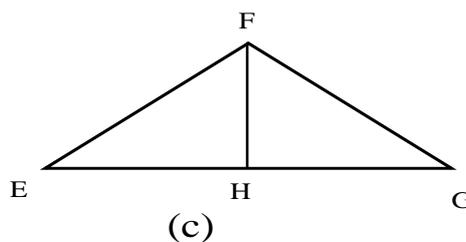
Sekarang perhatikan tiga model atap rumah pada Gambar 3.9. Apakah kemiringan \overline{AB} sama dengan kemiringan \overline{EF} ? Jika tidak, manakah yang lebih miring?



Misal atap pada Gambar 3.9(a) dan 3.9(c) mempunyai panjang alas yang sama, yaitu $AC = EG$, tetapi kemiringannya berbeda. Mengapa kemiringannya berbeda?

Pada Gambar 3.9(a) dan 3.9(c), tampak bahwa panjang tiang penyangganya tidak sama, atau $DB \neq HF$.

DB adalah perbedaan tinggi (**jarak tegak**) A dan B. HF adalah perbedaan tinggi E dan F. Jadi perbedaan tinggi dapat mempengaruhi kemiringan.



Gambar 3.9

Selanjutnya perhatikan Gambar 3.9(a) dan 3.9(b). Apakah kemiringan \overline{AB} sama dengan kemiringan \overline{PQ} ? Jika tidak, manakah yang lebih miring? Mengapa?

Panjang tiang penyangga atap pada Gambar 3.9(a) dan 3.9(b) adalah sama atau $DB = SQ$, tetapi mengapa kemiringan atap berbeda?

Jawabnya, karena panjang alas penyangganya tidak sama atau $AC \neq PR$. Akibatnya $AD \neq PS$. AD adalah perbedaan datar (**jarak datar**) A dan B. PS adalah perbedaan datar P dan Q. Ini menunjukkan bahwa kemiringan atap dipengaruhi oleh perbedaan datar.

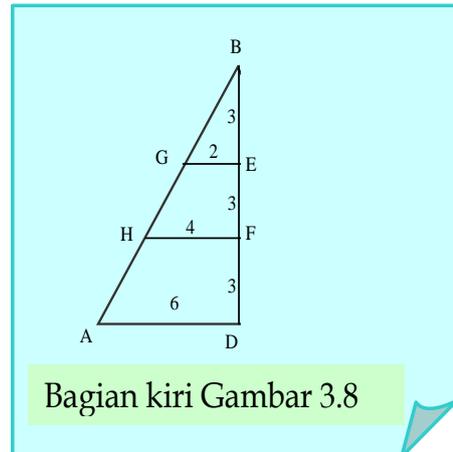
Jadi dapat disimpulkan bahwa kemiringan suatu benda dipengaruhi oleh perbedaan tinggi dan perbedaan datar.

Soal 1

Perhatikan gambar sebelah kiri pada gambar 3.8.

- Berapakah perbandingan BD dan AD?
- Berapakah perbandingan FB dan HF?
- Berapakah perbandingan EB dan GE?
- Apa kesimpulan yang kamu peroleh?

- Apakah $\frac{BD}{AD} = \frac{FB}{HF} = \frac{BE}{GE}$?
Apa artinya itu ?



Gambar 3.10

Nilai perbandingan pada bagian pertama adalah sama, yaitu 3:2. Demikian juga nilai perbandingan pada bagian kedua adalah sama, yaitu 3:2. Hal ini sesuai dengan kenyataan bahwa kemiringan \overline{AB} , \overline{HB} , dan \overline{GB} adalah sama. Ini menunjukkan bahwa nilai perbandingan di atas dapat dijadikan sebagai ukuran kemiringan suatu benda.

Coba selidiki kembali kemiringan \overline{AB} dan \overline{CB} pada Gambar 3.8 !

Apakah ukuran kemiringan \overline{AB} sama dengan \overline{CB} ? Jelaskan.

Untuk selanjutnya, disepakati bahwa ukuran kemiringan benda adalah sebagai berikut.

$$\text{Ukuran Kemiringan} = \frac{\text{besarnya Perbedaan tinggi}}{\text{besarnya Perbedaan datar}}$$

- Untuk menandai perbedaan arah kemiringan kita seapkati bahwa jika benda dari kiri ke kanan naik, ukuran kemiringannya bernilai **positif**.
- Sedangkan jika benda dari kiri ke kanan turun, ukuran kemiringannya **negatif**.
- Istilah yang digunakan dalam matematika untuk menggambarkan ukuran kemiringan adalah gradien (Jadi istilah ukuran kemiringan (gradien) ada pada kehidupan nyata. Contoh, ukuran kemiringan jembatan, kemiringan atap rumah.

Soal 2

Perhatikan kembali Gambar 3.7(a) dan Gambar 3.8.

- Pada gambar 3.7 a. Menurut pendapatmu bagaimana kemiringan atap sebelah kiri dan atap sebelah kanan?
- Apa yang berbeda pada kedua atap itu?
- Bagaimana perbedaan dan kesamaan antara keduanya?

Soal 3

- Perhatikan gambar jembatan penyeberangan di samping ini. Gambar 3.11(b) adalah bagian dari jembatan sebelah kanan yang dilihat dari arah depan. Gambar ini dapat diilustrasikan seperti pada Gambar 3.11(c). Jika $AB = 8$ m dan $BC = 5$ m, berapakah kemiringan jembatan penyeberangan itu?



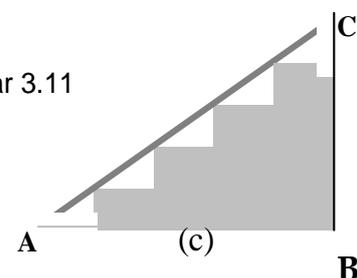
Sumber : koleksi pribadi
(a)



Sumber : koleksi pribadi

(b)

Gambar 3.11



Gradien

Perhatikan dua persamaan garis berikut

$$y = 2x + 2 \text{ dan } y = 5x + 2.$$

Sekarang amati persamaan garis tersebut untuk titik $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ dengan membuat diagram panah untuk masing-masing persamaan garis.

$$y = 2x + 2$$

$$0 \rightarrow y = 2 \times 0 + 2 = 2$$

$$1 \rightarrow y = 2 \times 1 + 2 = 4$$

$$2 \rightarrow y = 2 \times 2 + 2 = 6$$

$$3 \rightarrow y = 2 \times 3 + 2 = 8$$

$$4 \rightarrow y = 2 \times 4 + 2 = 10$$

$$5 \rightarrow y = 2 \times 5 + 2 = 12$$

$$y = 5x + 2$$

$$0 \rightarrow y = 5 \times 0 + 2 = 2$$

$$1 \rightarrow y = 5 \times 1 + 2 = 7$$

$$2 \rightarrow y = 5 \times 2 + 2 = 12$$

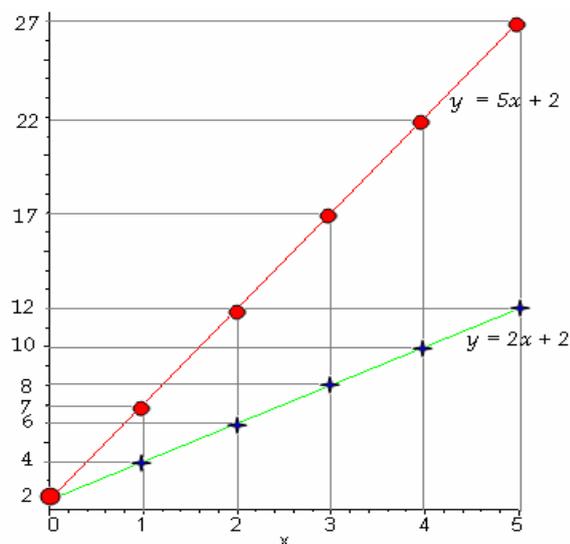
$$3 \rightarrow y = 5 \times 3 + 2 = 17$$

$$4 \rightarrow y = 5 \times 4 + 2 = 22$$

$$5 \rightarrow y = 5 \times 5 + 2 = 27$$

Sekarang bandingkan nilai y untuk masing-masing titik $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ pada kedua garis, kesimpulan apa yang kamu peroleh?

Sekarang, kamu gambar persamaan garis pada satu koordinat Cartesius yang sama,



Dari gambar garis tersebut, mana yang lebih landai? Bagaimana kamu menghitung kelandaian garis tersebut?

Contoh :

Perhatikan kembali grafik garis $y=5x + 2$. Dua titik yang dilaluinya adalah $A(2,12)$ dan $B(4,22)$. Selisih ordinatnya = $22-12=10$. Selisih absisnya $4-2 = 2$

$$\text{Gradien} = \frac{\text{Selisih ordinat}}{\text{Selisih absis}} = \frac{10}{2} = 5$$

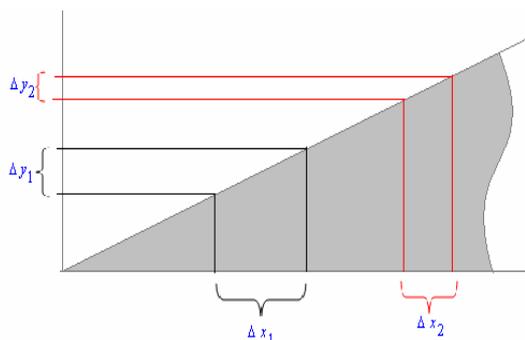
Garis dengan persamaan $ax + by = c$ mempunyai gradien

$$-\frac{a}{b}$$

Contoh :

Garis dengan persamaan $3x-2y=7$ mempunyai gradien $\frac{3}{2}$

Percobaan



Hitung sebarang selisih pada sumbu x dan selisih yang bersesuaian pada sumbu y pada grafik fungsi yang telah dibuat di atas, kemudian buat daftar berikut

Δx_0	Δy_0	$\frac{\Delta y_0}{\Delta x_0}$

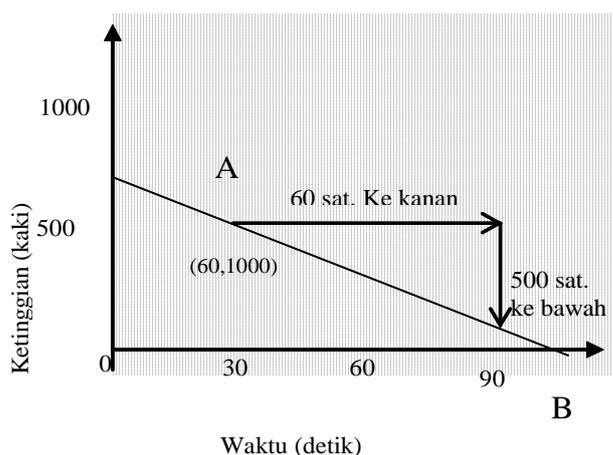
Apa yang kamu temukan terhadap percobaan tersebut?
 Kamu akan menemukan nilai perbandingan yang sama.
 Berapa nilai perbandingan untuk persamaan garis $y = 2x + 2$?
 Berapa nilai perbandingan untuk persamaan garis $y = 5x + 2$?

Untuk persamaan garis $y = ax + b$ nilai perbandingan $\frac{\Delta y}{\Delta x} = a$. Nilai perbandingan ini selanjutnya disebut **gradien** garis y .

Soal 4

Pesawat Terbang

Grafik berikut memodelkan ketinggian suatu pesawat dimulai dari saat roda dikeluarkan (waktu 0 detik) sampai saat pesawat mendarat.



Gambar 3.12

Tentukan sebarang dua titik pada grafik, misal titik-titik tersebut adalah A dan B.

Gunakan titik-titik itu untuk mencari gradiennya.

- Berapa perbedaan ordinat A dan B?
- Berapa perbedaan absis A dan B?
- Berapa gradien garis tersebut?

Jelaskan apa arti gradien untuk masalah tersebut

Jadi dapat disimpulkan seperti berikut.

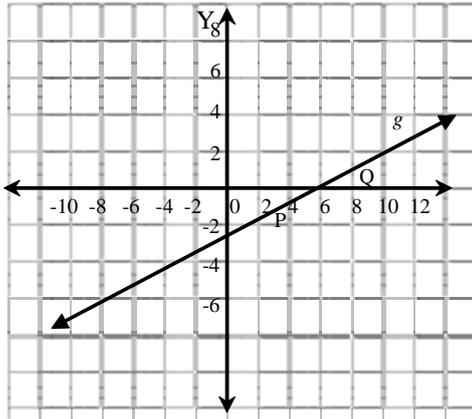
- $$\text{Gradien } \overline{AB} = \frac{\text{ordinat } B - \text{ordinat } A}{\text{absis } B - \text{absis } A}$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
- Sama halnya dengan arah kemiringan, jika diperoleh nilai gradien positif berarti arah garis dari kiri ke kanan naik dan jika diperoleh nilai gradien negatif berarti arah garis dari kiri ke kanan turun.

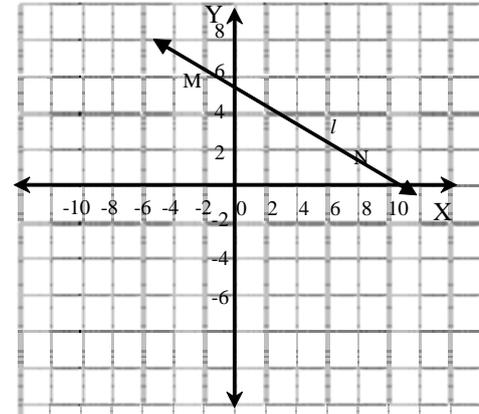
Soal 5

- Diketahui titik-titik A(2,-4) dan B(8,-2), tentukan gradien garis \overline{AB} .
- Tentukan gradien dari garis pada gambar berikut ini.

1).



2).



Soal 6

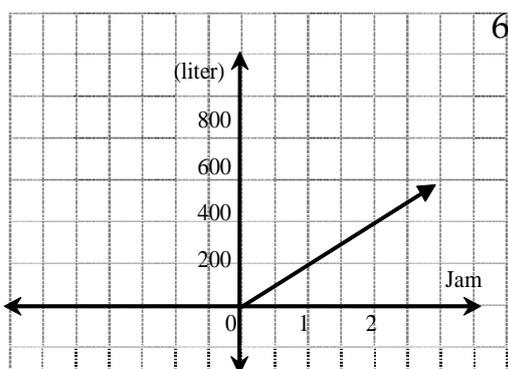
- Gambarlah pada satu diagram, garis-garis dengan persamaan $y = -x$, $y = x + 2$, dan $y = -x - 2$.
- Apakah ketiga garis itu sejajar?
- Tentukan gradien dari masing-masing garis di atas?

Soal 7

- Gambarlah pada satu diagram, garis-garis dengan persamaan $y = -2x$, $y = \frac{1}{2}x$, dan $y = -2x + 2$.
- Apakah garis $y = -2x$ tegak lurus $y = \frac{1}{2}x$? Bagaimana kamu mengetahuinya?
- Apakah garis $y = -2x + 2$ tegak lurus $y = \frac{1}{2}x$? Bagaimana kamu mengetahuinya?
- Dengan melihat (a), apa yang dapat kamu simpulkan tentang garis-garis dengan persamaan $y = -2x$ dan $y = -2x + 2$? Bagaimana gradien kedua garis tersebut?
- Dengan melihat (b), apa yang dapat kamu simpulkan? Bagaimana gradien dari kedua garis tersebut?
- Dengan melihat (c), apa yang dapat kamu simpulkan? Bagaimana gradien dari kedua garis?

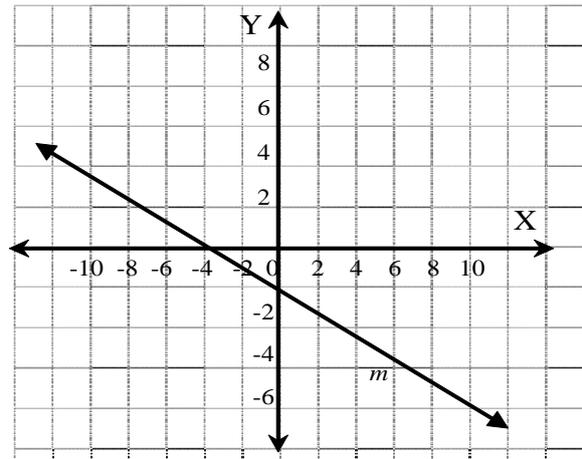
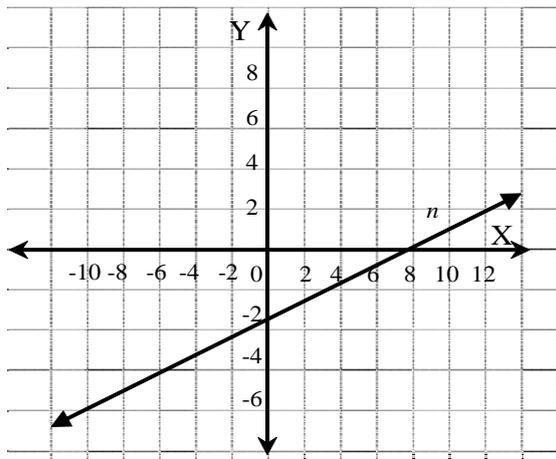
Latihan 3.2

1. Misalkan grafik dari suatu garis dengan gradien 12 menunjukkan hubungan antara ketinggian pesawat dan waktu terbang pada 12 detik pertama. Apa arti gradien dalam situasi ini?
2. Jika garis l dan m masing-masing mempunyai gradien $\frac{3}{4}$ dan $-\frac{3}{4}$, maka bagaimanakah posisi garis l dan garis m ? (Ukur dengan busur derajat, berapa derajat sudut yang dibentuk pada titik potongnya!)
3. Jika sudut kemiringan suatu jalan 45° , berapakah gradien dari jalan tersebut?
4. **Berpikir Kritis.** Apa yang akan Anda alami jika berjalan melalui jalan yang gradiennya cukup besar? Dimana lebih cepat lelah berjalan pada jalan yang datar yang gradiennya nol atau berjalan pada jalan yang gradiennya lebih dari nol?
5.
 - a. Gambarlah dua garis yang sejajar dengan sumbu-X.
 - b. Hitung gradien dari masing-masing garis tersebut.
 - c. Apakah gradien kedua garis tersebut sama atau berbeda?
 - d. Berapa gradien garis yang sejajar dengan sumbu-Y.



6. Grafik di samping menunjukkan hubungan antara waktu dan banyaknya air yang mengalir dari satu kran air. Jika kita memerlukan air 2000 liter dalam waktu 2 jam, berapa buah kran yang harus dibuka?
7. Carilah gradien dari garis yang melalui setiap pasangan titik berikut.
 - a. $(-8,0)$ dan $(1,5)$
 - b. $(\frac{1}{2}, 8)$ dan $(1,-2)$
 - c. $(8,3)$ dan $(4,3)$
 - d. $(4,-1)$ dan $(4,7)$
 - e. $(9,-2)$ dan $(3,4)$

8. Berapakah gradien dari garis berikut.



9. Apakah pernyataan berikut “*benar*” atau “*salah*”?
Jelaskan!
“Semua garis horisontal mempunyai gradien yang sama”.
10. Apakah setiap tiga titik berikut terletak pada satu garis atau tidak? Jelaskan!
- a. $A(3,5)$, $B(-1,3)$, $C(7,7)$
 - b. $L(6,4)$, $M(3,2)$, $N(0,0)$
 - c. $P(4,1)$, $Q(-1,5)$, $R(1,2)$
11. Seorang anak menyatakan bahwa gradien garis yang melalui titik $(1,7)$ dan $(3,9)$ sama dengan $\frac{1-9}{7-3}$. Apakah ini benar? Jelaskan!

3.3

Menentukan Gradien dengan Menghitung Satuan

Apa yang akan kamu pelajari?

- Menentukan gradien dengan menghitung satuan.
- Menggambar garis jika gradien dan suatu titik pada garis diketahui.

Kata Kunci:

- Gradien
- Garis

Pada materi sebelumnya telah dijelaskan cara menentukan gradien suatu garis dengan menggunakan koordinat, yaitu dengan cara memilih dua titik sebarang pada garis tersebut misalkan titik

$$A(x_1, y_1) \text{ dan } B(x_2, y_2).$$

Selanjutnya gradien garis tersebut diperoleh dari gradien garis AB.

$$\text{Gradien garis AB} = \frac{\text{ordinat B} - \text{ordinat A}}{\text{absis B} - \text{absis A}}$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ada cara lain untuk menentukan gradien suatu garis yaitu dengan cara menghitung satuan.

$$\text{Gradien} = \frac{\text{besarnya perbedaan tinggi}}{\text{besarnya perbedaan datar}}$$

besarnya perbedaan tinggi dipandang **negatif** bila garis dari kiri turun ke kanan.

Misal : gradien = m

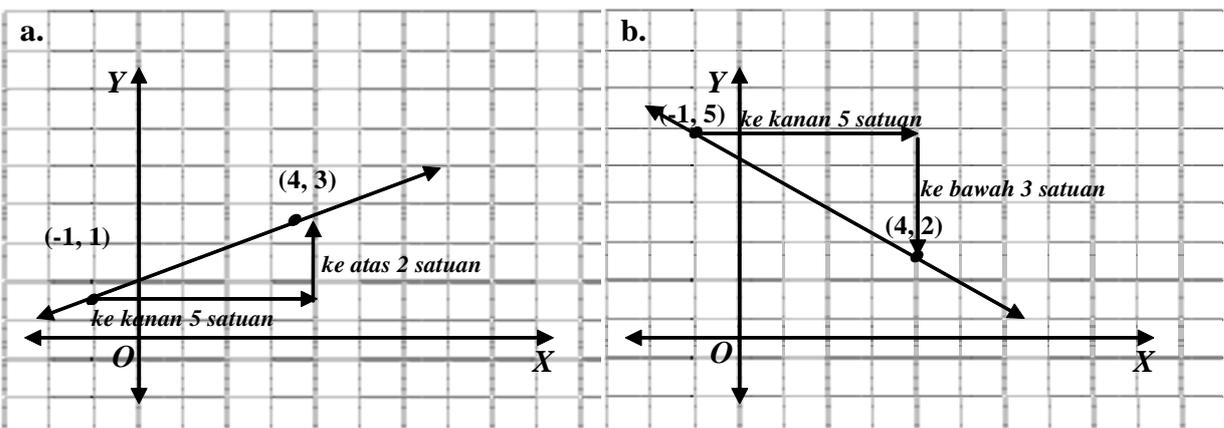
Besarnya perbedaan tinggi = y

Besarnya perbedaan datar = x

$$\text{Maka } m = \frac{y}{x}$$

Soal 1

Carilah gradien masing-masing garis berikut

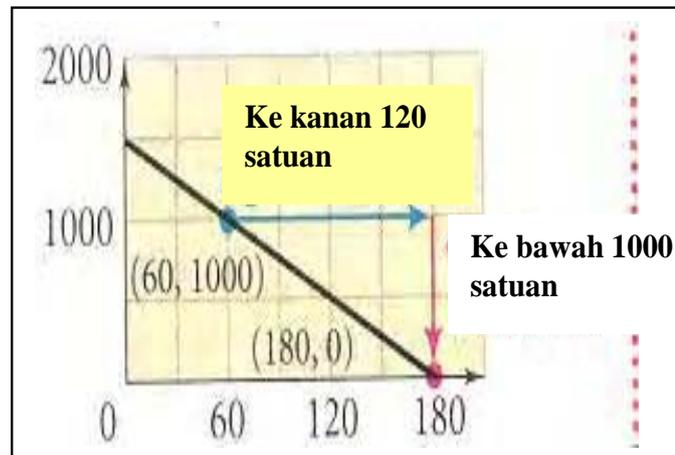


Soal 2

Dunia Nyata



Sumber : <http://noefieman.com/wp-content>



Pesawat Terbang. Grafik di atas memodelkan ketinggian suatu pesawat dimulai dari saat roda dikeluarkan (waktu 0 detik) sampai saat pesawat mendarat.

- Tentukan sebarang dua titik pada grafik!
- Dengan menggunakan titik-titik tersebut carilah gradiennya!
- Bila telah diperoleh gradiennya jelaskan apa arti gradien dalam masalah ini!

Menggambar Suatu Garis jika Gradien dan Suatu Titik yang Dilaluinya Diketahui.

Soal 3

Diketahui sebuah garis lurus melalui titik $(1, 2)$ dan gradiennya $-\frac{3}{2}$.

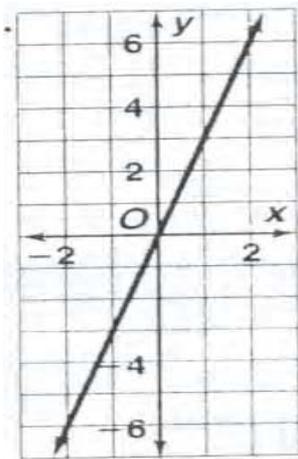
- Gambarlah titik $(1, 2)$ pada koordinat Cartesius!
- Bagaimanakah caramu menggambar garis itu?

Untuk mencari **gradien** suatu garis bila diketahui grafiknya adalah

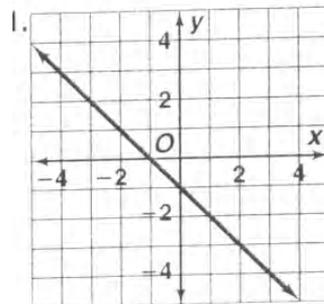
- Langkah 1
Tentukan sebarang dua titik pada grafik
- Langkah 2
Ukurlah perbedaan tinggi dan perbedaan datarnya
- Langkah 3
Tentukan gradien dengan rumus

Latihan 3.3

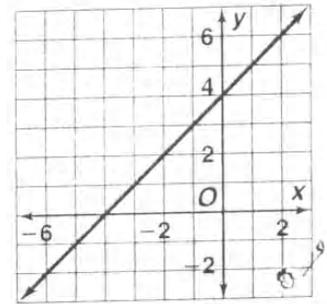
Lengkapilah isian berikut, kemudian carilah gradien tiap-tiap garis



Gradien = $\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$



Gradien = $\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$



Gradien = $\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

4. Gambarlah suatu garis lurus dengan gradien $\frac{1}{2}$ dan melalui titik (2, -4).

Penyelesaian

- a. Gambar titik (2, -4) pada bidang Cartesius
- b. Carilah titik lainnya pada garis dengan menggunakan gradien $\frac{1}{2}$ dari titik (2, -4), naik satuan ke atas, kemudian satuan ke kanan sehingga diperoleh titik (.....,.....).
- c. Tariklah sebuah garis yang melalui kedua titik tersebut!

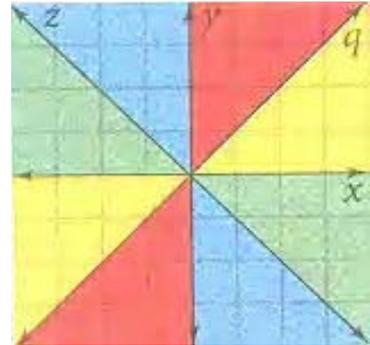
5. Gambarlah suatu garis lurus dengan gradien -2 dan melalui titik $(0, -2)$.

Penyelesaian

- Gambarlah titik $(0, -2)$ pada koordinat kartesius.
- Carilah titik lainnya pada garis dengan menggunakan gradien -2 dari titik $(0, -2)$, turun satuan ke bawah, kemudian.....satuan ke kanan sehingga diperoleh titik (\dots, \dots) .
- Tariklah sebuah garis yang melalui kedua titik tersebut.

6. Lihatlah diagram di sebelah kanan.

- Berapakah gradien garis q ?
- Berapakah gradien garis z ?



7. Carilah gradien garis yang melalui pasangan titik-titik berikut dengan cara menghitung satuan.

- | | |
|------------------------|----------------------|
| a. $(8, 0), (1, 5)$ | b. $(8, 3), (-4, 3)$ |
| c. $(-5, -5), (-9, 1)$ | d. $(4, -1), (4, 7)$ |

8. Gambarlah suatu garis jika gradien dan suatu titik yang dilaluinya diketahui sebagai berikut.

- | | |
|---------------------------------------|-----------------------------|
| a. $(0, 4)$, gradien $\frac{1}{2}$ | b. $(-2, 1)$, gradien -2 |
| c. $(-5, -2)$, gradien $\frac{3}{4}$ | |

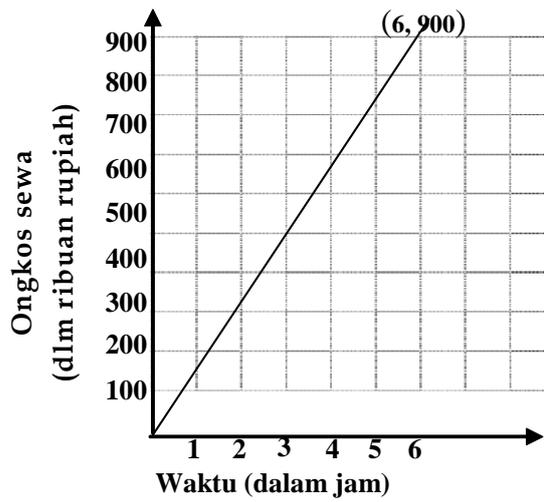
9. Coba periksa masing-masing pernyataan berikut apakah benar atau salah? Jelaskan jawabanmu!

- Semua garis mendatar mempunyai gradien yang sama besarnya.
- Gradien garis tegak selalu bernilai negatif.

10. **Komidi putar.** Grafik berikut memperlihatkan berapa ongkos sewa komidi putar pada suatu pasar malam. Berapa gradien garis? Bilangan gradien garis tersebut menunjukkan apa?



Sumber : www.indosiar.com



- b. Bila seseorang ingin naik komidi putar dan ia membayar Rp. 2.500,00 berapa jumlah penumpang lain yang dibutuhkan untuk dapat menutupi ongkos sewa komidi putar untuk pertunjukkan setiap jamnya?

3.4

Menentukan Persamaan Garis Lurus

Apa yang akan kamu pelajari?

- Menentukan persamaan garis jika diketahui gradien dan titik potong terhadap sumbu-Y.
- Menentukan persamaan garis jika diketahui gradien dan koordinat titik yang dilalui
- Menentukan persamaan garis jika diketahui koordinat dua titik yang dilalui
- Menentukan syarat dua garis sejajar, berpotongan dan berimpit
- Menentukan persamaan garis yang tegak lurus dengan garis l dan melalui titik $P(x, y)$.

Kata Kunci:

- Gradien

Negara kita kaya akan tempat-tempat wisata yang indah. Kota Malang, terletak di Jawa Timur, kurang lebih 80 km dari ibu kota propinsi Surabaya.

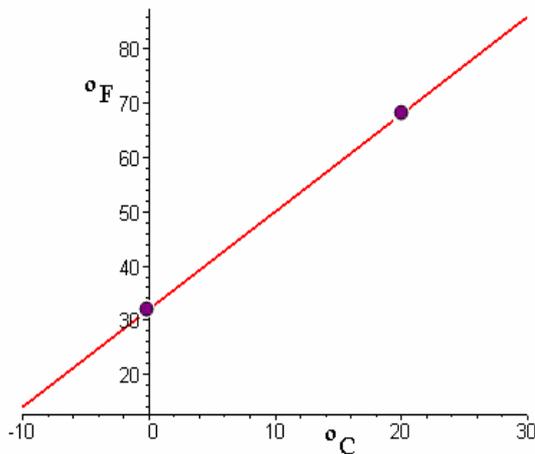


Sumber : koleksi pribadi

Gambar 3.13

Kota Malang terkenal akan hawa yang sejuk, dan buah apelnya. Suhu udara di Kota Malang berkisar antara 28° - 30° Celcius. Di Indonesia kita menggunakan satuan derajat Celsius untuk mencatat suhu udara suatu tempat, sedangkan di negara lain seperti Amerika Serikat ukuran suhu menggunakan derajat Fahrenheit. Bila pada bulan September suhu Kota Malang 28° Celcius, suhu tersebut setara dengan berapa derajat suhu Fahrenheit?

Soal 1



Grafik di sebelah kiri memperlihatkan hubungan antara suhu dalam Celsius dan suhu dalam Fahrenheit. Titik potong terhadap sumbu Y adalah 32, yang menunjukkan suhu dimana air membeku. Pada suhu 20°C setara dengan 68°F

- Tentukanlah gradien garis tersebut!
- Bila gradiennya telah didapat dan titik potong garis dengan sumbu Y diketahui, tentukanlah persamaan garisnya!
- Dengan menggunakan persamaan garis yang telah kamu peroleh tadi, carilah berapa derajat suhu Fahrenheit setara dengan 31° Celsius?

1. Menentukan Persamaan Garis jika diketahui gradien m dan suatu titik pada garis

Misalkan persamaan garis yang dimaksud adalah $y = mx + c$ dan $P_1(x_1, y_1)$ pada garis tersebut. Untuk $x = x_1$ dan $y = y_1$ diperoleh $y_1 = m x_1 + c$ atau $c = y_1 - m x_1$.

Kemudian $c = y_1 - m x_1$ disubstitusikan pada persamaan $y = mx + c$ sehingga diperoleh:

$$y = mx + (y_1 - m x_1)$$

$$y = m x - m x_1 + y_1$$

$$\Leftrightarrow y - y_1 = m (x - x_1)$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{y - y_1}{x - x_1}, \text{ di mana } y - y_1 \text{ selisih ordinat titik } P(x, y)$$

dengan titik $P_1(x_1, y_1)$ dan $x - x_1$ selisih absis titik $P(x, y)$ dengan titik $P_1(x_1, y_1)$.

Contoh 1

Tuliskan persamaan garis yang memiliki gradien -2 dan memotong titik $(4, 10)$!

Untuk menjawab soal tersebut Rini dan Toni menggunakan cara berbeda.

Cara Rini

Gunakan rumus $y - y_1 = m(x - x_1)$

Sehingga diperoleh $y - 10 = -2(x - 4)$ atau $y = -2x + 18$

Cara Toni

Kita tahu gradien garis adalah -2 (atau $m = -2$), substitusikan $m = -2$ pada persamaan $y = mx + c$

Titik $(4, 10)$ pada garis. Substitusikan koordinat titik tersebut pada persamaan untuk mengetahui nilai c

$$y = -2x + c$$

$$10 = -2(4) + c$$

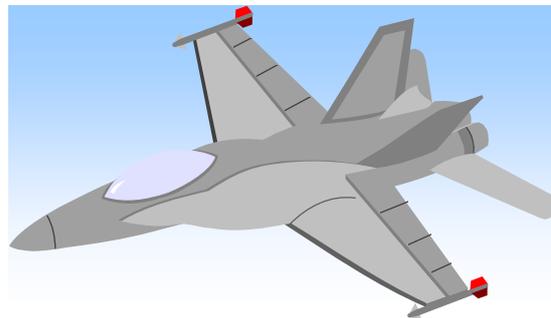
$$10 = -8 + c \quad \text{atau} \quad c = 18$$

Jadi persamaan garis yang dimaksud adalah $y = -2x + 18$.

Bandingkan kedua cara tersebut! Apakah mereka memperoleh hasil yang sama?

Soal 3

Pesawat Terbang

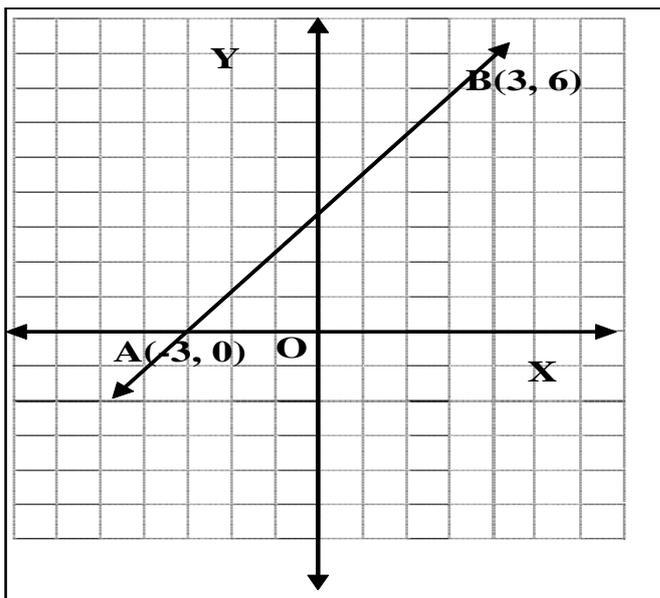


Sebuah pesawat terbang akan mendarat di bandara. Mulai roda keluar (0 detik) hingga mendarat, pesawat tersebut membentuk garis lurus dengan kemiringan (gradien) -3 . Pada saat 2 detik sesudah roda dikeluarkan, pesawat tersebut berada pada ketinggian 700 m dari atas tanah.

- Tuliskan persamaan garis yang menunjukkan hubungan antara waktu dan ketinggian pesawat.
- Buatlah sebuah tabel yang sesuai dengan (a)
- Gambarlah grafiknya!
- Berapakah ketinggian pesawat di atas tanah, pada saat 8 detik sesudah roda keluar?
- Pada detik berapa pesawat menyentuh lantai? Bagaimana caramu menemukan hasil tersebut?
- Pada detik berapa pesawat mempunyai ketinggian 550 m di atas tanah?

2. Menentukan Persamaan Garis jika diketahui koordinat dua titik pada garis

Contoh 2



Tentukan persamaan garis s , jika diketahui titik $A(-3, 0)$ dan $B(3, 6)$ pada garis s

Jawab:

Langkah pertama

carilah gradien garis s dengan menggunakan dua titik yang diketahui yaitu titik $A(-3, 0)$ dan titik $B(3, 6)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 0}{3 - (-3)} = \frac{6}{6} \text{ atau } 1$$

Langkah kedua

Sesudah kita peroleh gradien garis, pilihlah salah satu titik diantara dua titik pada garis tadi misalnya titik $B(3, 6)$ kemudian substitusikan pada persamaan:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ sehingga diperoleh}$$

$$y - 6 = 1(x - 3) \text{ atau } y = x + 3$$

Jadi persamaan garis yang diminta yaitu $y = x + 3$.

Coba kamu pilih titik $A(-3, 0)$, dan cari persamaan garis s ! Bandingkan hasilnya. Simpulan apa yang kamu peroleh?

Soal 3



Perusahaan Penerbitan

Suatu perusahaan penerbitan majalah mingguan pada tahun 1998 yaitu tahun pertama operasi penerbitan memperoleh keuntungan bersih 3 miliar rupiah, sedangkan pada tahun 2000 memperoleh keuntungan 25 miliar rupiah. Misal kenaikan keuntungan tiap tahunnya tetap (konstan).

- Tulislah persamaan garis yang menunjukkan hubungan antara keuntungan (dalam miliar rupiah) dan waktu dalam tahun!
- Tulislah titik-titik yang sesuai dengan persamaan pada soal a) dalam sebuah tabel!
- Gambarlah grafiknya!
- Berapakah keuntungan perusahaan setelah 8 tahun beroperasi?

3. *Menentukan Koordinat Titik Potong Dua Garis*

Posisi dua buah garis dalam bidang, ada tiga kemungkinan; yaitu saling sejajar, berpotongan dan berimpit. Jika kedua garis saling berpotongan, maka kamu dapat menentukan koordinat titik potong kedua garis tersebut.

Soal 4

Diketahui dua garis k dan m dengan persamaan, $y = 3x + 5$ dan $2y = 7x + 12$.

- Gambarlah kedua garis pada koordinat Cartesius!
- Apakah kedua garis saling berpotongan?
- Dengan melihat grafik (a), tentukan koordinat titik potong tersebut!

Soal 5

Garis g mempunyai gradien 2 dan melalui titik $A(-1, 1)$ dan garis h mempunyai gradien 3 dan melalui titik $(2, 13)$

- Tentukan persamaan garis g dan persamaan garis h !
- Gambarlah kedua garis pada koordinat Cartesius!
- Apakah kedua garis saling berpotongan?
- Tentukan koordinat titik potongnya!

4. *Menentukan Persamaan Garis yang sejajar dengan garis l dan melalui titik $P(x, y)$*

Soal 6

Diketahui dua buah garis p dan q dengan persamaan $y = 3x + 2$ dan $y = 3x - 5$.

- Gambar kedua garis p dan q pada koordinat Cartesius.
- Bagaimana gradien dari garis p dan q ?
- Dengan melihat kedua gambar tersebut, apa yang dapat kamu simpulkan?

Apakah kedua garis tersebut sejajar? Jelaskan!

Soal 7

Diketahui dua buah garis k dengan persamaan $y = 2x + 3$ dan garis h yang melalui titik $(3, 9)$ dan sejajar garis k .

- Gambar kedua garis k dan h pada koordinat Cartesius.
- Bagaimana gradien dari garis k dan h ?
- Dengan melihat kedua gambar tersebut, apa yang dapat kamu simpulkan? Apakah kedua garis tersebut berimpit? Jelaskan!

Dua garis lurus p dan q dikatakan sejajar satu sama lain bila p dan q terletak dalam satu bidang datar, dan tidak berpotongan meskipun diperpanjang. **Dua garis p dan q sejajar, maka gradiennya sama.**

Dua garis p dan q berimpit, mempunyai persamaan garis yang sama dan gradien yang sama pula.

Soal 8

Diketahui persamaan garis g sejajar dengan garis $y = 2x + 3$ dan melalui titik $(4, 3)$.

- Berapakah gradien garis $y = 2x + 3$?
- Berapakah gradien garis g ?
- Tentukanlah persamaan garis g !

5. *Menentukan Persamaan Garis yang Tegak Lurus dengan garis l dan melalui titik $P(x, y)$*

Soal 9

Gambarlah dua buah garis g dan h dengan persamaan $y = 2x + 1$ dan $2y = -x + 5$ pada koordinat Cartesius!

- Tentukan gradien garis g dan gradien garis h .
- Berapakah hasil kali gradien garis g dan gradien garis h ?
- Apakah garis g berpotongan dengan garis h ? Jika berpotongan, tentukan koordinat titik potongnya!
- Tentukan sudut yang membentuk kedua garis tersebut! Kesimpulan apa yang kamu peroleh?

Dua garis lurus p dan q saling tegak lurus, maka hasil kali gradien garis p dan gradien garis q adalah -1 .

Soal 10

Tuliskan persamaan garis k yang melalui titik $(6, -3)$ dan tegak lurus pada garis $y = 4x - 1$.

- Berapakah gradien garis $y = 4x - 1$?
- Apakah gradien garis k sama dengan gradien garis $y = 4x - 1$? Jelaskan jawabanmu!
- Tentukanlah persamaan garis k ! Bagaimana cara memperoleh jawaban tersebut?

1. Jelaskan bagaimana cara menentukan persamaan garis yang memiliki gradien 3 dan ordinat titik potongnya terhadap sumbu Y adalah -10
2. Tulislah persamaan garis jika ditentukan gradien dan koordinat titik yang dilalui garis tersebut sebagai berikut.
 - a. Gradien 4 dan melalui titik (1, 5).
 - b. Gradien $-\frac{1}{3}$ dan melalui titik (-2, 4)
3. Tentukan persamaan garis h jika diketahui titik (2, -3) dan (-1, -9) pada garis h.
4. **Uang Tabungan** Dira memiliki uang tabungan di bank sebesar 500 ribu rupiah dan memperoleh bunga sebesar 4 ribu rupiah setiap bulannya. Tulis pasangan titik yang memperlihatkan berapa banyak uang (dalam ribuan rupiah) yang dimiliki Dira setelah 2 bulan dan setelah 4 bulan jika dia menyimpan seluruh uangnya. Tuliskan persamaan garis yang menunjukkan hubungan antara banyak uang yang dimiliki (dalam ribuan rupiah) dengan waktu (dalam bulan)
(petunjuk: gambar dahulu titik-titiknya pada bidang koordinat kemudian gunakan gambar tersebut untuk menulis persamaan garis)
5. Tentukan persamaan garis g, jika garis g:
 - a. Sejajar dengan garis $y = 5x - 2$ dan melalui titik (4, 0).
 - b. Sejajar dengan sumbu Y dan melalui titik (4, -3).
6. Tulislah persamaan garis yang memenuhi keadaan
 - a. tegak lurus pada sumbu Y dan melalui titik (-5, 10)
 - b. tegak lurus pada garis $y = \frac{1}{2}x - 5$ dan melalui titik (4, -1)
7. Diketahui persamaan garis $6x - 4y = 3$ Carilah gradien dan titik potong terhadap sumbu-Y dari garis tersebut.

8. Segitiga ABC siku-siku di B , $\angle ABC$ letaknya di sebelah kanan. Jika koordinat titik A dan B berturut-turut adalah (4, 6) dan (5, 8) tulislah persamaan garis BC.
9. Garis a memiliki gradien $-\frac{3}{5}$ dan melalui titik (6, 3). Garis b tegak lurus terhadap garis a . Tuliskan persamaan garis b jika garis a dan b mempunyai ordinat titik potong terhadap sumbu X yang sama.
10. Tentukan titik potong antara garis $x + 2y = 5$ dan $y = 3x - 8$

Refleksi

Setelah mempelajari Bab 3 coba kamu ingat, adakah bagian yang belum kamu fahami? Jika ada, coba pelajari kembali atau diskusikan dengan temanmu!

Buatlah rangkuman tentang apa yang telah kamu fahami dan catatlah hal-hal yang sulit kamu fahami.

Coba kamu jelaskan,

- arti gradien suatu garis
- bagaimana cara menentukan persamaan garis yang diketahui koordinat dua titik yang dilaluinya
- bagaimana cara menentukan persamaan garis yang diketahui gradiennya dan koordinat titik yang dilaluinya.
- syarat dua garis yang tegak lurus, sejajar.

Pada saat pembelajaran apakah kamu merasakan tidak senang karena takut, jemu, sulit memahami ataukah merasakan senang? Sampaikan hal itu kepada Bapak/Ibu guru.

Rangkuman

- Jika $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$, maka

$$\text{Gradien garis AB} = \frac{\text{ordinat B} - \text{ordinat A}}{\text{absis B} - \text{absis A}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- Persamaan garis yang melalui titik $A(x_1, y_1)$ dan bergradien m adalah $y - y_1 = m(x - x_1)$
- Persamaan garis yang melalui titik $P(x_1, y_1)$ dan $Q(x_2, y_2)$

$$\text{adalah } y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

- Dua garis yang sejajar gradiennya sama
- Dua garis yang tegak lurus hasil kali gradiennya sama dengan -1 .

Untuk nomor 1 sampai 5 pilihlah satu jawaban yang benar.

1. Jika suatu garis mempunyai persamaan $2x - 4y = 12$, pernyataan berikut yang benar adalah . . .
 - a. garis itu memotong sumbu-X di $(-6, 0)$
 - b. garis itu memotong sumbu-X di $(0, -3)$
 - c. garis itu memotong sumbu-Y di $(6, 0)$
 - d. garis itu memotong sumbu-Y di $(0, -3)$
2. Gradien garis dengan persamaan $-3x + 9 = 5y + 3$ adalah . . .
 - a. -3
 - b. $-\frac{5}{3}$
 - c. $-\frac{3}{5}$
 - d. 5
3. Gradien garis yang melalui titik $(2, -5)$ dan $(4, 6)$ adalah . . .
 - a. $-5\frac{1}{2}$
 - b. $-\frac{2}{11}$
 - c. $\frac{2}{11}$
 - d. $\frac{11}{2}$
4. Garis yang melalui titik $A(-1, 4)$ dan $B(2, 5)$ sejajar dengan garis . . .
 - a. $-3x + y - 8 = 0$
 - b. $3y - x + 5 = 0$
 - c. $2y + 3x = 3$
 - d. $4x + 2y = 0$
5. Pasangan garis berikut yang tegak lurus adalah . . .
 - a. $3x + 2y = 7$ dan $-2x + 3y = 4$
 - b. $4y = 5x + 7$ dan $-4x + 5y + 2 = 0$
 - c. $y = -3x - 9$ dan $y = 3x + 5$
 - d. $y = 2x + 3$ dan $y = \frac{1}{2}x - 12$

Untuk soal nomor 6 sampai 10 kerjakan disertai dengan langkah-langkahnya.

6. Gambarlah garis dengan persamaan berikut.
 - a. $y = 2x + 6$
 - b. $x + 3y = 9$; $x + y = 8$ (gambar pada satu sumbu koordinat)

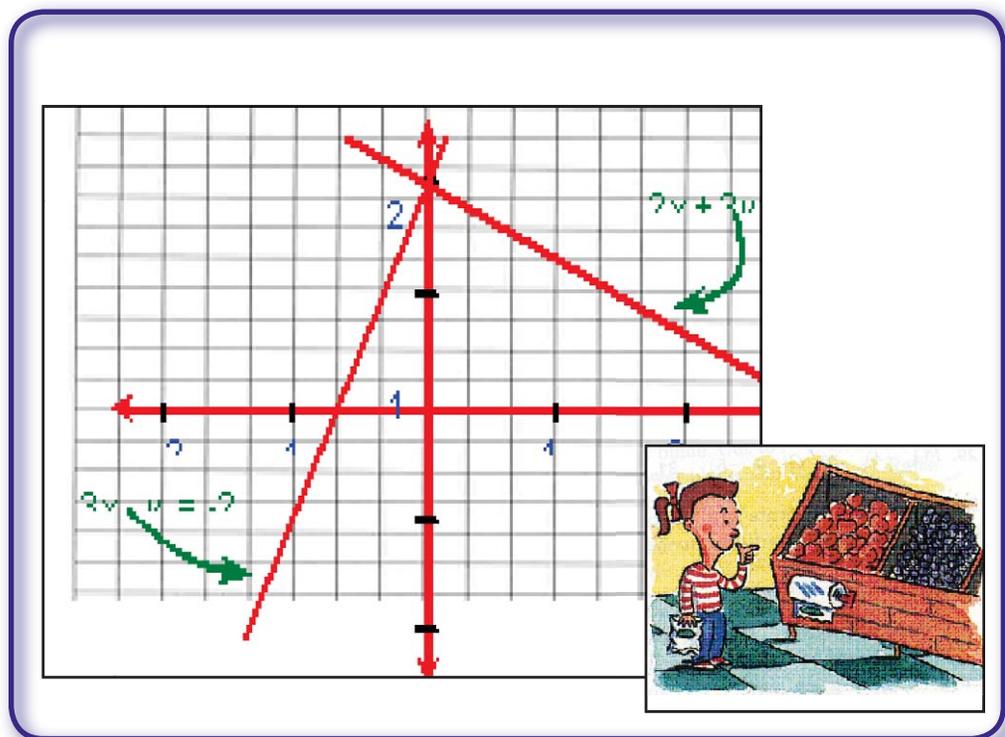
7. Tentukan persamaan garis yang gradien dan titik yang dilaluinya diketahui berikut ini.
 - a. (4, 5); gradien -2
 - b. (-3, 6); gradien $\frac{1}{2}$
 - c. (-3, 8); gradien 3
8. Tentukan persamaan garis yang melalui
 - a. (3, 5) dan (-2, 5)
 - b. (-1, 3) dan (3, 4)
 - c. (4, -2) dan (5, -1)
9. Segitiga ABC siku-siku di A(2, 3). Jika titik C(-2, 4), tentukan persamaan garis yang melalui titik A dan titik B.
- 10.a. Tentukan persamaan garis yang melalui titik A(-2, 5) dan sejajar dengan garis $-3x + 4y = -7$
 - b. Tentukan persamaan garis yang melalui titik K(4, -3) dan tegak lurus dengan garis $5x - 6y + 2 = 0$

Bab 4

Sistem Persamaan Linier dan Variabel

Standar Kompetensi

Memahami sistem persamaan linear dua variabel, dan menggunakannya dalam pemecahan masalah



Kompetensi Dasar

- 2.1 Menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV)
- 2.2 Membuat model matematika dari masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel
- 2.3 Menyelesaikan model matematika dari masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel dan penafsirannya.

Apa yang akan kamu pelajari?

- Pengertian persamaan linier dua variabel
- Menyatakan suatu pernyataan dalam persamaan linier dengan dua variabel, dan sebaliknya.

Kata Kunci:

- persamaan linier satu variabel.
- Persamaan linier dua variabel.
- variabel.

Masih ingatkah kamu tentang persamaan linier satu variabel? Jika tidak, sebaiknya kamu pelajari kembali. Pemahaman tentang persamaan linier satu variabel diperlukan untuk dapat memahami materi pada Bab 4 ini dengan baik.

***Mengingat Kembali Persamaan Linier dengan Satu Variabel***

Sebelumnya kamu telah mempelajari persamaan linier dengan satu variabel, bukan? Perhatikan masalah matematika berikut.

Ida dan Dani adalah dua kakak beradik. Saat ini umur Ida 8 tahun lebih tua daripada umur Dani. Hari ini Dani genap berusia 5 tahun. Berapakah umur Ida saat ini?

Apa yang kalian ketahui tentang umur Ida? Ya, dia 8 tahun lebih tua dari Dani adiknya. Kalau kita misalkan umur Ida x tahun, apa yang kita peroleh?

$$x - 8 = \text{umur Dani}$$

Jadi bila hari ini Dani berulangtahun yang ke 5, maka

$$\begin{aligned} x - 8 &= 5 \\ \Leftrightarrow x - 8 + 8 &= 5 + 8 \\ \Leftrightarrow x + 0 &= 13 \\ \Leftrightarrow x &= 13 \end{aligned}$$

Dengan demikian, hari ini Ida berumur 13 tahun.

Coba selesaikan soal berikut.

Ibu membeli roti kaleng. Ternyata uang ibu kurang. Rp18.000,00. Ibu minta kekurangannya pada Ayah. Setelah diberikan pada Ibu, sisa uang ayah sama dengan dua kali harga roti. Harga roti Rp48.000,00. Berapa uang ayah mula-mula?

1. Diketahui persamaan-persamaan:

- a. $x + 2x^2 = 5$
- b. $p - 2p = 9$
- c. $3k + 2 = 5k$
- d. $x^2 - 2x^2 = 6$
- e. $10p = 15q + 100$

Sebutkan manakah yang merupakan persamaan linier dengan satu variabel?

Ubahlah pertanyaan-pertanyaan berikut dalam persamaan linier dengan satu variabel, dan tentukan penyelesaiannya.



Sumber : www.flickr.com

- 2. Kelereng Budi 7 buah lebih banyak dibandingkan kelereng Ahmad. Kelereng Budi sebanyak 20 buah. Berapa banyaknya kelereng Ahmad?
- 3. Banyak buku Reni 12 buah kurangnya dari buku Salsa. Banyaknya buku Reni 14 buah. Berapa banyak buku Salsa.



Sumber : www.flickr.com

- 4. Pak Ali punya 500 ekor angsa. Beliau menjual beberapa ekor angsa yang sudah tua. Setelah dijual tinggal 374 ekor. Berapa ekor angsa yang dijual ?
- 5. Bu Rita membeli 3 butir telur ayam kampung. Jika Bu Rita membayar dengan uang Rp5.000,00 maka uang pengembaliannya Rp3.200,00. Berapa harga 1 butir telur ayam kampung?
- 6. Keliling sebuah persegi 30 cm. Berapa senti meter panjang sisinya?
- 7. Harga 2 kg apel dan 3 kg jeruk adalah Rp38.000,00. Jika harga 1 kg jeruk Rp7.000,00. Berapa harga 1 kg apel?

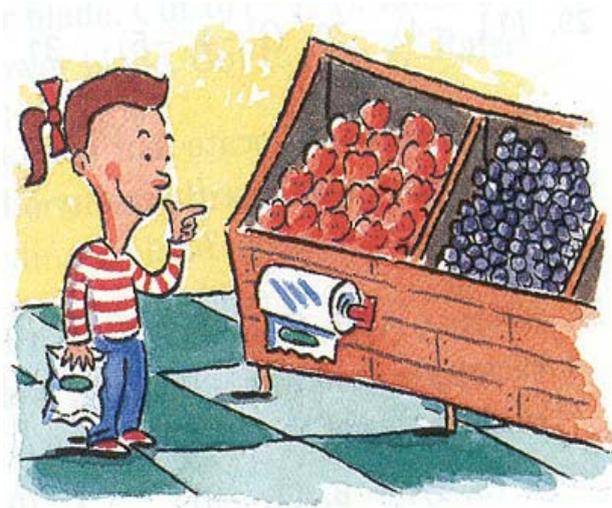


Dorling Kindersley



Oxford Scientific Films

Sumber : www.deptan.go.id



Perhatikan permasalahan berikut.

Fia bermaksud membeli buah jeruk dan buah apel. Dia merencanakan membeli sebanyak 10 biji buah. Berapa banyaknya masing-masing buah apel dan buah jeruk yang mungkin dibeli oleh Fia?

Lengkapilah tabel berikut yang menunjukkan kemungkinan jawabannya.

Jeruk	0	1	2	3	4
Apel	10	9	8	7	.	5	4

Persamaan yang menggambarkan berapa banyak masing-masing buah yang dibeli Fia adalah:

$$\begin{array}{ccccccc}
 x & + & y & = & 10 \\
 \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 x \text{ mewakili} & & y \text{ mewakili} & & \text{banyaknya buah} \\
 \text{banyaknya jeruk} & & \text{banyaknya apel} & & \text{yang dibeli}
 \end{array}$$

Tabel di atas menunjukkan banyak buah yang mungkin di beli oleh Fia. Dia bisa membeli 10 apel semua, atau 8 apel dan 2 jeruk, atau yang lainnya. Banyak apel dan jeruk dapat bervariasi. Bila x mewakili jeruk dan y mewakili apel. Maka berapa banyak masing-masing Fia yang dibeli Fia dapat dituliskan sebagai persamaan linier dua variabel x dan y .

Dari persamaan linier dua variabel

$$x + y = 10,$$

kamu dapat menyatakan variabel x dalam variabel y , yaitu

$$x = 10 - y.$$

Coba nyatakan variabel y dalam variabel x !

Beberapa contoh persamaan linier dengan dua variabel antara lain:

$$\begin{aligned}y &= 2x + 3 \\ 3p - 2q &= 5 \\ k + 2l &= 0\end{aligned}$$

Carilah contoh persamaan linier dengan dua variabel yang lain!

Nyatakan sebuah variabel dalam variabel yang lain pada contoh-contoh persamaan linier dua variabel yang kamu berikan!



Sekarang perhatikan pernyataan berikut.

Ani membeli dua buah buku dan tiga pensil.

Harga seluruhnya Rp 2.000,00.

Ubahlah pernyataan di atas dalam kalimat matematika!

Coba berikan beberapa contoh permasalahan lain yang dapat dinyatakan dengan persamaan linier dengan dua variabel, dan nyatakan persamaannya!

Latihan 4.1B

1. Diketahui persamaan-persamaan:

- $x + 2x^2 = 5$
- $p + 2q = 9$
- $3k + 2 = 5m$
- $x^2 - 5x^2 = 6x$
- $10x - 10y = 200$
- $3x = 20 + 5x$

Manakah yang merupakan persamaan linier dengan dua variabel?

Ubahlah pernyataan-pernyataan berikut dalam persamaan linier dengan dua variabel.

- Keliling sebuah persegipanjang adalah 84 cm.
- Seorang pedagang telah menjual 3 kg beras dan 8 kg gula. Uang yang diterimanya Rp 41.000,00.

4. Pak Budi membeli 3 kg cat tembok dan 1 kg cat kayu. Harga seluruhnya Rp50.000,00
5. Keliling sebuah segitiga samakaki adalah 78 cm.
6. Jumlah kelereng Budi dan Adi adalah 24 butir.
Untuk soal nomor 7 s.d. 10, buatlah soal cerita yang sesuai dengan persamaan yang diberikan.
7. $x + y = 28$
8. $4p + 3q = 3000$
9. $x = 4800 + 2y$
10. $p - q = 25$
11. Untuk soal nomor 7 s.d. 10, nyatakan sebuah variabel dalam variabel yang lain dalam persamaan tersebut.

4.2

Sistem Persamaan Linier Dua Variabel

Apa yang akan kamu pelajari?

- Perbedaan persamaan linier dua variabel (PLDV) dan sistem persamaan linier dua variabel (SPLDV).
- Mengenali SPLDV dalam berbagai bentuk dan variabel.
- Membedakan akar dan bukan akar PLDV dan SPLDV.
- Menjelaskan arti kata "dan" pada solusi SPLDV.
- Menentukan penyelesaian SPLDV dengan substitusi, eliminasi dan grafik.

Kata Kunci:

- Sistem persamaan linear dua variabel.
- Metode grafik.
- Metode Substitusi
- Metode Eliminasi

Pergi Ke Toko Cat

Pak Budi dan Pak Ahmad pergi ke toko bangunan bersama-sama. Pak Budi membeli 1 kg cat kayu dan 2 kg cat tembok dengan harga seluruhnya Rp 70.000,00. Sedangkan Pak Ahmad membeli 2 kg cat kayu dan 2 kg cat tembok dengan harga seluruhnya Rp 80.000,00. Sementara itu Pak Ali menginginkan membeli 3 kg cat kayu dan 5 kg cat tembok. Berapa rupiah Pak Ali harus membayar?

Berapa orang yang membeli cat?
 Berapa jenis cat yang dibeli mereka?
 Sekarang mari kita tabelkan persoalan tersebut.

Nama Pembeli	Jenis Cat		Uang Pembayaran
	Tembok	Kayu	
P Budi	2 Kg	1 Kg	Rp. 70.000
P Ahmad	2 Kg	2 Kg	RP. 80.000

Apabila harga cat tembok perkilo adalah **T** rupiah dan cat kayu adalah **K** rupiah, maka data-data tabel tersebut dapat kita tuliskan kembali menjadi bentuk aljabar sebagai berikut.

$$P \text{ Budi} \quad 2 \text{ T} + 1 \text{ K} = 70.000$$

$$P \text{ Ahmad} \quad 2 \text{ T} + 2 \text{ K} = 80.000$$

Berapa harga cat?
 Dari persoalan pembelian cat tersebut dapat dinyatakan sebagai
 $2 \text{ T} + 1 \text{ K} = 70.000$
 $2 \text{ T} + 2 \text{ K} = 80.000$
 Berapa nilai **T** dan **K** yang memenuhi bentuk aljabar tersebut?

Perhatikan harga cat yang dibeli oleh P.Budi.

Pak Budi membayar 2 **T** dan 1 **K** seharga 70.000. Dengan demikian harga 1 **K** sama dengan 70.000 dikurangi dengan harga 2 **T** (kenapa?). Kita tuliskan

$$\mathbf{K} = 70.000 - 2 \mathbf{T}$$

Perhatikan harga cat yang dibeli oleh P Ahmad.

Pak Ahmad selain membayar 2 **T** juga membeli 2 **K** berarti

$$\begin{aligned} 2\mathbf{K} &= 2 \times (70.000 - 2 \mathbf{T}) \quad (\text{dari mana?}) \\ &= 140.000 - 4 \mathbf{T}. \end{aligned}$$

Dengan demikian

$$\begin{aligned} 2 \mathbf{T} + 2 \mathbf{K} &= 80.000 \\ 2 \mathbf{T} + 140.000 - 4 \mathbf{T} &= 80.000 \quad (\text{dari mana?}) \\ - 2 \mathbf{T} + 140.000 &= 80.000 \\ 140.000 - 80.000 &= 2 \mathbf{T} \quad (\text{kenapa?}) \\ 2\mathbf{T} &= 60.000 \quad (\text{kenapa?}) \\ \mathbf{T} &= 30.000. \quad (\text{dari mana?}) \end{aligned}$$

Jadi harga cat tembok perkilogram adalah Rp. 30.000. Sekarang berapa **K**?

K adalah

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= 70.000 - 2 \mathbf{T} \\ &= 70.000 - 2 \times 30.000 \\ &= 70.000 - 60.000 \\ &= 10.000. \end{aligned}$$

Jadi harga cat kayu perkilogram adalah Rp. 10.000,00.

Coba kamu periksa apakah harga-harga cat ini sesuai dengan data pembelanjaan Pak Budi dan Pak Ahmad?

Bentuk aljabar yang memenuhi pembelanjaan Pak Budi adalah persamaan linear 2 variabel. Demikian juga untuk Pak Ahmad. Harga masing-masing jenis cat yang dibeli Pak Budi dan Pak Ahmad bernilai sama. Jadi dua persamaan linear 2 variabel yang dihasilkan saling terkait (istilahnya simultan). Dua persamaan linear 2 variabel yang saling terkait dinamakan **sistem persamaan linear 2 variabel** atau secara singkat **sistem persamaan linear**.

Contoh 1

Misalkan diberikan sistem persamaan linear berikut

$$\begin{cases} 2x + y = 9 \\ 4x - y = 3 \end{cases}$$

Nyatakan apakah pasangan berurutan (2, 5) merupakan penyelesaian sistem?

Jawab:

Substitusikan pasangan berurutan (2,5) pada masing-masing persamaan.

$$2x + y = 9$$

$$2(2) + 5 = 9$$

$$4 + 5 = 9$$

$$9 = 9 \text{ (benar)}$$

Apakah kesimpulanmu?

$$4x - y = 3$$

$$4(2) - 5 = 3$$

$$8 - 5 = 3$$

$$3 = 3 \text{ (benar)}$$

Soal 1

Nyatakan apakah (1,0) adalah penyelesaian dari sistem persamaan linear $3x - 4y = 3$ dan $2x + y = 5$.



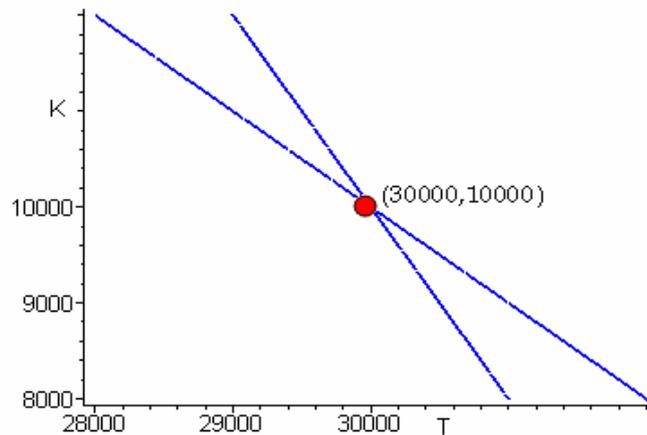
Metode Grafik

Ingat harga cat yang dibayar oleh Pak Budi dan Pak Ahmad? Ya harga cat memenuhi sistem persamaan linear 2 variabel berikut

$$\text{P Budi} \quad 2 \text{ T} + 1 \text{ K} = 70.000$$

$$\text{P Ahmad} \quad 2 \text{ T} + 2 \text{ K} = 80.000$$

Perhatikan bahwa persamaan yang dihadapi oleh Pak Budi berbentuk persamaan linear demikian juga yang dihadapi Pak Ahmad. Ingat pelajaran terdahulu, persamaan linear berarti persamaan untuk garis lurus. Dengan demikian bila kita nyatakan masing-masing persamaan tersebut dalam koordinat Cartesius, apa yang kamu peroleh?



Kedua garis saling berpotongan (kenapa?) pada satu titik (30000,10000)

Dengan demikian harga

harga 1 kg cat kayu = rupiah

harga 1 kg cat tembok = rupiah.

Dengan demikian Pak Budi harus membayar 2 kg cat tembok **dan** 1 kg cat kayu sebesar :

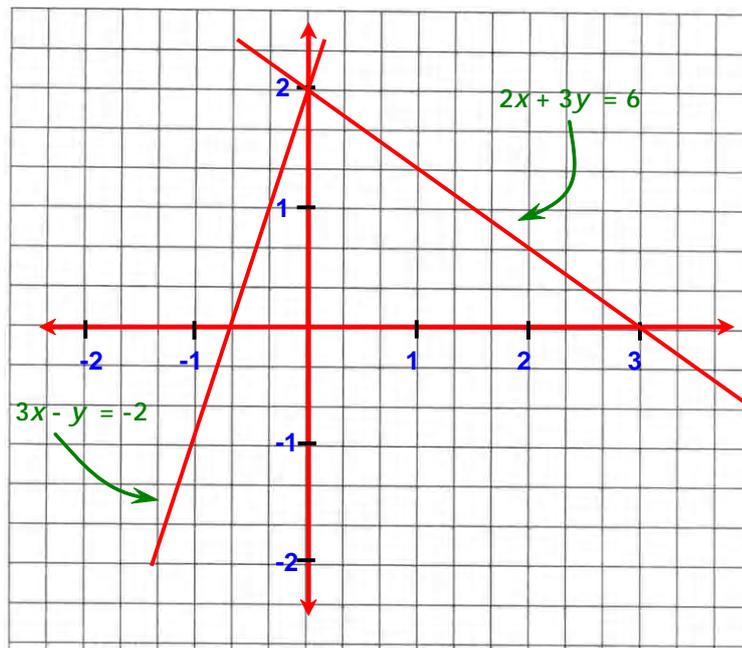
{3(.....) + 5(.....)} rupiah = rupiah.

Contoh 2

Tentukan penyelesaian sistem persamaan linear $2x + 3y = 6$ dan $3x - y = -2$ dengan metode grafik.

Jawab:

Gambarlah grafik masing-masing persamaan pada salib sumbu yang sama, yaitu :



Kedua garis tersebut berpotongan di titik (0,2).

Jadi (0,2) adalah satu-satunya penyelesaian dari sistem persamaan linear dengan dua peubah tersebut. Atau dengan kata lain (0, 2) merupakan akar dari sistem persamaan linear dua variabel.

Soal 2

Selesaikan sistem persamaan linear $x + y = 1$ dan $x - y = 4$ dengan metode grafik.

Soal 3

Selesaikan sistem persamaan linear $x - 2y = 4$ dan $2x - 4y = 8$ dengan metode grafik.

Soal 4

Carilah dua bilangan yang memiliki jumlah 6 dan selisihnya 4.

Nyatakan masalah ini dalam suatu sistem persamaan.

1. Dengan kertas berpetak tentukan penyelesaian dari setiap sistem persamaan linear berikut.
 - a. $y = x + 1$ dan $y = 3x - 7$
 - b. $x + y = -3$ dan $y = 3x - 7$

2. Nyatakan apakah setiap pasangan terurut bilangan berikut ini merupakan penyelesaian dari sistem persamaan linear:

a. $3x - 2y = 8$	b. $x - 2y = 0$	c. $x + 2y = 3$
$x = -3y$	$2x + y = 4$	$y = 2x - 1$
$(3, -1)$	$(2, 1)$	$(1, 1)$

3. Dengan menggunakan kertas berpetak, selesaikan masing-masing sistem persamaan linear berikut dengan metode grafik. Periksa setiap penyelesaian yang kamu peroleh.

a. $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ y = -2x \end{cases}$	c. $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 2y = 4x - 4 \end{cases}$
b. $\begin{cases} 3y - 2x = 6 \\ y = x + 1 \end{cases}$	d. $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x = 10 - 2y \end{cases}$

4. Nyatakan dalam suatu persamaan linear, kemudian carilah penyelesaiannya.
 - a. Jumlah dua bilangan adalah 19 dan selisihnya 5. Bilangan-bilangan berapakah itu?
 - b. Jumlah dua bilangan 10. Dua kali bilangan yang besar dikurangi tiga kali bilangan yang kecil adalah 5. Bilangan-bilangan berapakah itu?



Metode Eliminasi

Perhatikan koefisien-koefisien variabel x dan y dari sistem persamaan linear berikut

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$$

Koefisien variabel x adalah 1 untuk persamaan pertama dan 4 untuk persamaan kedua. Sekarang, marilah kita samakan koefisien x dari kedua persamaan

$$\begin{array}{rcl} x + y = 3 & \times 4 & \rightarrow 4x + 4y = 12 \\ 4x - 3y = 5 & \times 1 & \rightarrow 4x - 3y = 5 \end{array}$$

Sekarang kedua koefisien x sudah sama, atau persamaan tersebut dapat dituliskan

$$4x = 12 - 4y$$

$$4x = 5 + 3y.$$

Apa artinya? Artinya, kita dapat menggunakan salah satu $4x = 12 - 4y$ atau $4x = 5 + 3y$. Oleh karena itu

$$5 + 3y = 12 - 4y, \text{ (kenapa?)}$$

atau

$$4y + 3y = 12 - 5 \rightarrow 7y = 7 \rightarrow y = 1.$$

Selanjutnya karena $y = 1$, maka $4x = 12 - 4 \times 1 = 8$ atau $x = 2$.

Sekarang mari kita sederhanakan langkah-langkah di atas. Kita mulai dari penyamaan koefisien

$$\begin{array}{rcl} x + y = 3 & \times 4 & \rightarrow 4x + 4y = 12 \\ 4x - 3y = 5 & \times 1 & \rightarrow 4x - 3y = 5 \quad \underline{\hspace{1cm}} \\ & & 7y = 7 \\ & & \Leftrightarrow y = 1 \end{array}$$

Apabila kita lakukan penyamaan koefisien variabel y , kita peroleh

$$\begin{array}{rcl} x + y = 3 & \times 3 & \rightarrow 3x + 3y = 9 \\ 4x - 3y = 5 & \times 1 & \rightarrow 4x - 3y = 5 \quad \underline{\hspace{1cm}}^+ \\ & & 7x = 14 \\ & & \Leftrightarrow x = 2 \end{array}$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = 2$ **dan** $y = 1$ dan himpunan penyelesaiannya adalah $\{(2, 1)\}$. Ujilah jawaban ini.

Ingat!

Langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan sistem persamaan linier diatas disebut dengan metode eliminasi

Soal 5

Selesaikan sistem persamaan linear $\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$
dengan metode eliminasi.

Soal 6

Selesaikan sistem persamaan linear $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$
dengan metode eliminasi.

Latihan 4.2.b

Dengan menggunakan metode eliminasi, selidiki apakah pasangan bilangan berurutan berikut merupakan atau tidak merupakan penyelesaian dari sistem persamaan linear berikut ini.

$$1. \begin{cases} 5x - 2y = 17 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

(3, -1)

$$2. \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 2x = 3y + 10 \end{cases}$$

(7, 3)

$$3. \begin{cases} x = 4 - y \\ 2x = 3y + 11 \end{cases}$$

(2, 2)

Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem-sistem persamaan linear berikut dengan metode eliminasi.

$$4. \begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ 4x - 3y = -5 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 5x - 2y = 6 \\ 2x + y = 15 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x = 4y + 12 \\ y = x - 1 \end{cases}$$



Metode Substitusi

Cara lain penyelesaian sistem persamaan linear adalah dengan *metode substitusi*. Substitusi artinya *mengganti*, yaitu menggantikan variabel yang kita pilih pada persamaan pertama dan digunakan untuk mengganti variabel sejenis pada persamaan kedua.

Contoh 4

Selesaikan sistem persamaan linear

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x + 3y = 31 \end{cases}$$

dengan metode substitusi.

Jawab:

Persamaan pertama $x + y = 12$ dapat diubah menjadi $x = 12 - y$. Selanjutnya pada persamaan kedua $2x + 3y = 31$, variabel x diganti dengan $12 - y$, sehingga persamaan kedua menjadi:

$$\begin{aligned} 2(12 - y) + 3y &= 31 \\ \Leftrightarrow 24 - 2y + 3y &= 31 \\ \Leftrightarrow 24 + y &= 31 \\ \Leftrightarrow y &= 31 - 24 \\ \Leftrightarrow y &= 7 \end{aligned}$$

Selanjutnya $y = 7$ disubstitusikan dalam persamaan pertama, yaitu:

$$\begin{aligned} x + y &= 12 \\ \Leftrightarrow x + 7 &= 12 \\ \Leftrightarrow x &= 12 - 7 \\ \Leftrightarrow x &= 5 \end{aligned}$$

Jadi himpunan penyelesaian sistem persamaan $x + y = 12$ dan $2x + 3y = 31$ adalah $\{ (5, 7) \}$.

Soal 7

Selesaikan sistem persamaan linier $\begin{cases} 6p - q = 1 \\ 4p - 3q + 4 = 0 \end{cases}$
dengan metode substitusi.

Soal 8

Selesaikan sistem persamaan linear $\begin{cases} a - 2b = 4 \\ 3b - 5a = 6 \end{cases}$
dengan metode substitusi.

Latihan 4.2.c

Untuk soal nomor 1 sampai dengan 3, selidiki apakah pasangan bilangan berurutan berikut merupakan penyelesaian dari sistem persamaan linear berikut ini atau tidak.

1. $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x + y = -5 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 3x + 2y = 17 \end{cases}$

$(-1, 2)$

$(-2, -3)$

$(-7, -2)$

Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linear berikut dengan metode substitusi (untuk soal nomor 4 s.d 10).

4. $\begin{cases} x + 3y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 2 \end{cases}$

6. $\begin{cases} x + 3y = 9 \\ x + y = 9 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 4y = 9 \end{cases}$

8. $\begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ 4x - 3y = 9 \end{cases}$

9. $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y = 1 \\ x - y = 0 \end{cases}$



Sumber : Rohadi.files.wordpress.com

10. Harga 6 ekor kambing dan 4 ekor sapi adalah Rp19.600.000,00. Harga 8 ekor kambing dan 3 ekor sapi adalah Rp16.800.000,00. Berapa harga 1 ekor kambing, dan berapa harga 1 ekor sapi?

11. Ani membeli 4 buah buku dan 5 buah bolpoin seharga Rp24.000,00. Ida membeli 6 buah buku dan 2 buah bolpoin seharga Rp27.200,00. Tentukan harga 2 buah buku dan 5 buah bolpoin!
12. Dua buah sudut dari suatu segitiga saling berkomplemen. Sudut yang satu 8° lebih besar dari sudut yang lain. Tentukan besar ketiga sudut dari segitiga tersebut.

Refleksi

Setelah mempelajari Bab 4 coba kamu ingat, adakah bagian yang belum kamu fahami? Jika ada, coba pelajari kembali atau diskusikan dengan temanmu!

Buatlah rangkuman tentang apa yang telah kamu fahami dan catatlah hal-hal yang sulit kamu fahami.

Coba kamu jelaskan bagaimana cara menyelesaikan sistem persamaan linier dua variabel dengan cara grafik, eliminasi dan substitusi.

Pada saat pembelajaran apakah kamu merasakan tidak senang karena takut, jemu, sulit memahami atukah merasakan senang? Sampaikan hal itu kepada Bapak/Ibu guru.

Rangkuman

1. Ada tiga cara untuk menyelesaikan sistem persamaan linier dua variabel yaitu cara grafik, cara eliminasi dan cara substitusi.
2. Penyelesaian sistem persamaan linier dua variabel pada cara grafik adalah perpotongan dua garis
3. Cara eliminasi dilakukan dengan mengeliminir (menghilangkan) salah satu variabel secara bergantian.
4. Cara substitusi dilakukan dengan menyatakan salah satu variabel dalam variabel yang lain kemudian memasukkannya (mensubstitusikan) pada persamaan yang lain.

1. Jumlah dua bilangan dua kurangnya dari hasil kalinya. Jika bilangan itu x dan y , maka kalimat itu dapat ditulis dengan . . .
 - a. $x + y - 2 = x \cdot y$
 - b. $x + y = x \cdot y + 2$
 - c. $x + y - 2 = x \cdot y + 2$
 - d. $x + y + 2 = x \cdot y$
2. Berikut ini yang merupakan persamaan linier dua variabel adalah. . .
 - a. $3t - 5y = 8t + 6y^2$
 - b. $6t - 3 = -t + 7$
 - c. $7y - x = 3 + x^2$
 - d. $w - t = 3w - 6w$
3. Jika $t = 2m - 3$, maka $7m - 2t = \dots$
 - a. $11m - 5$
 - b. $-3m + 6$
 - c. $3m + 6$
 - d. $11m + 6$
4. Penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} 2x - 3y = -11 \\ 3x + 4y = 9 \end{cases}$ adalah . . .
 - a. $x = -1; y = -2$
 - b. $x = 1; y = -2$
 - c. $x = 2; y = -1$
 - d. $x = -1; y = 2$
5. Berikut ini yang merupakan persamaan linier satu variabel adalah . . .
 - a. $y - 7y = 8 + 6y$
 - b. $6t - 3 = -t^2$
 - c. $z - 5 = 4z - y$
 - d. $x + 6 = -4x - t$

Untuk soal nomor 6 sampai 10 kerjakan disertai dengan langkah-langkahnya.

6. Seorang pedagang beras pada suatu pagi berhasil menjual 80 kg beras dan 12 kg beras ketan. Uang yang diterimanya Rp324.000,00. Keesokan harinya dia berhasil menjual 30 kg beras dan 20 kg beras ketan. Uang yang diterima sebesar Rp230.000,00. Dengan harga berapa ia menjual 1 kg beras dan 1 kg beras ketan?
7. Tentukan penyelesaian dari setiap sistem
 - a. $\begin{cases} 4s - 2t - 18 = 0 \\ -3s + 4t + 26 = 0 \end{cases}$
 - b. $\begin{cases} 6m + 2n + 11 = 0 \\ -4m - 3n = 19 \end{cases}$

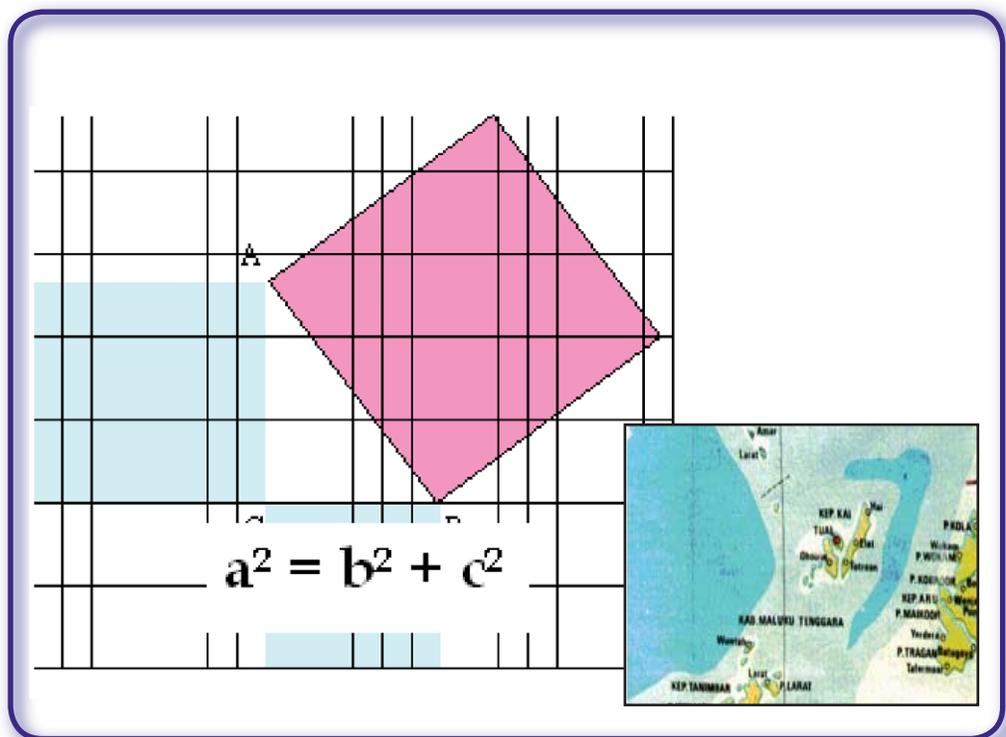
8. *Pemecahan Masalah.* Jumlah dua buah bilangan 32. Dua kali bilangan pertama ditambah tiga kali bilangan kedua adalah 84. Bilangan-bilangan manakah itu?
9. *Pemecahan Masalah.* Jumlah dua buah bilangan 67 dan selisihnya 13. bilangan-bilangan manakah itu?
10. Dua buah sudut saling bersuplemen. Sudut yang satu 74° lebih besar dari sudut yang lain. Tentukan besar kedua sudut tersebut.

Bab 5

Teorema Pythagoras

Standar Kompetensi

Menggunakan Teorema Pythagoras dalam pemecahan masalah



Kompetensi Dasar

- 3.1 Menggunakan Teorema Pythagoras untuk menentukan panjang sisi-sisi segitiga siku-siku.
- 3.2 Memecahkan masalah pada bangun datar yang berkaitan dengan Teorema Pythagoras

5.1

Teorema Pythagoras

Apa yang akan kamu pelajari?

- Menemukan teorema Pythagoras.
- Menyatakan teorema Pythagoras dalam bentuk rumus.
- Tripel Pythagoras

Kata Kunci:

- Segitiga siku-siku
- Persegi
- Hipotenusa
- Teorema Pythagoras

Masih ingatkah kamu tentang rumus luas persegi? Coba tentukan luas persegi dengan panjang sisi :

- a. 6 cm
- b. 5 m

Jika kamu lupa, coba buka kembali catatan pelajaran sebelumnya

karena dengan mengingat rumus luas persegi akan mempermudah mempelajari Bab 5 ini dengan baik.

Pernahkah kamu melihat taman atau lapangan berumput seperti pada gambar di samping?



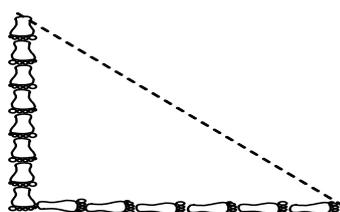
Sumber: www.taman.co.id
Gambar Taman

Walaupun dibagian tepinya ada trotoar untuk pejalan kaki, namun orang cenderung berjalan atau melintas di atas rumput sehingga rumput menjadi mati. Walaupun hal itu **tidak baik dilakukan**, mengapa hal itu cenderung dilakukan orang?

Untuk tahu alasan mengapa itu terjadi, pelajari uraian materi berikut ini.

Untuk mempermudah mempelajari materi Teorema Pythagoras, kalian tentu masih ingat tentang luas persegi yang telah kamu pelajari sebelumnya. Jika diketahui sebuah persegi dengan panjang sisi a cm, berapakah luas persegi tersebut?

Rayhan sedang bermain-main di atas tanah basah. Ia membuat jejak kaki seperti pada gambar 5.1.

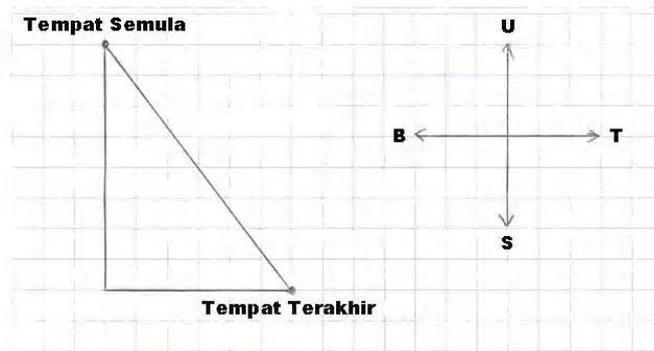


Gambar 5.1

Rayhan menapakkan kakinya ke arah Selatan sebanyak 8 kali, kemudian dilanjutkan ke arah Timur sebanyak 6 kali. Dalam menapakkan kakinya, Rayhan menempelkan tumit kaki kirinya pada ujung kaki kanannya, kemudian tumit kaki kanannya ditempelkan pada ujung kaki kirinya, dan seterusnya. Berapa kali Rayhan harus menapakkan kakinya jika ia mulai berjalan langsung tanpa berbelok dari

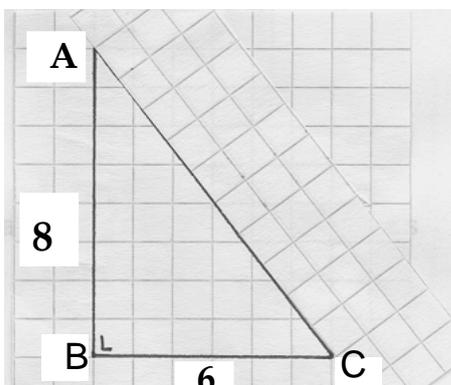
tempat semula ke tempat terakhir? (Seperti yang ditunjukkan pada garis putus-putus di atas)

Jika satu kotak mewakili 1 telapak kaki Rayhan, maka perjalanan Rayhan dapat dengan mudah digambarkan pada kertas berpetak seperti berikut.



Gambar 5.2

Untuk menghitung berapa kali Rayhan harus menapakkan kakinya dari tempat semula ke tempat terakhir, kita gunakan kertas berpetak lainnya sebagai bantuan, seperti Gambar 5.3 berikut ini.



Gambar 5.3

Perhatikan gambar di samping.

Dengan menghitung banyaknya kotak, berapakah panjang \overline{AC} ?

Apakah $\triangle ABC$ berupa segitiga siku-siku?

Berapa kotakkah luasnya?

Dalam segitiga siku-siku, sisi-sisinya terdiri dari dua sisi yang saling tegak lurus yang disebut sisi siku-siku, dan satu sisi dihadapan sudut siku-siku disebut sisi miring atau juga disebut **hipotenusa**.

Pada gambar di atas, sisi siku-sikunya adalah \overline{AB} dan \overline{BC} , serta hipotenusanya adalah \overline{AC} .

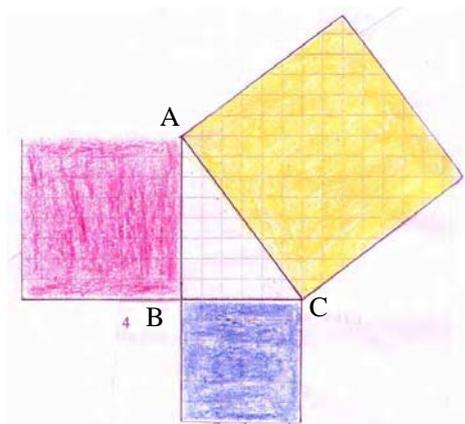
Perhatikan panjang sisi-sisi $\triangle ABC$ pada gambar di atas.

Apakah hipotenusa $\triangle ABC$ merupakan sisi terpanjang?

Selanjutnya, kita akan belajar mengenai Teorema Pythagoras. Perhatikan kembali gambar 5.3 di atas.

Kita gambar suatu persegi dengan sisi \overline{AB} (8 kotak) pada kertas berpetak berwarna merah. Berapakah luas persegi dengan sisi tersebut?

Gunting gambar tersebut.



Gambar 5.4

Gambar dan gunting persegi dengan sisi \overline{BC} (6 kotak) pada kertas berpetak berwarna biru.

Berapakah luas persegi dengan sisi tersebut?

Gambar dan gunting persegi dengan sisi terpanjang yaitu (10 kotak) pada kertas berpetak berwarna kuning. Berapa luas persegi dengan sisi tersebut?

Tempelkan ketiga persegi, berimpit dengan sisi-sisi $\triangle ABC$ seperti Gambar 5.4.

Perhatikan luas ketiga persegi tersebut. Apakah jumlah dua luas persegi yang kecil sama dengan luas persegi terbesar?

Kerja Kelompok

- Gambarlah tiga buah segitiga siku-siku ABC dengan ukuran yang berbeda yaitu:
 - $AB = 3$ satuan, $BC = 4$ satuan
 - $AB = 5$ satuan, $BC = 12$ satuan
 - $AB = 9$ satuan, $BC = 12$ satuan
- Ukurlah panjang sisi ketiga dari setiap segitiga di atas.
- Lengkapi tabel berikut

Bangun segitiga ABC	AB^2	BC^2	AC^2
i)
ii)
iii)

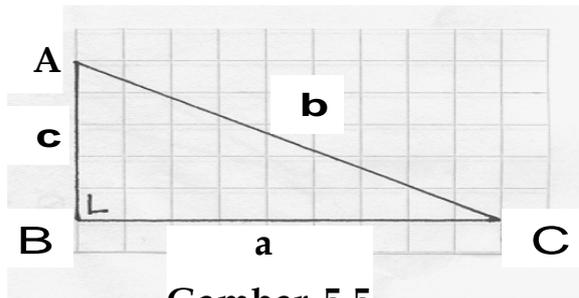
Amati tabel 5.1 di atas! Hubungan apa yang dapat kamu simpulkan?

Apakah kesimpulanmu sama dengan kesimpulan berikut ini?

dalam segitiga siku-siku berlaku jumlah kuadrat sisi siku-sikunya sama dengan kuadrat hipotenusanya

Simpulan di atas, disebut sebagai **Teorema Pythagoras**.

Selain diungkapkan dalam bentuk kata-kata, teorema Pythagoras dapat pula dinyatakan dalam bentuk rumus.

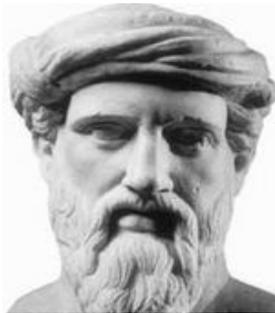


Gambar 5.5

Perhatikan Gambar 5.5 di samping.

$\triangle ABC$ adalah segitiga siku-siku di B. Panjang sisi siku-sikunya adalah a dan c sedangkan panjang hipotenusanya adalah b .

Tulis hubungan antara a , b dan c .



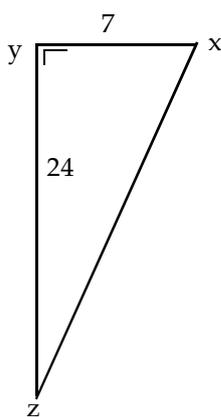
Pythagoras (569-475 S.M) adalah seorang agamawan dan filsuf di Yunani yang mengembangkan matematika, astronomi dan teori musik.

Contoh 1

Diketahui $\triangle XYZ$ siku-siku di Y dengan panjang sisi $XY = 7$ cm dan $YZ = 24$ cm.

- Gambarlah sketsa segitiga tersebut
- Berapakah panjang hipotenusanya?
- Apakah hipotenusa $\triangle XYZ$ merupakan sisi terpanjang?
- Apakah pada $\triangle XYZ$ berlaku Teorema Pythagoras?

Jawab:



- Gambar segitiga siku-siku XYZ seperti gambar di samping.

- $XY^2 + YZ^2 = XZ^2$

$$XZ = \pm \sqrt{XY^2 + YZ^2}$$

$$XZ = \pm \sqrt{7^2 + 24^2}$$

$$XZ = \pm \sqrt{625}$$

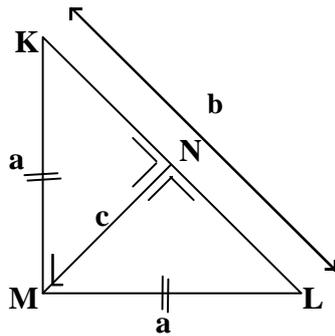
$$XZ = \pm 25$$

Karena XZ ukuran panjang, maka yang memenuhi $XZ = 25$

Jadi, hipotenusa $\triangle XYZ$ adalah $XZ = 25$ cm

- ya
- Karena $\triangle XYZ$ siku-siku, maka pada sisi-sisi $\triangle XYZ$ berlaku Teorema Pythagoras.

Cek Pemahaman



Gambar 5.6

$\triangle KLM$ pada Gambar 5.6 adalah segitiga siku-siku sama kaki dengan $MK = ML = a$ dan $KL = b$ dan tinggi segitiga tersebut adalah c .

- Tuliskan rumus Teorema Pythagoras yang berlaku pada sisi-sisi segitiga KMN .
- Tuliskan rumus Teorema Pythagoras yang berlaku pada sisi-sisi segitiga LMN .
Apa yang dapat kamu simpulkan tentang $\triangle KMN$ dan $\triangle LMN$? Jelaskan!

Soal 1



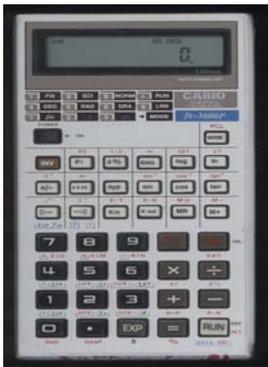
Gambar 5.7

Pada peta Kalimantan Tengah terdapat tiga kota yaitu kota Kasongan, Sampit, dan Bukitrawi. Tono akan menempuh perjalanan yang melalui ketiga kota tersebut dengan mengendarai mobil. Untuk menempuh jarak 12 km diperlukan 1 liter bahan bakar.

- Berapa liter bahan bakar yang diperlukan Tono untuk menempuh perjalanan dari kota Sampit ke Bukitrawi?
- Berapa liter bahan bakar yang diperlukan Tono untuk menempuh perjalanan dari kota Sampit ke Bukitrawi melalui Kasongan?
- Apakah kamu dapat memanfaatkan Teorema Pythagoras dalam menyelesaikan permasalahan di atas? Jelaskan!

Gunakan bantuan penggaris untuk mengukur jarak dua kota pada peta

Soal 2



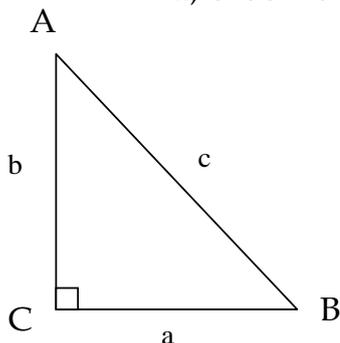
Kalkulator. Untuk menentukan panjang sisi-sisi segitiga siku-siku yang angkanya cukup besar, kamu dapat gunakan jenis kalkulator ilmiah. Tentukan panjang sisi-sisi yang belum diketahui pada setiap segitiga berikut. Bulatkan sampai dua tempat desimal.

- $\triangle ABC$ dengan $AB = 15$ cm dan $BC = 18$ cm
- $\triangle KLM$ dengan $KL = 28$ cm dan $KM = 35$ cm
- $\triangle PQR$ dengan $QR = 17$ cm dan $PR = 27$ cm

Tripel Pythagoras

Penemuan

Segitiga siku-siku ABC mempunyai sisi-sisi siku-siku dengan panjang a dan b , sedangkan panjang sisi miringnya c dengan a , b dan c bilangan asli. Lengkapilah tabel 5.2 berikut.



a	b	c	a^2	b^2	$c^2 = a^2 + b^2$
3	4	5	9	16
5	12
10	...	26	576	...
....	8	...	36

Bilangan Tripel Pythagoras

Jika a , b dan c panjang sisi-sisi suatu segitiga siku-siku dengan a , b dan c **bilangan asli**, maka a , b , c disebut **bilangan Tripel Pythagoras**

Sebaliknya jika diketahui panjang sisi-sisi sebuah segitiga adalah a , b dan c yang memenuhi tripel Pythagoras, maka segitiga tersebut adalah segitiga siku-siku.

Kebalikan Teorema Pythagoras

Jika a , b dan c panjang sisi-sisi suatu segitiga yang memenuhi persamaan $a^2 + b^2 = c^2$ dengan c adalah sisi terpanjang, maka segitiga tersebut adalah segitiga siku-siku

Bila diketahui panjang dari ketiga sisi suatu segitiga, bagaimana caramu menyimpulkan bahwa segitiga tersebut merupakan segitiga siku-siku atau bukan?

Kerja Kelompok

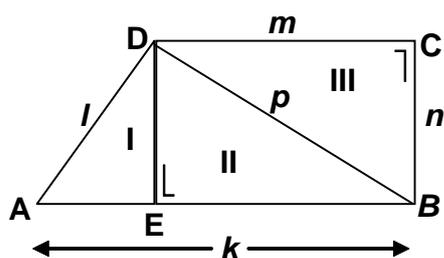
Ikuti langkah-langkah berikut. Jika memerlukan perhitungan yang cukup rumit, kamu bisa gunakan bantuan kalkulator.



1. Gambar tiga buah segitiga lancip ABC dengan ukuran yang berbeda
2. Dengan bantuan penggaris, ukur panjang setiap sisi pada masing-masing segitiga
3. Tentukan sisi terpanjang pada masing-masing segitiga
4. Bandingkan kuadrat sisi terpanjang dan jumlah kuadrat dua sisi yang lainnya untuk masing-masing segitiga.
5. Kesimpulan apa yang kamu peroleh?
6. Gambar tiga buah segitiga tumpul ABC dengan ukuran yang berbeda
7. Dengan bantuan penggaris, ukur panjang setiap sisi pada masing-masing segitiga
8. Tentukan sisi terpanjang pada masing-masing segitiga
9. Bandingkan kuadrat sisi terpanjang dan jumlah kuadrat dua sisi yang lainnya untuk masing-masing segitiga.
10. Kesimpulan apa yang kamu peroleh?

Dengan melihat kuadrat sisi-sisi suatu segitiga, berapa jenis segitiga yang dapat kamu temukan? Jelaskan!

Latihan 5.1



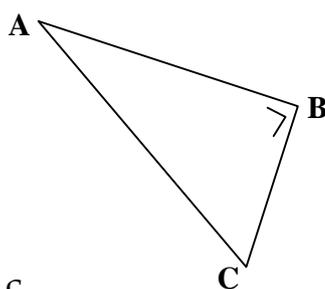
Gambar 5.8

1. Perhatikan bangun segi empat ABCD di samping.
 - a. Sebutkan segitiga-segitiga siku-siku yang terdapat pada segi empat ABCD.
 - b. Sebutkan sisi siku-siku dan hipotenusa dari masing-masing segitiga siku-siku pada soal (a).
 - c. Apakah ketiga segitiga siku-siku pada gambar 5.8 tersebut mempunyai tinggi yang sama?

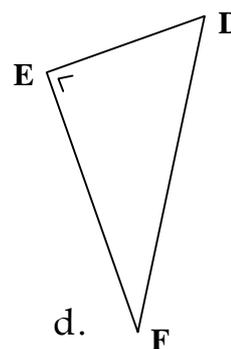
2. Perhatikan bangun pada soal nomor 1 di atas. $AB = k$, $AD = l$, $DC = m$, $BC = n$ dan $BD = p$.
 - a. Tuliskan Teorema Pythagoras yang berlaku untuk sisi-sisi segitiga siku-siku bagian I.
 - b. Tuliskan Teorema Pythagoras yang berlaku untuk sisi-sisi segitiga siku-siku bagian II.
 - c. Tuliskan Teorema Pythagoras yang berlaku untuk sisi-sisi segitiga siku-siku bagian III.

3. Sebutkan sisi-sisi siku-siku dan hipotenusa dari segitiga-segitiga siku-siku pada gambar di bawah ini:

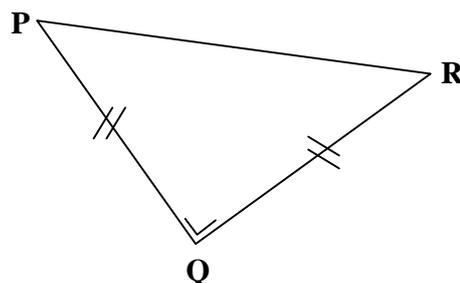
a.



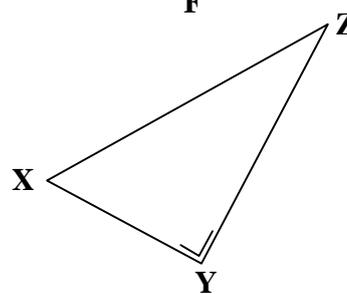
b.



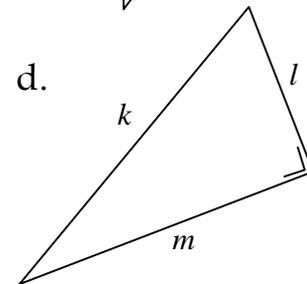
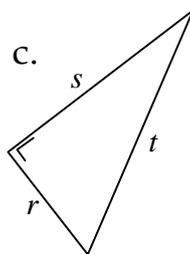
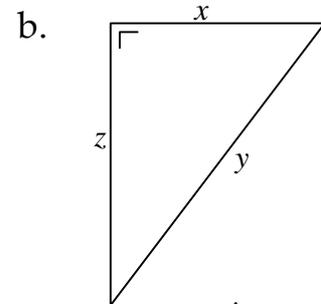
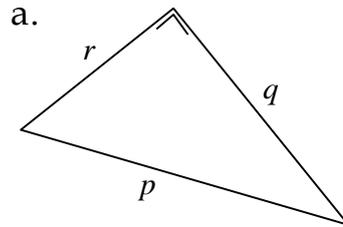
c.



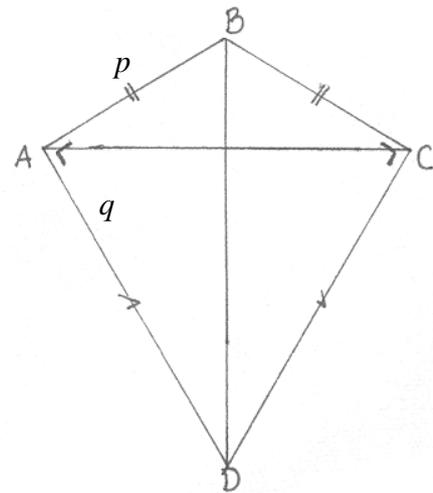
d.



4. Tentukan panjang hipotenusa segitiga-segitiga siku-siku yang panjang sisi-sisinya seperti berikut:
- a. 13, 12, 5 b. 8, 15, 17
 c. 5, 4, 3 d. $3p, 4p, 5p$
5. Tulislah hubungan antara panjang sisi-sisi setiap segitiga berikut.



6. **Penemuan** Perhatikan gambar layang-layang ABCD seperti pada gambar di samping. Panjang diagonal-diagonal \overline{AC} dan \overline{BD} secara berturut-turut adalah r dan s . Sedangkan panjang \overline{AB} dan \overline{AD} adalah p dan q . Rumuskan Teorema Pythagoras yang berlaku pada bangun di samping. Coba temukan rumus luas layang-layang ABCD!



7. Tentukan 3 kelompok bilangan yang merupakan bilangan Tripel Pythagoras.
8. Pada segitiga ABC, diketahui panjang $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm dan $BC = 10$ cm. Berbentuk apakah segitiga ABC tersebut? Mengapa?

9. **Pemecahan Masalah**

Jika a , b dan c panjang sisi-sisi suatu segitiga dengan c sisi terpanjang tetapi a , b dan c tidak memenuhi bilangan Tripel Pythagoras, apa saja kemungkinan bentuk segitiga tersebut?

Petunjuk:

- a) Jika $a^2 + b^2 < c^2$, berbentuk apakah segitiga tersebut?
- b) Jika $a^2 + b^2 > c^2$, berbentuk apakah segitiga tersebut?

10. Diketahui $\triangle ABC$ dengan panjang sisi-sisinya 6 cm, 11 cm, dan 14 cm.
- a. Berapakah panjang sisi terpanjang dan tentukan pula kuadrat dari panjang sisi tersebut.
 - b. Tentukan jumlah kuadrat dari dua sisi selain (a).
 - c. Bandingkan (a) dan (b).
 - d. Segitiga apakah ABC itu?
 - e. Apakah 6, 11, dan 14 merupakan bilangan Tripel Pythagoras? Jelaskan jawabanmu!
11. Diberikan panjang sisi-sisi dari sebuah segitiga seperti di bawah ini. Selidikilah berupa segitiga lancip, siku-siku atau tumpulkah segitiga yang mempunyai panjang sisi-sisi seperti berikut.
- a. $2, 2\sqrt{5}, 4$
 - b. $11, 12, 15$
 - c. $21, 15, 8$
 - d. $31, 23, 12$

5.2

Teorema Pythagoras

Apa yang akan kamu pelajari?

- ▶ Menghitung panjang salah satu sisi segitiga siku-siku jika dua sisi lainnya diketahui.
- ▶ Memecahkan masalah pada bangun datar yang berkaitan dengan Teorema Pythagoras.

Kata Kunci:

- Hipotenusa
- Teorema Pythagoras
- Diagonal Sisi
- Diagonal Ruang

Jika kita melihat peta letak kepulauan-kepulauan Aru, Kei dan Tanimbar yang termasuk dalam propinsi Maluku, maka letak ketiga Pulau tersebut seperti di bawah ini.



Pada peta, jarak antara kota Yerdera (pada Kep. Aru disimbolkan dengan huruf **A**) dan kota Tual (pada Kep. Kai disimbolkan dengan huruf **K**) adalah 3 cm, dan jarak antara kota Tual dan kota Saumlaki (pada Kep. Tanimbar disimbolkan dengan huruf **T**) adalah 4 cm. Berapakah jarak antara kota Yerdera (**A**) dengan kota Saumlaki (**T**) pada peta?

Jika pada peta ketiga pulau tersebut dihubungkan akan membentuk bangun segitiga siku-siku. Jadi pada sisi-sisinya berlaku Teorema Pythagoras.

Ingat !

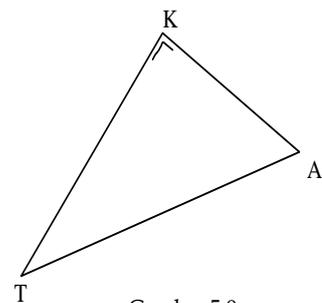
$$a^2 = p$$

$$\Leftrightarrow a = \pm \sqrt{p}$$

$$\begin{aligned} AT^2 &= AK^2 + KT^2 \\ &= 3^2 + 4^2 \\ &= 25 \end{aligned}$$

$$AT = \pm \sqrt{25} = \pm 5$$

Yang memenuhi $AT = 5$



Gambar 5.9

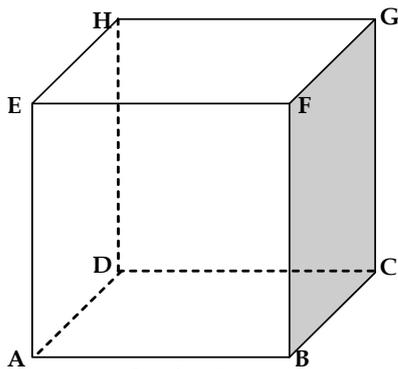
Jadi dalam gambar, jarak antara kota Yerdera (Kep. Aru) dan kota Saumlaki (Kep. Tanimbar) adalah 5 cm.

Terdapat dua kapal motor "Sejahtera" dan "Selamat" akan menempuh perjalanan dari Kota Yerdera (Kep. Aru) ke kota Saumlaki (kep. Tanimbar) dengan kecepatan yang sama tetapi rute yang berbeda. Dengan mengetahui jarak antara Kep. Aru dan Kep. Tanimbar, kapal motor manakah yang lebih cepat sampai di tujuan, kapal motor penumpang "Sejahtera" atau kapal motor penumpang "Selamat" ?

Dengan adanya teorema Pythagoras yang berlaku untuk sisi-sisi segitiga siku-siku, kita dapat menyelesaikan permasalahan atau persoalan-persoalan yang berkaitan dengan bangun ruang maupun bangun datar.

Soal 1

Perhatikan gambar Kubus ABCD.EFGH di samping. Panjang rusuk kubus adalah 6 cm. Tentukan:



Gambar 5.10

- panjang diagonal sisi ABCD
- diagonal-diagonal lain yang mempunyai panjang sama dengan (a)
- panjang diagonal ruang AG
- diagonal-diagonal ruang lain yang mempunyai panjang sama dengan (c)
- Berapa banyak diagonal sisi yang dapat kamu temukan dalam Kubus?
Berapa banyak diagonal ruang yang dapat kamu temukan dalam Kubus?

Ingat !

$$\begin{aligned}\sqrt{a^2b} &= \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b} \\ &= a\sqrt{b}\end{aligned}$$

Pengecatan Dinding. Pak Yales akan mengecat langit-langit sebuah gedung. Untuk pekerjaan mengecat tersebut, Pak Yales menggunakan bantuan tangga sepanjang 3 m.

Tangga tersebut disandarkan pada dinding seperti pada gambar 5.11 di samping.



Gambar 5.11
Tangga bersandar pada dinding

Latihan 5.2

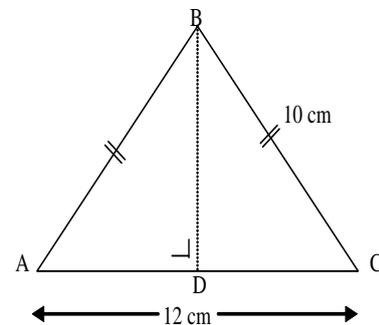
1. Diketahui sebuah persegi ABCD dengan panjang sisi 10 cm. Berapakah panjang diagonalnya ?

2. Diketahui $\triangle ABC$ samakaki seperti gambar di samping
a. Titik D merupakan pertengahan \overline{AC} .

Tentukan panjang \overline{AD} dan \overline{CD} .

b. Gunakan $\triangle ABC$ untuk menentukan tinggi $\triangle ABC$, yaitu \overline{BD} .

c. Tentukan luas $\triangle ABC$.



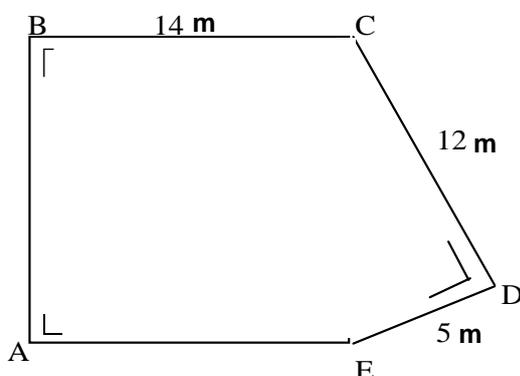
3. Sebuah tangga beton seperti gambar di bawah ini



Sumber: Dit. PSMP, 2006

Berapakah tinggi tangga dari permukaan tanah?

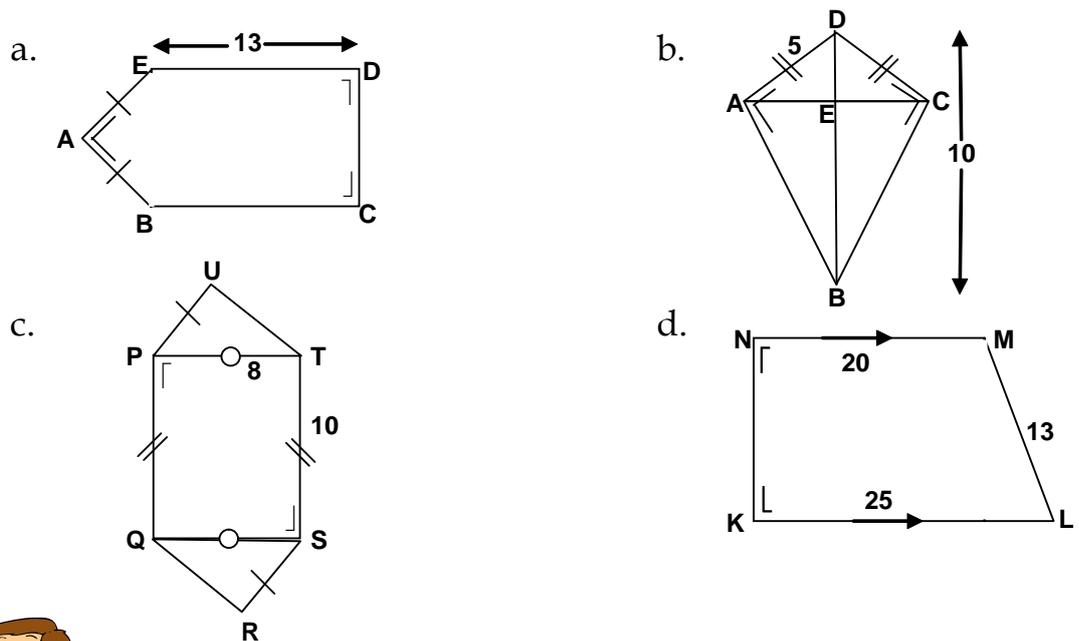
4. **Pemecahan Masalah.** Boas akan menanam pohon di sekeliling kebunnya yang berbentuk seperti gambar di samping. Jarak antara pohon yang satu dengan yang lain adalah 1 m.



a. Gunakan $\triangle CDE$ untuk menentukan panjang \overline{AB} , karena $\overline{AB} = \overline{EC}$.

b. Tentukan keliling kebun, untuk menentukan banyaknya pohon yang harus ditanam oleh Budi.

5. Berapakah luas daerah dari bangun-bangun di bawah ini.



6. Setiap pagi Budi berjalan kaki dari rumahnya menuju ke sekolah. Dari rumah, Budi berjalan sejauh 0,5 km ke arah Timur, kemudian dilanjutkan 2 km ke arah Utara. Berapakah jarak terdekat sekolah dari rumah Budi?

7. Pak Sitorus mempunyai kebun berbentuk segi-empat seperti pada gambar di samping yang akan ditanami sayuran.



Gambar 6.2

Kebun Pak Sitorus terlihat dari udara

- Gambarlah kebun Pak Sitorus.
- Bagaimanakah caramu mencari luas kebun Pak Sitorus? Jelaskan jawabanmu!
- Berapakah banyaknya pupuk yang harus dibeli Pak Sitorus, jika 1m^2 lahan memerlukan pupuk 0,5 kg?



Internet

Untuk mengetahui informasi tentang Teorema Pythagoras, silakan akses internet dengan alamat: <http://www.nobrassmusic.com> atau <http://www.philosophyprofessor.com>

Refleksi

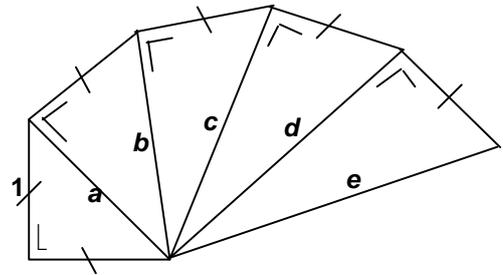
- Setelah kamu mempelajari materi ini, adakah bagian yang tidak kamu mengerti? Jika ada, coba diskusikan dengan temanmu.
- Buatlah rangkuman tentang apa yang telah kamu pahami dan catatlah hal-hal yang sulit kamu pahami
- Coba jelaskan:
 - a. Pengertian Hipotenusa
 - b. Teorema Pythagoras
 - c. Tripel Pythagoras
 - d. Kebalikan Tripel Pythagoras
- Berikan contoh kegunaan teorema Pythagoras dalam kehidupan sehari-hari.
- Dengan mengetahui panjang ketiga sisi sebuah segitiga, dapatkah kamu menentukan jenis segitiga tersebut? Jelaskan!
Apa komentarmu tentang pembelajaran materi Pythagoras (senang, membosankan, mudah dimengerti atau lainnya)?
Sampaikan hal itu kepada bapak/ibu gurumu!

Rangkuman

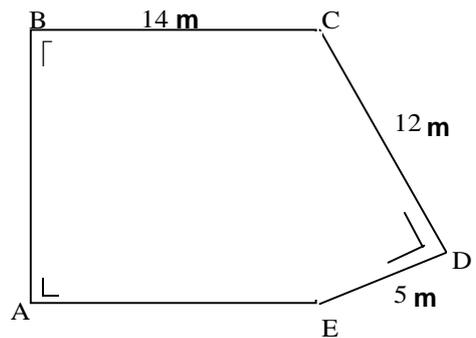
- Pada segitiga siku-siku, sisi dihadapan sudut siku-siku disebut **sisi miring** atau juga disebut **hipotenusa**.
- **Teorema Pythagoras:** dalam segitiga siku-siku berlaku jumlah kuadrat sisi siku-sikunya sama dengan kuadrat hipotenusanya
- Jika a , b dan c panjang sisi-sisi suatu segitiga siku-siku dengan a , b dan c **bilangan asli**, maka a , b , c disebut **bilangan Tripel Pythagoras**
- Jika a , b dan c panjang sisi-sisi suatu segitiga yang memenuhi persamaan $a^2 + b^2 = c^2$ dengan c adalah **sisi terpanjang**, maka segitiga tersebut adalah **segitiga siku-siku**
- Jika a , b dan c panjang sisi-sisi suatu segitiga dengan c sisi terpanjang tetapi a , b dan c tidak memenuhi bilangan Tripel Pythagoras, terdapat dua kemungkinan bentuk segitiga:
 - Jika $a^2 + b^2 < c^2$, maka $\triangle ABC$ **segitiga tumpul**
 - Jika $a^2 + b^2 > c^2$, maka $\triangle ABC$ **segitiga lancip**

7. Berikan dua contoh tripel Pythagoras.
8. Diberikan panjang sisi-sisi dari sebuah segitiga seperti di bawah ini. Selidikilah apakah akan membentuk segitiga lancip, siku-siku atau tumpul.
 - a. 7, 7, $7\sqrt{2}$
 - b. 8, 12, 20
 - c. 21, 15, 8
 - d. 5, 6, 9

9. Tentukan panjang sisi-sisi a , b , c , d , dan e , pada gambar di samping.



10. Pak Budi mempunyai kebun seperti pada gambar di samping. Kebun tersebut akan ditanami jagung. Setiap meter persegi lahan diperlukan 5 gram benih jagung dengan harga Rp7.000,00 tiap 1 kg. Berapakah biaya yang harus dikeluarkan pak Budi untuk membeli benih untuk kebunnya?

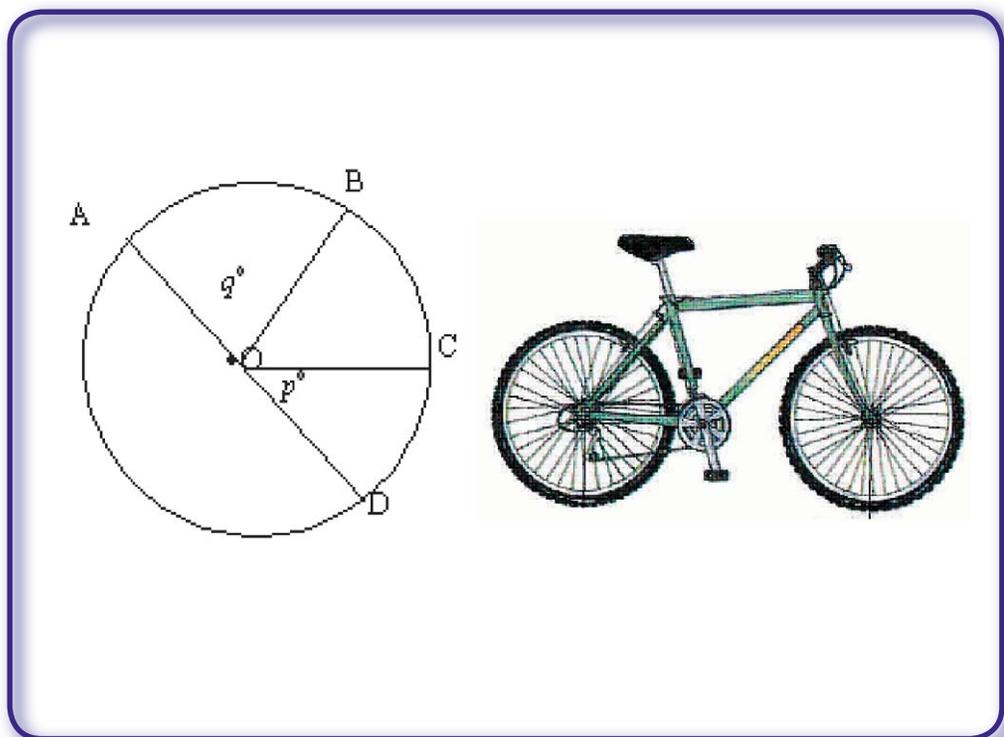


Bab 6

Lingkaran

Standar Kompetensi

Menentukan unsur, bagian lingkaran serta ukurannya



Kompetensi Dasar

- 4.1 Menentukan unsur dan bagian-bagian lingkaran
- 4.2 Menghitung keliling dan luas bidang lingkaran
- 4.3 Menggunakan hubungan sudut pusat, panjang busur, luas juring dalam pemecahan masalah
- 4.4 Menghitung panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran
- 4.5 Melukis lingkaran dalam dan lingkaran luar

Apa yang akan kamu pelajari?

- Unsur-unsur lingkaran
- Pendekatan nilai π

Kata Kunci:

- Lingkaran
- Keliling lingkaran
- Pusat lingkaran
- Jari-jari lingkaran
- Diameter lingkaran
- Talibusur lingkaran
- Juring lingkaran
- Tembereng lingkaran



Unsur-Unsur Lingkaran

Pernahkah kamu naik sepeda?



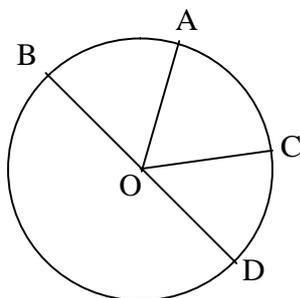
1. Berbentuk apakah roda sepeda itu?
Coba kamu sebutkan benda-benda di sekelilingmu yang mempunyai bentuk seperti roda sepeda.

2. Jika roda sepeda diputar, adakah bagian yang tidak bergerak?

Disebut apakah bagian itu?

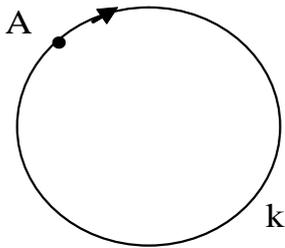
Perhatikan jeruji sepeda, adakah jeruji yang panjangnya tidak sama?

Jika roda sepeda tersebut berbentuk lingkaran, disebut apakah bagian yang tidak bergerak dan jeruji sepeda itu?



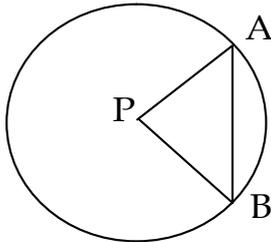
Gambar 6.1

3. Gambar 6.1 di samping adalah gambar lingkaran dengan pusat O. Titik A terletak pada lingkaran.
 - a. Ada berapa titik yang terletak pada lingkaran ?
 - b. Apakah jarak titik A, B, C, dan D ke O sama?
 - c. Coba sebutkan suatu pengertian lingkaran (menurut pendapatmu).
 - d. Menurutmu, apa nama yang tepat untuk \overline{OA} , \overline{OB} , \overline{OC} , dan \overline{OD} dan apa nama yang tepat untuk \overline{BD} ?



Gambar 6.2

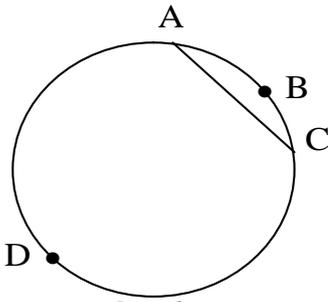
4. Perhatikan gambar 6.2 di samping. Jika kamu berjalan searah putaran jarum jam dari titik A menelusuri lingkaran dan kembali ke titik A, maka panjang lintasan yang dilalui itu dinamakan **keliling lingkaran (K)**.



Gambar 6.3

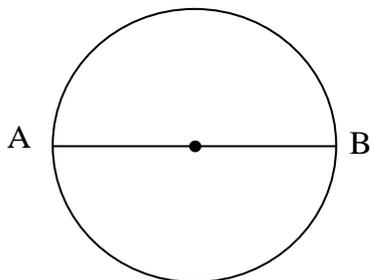
Perhatikan gambar 6.3 di samping. **Sudut pusat** adalah sudut di dalam lingkaran yang titik sudutnya adalah titik pusat lingkaran. $\angle APB$ adalah sudut pusat lingkaran. Gambarlah sudut pusat yang lain. Ada berapa sudut pusat yang dapat kamu gambar?

\overline{AB} adalah **tali busur lingkaran**. Gambarlah tali busur yang lain. Ada berapa tali busur yang dapat kamu buat? Sebutkan dengan kata-katamu sendiri pengertian tali busur!



Gambar 6.4

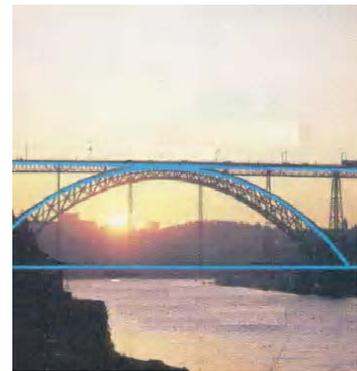
5. Garis lengkung ADC disebut **busur panjang** atau **busur besar** dan ditulis \overline{ADC} . Apakah ciri suatu busur panjang? Sedangkan garis lengkung ABC disebut **busur pendek** atau **busur kecil** dan ditulis \overline{ABC} atau \overline{AC} saja. Apakah ciri suatu busur pendek? Tulislah dua busur panjang dan dua busur pendek yang lain. Selanjutnya jika disebut **busur AC** maka yang dimaksud adalah busur pendek \overline{AC} .



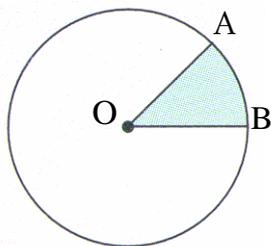
Gambar 6.5

6. Jika \overline{AB} diameter lingkaran maka \overline{AB} disebut busur setengah lingkaran. Ada berapa busur setengah lingkaran yang dapat kamu buat? Coba gambar busur setengah lingkaran yang lain.

7. Gambar di samping adalah jembatan dengan bagian kerangka yang melengkung merupakan busur lingkaran. Coba kalian jalan-jalan keluar sekolah. Amati benda-benda di sekitarmu yang berbentuk lingkaran atau bagian-bagian dari lingkaran. Catat dan hasilnya kamu kemukakan pada temanmu di depan kelas.



Dit. PSMP, 2006



Gambar 6.6

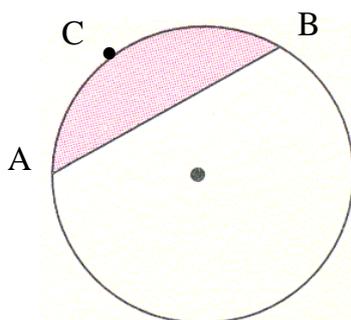
8. Perhatikan gambar 6.6, daerah di dalam lingkaran yang dibatasi oleh dua jari-jari dan satu busur disebut **juring**. Bagian lingkaran yang berwarna merupakan juring kecil AOB, sedangkan bagian yang tidak berwarna merupakan juring besar AOB. Selanjutnya yang disebut juring AOB adalah juring kecil AOB.



Dit. PSMP, 2006

Gambar 6.7

9. Gambar 6.7 di samping menunjukkan buah semangka yang telah dimakan seorang anak dan bentuknya disebut juring lingkaran. Dapatkah kamu menunjukkan benda-benda di sekitarmu yang berbentuk juring lingkaran?



Gambar 6.8

10. Pada gambar 6.8 di samping, daerah dalam lingkaran yang dibatasi oleh sebuah talibusur dan busurnya dinamakan **tembereng**. Bangun ABC merupakan tembereng lingkaran. Dapatkah kamu menunjukkan benda-benda di sekitarmu yang berbentuk tembereng?

11. Ibu Ninuk mempunyai 6 orang anak. Ibu Ninuk akan membagikan kue yang permukaannya berbentuk lingkaran. Dapatkah kamu membantu ibu Ninuk untuk membagi kue sehingga semua mendapat bagian yang sama? Bagaimana caramu membagi kue itu?

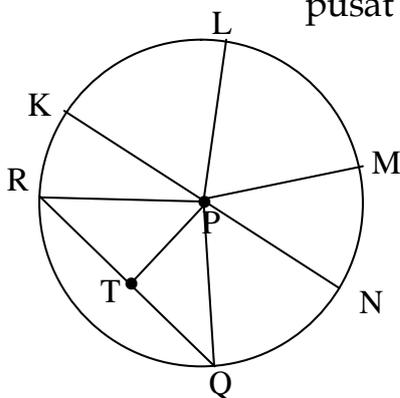


Latihan 6.1

1. Berapakah banyaknya jari-jari yang berbeda dari suatu lingkaran? Berapa banyaknya diameter yang berbeda dari suatu lingkaran?
2. Buatlah lingkaran dengan pusat O. Gambarlah beberapa talibusur lingkaran dan ukurlah panjangnya. Talibusur manakah yang terpanjang? Apakah nama khusus bagi talibusur terpanjang itu?
3. Berapakah perbandingan panjang jari-jari dan diameter lingkaran?
4. Gambarlah lingkaran dengan pusat A dan jari-jari 2 cm! Gambarlah sudut pusat BAC! Gambarlah lingkaran lain dengan pusat A dan jari-jari 4 cm! Gambarlah sudut pusat BAC! Jika jari-jari lingkaran diperbesar dua kali, apakah ukuran sudut BAC berubah?

Untuk soal nomor 5 sampai dengan 14 gunakan gambar 6.9 di bawah!

Gambar 6.9 di samping adalah lingkaran dengan pusat P



Gambar 6.9

5. Talibusur yang juga diameter adalah
6. Jika $KN = 12$ cm, tentukan panjang PL !
7. Apakah \overline{PM} talibusur lingkaran ?
8. Apakah $\overline{PN} = \overline{PL}$?
9. Sebutkan empat ruas garis yang merupakan jari-jari lingkaran!
10. Apakah $\overline{PQ} < \overline{KN}$?
11. Segitiga apakah $\triangle PRQ$?
12. Jika $PR = 6$ cm dan $RQ = 6$ cm, tentukan \overline{PT} jika $\overline{PT} \perp \overline{RQ}$!
13. Sebutkan tembereng dan juring pada gambar 6.9!
14. $KNQR$ disebut **segiempat tali busur**, mengapa? Jelaskan! Sebutkan segiempat-segiempat talibusur lainnya yang terdapat pada gambar 6.9!

Apa yang akan kamu pelajari?

- Rumus keliling dan aplikasinya
- Pendekatan luas lingkaran dengan menghitung persegi satuan
- Menemukan rumus luas lingkaran dan aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari

Kata Kunci

- Keliling Lingkaran
- Rumus Keliling Lingkaran
- Luas Lingkaran



Keliling Lingkaran

Kembali ke masalah roda sepeda.

Pada roda sepeda terdapat ban yang menempel di *peleg* roda. Bagaimana caramu menghitung panjang ban sepeda tersebut?

Hal ini sama saja dengan menghitung keliling roda sepeda tersebut!

Untuk menjawab masalah ini, lakukan kegiatan berikut.



Lab-Mini

Kerja Kelompok

Alat : penggaris, tali rafia atau pita, macam-macam benda yang permukaannya berbentuk lingkaran dalam berbagai ukuran.

- Pilih sebuah benda yang permukaannya berbentuk lingkaran.
- Jiplak permukaan benda pada kertas, gunting jiplakan tersebut. Lipat guntingan menjadi dua bagian yang sama, ukur diameter lingkaran pada jiplakan dan catat hasilnya pada tabel 6.1.
- Lilitkan tali/ pita mengelilingi permukaan benda itu. Beri tanda pada tali tempat pertemuan ujung dan pangkalnya.
- Lepaskan tali itu dan bentangkan, kemudian ukur panjangnya dengan penggaris.
- Catat hasilnya pada tabel 6.1. Hasil ini merupakan keliling lingkaran tersebut.
- Bagi keliling lingkaran itu dengan panjang diameter. Catat jawabanmu.
- Ulangi kegiatan di atas dengan dua benda lain yang permukaannya berbentuk lingkaran.



Lab-Mini

Diskusikan

- a. Bandingkan hasil pembagian keliling lingkaran dan diameter setiap lingkaran dengan melengkapi tabel 6.1 berikut.

Tabel 6.1

Benda	d	K	$\frac{K}{d}$
1			
2			
3			

- Apa yang kamu dapat ?
- b. Bagaimanakah hubungan antara keliling lingkaran dengan diameter?

Petunjuk Kalkulator



π adalah suatu bilangan yang sering dilakukan untuk perhitungan berkaitan dengan bangun lingkaran maupun bola. Biasanya π mempunyai tombol tersendiri dalam kalkulator.

Apa yang keluar dari layar kalkulator jika kamu menekan tombol  ?

Huruf Yunani π digunakan untuk menyatakan keliling lingkaran dibagi dengan diameter ($\frac{K}{d}$).

Pendekatan yang sering digunakan untuk π adalah 3,14 atau $\frac{22}{7}$.

Dapatkah kamu menyatakan keliling lingkaran jika jari-jari atau diameternya diketahui? Apakah pernyataan yang kamu buat sesuai dengan rumus berikut.

Keliling Lingkaran

Dengan kata-kata: Keliling sebuah lingkaran sama dengan π dikalikan dengan diameter lingkaran atau 2π dikalikan dengan jari-jari lingkaran.

Secara simbolik : Jika suatu lingkaran berjari-jari r , dan diameter lingkaran d , maka keliling lingkaran adalah: $K = 2\pi r = \pi d$

Soal 1



sumber:www.indosiar.com
Gambar 6.10

Seorang pengusaha akan membuat komedi putar seperti gambar 6.10 di samping. Jika tempat duduk pada drumolen sebanyak 21 buah dan masing-masing tempat duduk berjarak 3 m, berapakah panjang jari-jari drumolen?

Soal 2



Keliling sebuah ban sepeda 176 cm.

a) Hitunglah panjang jari-jari ban sepeda jika

$$\pi = \frac{22}{7}$$

b) Tentukan panjang lintasan yang dilalui ban sepeda bila berputar 1000 kali.

Soal 3



Seorang pengusaha akan membuat cetakan roti untuk mencetak roti seperti gambar di samping. Jika keliling roti yang akan dibuat masing-masing 21cm dan 42cm, tentukan perbandingan antara panjang jari-jari kedua cetakan roti.



Pendekatan Luas Lingkaran dengan Menghitung Persegi Satuan



Dapatkah kamu mencari luas permukaan uang koin 100 rupiah bergambar rumah Minang keluaran tahun 1998? Atau uang koin 50 rupiah bergambar komodo keluaran tahun 1996?



Lab-Mini

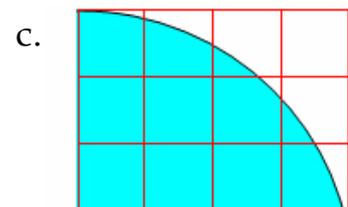
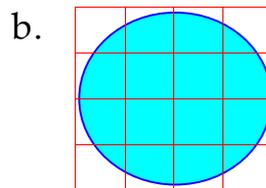
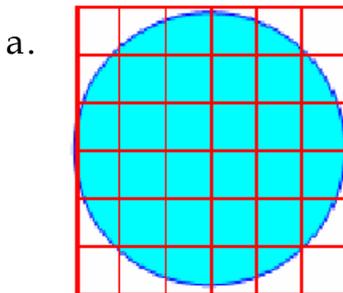
Kerja Kelompok

Alat dan Bahan : kertas berpetak, penggaris, pensil, uang logam Rp100,00 dan Rp50,00

- Jiplaklah uang koin Rp100,00 pada kertas berpetak.
- Hitunglah banyaknya persegi yang utuh yang ada dalam daerah lingkaran.
- Hitunglah banyaknya persegi yang luasnya lebih dari separoh.
- Hitunglah banyaknya persegi yang luasnya kurang dari separoh.
- Berapa persegi satuan kira-kira luas permukaan logam Rp100,00? Bandingkan hasilnya dengan kelompok lain.
- Ceritakan bagaimana kamu mendapatkan luas permukaan koin tersebut.

Soal 4

Carilah luas daerah lingkaran pada gambar di bawah dengan pendekatan.



Menemukan Rumus Luas Lingkaran dan Aplikasinya

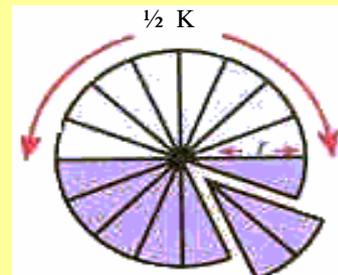
Pak Budi mempunyai sumur untuk tempat pembuangan kotoran ternaknya. Supaya tidak berbau Pak Budi akan menutup sumur tersebut dengan tutup berbentuk lingkaran terbuat dari seng. Berapakah luas seng tersebut? Untuk menjawab masalah ini lakukan kegiatan berikut.

Kerja Kelompok Penemuan

Alat dan bahan : kertas, jangka, penggaris, gunting, busur derajat, pensil dan lem kertas.

1. Gambarlah tiga buah lingkaran dengan jari-jari berbeda.

2. Bagilah daerah lingkaran tersebut menjadi 16 juring yang kongruen. Kamu dapat menggunakan jangka untuk membagi sudut pusat sama besar.



Atau kalian dapat pula menggunakan busur

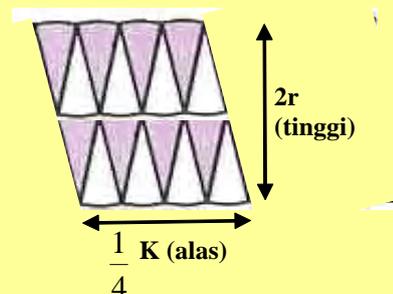
derajat untuk menentukan sudut-sudut pusat yang sama pada setiap juring. Misalkan r satuan menyatakan jari-jari lingkaran dan K satuan menyatakan keliling lingkaran itu

3. Arsirlah daerah setengah lingkaran.

4. Guntinglah setiap juring yang telah kamu buat.

5. Susunlah juring-juring tersebut, sedemikian hingga berbentuk seperti segi- n , misal jajargenjang

6. Tentukan panjang dan lebar bangun yang telah kalian susun.



7. Tentukan luas daerah bangun tersebut.

8. Kesimpulan apa yang kamu peroleh?

9. Dapatkah kamu temukan susunan selain pada (5)? Jika dapat, sebutkan!

10. Tentukan luas daerah bangun (9)

11. Kesimpulan apa yang kamu peroleh?

12. Bandingkan hasil (8) dengan (11)

13. Lakukan langkah (5) s.d (8) untuk bangun-bangun yang lain

Luas daerah Lingkaran

Dengan kata-kata: Luas sebuah daerah lingkaran (yang seterusnya disebut luas lingkaran) sama dengan π dikalikan dengan kuadrat dari panjang jari-jari lingkaran itu.

Secara simbolik : Jika suatu lingkaran berjari-jari r , maka luas lingkaran itu, $L = \pi r^2$

Contoh 1



Dit. PSMP, 2006

Tentukan luas dasar sebuah kue taart jika dasar kue taart itu berdiameter 20 cm.

Jawab:

$$\text{Jari-jari lingkaran: } r = \frac{1}{2} \times 20 = 10$$

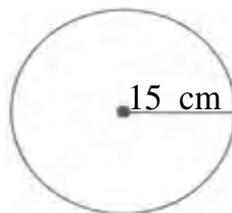
$$L = \pi r^2 = 3,14 \times 10 \times 10 \\ = 314$$

Jadi luas dasar kue taart adalah 314 cm^2

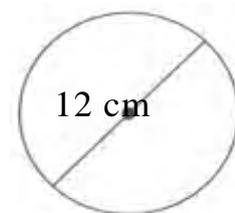
Latihan 6.2

1. Berapa diameter lingkaran jika jari-jarinya 13 m? Tentukan keliling tiap-tiap lingkaran pada soal 2 dan 3 berikut!

2.



3.



Tentukan keliling tiap-tiap lingkaran pada soal 4 sampai dengan 7, jika diameter atau jari-jarinya sebagai berikut.

4. diameter 17 cm.

5. jari-jari 3 m.

6. jari-jari 6,2 cm.

7. diameter 4,5 m.

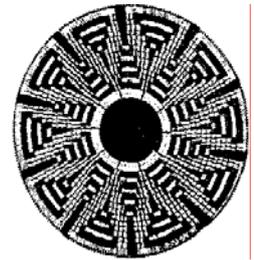
Tentukan diameter dan jari-jari dari lingkaran pada soal 8 dan 9, jika diketahui keliling lingkarannya sebagai berikut.

8. 76,4 cm

9. 2368 cm

10. Pedal sebuah sepeda tahun 1870 berada di roda depan. Diameter roda depan 160 cm dan diameter roda belakang 30 cm. Berapa kali roda belakang berputar penuh untuk setiap satu putaran penuh roda depan?
11. **Berpikir Kritis.** Ani akan membuat 2 model cincin yang dibuat dari kawat yang panjangnya 1 m. Model cincin pertama jari-jarinya 35 mm dan model cincin ke dua jari-jarinya 28 mm. Berapakah Ani akan mendapat model cincin pertama dan kedua dengan sisa potongan kawat sesedikit mungkin?

13. Ibu akan membuat alas gelas dari kain perca yang terdiri dari dua kain perca seperti gambar di samping. Tentukan keliling kain perca bagian dalam dan bagian luar jika jari-jari bagian dalam 1 cm dan bagian luar 3 cm.

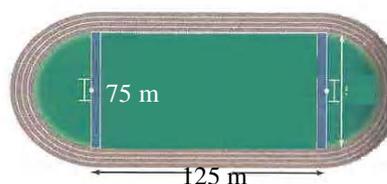


14. Ibu membuat *Pizza* dengan ukuran berbeda. Ukuran besar berdiameter 16 cm, ukuran sedang berdiameter 12 cm dan ukuran kecil berdiameter 8 cm. Bahan kue mana yang lebih banyak diperlukan untuk membuat 1 *Pizza* ukuran besar ataukah 2 *Pizza* ukuran sedang?



15. Borobudur adalah candi kuno di Kabupaten Magelang Jawa Tengah. Stupa dari candi ini disusun dari batu-batu dan alasnya berbentuk lingkaran yang berdiameter 2 m. Tentukan luas daerah lingkaran tersebut.

16. Lantai sebuah stadion olahraga dapat disusun bagian demi bagian dan membentuk sebuah arena pertandingan seperti gambar di samping ini. Tentukan luas arena tersebut.



17. Perbandingan jari-jari dua buah lingkaran adalah $x : y$. Tentukan perbandingan luas kedua lingkaran tersebut. Dapatkah kamu menuliskan perbandingan tersebut dengan kata-katamu?

18. *Matematika dan Seni*



Sebuah “*fresco*” merupakan lukisan dinding jenis khusus yang dibuat pada saat dinding dilapisi. Cat-cat dicampur dengan gips yang basah dan ditempelkan pada dinding itu. Warna-warna yang terjadi sangat cerah pada saat gips itu sudah kering.

Affandi adalah seorang pelukis yang lugus, sederhana dalam sikap dan penampilannya. Kalangan pelukis menyebut lukisan Affandi bergaya ekspresionis. Pelukis kelahiran Cirebon ini mendapat gelar *doktor honoris Causa* dari Universitas Singapura. Pada masa perjuangan ia ikut pula membuat poster-poster perjuangan. Sebuah poster di antaranya berjudul “Boeng Ajo Boeng ...!” diberi teks oleh penyair kenamaan Chairil Anwar. Pernah Affandi bekerja sebagai guru di Taman Siswa Jakarta, kemudian ia mendapat kesempatan belajar melukis di India. Sebagai calon siswa, ia harus mengikuti tes masuk dengan *menggambar lingkaran* tanpa alat bantu. Menurut hasil tes, Affandi ditolak menjadi siswa sekolah seni lukis Shantiniketan, namun diterima sebagai tenaga pengajar. Dengan beasiswa yang diterimanya sebagai “mahasiswa langsung lulus,” Affandi mengadakan perjalanan keliling India sambil melukis. Affandi yang semakin tua memang makin lemah, namun semangatnya begitu besar sehingga dalam keadaan sakitpun, di atas ranjangnya Affandi tetap melukis.

Seandainya kamu ingin melukis matahari dengan luas 4 m^2 , berapa kira-kira diameter lukisan matahari yang akan kamu lukis tersebut?

6.3

Sudut Pusat, Busur, dan Juring Lingkaran

Apa yang akan kamu pelajari?

- Sudut Pusat, Sudut Keliling, dan Juring
- Hubungan sudut Pusat dengan Panjang Busur
- Hubungan Sudut-Sudut Pusat dengan Luas Juringnya

Kata Kunci:

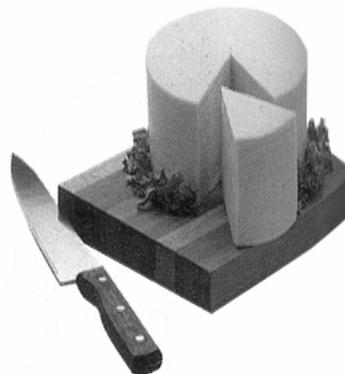
- Sudut Pusat
- Sudut Keliling
- Panjang Busur
- Luas juring Lingkaran



Sudut Pusat, Sudut Keliling dan Juring Lingkaran

Ibu membuat kue bolu yang alasnya berbentuk lingkaran. Setelah matang Ibu akan memotong kue itu menjadi beberapa bagian yang sama besar.

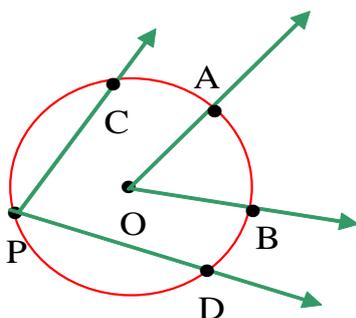
Bagaimanakah kira-kira cara Ibu memotong kue tersebut



Jika Ibu memotong kue seperti gambar di atas, apakah setiap bagiannya nanti akan sama besar? Mengapa?

Yang dilakukan Ibu adalah memotong kue yang permukaannya membentuk sudut sama besar dan titik sudutnya merupakan pusat lingkaran.

Titik sudut dari sudut pusat terletak pada pusat lingkaran.
Titik sudut dari sudut keliling terletak pada lingkaran.



Gambar 6.10

Perhatikan gambar 6.10 di samping. $\angle AOB$ disebut **sudut pusat**. $\angle CPD$ disebut **sudut keliling**.

Coba sebutkan ciri-ciri sudut pusat dan sudut keliling suatu lingkaran?

Coba kamu gambar sudut pusat dan sudut keliling yang lain pada lingkaran di samping.

Melalui dua titik pada lingkaran, kita dapat menggambar sudut pusat dan sudut keliling yang menghadap busur yang sama



Lab-Mini

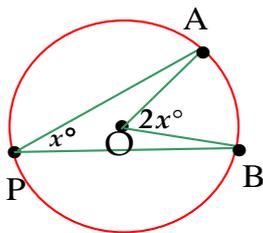
Kerja Kelompok *Penemuan*

Alat dan Bahan : kertas HVS, lem, penggaris, gunting, jangka, alat tulis.

Langkah-langkah:

1. Gambar tiga buah lingkaran dengan jari-jari berbeda
2. Gambar sudut pusat dan sudut keliling menghadap busur yang sama pada masing-masing lingkaran
3. Gunting sudut pusat pada lingkaran 1
4. Lipat sudut pusat (3) menjadi dua bagian yang sama, bandingkan dengan sudut keliling pasangannya (pada lingkaran 1)
5. Lakukan seperti langkah (3) dan (4) untuk lingkaran-lingkaran yang lain
6. Kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh?

Apakah kesimpulan yang kamu peroleh sesuai dengan kesimpulan berikut?



Gambar 6.11

Hubungan *Sudut Pusat* *dan* *Sudut Keliling*

Besar sudut pusat sama dengan *dua kali* besar sudut keliling yang menghadap busur yang sama

Berpikir Kritis

Berapakah besar sudut keliling yang menghadap diameter?

Menghadap sebuah busur, kamu dapat menggambar beberapa sudut keliling-sudut keliling. Bagaimana besar sudut-sudut tersebut? Kamu akan menemukannya melalui kegiatan berikut.



Lab-Mini

Kerja Kelompok

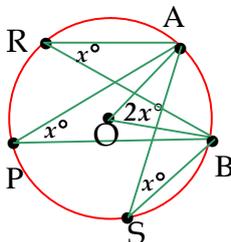
Penemuan

Alat dan Bahan: kertas HVS, lem, penggaris, gunting, jangka, alat tulis.

Langkah-langkah:

1. Gambarlah beberapa sudut-sudut keliling yang menghadap busur yang sama pada setiap lingkaran pada lab. Mini (A)
2. Sudut pusat yang telah kamu lipat (pada lab. Mini (A)), bandingkan dengan sudut-sudut keliling dalam lingkaran yang sama.
3. Lakukan langkah (2) pada setiap lingkaran
4. Kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh?

Apakah kesimpulan yang kamu peroleh sesuai dengan kesimpulan berikut?



Gambar 6.12

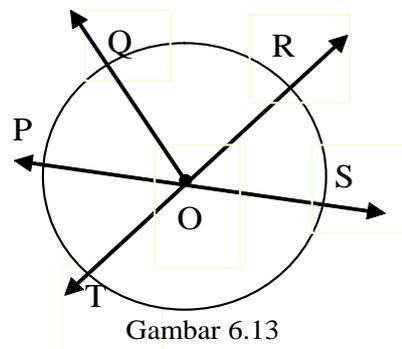
**Sudut
Keliling**

Besar sudut keliling-sudut keliling yang menghadap busur yang sama adalah *sama besar*

Soal 1

Perhatikan gambar 6.13 di samping. $\angle POQ$, $\angle QOR$, $\angle POR$, adalah sudut-sudut pusat. Dapatkah kamu menyebutkan sudut pusat yang lain? Dapatkah kamu mencari dua sudut pusat yang sama? Mengapa sama?

Gambarlah $\angle PRT$, $\angle PQT$ dan $\angle PST$. Bagaimana besar ketiga sudut tersebut? Jelaskan!

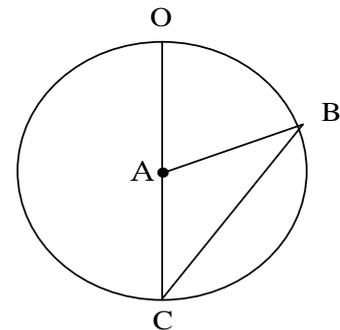


Gambar 6.13

Soal 2

Gambar 6.14 di samping adalah gambar lingkaran dengan pusat A. \overline{OC} diameter lingkaran. Jika besar $\angle OAB = 2x^\circ$ dan besar $\angle BAC = (3x - 30)^\circ$, tentukan:

- besar $\angle OAB$
- besar $\angle BAC$
- besar $\angle BCO$
- besar $\angle CBO$



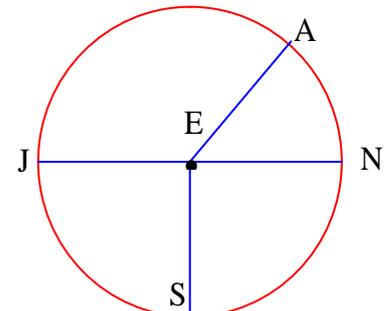
Gambar 6.14



Hubungan Perbandingan Senilai antara Besar Sudut Pusat, Sudut Keliling, Panjang Busur, dan Luas dari Dua Juring suatu Lingkaran.

Soal 3

Gambar 6.15 di samping adalah gambar lingkaran dengan pusat E. Jari-jarinya : 10 cm, $\angle AEN = 60^\circ$, \overline{JN} adalah diameter dan $\angle JES = 90^\circ$, $\pi = 3,14$.



Gambar 6.15

Tentukan:

- | | |
|--|--|
| a. Panjang busur AN | b. Panjang busur JA |
| c. Besar $\angle JEA$ | d. Besar $\angle JSN$ |
| e. Besar $\angle ASN$ | f. Besar $\angle JSA$ |
| g. Luas juring JEA | h. Luas juring AEN |
| i. $\frac{\text{Besar } \angle AEN}{\text{Besar } \angle JEA}$ | j. $\frac{\text{Besar } \angle ASN}{\text{Besar } \angle JSA}$ |
| k. $\frac{\text{Panjang busur AN}}{\text{Panjang busur JA}}$ | l. $\frac{\text{Luas juring AEN}}{\text{Luas juring JEA}}$ |
| m. Apa hubungan antara i, j, k dan l? | |

Soal 4

Gambar 6.15 di bawah adalah gambar lingkaran dengan pusat O. Panjang jari-jari = r , \overline{AD} adalah diameter, $\angle AOB = q^\circ$ dan $\angle COD = p^\circ$.

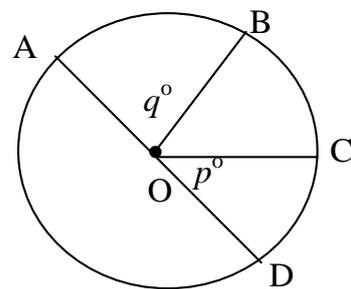
Tentukan hubungan antara

$$\frac{\text{Panjang busur AB}}{\text{Panjang busur CD}}, \quad \frac{\text{Besarnya } \angle AOB}{\text{Besarnya } \angle COD}, \quad \frac{\text{Besarnya } \angle ADB}{\text{Besarnya } \angle CAD} \quad \text{dan}$$

$$\frac{\text{Luas juring AOB}}{\text{Luas juring COD}}$$

Apa kesimpulanmu?

Jika sudut-sudut pusat berbanding sebagai $p : q$, maka perbandingan panjang busurnya dan perbandingan luas juringnya yang sesuai dengan sudut-sudut pusat tersebut adalah sama, yaitu $p : q$



Gambar 6.16

Dengan demikian berlaku:

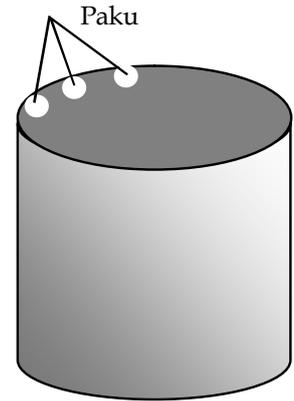
Soal 5

Ferri lari pagi mengelilingi sebuah taman yang berbentuk lingkaran dengan jari-jari 14 meter. Jika Ferri dapat berlari 5 putaran, maka tentukan jarak yang ditempuh Ferri. Tentukan juga berapakah luas taman itu? ($\pi = \frac{22}{7}$).



Soal 6

Suatu lembaran plat baja berbentuk lingkaran mempunyai luas 154 m^2 . Plat ini digunakan untuk menutup bak penampungan air berbentuk tabung. Sekeliling plat dipaku sedemikian rupa dengan jarak antara 2 paku adalah $0,5 \text{ m}$. Tentukan banyak paku yang dibutuhkan.

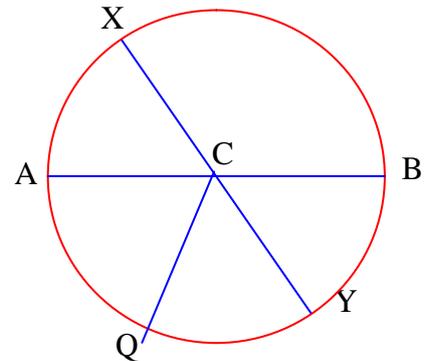


Latihan 6.3

- Gambar 6.17 di samping adalah gambar lingkaran berpusat C dan \overline{AB} dan \overline{XY} merupakan diameter lingkaran.

Besar $\angle BCQ = (4x + 15)^\circ$,
 $\angle QCX = (2x + 5)^\circ$ dan
 $\angle BCY = 2x^\circ$. Hitunglah:

- x
- Besar $\angle YCQ$
- Besar $\angle QCA$
- Besar $\angle BXQ$
- Besar $\angle QBA$
- Besar $\angle YXQ$



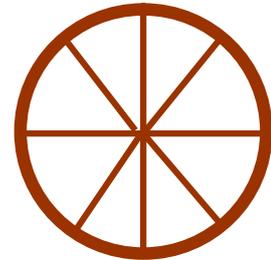
Gambar 6.17

- Berpikir Kritis.** Jika dua lingkaran mempunyai sudut pusat yang sama, maka kedua lingkaran tersebut sama besar. Benarkah pernyataan ini? Coba kamu jelaskan!
- Kembali ke kue bolu Ibu. Jika Ibu ingin memotong kue bolu tersebut menjadi 6 bagian yang sama besar. Berapa besar sudut pusat tiap potongan? Dan berapa luas bagian dasar dari tiap potong kue?
- Penalaran.** Atjong seorang perancang sepeda. Dia merancang sebuah roda dengan 30 jeruji yang berjarak sama. Jeruji-jeruji itu diberi nomor urut dari 1 sampai 30. Carilah besar sudut pusat yang dibentuk oleh jeruji-jeruji nomor 1 dan 11.

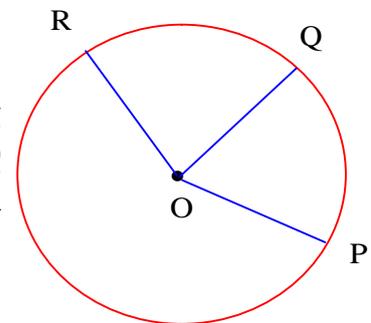


5. **Pemecahan Masalah.** Pak Surya adalah guru olah raga. Dia menyuruh murid-muridnya untuk membentuk sebuah lingkaran. Jarak antara murid yang satu dengan yang lain sama jauhnya. Jika murid nomor 12 berseberangan langsung dengan murid nomor 35, berapa banyak murid dalam lingkaran tersebut?

6. Kamu akan mendesain roda pedati dengan banyaknya jeruji adalah 8 seperti gambar di samping. Ceritakan bagaimana kamu mendesain roda itu.



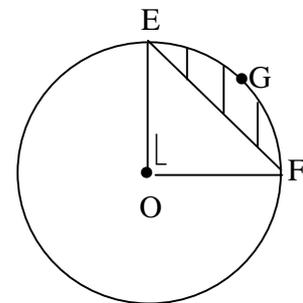
7. Pada gambar di samping $\angle POQ = 72^\circ$, panjang busur PQ = 36 cm dan panjang busur QR = 32 cm. Hitung besar $\angle ROQ$.



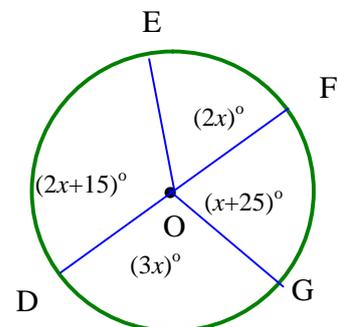
8. Gambar di samping adalah gambar lingkaran pusat O dan jari-jari 7 cm.

Dengan memilih $\pi = \frac{22}{7}$, tentukan:

- Luas juring OEF.
- Luas $\triangle OEF$.
- Luas tembereng EGF.

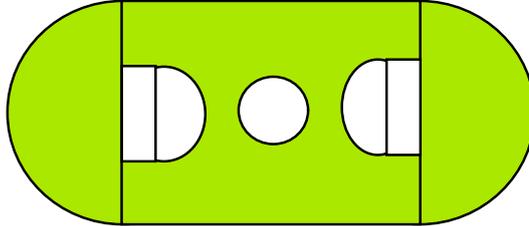


9. Perhatikan gambar di samping!
Panjang busur EF = 8 cm
- Tentukan x
 - Tentukan panjang busur DE
 - Tentukan panjang busur FG
 - Tentukan panjang busur DG



10. Sebuah seng berbentuk persegi yang panjang sisinya 120 cm, akan dibuat tutup botol. Satu tutup botol membutuhkan seng seluas $6,28 \text{ cm}^2$. Berapakah banyak tutup botol yang dapat dibuat?

11. Sebuah lapangan sepakbola berbentuk gabungan antara persegi panjang dan dua setengah lingkaran seperti gambar berikut. Panjang dan lebar dari lapangan yang berbentuk persegi panjang berturut-turut 110 m dan 60 m.



Lapangan tersebut ditanami rumput yang harganya per m^2 adalah Rp 30.000,00. Tentukan:

- Keliling lapangan sepakbola
 - Biaya yang dibutuhkan untuk menanam rumput di lapangan.
12. Jika perbandingan keliling dua lingkaran adalah $a : b$. Tentukan perbandingan luas kedua lingkaran tersebut.

6.4

Sifat Garis Singgung Lingkaran

Apa yang akan kamu pelajari?

- Sifat sudut yang dibentuk garis yang melalui titik pusat dengan garis singgung lingkaran.
- Mengenali bahwa melalui suatu titik pada lingkaran hanya dapat dibuat satu garis singgung pada lingkaran tersebut.
- Melukis dua garis singgung lingkaran melalui suatu titik di luar lingkaran.
- Melukis dan menghitung panjang garis singgung dari suatu titik di luar lingkaran

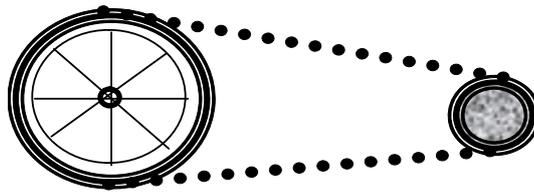
Kata Kunci:

- Garis singgung lingkaran



Sifat-sifat Garis Singgung Lingkaran

Apakah kamu mempunyai sepeda? Perhatikan rantai sepeda, seperti pada gambar 6.18.



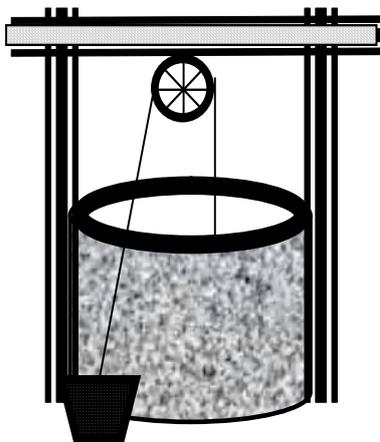
Gambar 6.18

Jika kamu amati maka rantai sepedamu menyinggung *gir*. Roda sepeda itu berbentuk lingkaran

Apakah kamu mempunyai sumur? Ataukah kamu pernah melihat sumur? Salah satu cara untuk mengambil air dari dalam sumur yaitu dengan menggunakan tali dan roda seperti pada Gambar 6.19.

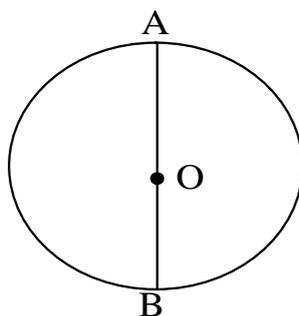
Jika kamu amati maka tali menyinggung roda. Roda itu berbentuk lingkaran

Dapatkan kamu mencari contoh lain yang berkaitan dengan bentuk lingkaran dan benda yang menyinggung lingkaran tersebut?

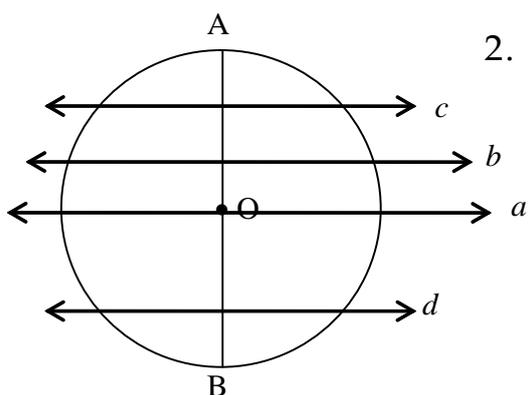


Gambar 6.19

1. Gambarlah lingkaran berpusat di titik O dan mempunyai diameter \overline{AB} , seperti Gambar 6.20

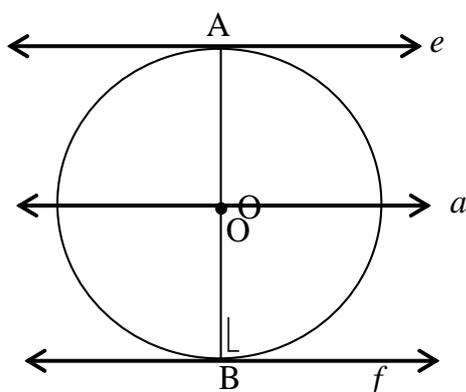


Gambar 6.20



Gambar 6.21

2. Pada Gambar 6.21 garis a melalui O dan tegak lurus \overline{AB} .
 - a. Garis a memotong lingkaran di berapa titik? Gambarlah garis b, c, d sejajar a .
 - b. Setiap garis itu memotong lingkaran di dua titik.
 - c. Adakah garis yang sejajar a dan memotong lingkaran tepat di satu titik?



Gambar 6.22

3. Gambarlah garis e dan f yang sejajar garis a dan memotong lingkaran di satu titik. Garis e dan f disebut *garis singgung* pada lingkaran, titik A dan B disebut *titik singgung*.

Karena $a \perp \overline{AB}$ dan $e \parallel a$ maka $e \perp \overline{AB}$

Bagaimana sudut yang dibentuk garis e dengan \overline{AB} ?

Bagaimana sudut yang dibentuk garis f dengan \overline{AB} ?

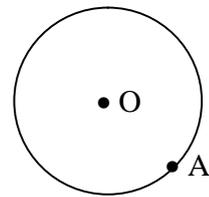
Cocokkan kesimpulanmu dengan kesimpulan berikut.

Garis singgung lingkaran tegak lurus pada diameter lingkaran yang melalui titik singgungnya.

Dapatkan kamu mencari benda-benda di sekitarmu yang dapat digunakan sebagai contoh garis menyinggung lingkaran? Sebutkan!

Observasi

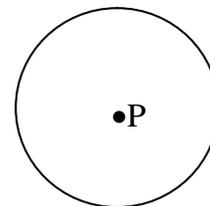
1. Gambarlah lingkaran yang berpusat di O dan titik A pada lingkaran, seperti Gambar 6.23



Gambar 6.23

2. Gambarlah garis singgung pada lingkaran melalui titik A. Ada berapa banyaknya garis singgung lingkaran melalui A yang dapat kamu buat?

3. Gambarlah lingkaran yang berpusat di P dan titik Q di luar lingkaran, seperti Gambar 6.24. Dari titik Q gambarlah garis singgung pada lingkaran yang berpusat di titik P. Ada berapa banyaknya garis singgung lingkaran yang dapat kamu buat?

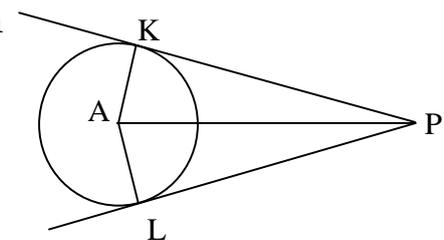


Gambar 6.24

Soal 1

Gambar di samping adalah lingkaran dengan pusat A.

Buktikan: $KP = LP$.



Dari hasil observasi di atas, apakah hasilmu sesuai dengan kesimpulan berikut?

- Melalui suatu titik pada lingkaran hanya dapat dibuat satu garis singgung pada lingkaran tersebut.
- Melalui suatu titik di luar lingkaran dapat dibuat dua garis singgung pada lingkaran tersebut.
- Jika P di luar lingkaran maka jarak P ke titik-titik singgungnya adalah sama.

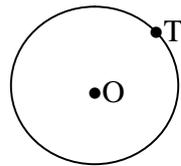


Melukis Garis Singgung

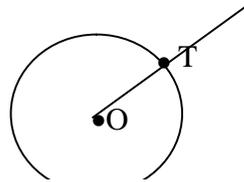
Kamu telah mengetahui bahwa suatu garis singgung lingkaran tegak lurus pada diameter / jari-jari yang melalui titik singgungnya.

Bagaimana caramu melukis garis singgung lingkaran melalui suatu titik pada lingkaran?

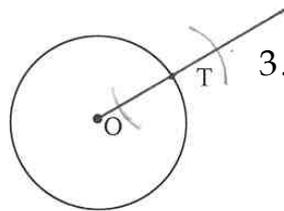
Langkah-langkah:



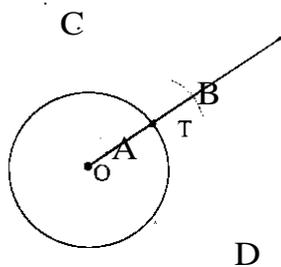
1. Gambarlah lingkaran dengan pusat O dan titik T pada lingkaran.



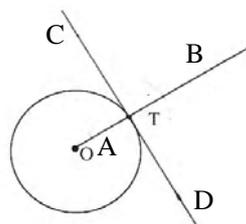
2. Gambarlah jari-jari \overline{OT} dan perpanjangan \overline{OT}



3. Lukis busur-busur lingkaran yang berpusat di T sehingga memotong \overline{OT} di A dan perpanjangan \overline{OT} di B.



4. Lukis busur-busur lingkaran dengan pusat A dan B yang berjari-jari sama panjang sehingga kedua busur tersebut berpotongan di C dan D.



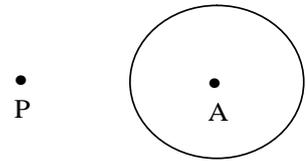
5. Buatlah garis melalui C dan D. Garis melalui C dan D merupakan garis singgung pada lingkaran yang melalui T.

Contoh 2

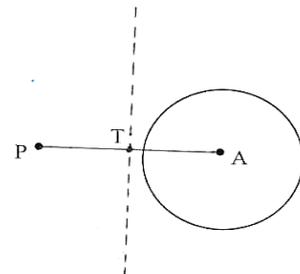
Bagaimana kamu melukis garis singgung pada lingkaran melalui suatu titik di luar lingkaran?

Langkah-langkah:

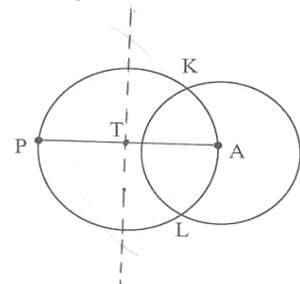
1. Gambarlah lingkaran dengan pusat A dan titik P di luar lingkaran.



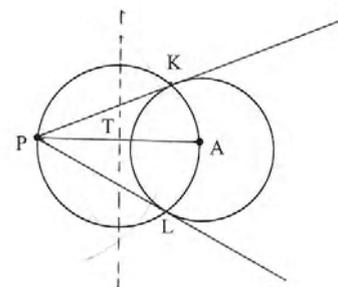
2. Gambarlah \overline{AP} dan buat garis sumbu \overline{AP} . Garis sumbu ini memotong \overline{AP} di titik T.



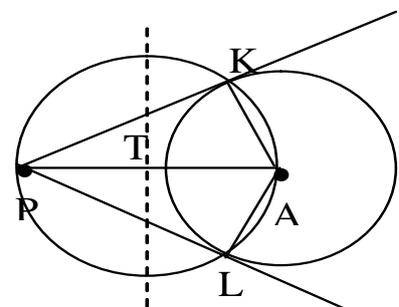
3. Buatlah lingkaran yang berpusat di T dengan jari-jari \overline{AT} . Lingkaran tersebut memotong lingkaran pusat A di K dan L.



4. Gambarlah garis melalui P dan K dan garis melalui P dan L. \overline{PK} dan \overline{PL} merupakan garis singgung lingkaran dengan pusat A yang dapat dilukis dari titik P di luar lingkaran.

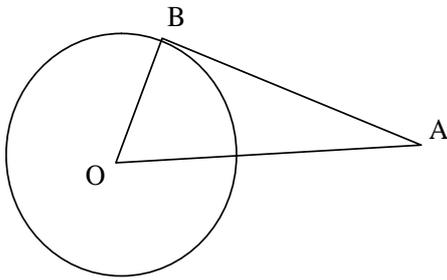


5. Buatlah \overline{AK} dan \overline{AL} . Perhatikan $\triangle AKP$, $\angle AKP$ menghadap diameter lingkaran pusat T. Jadi besar $\angle AKP = 90^\circ$. Dengan demikian garis singgung $\overline{PK} \perp \overline{AK}$ dan $\overline{PL} \perp \overline{AL}$. \overline{PAK} disebut **layang-layang garis singgung**.





Panjang Garis Singgung Lingkaran.



Gambar 6.25

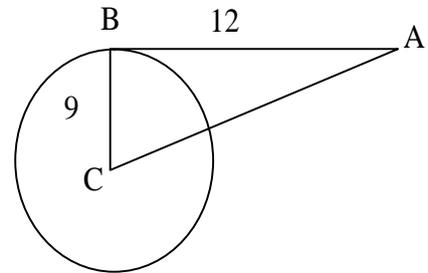
Gambar 6.25 di samping adalah lingkaran dengan pusat O. \overline{AB} garis singgung lingkaran. Karena \overline{AB} garis singgung pada lingkaran pusat O maka \overline{AB} tegak lurus \overline{BO} .

Dengan menggunakan teorema Pythagoras didapat:

$$(OA)^2 = (OB)^2 + (AB)^2$$

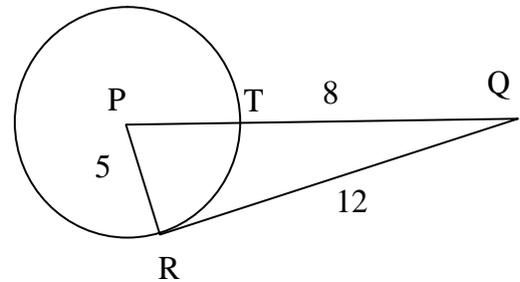
Soal 1

Gambar di samping adalah lingkaran dengan pusat C dengan \overline{AB} menyinggung lingkaran di B. Tentukan panjang AC.

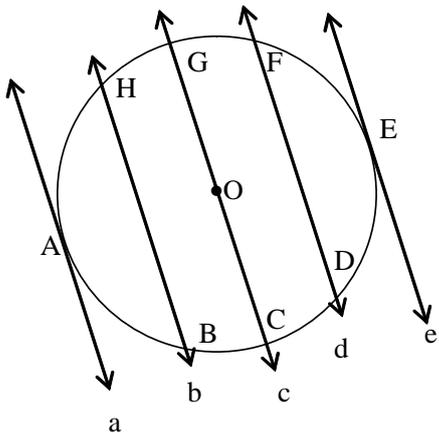


Soal 2

Gambar di samping adalah lingkaran yang berpusat di P dengan jari-jari \overline{PR} . Jika $TQ = 8$, tunjukkan \overline{QR} garis singgung lingkaran.



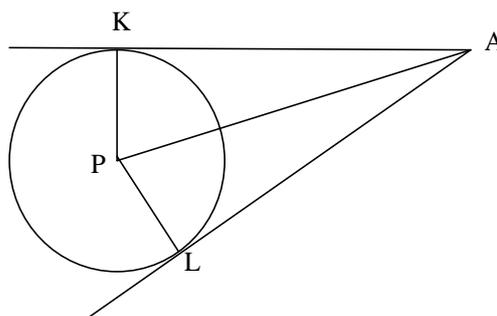
Latihan 6.4



1. Gambar di samping adalah lingkaran dengan pusat O. Sebutkan garis manakah yang merupakan garis singgung lingkaran dan sebutkan pula titik singgungnya.

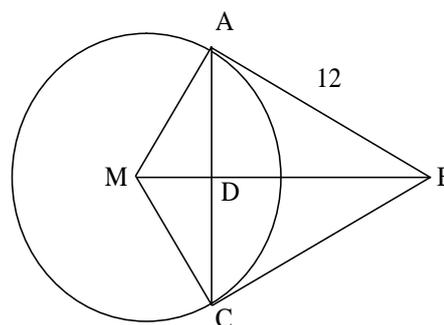
2. Gambar di samping adalah lingkaran dengan pusat P. Tentukan

- Besar $\angle PKA$
- Besar $\angle PLA$
- Panjang PK
- Panjang AL



3. Gambar di samping adalah lingkaran dengan pusat M, $AM = 5$ cm, dan $DM = 2,5$ cm.

- $\overline{AM} \perp \dots$
- $\overline{CM} \perp \dots$
- $\overline{AC} \perp \dots$
- $BM = \dots$
- $AD = \dots$
- $BD = \dots$
- $BC = \dots$
- Luas $BAMC = \dots$



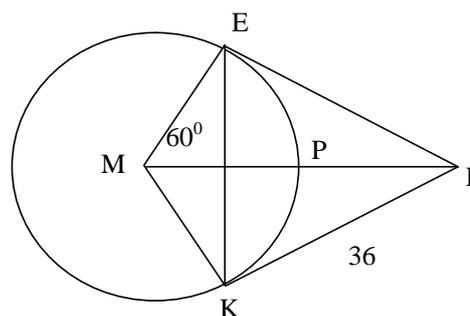
Gunakan gambar 6.26 di samping untuk soal no. 4 - 12.

\overline{LK} dan \overline{LE} garis singgung lingkaran

Besar $\angle EML = 60^\circ$, $KM = 15$ cm dan $LK = 36$ cm.

Tentukan:

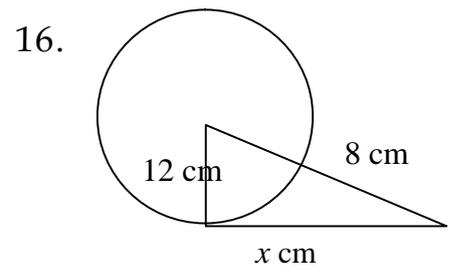
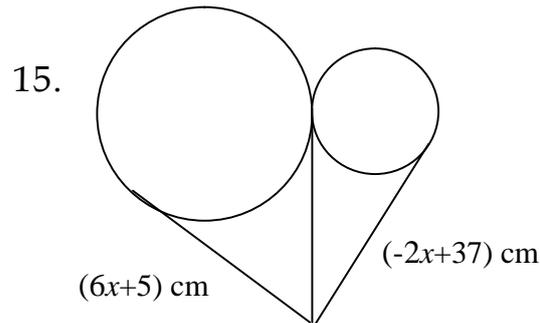
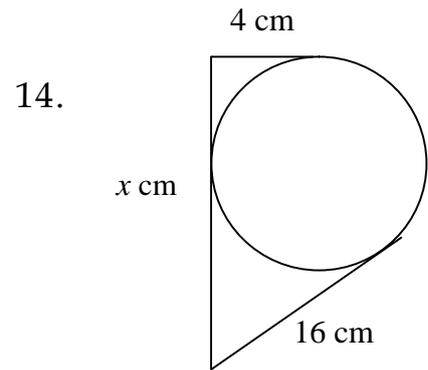
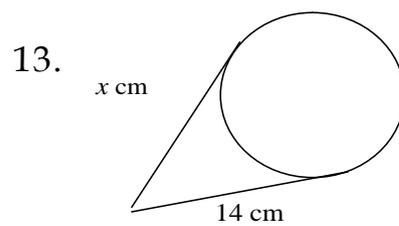
- Besar $\angle MKL$
- Besar $\angle ELM$
- Panjang EL
- Besar $\angle KPE$
- Segitiga apakah $\triangle KLE$?



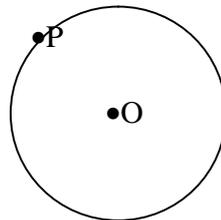
Gambar 6.26

- Segitiga yang kongruen dengan $\triangle KML$
- Ruas garis yang tegak lurus \overline{KM}
- Apakah $\angle EMK$ dan $\angle ELK$ saling bersuplemen?
- Panjang ML

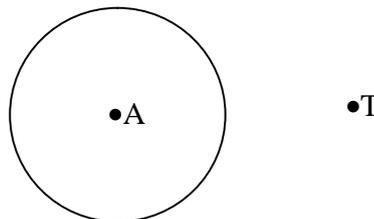
Untuk masing-masing lingkaran di bawah ini, tentukan nilai x !



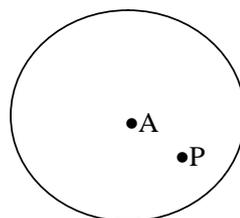
17. Lukis garis singgung pada lingkaran dengan pusat O dan melalui titik P pada lingkaran.



18. Lukis garis singgung pada lingkaran pusat A dan melalui titik T di luar lingkaran.



19. **Berpikir Kritis.** Dapatkah kamu melukis garis singgung pada lingkaran pusat A melalui titik P di dalam lingkaran (seperti gambar di samping)? Jelaskan!



6.5

Lingkaran Dalam dan Lingkaran Luar

Apa yang akan kamu pelajari?

- Lingkaran dalam segitiga.
- Lingkaran luar segitiga

Kata Kunci:

- Lingkaran dalam
- Lingkaran luar



Lingkaran Dalam suatu Segitiga

Kerja Kelompok

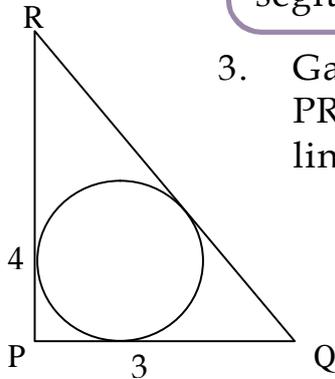
Langkah-langkah:

1. Gambarlah lingkaran berpusat O.
 - Gambarlah garis singgung lingkaran.
 - Gambarlah dua garis singgung lainnya sehingga garis-garis singgung tersebut berpotongan dan membentuk segitiga.
 - Ternyata lingkaran berpusat O berada dalam segitiga. Lingkaran ini disebut **lingkaran dalam segitiga**. Dapatkah kamu menyebutkan ciri-ciri lingkaran dalam segitiga?
2. Gambarlah lingkaran berpusat di O.
 - Gambarlah $\triangle ABC$ sehingga lingkaran yang kamu gambar di atas merupakan lingkaran dalam segitiga.
 - Tarik ruas garis \overline{AO} , sehingga memotong \overline{BC} di D. Tarik ruas garis \overline{BO} , sehingga memotong \overline{AC} di E. Tarik ruas garis \overline{CO} , sehingga memotong \overline{AB} di F. Tunjukkan pula bahwa besar $\angle EAO =$ besar $\angle FAO$, besar $\angle FBO =$ besar $\angle DBO$, dan besar $\angle DCO =$ besar $\angle ECO$.
 - Apakah dugaanmu tentang hubungan **perpotongan garis bagi -garis bagi segitiga** dan **pusat lingkaran dalam segitiga**?
 - Hitung luas $\triangle AOB$, $\triangle BOC$, dan luas $\triangle AOC$.
 - Jika r jari-jari lingkaran dalam segitiga, L luas segitiga, dan s setengah keliling segitiga, tunjukkan

$$r = \frac{L}{s}.$$

Cocokkan hasil dugaanmu dengan kesimpulan berikut.

Garis-garis bagi sebuah segitiga berpotongan di satu titik yang merupakan pusat lingkaran O . Ide ini dapat digunakan untuk melukis lingkaran dalam suatu segitiga.



3. Gambar di samping adalah $\triangle PQR$ siku-siku di P . $PR = 4$ cm dan $PQ = 3$ cm. Hitung panjang jari-jari lingkaran dalam.



Lingkaran Luar suatu Segitiga

Kerja Kelompok

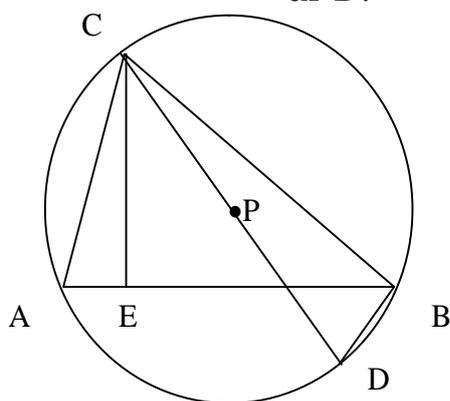
Langkah-langkah:

1. Gambarlah lingkaran berpusat O
 - Gambarlah talibusur \overline{AB} , \overline{BC} , dan \overline{CA} sehingga terbentuk $\triangle ABC$. Titik-titik sudut segitiga terletak pada lingkaran. Lingkaran ini disebut **lingkaran luar segitiga**.
 - Buat ruas garis \overline{AO} , \overline{BO} , dan \overline{CO} . Segitiga apakah $\triangle AOB$, $\triangle BOC$ dan $\triangle AOC$?
 - Buatlah garis tinggi-garis tinggi dari O ke \overline{AB} , \overline{BC} , dan \overline{CA} berturut-turut sehingga memotong di D , E , dan F . Dengan memperhatikan fakta di atas, garis tinggi-garis tinggi tersebut juga merupakan garis apa?
 - Apakah dugaanmu tentang hubungan antara **garis sumbu-garis sumbu sisi-sisi segitiga ABC** dan **pusat lingkaran segitiga**?

Cocokkan hasil dugaanmu dengan kesimpulan berikut.

Perpotongan antara ketiga garis sumbu pada segitiga merupakan pusat lingkaran luar sebuah segitiga. Ide ini dapat digunakan melukis lingkaran luar suatu segitiga.

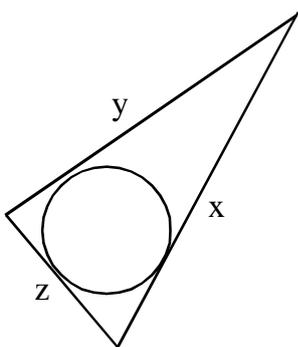
2. Dengan menggunakan jangka dan penggaris, lukislah lingkaran luar $\triangle ABC$.
3. Jika diketahui $\triangle ABC$ dapatkan kamu menentukan panjang jari-jari lingkaran luarnya?
4. Gambar lingkaran dengan pusat P dan jari-jari r dan $\triangle ABC$ dengan titik-titik sudut pada lingkaran. Buatlah diameter lingkaran melalui C dan memotong lingkaran di D.



- Gambar garis tinggi melalui C dan memotong AB di E. Gambar \overline{BD} . Berapakah besar $\angle CBD$?
- Hitung luas $\triangle ABC$!
- Selidiki apakah $\triangle ACE$ sebangun dengan $\triangle CBD$?
- Jika jari-jari lingkaran luar adalah R tunjukkan bahwa $R = \frac{AC \times BC \times AB}{4 \times \text{Luas} \triangle ABC}$.

5. Jika diberikan tiga titik sebarang yang tidak segaris dapatkan kamu melukis lingkaran melalui ketiga titik tersebut?
Tuliskan langkah-langkah untuk melukis lingkaran tersebut.

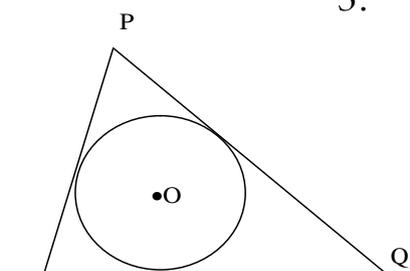
Latihan 6.5



Gambar 6.27

1. Perhatikan gambar 6.27. Jika jari-jari lingkaran = r , maka tentukan x dan y .

Untuk soal no. 2 - 3 gunakan gambar 6.28 di samping



Gambar 6.28

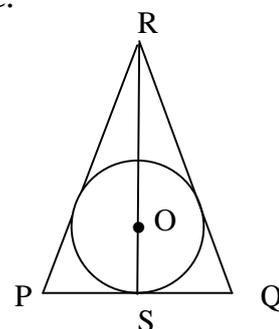
2. Jika luas $\triangle PQR = 34\text{cm}^2$, $PQ = 13\text{cm}$, $QR = 14\text{cm}$, $PR = 15\text{cm}$, maka tentukan r .
3. Jika $PQ = 10\text{cm}$, $QR = 17\text{cm}$, $PR = 21\text{cm}$ dan $r = 6\text{ cm}$, maka tentukan luas $\triangle PQR$.

4. Diketahui $\triangle ABC$ dengan $AB = 13$ cm, $BC = 10$ cm dan $AC = 13$ cm.

Tentukan panjang:

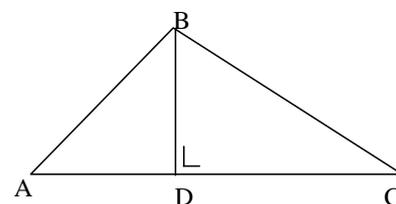
- Jari-jari lingkaran dalam $\triangle ABC$.
- Jari-jari lingkaran luar $\triangle ABC$.

5. Perhatikan gambar 6.29 di samping. Jika $SQ = 5$ cm, $RS = 12$ cm dan panjang $PR = QR$. Tentukan panjang PO .



Gambar 6.29

6. Perhatikan gambar 6.30 di samping, $AD = 6$ cm, $CD = 15$ cm, $BD = 8$ cm dan $BC = 17$ cm. Buatlah soal dengan menggunakan fakta di atas. Minta teman sebangkumu untuk mengerjakan soal yang kamu buat, dan kamu mengerjakan soal yang dibuat teman sebangkumu.



Gambar 6.30

6.6

Garis Singgung Persekutuan Dua Lingkaran

Apa yang akan kamu pelajari?

- Kedudukan dua lingkaran
- Melukis garis singgung
- Menghitung panjang garis singgung
- Melukis garis singgung persekutuan dua lingkaran
- Menghitung panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran
- Layang-layang garis singgung.

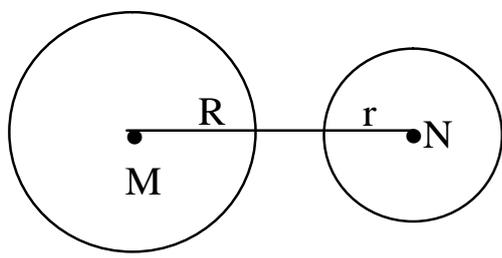
Kata Kunci:

- *Garis singgung*
- *persekutuan*



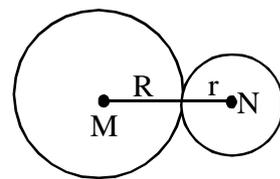
Kedudukan Dua Lingkaran

Gambar 6.31 adalah lingkaran dengan pusat M berjari-jari R dan lingkaran dengan pusat N berjari-jari r dengan $\overline{MN} > R + r$. Apakah kedua lingkaran itu berpotongan?



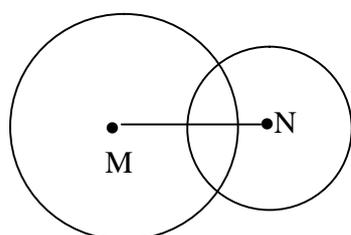
Gambar 6.31

Gambar 6.32 adalah lingkaran dengan pusat M berjari-jari R dan lingkaran dengan pusat N berjari-jari r dengan $\overline{MN} = R + r$. Apakah kedua lingkaran itu berpotongan?



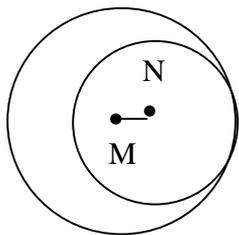
Gambar 6.32

Gambar 6.33 adalah lingkaran dengan pusat M berjari-jari R dan lingkaran dengan pusat N berjari-jari r dengan $\overline{MN} < R + r$. Apakah kedua lingkaran itu berpotongan?



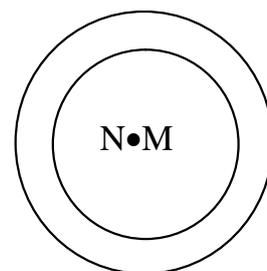
Gambar 6.33

Gambar 6.34 adalah lingkaran dengan pusat M berjari-jari R dan lingkaran dengan pusat N berjari-jari r dengan $\overline{MN} = R - r$. Apakah kedua lingkaran itu berpotongan?



Gambar 6.34

Gambar 6.35 adalah lingkaran dengan pusat M berjari-jari R dan lingkaran dengan pusat N berjari-jari r dengan $M=N$. Kedua lingkaran ini dinamakan lingkaran yang sepusat (konsentris).

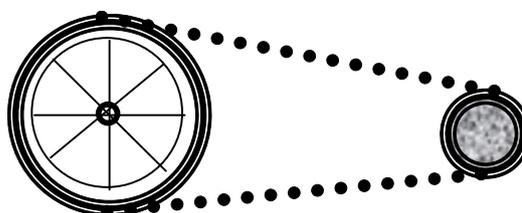


Gambar 6.35



Garis Singgung Persekutuan

Gambar 6.36 di bawah adalah rantai sepeda yang menghubungkan piringan di bagian depan dan gir di bagian belakang.



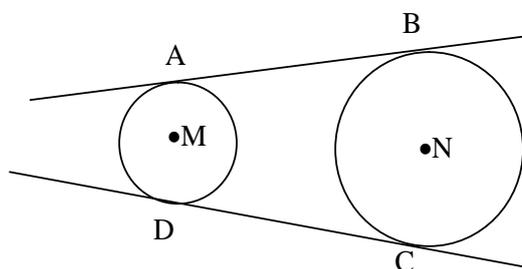
Gambar 6.36

Apakah rantai menyinggung piringan?

Apakah rantai menyinggung gir?

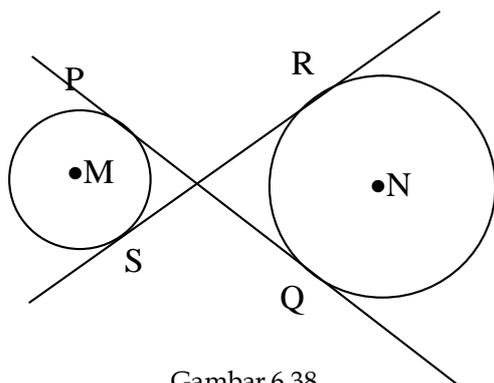
Ternyata rantai menyinggung piringan dan gir.

Masih banyak contoh-contoh di sekitarmu seperti mesin perontok padi, mesin parut kelapa, dll.



Gambar 6.37

Pada gambar 6.37 di samping, garis \overline{AB} dan \overline{DC} menyinggung lingkaran yang berpusat di M dan lingkaran yang berpusat di N. Kedua garis singgung itu disebut **garis singgung persekutuan luar**.



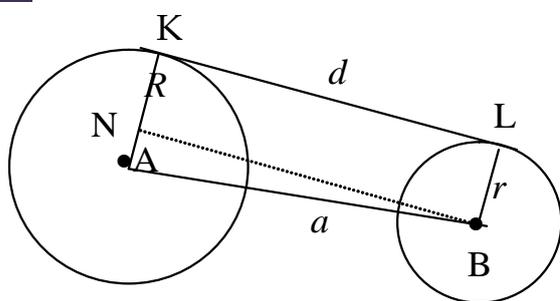
Gambar 6.38

Adakah garis singgung persekutuan lainnya?

Pada Gambar 6.38, \overline{PQ} dan \overline{RS} Lingkaran pusat M dan lingkaran pusat N gambar di samping tidak berpotongan mempunyai garis singgung PQ dan RS. Kedua garis singgung itu disebut **garis singgung persekutuan dalam**.



Panjang Garis Singgung Persekutuan



Gambar 6.39

Gambar 6.39 di samping adalah lingkaran dengan pusat A dan panjang jari-jari R serta lingkaran dengan pusat B dan panjang jari-jari r . Jarak antara A dan B dinyatakan dengan a .

Ruas garis \overline{KL} dengan panjang d adalah salah satu garis singgung persekutuan luar kedua lingkaran itu.

Melalui B gambarlah garis sejajar \overline{KL} sehingga memotong \overline{AK} di N. Dengan demikian $\overline{BN} \perp \overline{AK}$.

- Bangun apakah segiempat BNKL?
- Segitiga apakah $\triangle ANB$?

Perhatikan $\triangle ANB$.

$\triangle ANB$ adalah segitiga siku-siku dengan demikian berlaku hubungan

$$\begin{aligned} (AB)^2 &= (AN)^2 + (BN)^2 \\ (BN)^2 &= (AB)^2 - (AN)^2 \\ &= (AB)^2 - (AK - NK)^2 \end{aligned}$$

$$BN = \sqrt{(AB)^2 - (AK - NK)^2} \text{ padahal } BN = KL \text{ dan } NK = BL$$

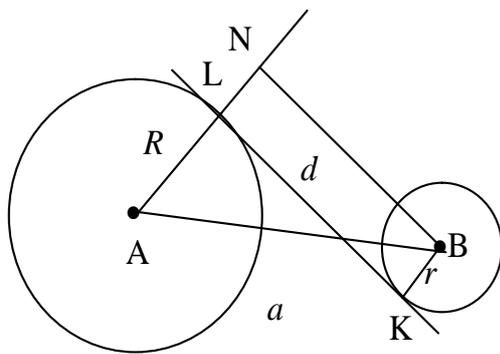
Jadi $\boxed{KL = \sqrt{(AB)^2 - (AK - BL)^2}}$

atau $d = \sqrt{a^2 - (R - r)^2}$ dengan

a : jarak antar pusat kedua lingkaran

R : jari-jari lingkaran besar

r : jari-jari lingkaran kecil



Gambar 6.40

Bagaimana menghitung panjang garis singgung persekutuan dalam?

Gambar 6.40 di samping adalah lingkaran dengan pusat A dan dengan pusat B. \overline{KL} garis singgung persekutuan dalam.

- Gambarlah garis melalui B sejajar \overline{KL} dan memotong perpanjangan \overline{AL} di N.
- Bangun apakah segiempat BKLN?
- Segitiga apakah ΔABN ?

Pada ΔABN berlaku

$$AB^2 = AN^2 + BN^2$$

$$BN^2 = AB^2 - AN^2$$

$$BN^2 = AB^2 - (AL + NL)^2$$

Karena $NL = BK$ maka

$$BN = \sqrt{AB^2 - (AL + NL)^2}$$

$$BN = \sqrt{AB^2 - (AL + BK)^2}$$

$$KL = BN$$

Jadi $KL = \sqrt{AB^2 - (AL + BK)^2}$

atau

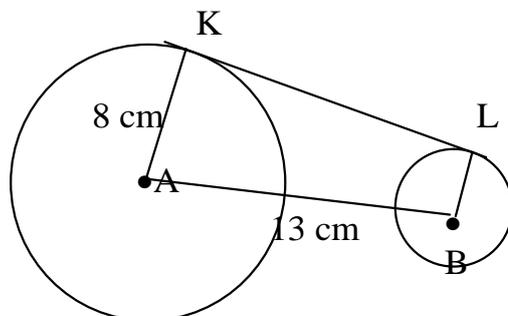
$$d = \sqrt{a^2 - (R + r)^2}$$

dengan a : jarak antar pusat kedua lingkaran

R : jari-jari lingkaran besar

r : jari-jari lingkaran kecil

Soal 1

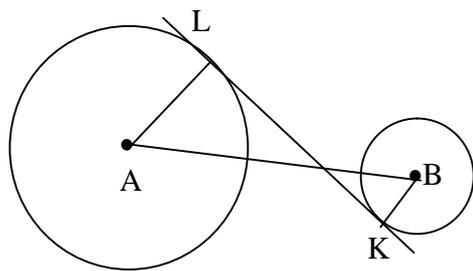


Perhatikan gambar di samping, \overline{KL} garis singgung persekutuan.

$AK = 8$ cm, $AB = 13$ cm dan $BL = 3$ cm.

Hitung panjang ruas garis \overline{KL} .

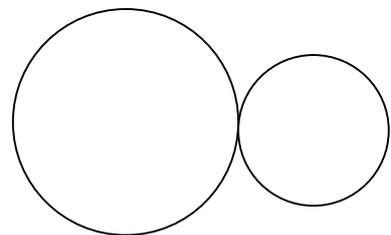
Soal 2



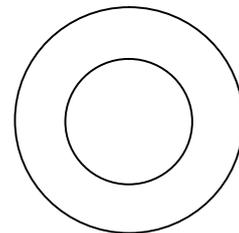
Gambar di samping adalah lingkaran dengan pusat A dan dengan pusat B. \overline{KL} garis singgung persekutuan dalam kedua lingkaran. $AL = 3$ cm, $BK = 2$ cm dan $AB = 13$ cm. Hitung \overline{KL} .

Latihan 6.6

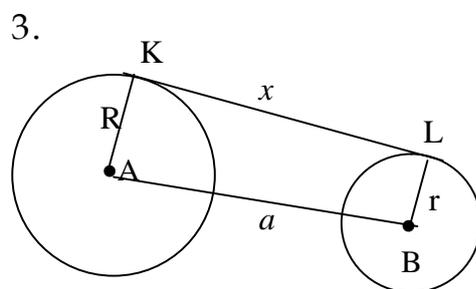
1. Apakah dua lingkaran yang bersinggungan di luar mempunyai garis singgung persekutuan? Ada berapa garis singgung persekutuan? Gambarlah garis singgung persekutuan tersebut.



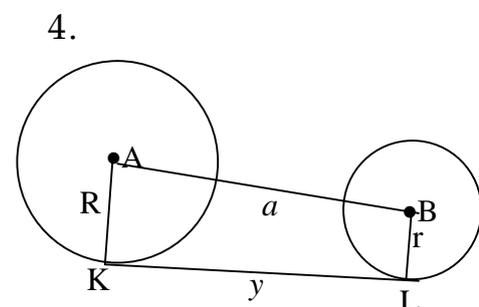
2. Apakah dua lingkaran sepusat mempunyai garis singgung persekutuan? Ada berapa garis singgung persekutuannya? Gambarlah garis singgung persekutuan tersebut, jika ada.



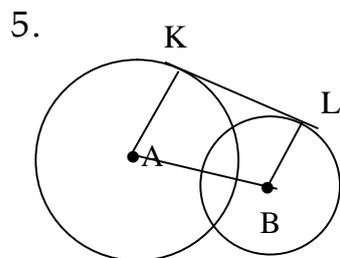
Untuk soal 3 sampai dengan 6, \overline{KL} adalah garis singgung persekutuan.



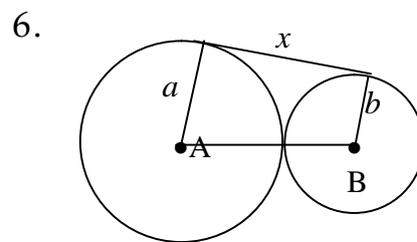
$$x = \dots\dots\dots$$



$$y = \dots\dots\dots$$

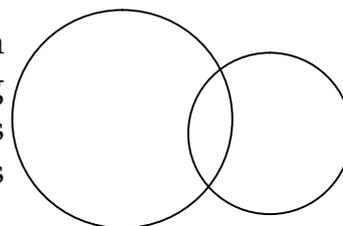


$\overline{KL} = \dots\dots\dots$

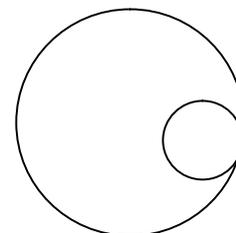


$x = \dots\dots\dots$

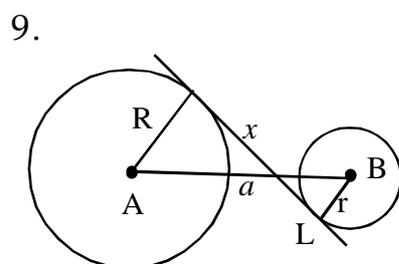
7. Apakah dua lingkaran berpotongan mempunyai garis singgung persekutuan? Ada berapa garis singgungnya? Gambarlah garis singgung tersebut.



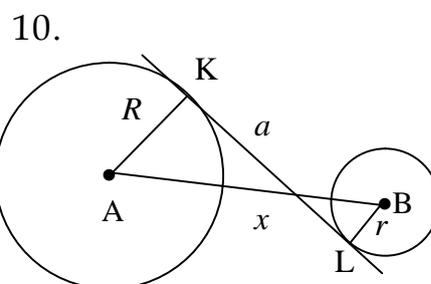
8. Apakah dua lingkaran bersinggungan di dalam mempunyai garis singgung persekutuan? Ada berapa garis singgungnya? Gambarlah garis singgung tersebut.



Untuk soal 9 dan 10, \overline{KL} adalah garis singgung persekutuan.

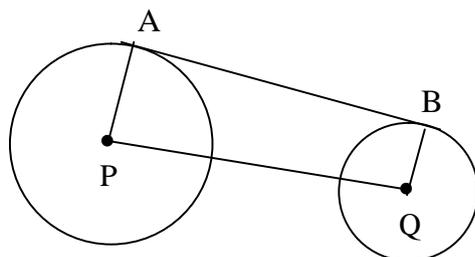


$x = \dots\dots\dots$



$x = \dots\dots\dots$

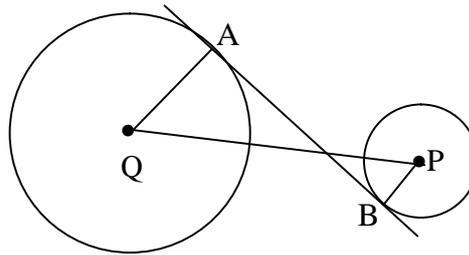
Untuk soal no. 11 - 12 gunakan gambar 6.41 di bawah, \overline{AB} garis singgung persekutuan.



Gambar 6.41

11. Jika $AP = 24$ cm, $BQ = 14$ cm, $PQ = 46$ cm, tentukan \overline{AB} .
 12. Jika $AB = 16$ cm, $PQ = 20$ cm, $AP = 18$ cm, tentukan \overline{BQ} .

Untuk soal no. 13 - 15 gunakan gambar 6.42 di bawah, dengan \overline{AB} garis singgung persekutuan.



Gambar 6.42

13. Jika $QA = 7$ cm, $BP = 5$ cm dan $PQ = 20$ cm, tentukan \overline{AB} .
14. Jika $AB = 24$ cm, $PQ = 26$ cm dan $BP = 6$ cm, tentukan \overline{AQ} .
15. Jika $QA = 5$ cm, $BP = 4$ cm, dan $PQ = 15$ cm, tentukan \overline{AB} .

Refleksi

- Setelah kamu mempelajari materi ini, adakah bagian yang tidak kamu mengerti? Jika ada, coba diskusikan dengan temanmu.
- Buatlah rangkuman tentang apa yang telah kamu pahami dan catatlah hal-hal yang sulit kamu pahami
- Sebutkan unsur-unsur lingkaran yang kamu ketahui
- Disebut apakah talibusur terpanjang dalam lingkaran?
- Sebutkan hubungan sudut pusat dan sudut keliling yang menghadap busur yang sama
- Sifat-sifat apa yang kamu ketahui tentang sudut-sudut keliling yang menghadap busur yang sama?
- Sebutkan hubungan sudut pusat, panjang busur dan luas juring dalam lingkaran
- Sebutkan macam-macam garis singgung lingkaran!
- Apakah garis singgung lingkaran selalu tegak lurus diameter?
- Merupakan apakah perpotongan ketiga garis bagi sudut dalam sebuah segitiga?
- Merupakan apakah perpotongan ketiga garis sumbu dalam sebuah segitiga?
- Sebutkan kemungkinan-kemungkinan kedudukan dua lingkaran!
- Sebutkan macam-macam garis singgung persekutuan dua lingkaran!
- Apa komentarmu tentang pembelajaran materi Pythagoras (senang, membosankan, mudah dimengerti atau lainnya)? Sampaikan hal itu kepada bapak/ibu gurumu!

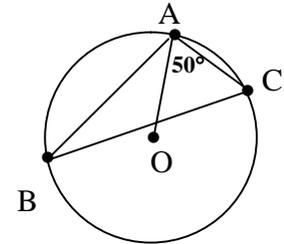
Rangkuman

- Jika kamu berjalan searah putaran jarum jam dari titik A menelusuri lingkaran dan kembali ke titik A, maka panjang lintasan yang dilalui itu dinamakan **keliling lingkaran (K)**.
- **Sudut pusat** adalah sudut di dalam lingkaran yang titik sudutnya adalah titik pusat lingkaran
- **Tali busur lingkaran** adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik pada lingkaran
- **Juring** adalah daerah di dalam lingkaran yang dibatasi oleh dua jari-jari dan satu busur
- **Tembereng** adalah daerah dalam lingkaran yang dibatasi oleh sebuah talibusur dan busurnya

- Panjang diameter dua kali panjang jari-jari
- **Sudut pusat** adalah sudut yang dibentuk oleh dua jari-jari dan berpotongan di pusat lingkaran
- **Sudut keliling** adalah sudut yang dibentuk oleh dua tali busur dan berpotongan pada lingkaran
- Besar sudut pusat sama dengan **dua kali** besar sudut keliling yang menghadap busur yang sama
- Besar sudut keliling-sudut keliling yang menghadap busur yang sama adalah **sama besar**
- Sudut-sudut pusat berbanding sebagai $p : q$, maka perbandingan panjang busurnya dan perbandingan luas juringnya yang sesuai dengan sudut-sudut pusat tersebut adalah sama, yaitu $p : q$
- Terdapat dua macam garis singgung pada lingkaran, yaitu garis singgung lingkaran dalam dan garis singgung lingkaran luar
- Melalui suatu titik pada lingkaran hanya dapat dibuat satu garis singgung pada lingkaran tersebut.
- Melalui suatu titik di luar lingkaran dapat dibuat dua garis singgung pada lingkaran tersebut.
- Jika P di luar lingkaran maka jarak P ke titik-titik singgungnya adalah sama.
- Perpotongan antara ketiga garis sumbu pada segitiga merupakan pusat lingkaran luar sebuah segitiga. Ide ini dapat digunakan melukis lingkaran luar suatu segitiga.
- Garis-garis bagi sebuah segitiga berpotongan di satu titik yang merupakan pusat lingkaran O . Ide ini dapat digunakan untuk melukis lingkaran dalam suatu segitiga.
- Rumus panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran:
atau $d = \sqrt{a^2 - (R - r)^2}$ dimana a : jarak antar pusat kedua lingkaran
 R : jari-jari lingkaran besar
 r : jari-jari lingkaran kecil
- Rumus panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran:
atau $d = \sqrt{a^2 - (R + r)^2}$ dimana a : jarak antar pusat kedua lingkaran
 R : jari-jari lingkaran besar
 r : jari-jari lingkaran kecil

1. Sebuah lingkaran dengan pusat O dan berjari-jari 10 cm. Titik P dan Q terletak pada lingkaran. Jika besar $\angle POQ = 36^\circ$, maka luas juring POQ adalah
- a. 314 cm^2 b. $31,4 \text{ cm}^2$
 c. $3,14 \text{ m}^2$ d. $0,14 \text{ m}^2$

2. Perhatikan gambar di samping. Jika besar $\angle OAC = 50^\circ$, maka besar $\angle ABC$ adalah
- a. 40° b. 50°
 c. 80° d. 100°



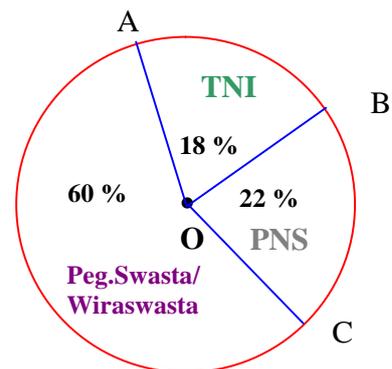
3. Sebuah ban sepeda kelilingnya adalah 176 cm. Dengan memilih $\pi = \frac{22}{7}$, maka jari-jari ban sepeda adalah
- a. 4 cm b. 7 cm
 c. 14 cm d. 28 cm
4. Sebuah mobil bergerak sehingga rodanya berputar 1000 kali. Jika jarak yang ditempuh 1,32 km dan $\pi = \frac{22}{7}$, maka jari-jari ban mobil adalah
- a. 12 cm b. 21 cm
 c. 24 cm d. 42 cm

5. Data pekerjaan orang tua murid SLTP di Maluku Utara diketahui seperti diagram di samping.

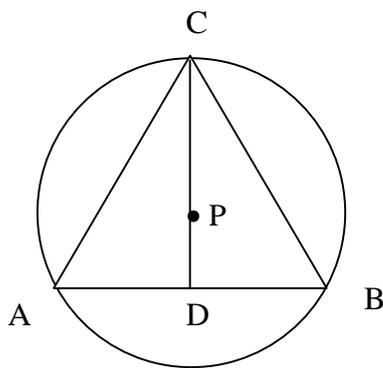
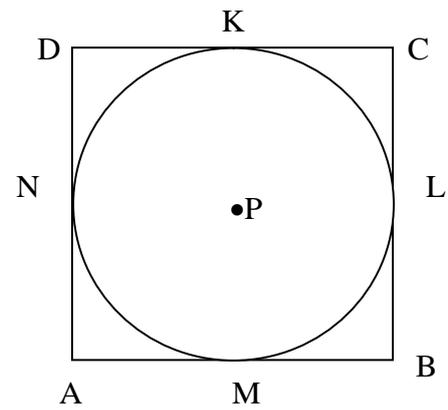
- a. Besar sudut pusat AOB =
 b. Besar sudut pusat BOC =

c. $\frac{\text{Panjang busur AB}}{\text{Panjang busur BC}} = \dots\dots\dots$

d. $\frac{\text{Luas juring AOB}}{\text{Luas juring BOC}} = \dots\dots\dots$



6. Gambar di samping adalah persegi yang sisi-sisinya menyinggung lingkaran. Jika $PL = 4$ cm. Tentukan panjang:
- Sisi persegi.
 - Diagonal persegi.
 - Panjang garis singgung.
 - Dapatkan kamu menyebutkan 4 layang-layang garis singgung pada gambar itu?



7. Gambar di samping adalah lingkaran dengan pusat P , merupakan lingkaran luar $\triangle ABC$ samakaki dengan $AC = BC$. Jika $CB = 5$ cm dan $BD = 3$ cm, tentukan jari-jari lingkaran luar segitiga ABC

8. Tentukan keliling sebuah arloji jika diameternya 2,8 cm.
Gunakan $\frac{22}{7}$ sebagai pengganti π .

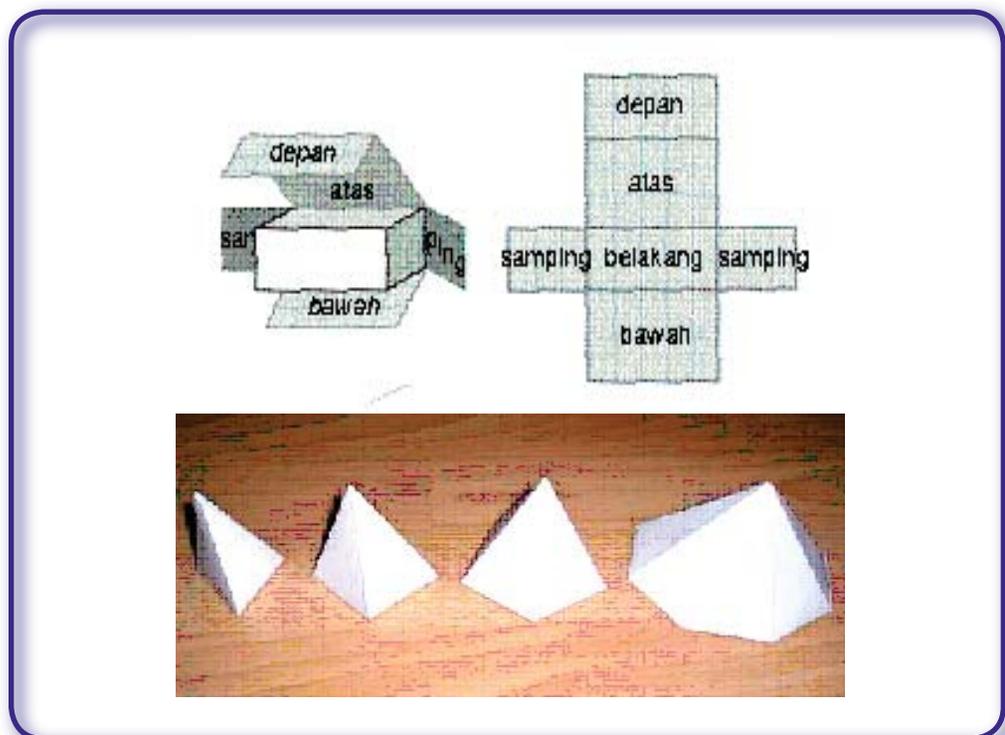


Bab 7

Bangun Ruang Sisi Datar

Standar Kompetensi

Memahami sifat-sifat kubus, balok, prisma, limas dan bagian-bagiannya serta menentukan ukurannya



Kompetensi Dasar

- 4.1 Menentukan unsur dan bagian-bagian lingkaran
- 4.2 Menghitung keliling dan luas bidang lingkaran
- 4.3 Menggunakan hubungan sudut pusat, panjang busur, luas juring dalam pemecahan masalah
- 4.4 Menghitung panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran
- 4.5 Melukis lingkaran dalam dan lingkaran luar

Apa yang akan kamu pelajari?

- Mengidentifikasi bagian-bagian kubus dan balok

Kata Kunci:

- Sisi (Bidang sisi)
- Rusuk
- Titik sudut
- Diagonal sisi
- Diagonal ruang
- Bidang diagonal



Mengenal Bidang, Rusuk dan Titik Kubus dan Balok



Sumber: www.gsja.batutulis.org

Gambar 7.1

Sisi (Bidang sisi)

Kerja Kelompok

Ingat !

Sisi pada bangun ruang berupa **bidang datar**, karena yang membatasi bagian dalam dan luar bangun ruang adalah bidang. Sedangkan *sisi* pada bangun datar berupa **garis**, karena yang membatasi bagian dalam dan bagian luar bangun datar adalah garis.

Perhatikan ruang kelasmu.

- Berbentuk bangun ruang apakah ruang kelasmu, balok atau kubus?
- Saat ini kalian berada pada bagian mana dari ruang kelas itu, bagian dalam atau bagian luar?
- Bagian dalam dan luar ruang kelasmu *dibatasi* oleh beberapa dinding, bukan? Dinding itu merupakan batas yang memisahkan bagian dalam dan bagian luar ruang kelas. Berapa banyaknya dinding itu? Bagaimanakah bentuknya?
- Apakah ruang kelasmu hanya dibatasi dinding-dinding saja?
- Apakah langit-langit dan lantai kelasmu merupakan batas ruang kelasmu? Mengapa?
- Apakah langit-langit dan lantai merupakan bidang datar? Mengapa?

- g. Bila ruang kelasmu dianggap sebagai balok atau kubus, maka dinding serta langit-langit dan lantai ruang yang membatasi bagian dalam dan luar kelasmu dapat dipandang sebagai **bidang**. Berapa banyak bidang yang membatasi kubus atau balok?

Perhatikan bahwa pada bangun ruang (tidak hanya kubus dan balok) terdapat bidang yang *membatasi* bagian *dalam* dan bagian *luar* bangun ruang. Bidang yang demikian itu disebut *bidang sisi* dan untuk selanjutnya disebut *sisi* saja. Sisi bangun ruang dapat berbentuk bidang datar atau bidang lengkung.

- h. Dapatkah kalian menunjukkan bangun ruang yang memiliki sisi berbentuk bidang lengkung? Sebutkan!

Rusuk

Kerja Kelompok

2. a. Perhatikan pertemuan (perpotongan) antara dinding dengan dinding, dinding dengan langit-langit dan dinding dengan lantai ruang kelasmu. Apakah yang terjadi? Jelaskan.
- b. Bila ruang kelasmu dianggap merupakan bangun kubus atau balok, dan dinding-dinding, langit-langit serta lantai ruang kelasmu merupakan sisi-sisinya, maka perpotongan sisi-sisi itu membentuk sebuah garis. Berapa banyak garis yang terjadi? Perhatikan bahwa sisi-sisi bangun ruang (tidak hanya kubus dan balok) ada yang saling berpotongan membentuk sebuah garis (garis lurus atau lengkung). Garis tersebut dinamakan **rusuk**.
- c. Sebutkan bangun ruang yang rusuknya merupakan garis lengkung?

Titik Sudut

Kerja Kelompok

3. a. Perhatikan kembali ruang kelasmu yang merupakan model bangun ruang. Coba amati, adakah tiga rusuk yang berpotongan di satu titik? Jika ada, sebutkan dan berapa banyaknya?
- b. Pertemuan tiga atau lebih rusuk pada bangun ruang membentuk suatu *titik*. Titik yang demikian ini dinamakan **titik sudut**. Berikan contoh titik sudut pada ruang kelasmu.

Untuk lebih mendalami pengertian-pengertian sisi, rusuk dan titik sudut pada kubus dan balok lakukan kegiatan berikut.



Lab-Mini

Bahan: Model kubus dan balok dari karton dan spidol.

Langkah-langkah:

1. Buatlah ruas garis dengan spidol untuk menandai perpotongan dua daerah persegi pada kubus.
2. Buatlah bulatan dengan spidol untuk menandai perpotongan tiga buah ruas garis.

Diskusikan

Diskusikan dengan teman sebangkumu dan jawablah pertanyaan berikut.

1. Setiap daerah persegi pada kubus disebut sisi kubus. Berapakah banyaknya sisi kubus?
2. Bandingkan bentuk dan ukuran semua sisi kubus. Apakah sama? (Jika sama, sisi-sisi kubus itu dinamakan *kongruen*)
3. Perpotongan dua sisi kubus merupakan sebuah garis yang disebut *rusuk kubus*. Berapakah banyaknya rusuk kubus itu?
4. Titik perpotongan dari setiap tiga rusuk yang bertemu disebut *titik sudut kubus*. Berapakah banyaknya titik sudut kubus itu?
5. Bandingkan panjang semua rusuk pada kubus. Apakah ukurannya sama?
6. Apa yang dapat kamu simpulkan tentang kubus itu?

Lakukan kegiatan yang sama pada model balok yang disediakan. Diskusikan dengan temanmu dan jawablah pertanyaan berikut.

1. Sisi balok berbentuk apa?
2. Berapa banyak pasangan sisi balok yang berhadapan dan saling kongruen?
3. Apa yang dapat kamu simpulkan tentang balok itu?

Latihan 7.1.A

1. Buatlah tabel dari nama-nama benda yang merupakan model bangun ruang dan berilah nama bangun ruang tersebut serta gambar modelnya.



Sumber:www.flickr.com

2. Ambil sebuah benda berbentuk kubus, kemudian amatilah! Tandai sisi, rusuk dan titik sudutnya.
 - a. Berapakah banyak sisinya? Bagaimana kamu menghitungnya?
 - b. Berapakah banyak rusuknya? Bagaimana kamu menghitungnya?
 - c. Berapakah banyak titik sudutnya? Bagaimana kamu menghitungnya?



Sumber:cotummade.com

3. Carilah benda di sekitarmu yang menyerupai balok. Tandai sisi, rusuk dan titik sudutnya.
 - a. Berapakah banyak sisinya? Bagaimana kamu menghitungnya?
 - b. Berapakah banyak rusuknya? Bagaimana kamu menghitungnya?
Berapakah banyak titik sudutnya? Bagaimana kamu menghitungnya?

4. **Identifikasi** Salin dan lengkapi daftar berikut.

No.	Bentuk Bangun Ruang	Banyak Sisi	Banyak rusuk	Banyak Titik sudut
1.	Balok
2.	Kubus
3.	Limas segiempat
4.	Prisma Segitiga

5. **Pengajuan Masalah.** Buatlah soal yang berhubungan dengan sifat kubus dan balok. Minta teman sebangkumu mengerjakan soal yang kamu buat.



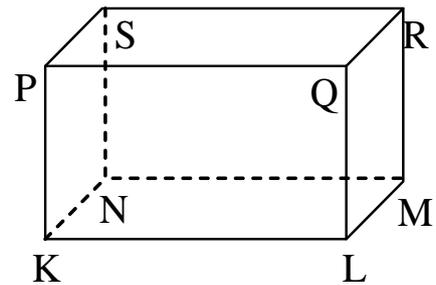
Pemberian Nama Kubus dan Balok

- Apabila dua buku tebal ditumpuk, seperti ditunjuk pada gambar 7.2 di samping, maka buku tersebut membentuk balok. Bila titik sudut-titik sudut dilabel dengan huruf T, U, V, W, P, Q, R, dan S. sebutkan nama sisi alas dan sisi atasnya?
 - Nama apakah yang sesuai untuk balok itu?
 - Sebutkan nama sisi-sisinya?
 - Ruas garis \overline{PQ} adalah salah satu rusuk balok. Sebutkan nama rusuk-rusuk lainnya?
- Carilah benda di sekitarmu yang menyerupai kubus. Berilah label titik sudut-titik sudutnya dengan huruf yang kamu suka. Salinlah gambar kubus itu dan sebutkan nama kubus yang sesuai. Mengapa kamu memberi nama itu?



Gambar 7.2
Dit. PSMP, 2006

Kubus dan balok selain mempunyai nama sesuai bentuknya juga mempunyai nama lain sesuai dengan nama sisi alas dan atasnya. Perhatikan gambar balok berikut. Balok di samping dinamakan balok KLMN. PQRS dengan sisi alas KLMN dan sisi atasnya PQRS.



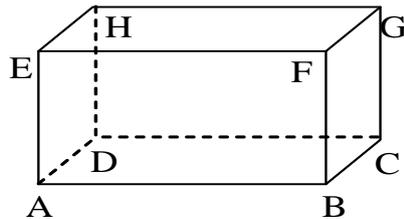
Gambar 7.3

Harus kalian catat bahwa pemberian nama balok atau kubus diawali dari *nama sisi alas* kemudian *nama sisi atas* dengan urutan penyebutan seperti cara di atas.



Unsur-unsur Pada Kubus dan Balok

Pada kegiatan subpokok bahasan B, kalian telah mengamati bahwa sisi-sisi kubus berbentuk daerah persegi dan sisi-sisi balok berbentuk daerah persegipanjang. Tetapi, lihat gambar balok ABCD.EFGH pada gambar 7.4 di bawah. Sisi ABCD (bawah), EFGH (atas), BCGF (kanan) dan ADHE (kiri) tampak



Gambar 7.4

berbentuk *jajargenjang*. Apakah sisi ABCD, EFGH, BCGF, dan ADHE benar-benar berbentuk jajargenjang? Jika tidak, mengapa hal itu terjadi? Sekarang perhatikan gambar balok berikut. Bayangkan ruang kelasmu, bila dilabel seperti gambar balok di samping.

Kesejajaran

Ingat !

Rusuk AB dan rusuk EF terletak pada satu bidang yaitu bidang $ABEF$

1. Perhatikan gambar 7.4 di atas.
 - a. Apakah rusuk \overline{AB} dan rusuk \overline{DC} , saling berpotongan?
 - b. Apakah rusuk-rusuk \overline{AB} dan \overline{DC} terletak pada satu bidang?
 - c. Sebutkan pasangan rusuk lain yang kedudukannya sama dengan kedudukan rusuk \overline{AB} dan \overline{DC} ?

Rusuk-rusuk yang terletak pada satu bidang dan tidak berpotongan dinamakan rusuk-rusuk yang **sejajar**.

Kata "sejajar" dalam matematika disimbolkan dengan tanda $//$. Rusuk \overline{AB} sejajar \overline{DC} dapat ditulis $\overline{AB} // \overline{DC}$.

Sebutkan berapa macam rusuk-rusuk sejajar dalam balok ABCD.EFGH pada gambar 7.4 di atas.

Berpotongan

2. Perhatikan gambar 7.4. Berikan paling sedikit 4 contoh rusuk-rusuk yang berpotongan.

Bersilangan

3. Bagaimana kedudukan rusuk \overline{AB} dan \overline{CG} ? Apakah kedua rusuk itu berpotongan dan terletak pada satu bidang?

Pasangan rusuk-rusuk yang memiliki ciri itu disebut rusuk-rusuk yang **bersilangan**.

Sebutkan pasangan-pasangan rusuk yang saling bersilangan!

Berpikir Kritis

Apakah perbedaan rusuk-rusuk yang saling berpotongan dan rusuk-rusuk yang saling bersilangan? Jelaskan!

Tegak Lurus

Kerja Kelompok

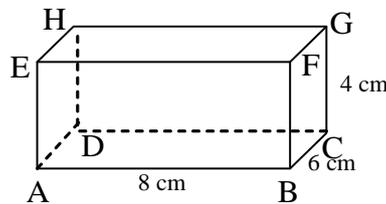
Kerjakan nomor 4 – 7 dengan teman sebangkumu.

4. Perhatikan gambar balok ABCD.EFGH pada gambar 7.4.
- Sebutkan rusuk-rusuk lain yang kedudukannya sama dengan kedudukan rusuk \overline{AB} dan \overline{CG} .
 - Sekarang perhatikan rusuk \overline{AB} dan \overline{AE} .Bagaimana kedudukan rusuk \overline{AB} dan \overline{AE} ?
 - Apakah rusuk \overline{AB} dan \overline{AE} berpotongan dan membentuk sudut 90° ?
 - Carilah pasangan rusuk lain yang kedudukannya sama dengan kedudukan rusuk \overline{AB} dan \overline{AE} ! Kedudukan pasangan dua buah rusuk itu dikatakan **saling tegak lurus**.
 - Sekarang, kalian sebutkan ciri-ciri dua rusuk yang saling tegak lurus!

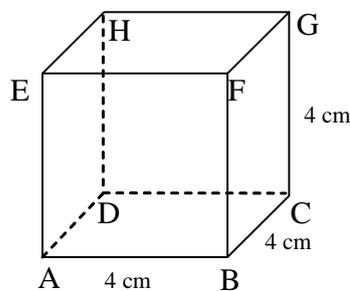
5. a. Perhatikan sisi alas balok ABCD.EFGH, yaitu ABCD dan sisi atasnya EFGH. Bagaimana kedudukan kedua sisi tersebut? Jelaskan.
 - b. Carilah sisi-sisi yang lain yang kedudukannya sama dengan kedudukan dua sisi di atas. Kedudukan kedua sisi itu dikatakan saling **sejajar**.
6. a. Bagaimanakah kedudukan sisi ABCD dengan sisi BCGF?
 - b. Carilah sisi-sisi lain yang kedudukannya sama dengan kedudukan dua sisi di atas. Kedudukan kedua sisi itu dikatakan saling **tegak lurus**.

Dalam penggunaannya kubus maupun balok mempunyai ukuran-ukuran. Pada balok ada ukuran panjang yang biasanya disimbolkan dengan "p", ukuran lebar disimbolkan "l" dan ukuran tinggi yang disimbolkan dengan "t". Balok ABCD.EFGH dengan ukuran panjang 8 cm, lebar 6 cm dan tinggi 4 cm atau ditulis balok berukuran (8 x 6 x 4) cm. Perhatikan gambar 7.5 berikut.

7. Panjang rusuk $\overline{AB} = 8$ cm. Berapakah panjang rusuk \overline{DC} , \overline{EF} dan \overline{HG} ? Bagaimana panjang rusuk-rusuk yang lain? Coba tunjukkan panjang masing-masing.



Gambar 7.5



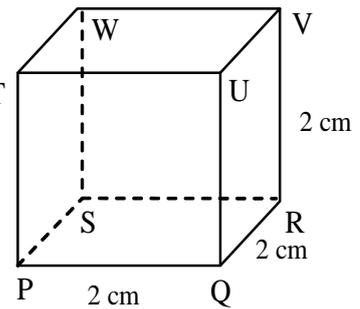
Gambar 7.6

Bila selesai kalian tunjukkan, marilah kita lanjutkan pelajaran.

Pada kubus, panjang rusuk biasanya disimbolkan dengan "s". Kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuknya 4 cm di gambar seperti gambar 7.6.

Semua rusuk panjangnya sama, yaitu 4 cm. Kubus ABCD.EFGH dapat juga ditulis kubus berukuran (4 x 4 x 4) cm.

Untuk soal nomor 1 sampai dengan 6, perhatikan bangun kubus PQRS.TUVW yang panjang rusuknya 2 cm pada gambar 7.7.



Gambar 7.7

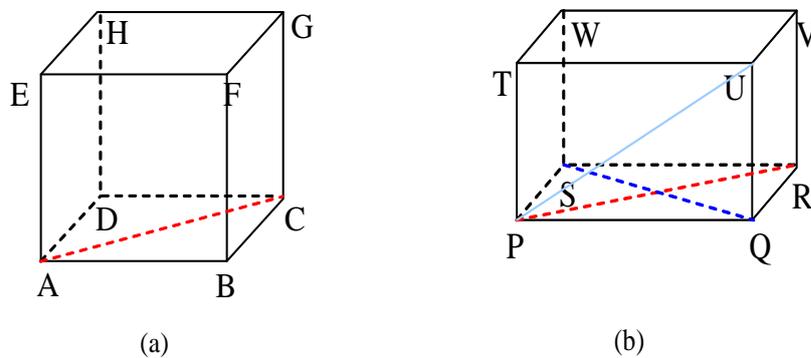
1. Sebutkan rusuk-rusuk yang sejajar dengan ;
 - a. \overline{PQ}
 - b. \overline{UV}
 - c. \overline{TP}
2. Sebutkan sisi-sisi yang sejajar dengan ;
 - a. Sisi PQRS b. Sisi QRVU c. Sisi PQUT
3. Sebutkan rusuk-rusuk yang tegak lurus pada ;
 - a. \overline{PQ} b. \overline{TU} c. \overline{WV}
4. Sebutkan sisi-sisi yang tegak lurus pada ;
 - a. Sisi PQRS b. Sisi QRVU c. Sisi PQUT
5. Berapakah panjang rusuk \overline{WS} ?
6. Mengapa panjang rusuk $\overline{TP} = 2$ cm? Jelaskan!
7. Sebuah batu bata mempunyai panjang 20 cm, lebar 10 cm dan tinggi 5 cm.
 - a. Berbentuk apakah batu bata itu?
 - b. Berapakah banyaknya sisi yang berukuran $20 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$.
 - c. Berapakah banyaknya sisi yang berukuran $20 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$.
 - d. Berapakah banyaknya sisi yang berukuran $10 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$.
8. **Kerja Kelompok** Diskusikan pertanyaan yang diberikan dengan teman sekelompokmu. Carilah benda yang berbentuk balok di sekitarmu. Lakukan kegiatan berikut.
 1. Ukurlah panjang, lebar dan tinggi benda itu.
 2. Buatlah sketsa benda itu lengkap dengan ukuran-ukurannya.
 3. Berilah nama (label) titik sudut-titik sudutnya. Namakan benda itu sesuai dengan label yang kalian berikan.

Diskusikan dengan temanmu, bagaimana jawaban pertanyaan berikut ini.

- Sebutkan rusuk-rusuk yang sejajar!
- Sebutkan rusuk-rusuk yang berpotongan!
- Sebutkan rusuk-rusuk yang berilangan!
- Sebutkan sisi-sisi yang sejajar!
- Sebutkan rusuk-rusuk yang saling tegak lurus!
- Sebutkan sisi-sisi yang saling tegak lurus!



Mengidentifikasi Diagonal Sisi, Diagonal Ruang dan Bidang Diagonal



Gambar 7.8

Diagonal Sisi

- Perhatikan gambar kubus ABCD.EFGH pada gambar 7.8 (a) di atas. Apakah yang terjadi bila dua titik sudut yang terletak pada rusuk-rusuk yang berbeda pada sisi ABCD, yaitu titik sudut A dan C dihubungkan?
 - Apa yang terjadi bila titik sudut D dan B dihubungkan?
 - Apakah masih ada pasangan-pasangan titik sudut lain yang bila dihubungkan akan membentuk ruas garis, seperti pada permasalahan di atas?

Ruas garis yang terjadi itu dinamakan **diagonal sisi** kubus.

- Pada balok PQRS.TUVW seperti pada gambar 7.8 (b), ruas garis \overline{PR} , \overline{QS} , \overline{TQ} , \overline{PU} dan seterusnya juga dinamakan **diagonal sisi** balok.

Sebutkan diagonal sisi lainnya dan berapa banyak diagonal sisi balok itu?

3. Pada gambar 7.8 (a) \overline{AC} dan \overline{BD} merupakan diagonal sisi. Perhatikan panjang \overline{AC} dan \overline{BD} yang tampak berbeda. Apakah panjangnya benar-benar berbeda? Untuk menunjukkan yang sebenarnya lakukan kegiatan berikut.



Lab-Mini

Bahan: Model kubus dan balok dari kawat dan lidi.

1. Gunakan lidi untuk menghubungkan dua buah titik sudut yang berhadapan pada suatu sisi model kubus.
2. Ulangi cara kerja 1 untuk titik sudut-titik sudut yang lain.

Diskusikan

Kubus

Diskusikan dengan temanmu untuk menjawab pertanyaan berikut.

- a. Lidi yang menghubungkan dua titik sudut yang terletak pada rusuk-rusuk berbeda dan terletak pada satu sisi kubus itu membentuk ruas garis. Ruas garis itu disebut *diagonal sisi kubus*. Berapa banyak diagonal sisi kubus itu?
- b. Bandingkan panjang semua diagonal sisi kubus. Apakah ukurannya sama?
- c. Bila sama, mengapa hal itu terjadi?
- d. Dalam sebuah sisi kubus dapat ditentukan berapa banyak diagonal sisi?
- e. Apakah diagonal sisi itu saling berpotongan pada sebuah titik?
- f. Di mana titik potongnya?
- g. Apa yang dapat kamu simpulkan tentang kubus itu?

Balok

Lakukan kegiatan yang sama pada model balok yang disediakan. Diskusikan dengan temanmu untuk menjawab pertanyaan berikut.

- a. Berapa banyak diagonal sisi balok itu?
- b. Apakah panjang diagonal sisi-diagonal sisi balok pada sebuah sisi tertentu ukurannya sama?
- c. Berapa banyak diagonal sisi balok pada sebuah sisi tertentu? Apakah diagonal sisi itu saling berpotongan pada sebuah titik? Di mana titik potongnya?
- d. Apakah panjang diagonal sisi-diagonal sisi balok antara sebuah sisi tertentu dengan sisi yang lain ukurannya sama?
- e. Jika tidak sama, mengapa hal ini terjadi?
- f. Apa yang dapat kamu simpulkan tentang balok itu?

4. Coba kalian buat definisi diagonal sisi kubus atau balok dengan kata-katamu sendiri! Diskusikan dengan temanmu!

Diagonal sisi kubus atau balok adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut yang terletak pada rusuk-rusuk berbeda pada satu bidang sisi kubus atau balok.

Diagonal Ruang

5. Gambarlah kubus ABCD.EFGH. Hubungkan titik A dan titik G.
- Apakah garis \overline{AG} terletak pada suatu sisi kubus? Berikan alasanmu? Garis ini disebut suatu **diagonal ruang** kubus ABCD.EFGH.
 - Mengapa disebut diagonal ruang?
 - Ada berapa banyak diagonal ruang suatu kubus?
 - Bagaimana kamu menghitungnya?
6. Pada gambar kamu, akan tampak bahwa panjang diagonal ruang-diagonal ruang itu tampak berbeda. Apakah panjangnya benar-benar berbeda? Untuk menunjukkan yang sebenarnya lakukan kegiatan berikut.



Lab-Mini

Bahan: Model kubus dan balok dari kawat dan lidi.

- Gunakan lidi untuk menghubungkan dua buah titik sudut yang berhadapan dalam ruang model kubus.
- Ulangi cara kerja 1 untuk titik sudut-titik sudut yang lain.

Diskusikan

Kubus

Diskusikan dengan temanmu untuk menjawab pertanyaan berikut.

- Lidi yang menghubungkan sebuah titik sudut yang pada sisi alas dan sebuah titik pada sisi atas yang tidak pada satu sisi dalam kubus itu membentuk ruas garis. Ruas garis itu disebut *diagonal ruang kubus*. Bandingkan panjang semua diagonal ruang kubus. Apakah ukurannya sama?
Bila sama, mengapa hal itu terjadi?
- Apakah diagonal ruang itu saling berpotongan pada sebuah titik? Dimana titik potongnya?

Balok

Lakukan kegiatan yang sama pada model balok yang disediakan. Diskusikan dengan temanmu untuk menjawab pertanyaan berikut.

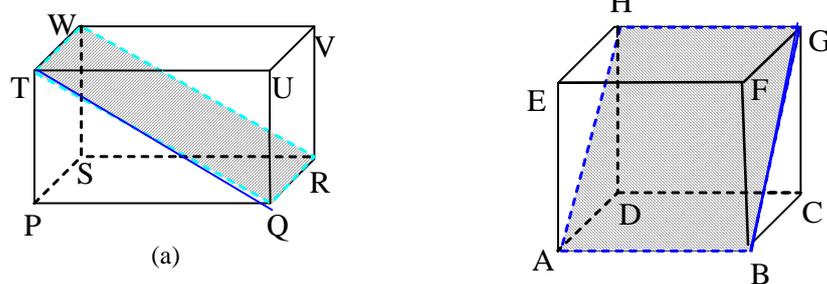
- Berapa banyak diagonal ruang balok itu?
- Apakah panjang diagonal ruang-diagonal ruang balok itu ukurannya sama?
- Apakah diagonal ruang itu saling berpotongan pada sebuah titik? Dimana titik potongnya?.
- Apa yang dapat kamu simpulkan tentang balok itu?

Coba kalian buat definisi diagonal ruang pada kubus atau balok dengan kata-katamu sendiri! Diskusikan dengan temanmu.

Diagonal ruang pada kubus atau balok adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut yang masing-masing terletak pada sisi atas dan sisi alas yang tidak terletak pada satu sisi kubus atau balok.

Bidang Diagonal

7. Perhatikan gambar 7.9 di bawah ini.



Gambar 7.9 (b)

- Menurut kalian, bagaimanakah cara terbentuknya bidang ABGH itu?
Bidang yang diarsir yaitu bidang ABGH, disebut **bidang diagonal kubus** ABCD.EFGH. Sedang pada balok PQRS.TUVW, bidang yang diarsir yaitu bidang TQRW, disebut **bidang diagonal balok** PQRS.TUVW.

- b. Bagaimanakah cara terbentuknya bidang diagonal TQRW itu? Apakah cara terbentuknya sama dengan bidang diagonal ABGH?
- c. Dapatkah kalian menyusun arti dari bidang diagonal pada kubus atau balok? Kalian diskusikan dengan temanmu. (Petunjuk: Gunakan diagonal-diagonal dari sisi yang berhadapan).
- d. Pada gambar 7.9 (a) dan (b) di atas tampak bahwa bidang diagonal ABGH dan TQRW berbentuk jajargenjang. Apakah memang benar-benar berbentuk jajargenjang? Untuk mengetahui yang sebenarnya lakukan kegiatan berikut.



Lab-Mini

Bahan : Model kerangka kubus dan balok dari kawat, kertas, benang dan gunting.

1. Gunakan benang untuk membentuk bidang diagonal pada kubus.
2. Guntinglah kertas seukuran dengan luas bidang diagonal yang dibuat dari benang tersebut.
3. Ulangi cara kerja 1 dan 2 pada bidang diagonal-bidang diagonal lain.

Diskusikan

Kubus

Diskusikan dengan temanmu untuk menjawab pertanyaan berikut ini.

- a. Bidang diagonal kubus berbentuk daerah apa?
- b. Berapa banyak bidang diagonal yang terjadi pada kubus?
- c. Bandingkan luas bidang diagonal-bidang diagonal pada kubus. Apakah luasnya sama?
- d. Bila sama, mengapa hal itu terjadi?
- e. Dapatkah bidang diagonal-bidang diagonal itu saling tepat menempati posisi bidang diagonal yang lain? (Jika dapat, bidang diagonal-bidang diagonal itu dikatakan kongruen).
- f. Apa yang dapat kamu simpulkan tentang kubus itu?

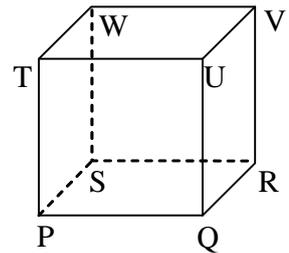
Balok

Lakukan kegiatan yang sama pada model balok yang disediakan. Diskusikan dengan temanmu untuk menjawab pertanyaan berikut.

- a. Bidang diagonal balok berbentuk daerah apa.
- b. Berapa banyak bidang diagonal yang terjadi pada balok?
- c. Bandingkan luas bidang diagonal-bidang diagonal pada balok. Apakah luasnya sama? Bila sama, mengapa hal itu terjadi?
- d. Dapatkah bidang diagonal-bidang diagonal itu saling tepat menempati posisi bidang diagonal yang lain? (Jika dapat, bidang diagonal-bidang diagonal itu dikatakan kongruen).
- e. Apa yang dapat kamu simpulkan tentang balok itu?

1. Perhatikan gambar kubus PQRS.TUVW di samping.
 - a. Gambarlah semua diagonal sisinya dengan warna yang berbeda dan pada salinan gambar kubus PQRS.TUVW yang berbeda.
 - b. Berapa banyak diagonal sisinya?
 - c. Bagaimanakah panjangnya?
2. Perhatikan gambar kubus PQRS.TUVW pada soal nomor 1.
 - a. Gambarlah semua diagonal ruangnya dengan warna yang berbeda dan pada salinan gambar kubus PQRS.TUVW yang berbeda.
 - b. Berapa banyak diagonal ruangnya?
 - c. Bagaimanakah panjangnya?
3. Perhatikan gambar kubus PQRS.TUVW pada soal nomor 1.
 - a. Gambarlah semua bidang diagonalnya dengan warna yang berbeda dan pada salinan gambar kubus PQRS.TUVW yang berbeda.
 - b. Berapa banyak bidang diagonalnya?
 - c. Bagaimanakah luas bidang diagonal itu?
4. Perhatikan gambar balok KLMN.PQRS berikut.
 - a. Gambarlah semua diagonal sisinya dengan warna yang berbeda dan pada salinan gambar balok KLMN.PQRS yang berbeda.
 - b. Gambarlah semua diagonal ruangnya dengan warna yang berbeda dan pada salinan gambar balok KLMN.PQRS yang berbeda.
 - c. Gambar semua bidang diagonal dengan warna yang berbeda dan pada salinan gambar balok KLMN.PQRS yang berbeda.

Lengkapi tabel 7.1 berikut dengan memperhatikan gambar balok KLMN.PQRS di atas.



Tabel 7.1

Macam Diagonal pada Balok	Bentuknya	Banyaknya
Diagonal Sisi
Diagonal Ruang
Bidang Diagonal

5. Gambarlah sebuah kubus PQRS.TUVW.
 - a. Gambarlah diagonal sisi samping kanan dan samping kiri kubus itu? Sebutkan diagonal sisinya.
 - b. Tulislah nama semua diagonal sisi kubus itu.
 - c. Bila panjang rusuk kubus itu 2 cm, dapatkah kamu menemukan panjang diagonal sisinya?

7. **Berpikir Kritis**

Dalam kubus atau balok ada istilah diagonal ruang dan bidang diagonal. Coba jelaskan dan tuliskan apa hubungan antara diagonal ruang dan bidang diagonal?



Sumber: www.yellowpages.co.id

7.2

Jaring-jaring Kubus dan Balok

Apa yang akan kamu pelajari?

- Menggambar jaring-jaring kubus dan balok.

Kata Kunci:

- Model kerangka kubus dan balok.
- Jaring-jaring kubus.
- Jaring-jaring balok



Jaring-jaring Kubus, Balok dan Luas Permukaannya



Sumber : koleksi pribadi
Gambar 7.10

1. Pernahkah kalian perhatikan kotak kue atau makanan? Bagaimanakah kotak itu dibuat? Jelaskan!
2. Sekarang bila kotak kue atau makanan itu dilepaskan (dibuka) dan diletakkan pada bidang datar, apakah yang terjadi?



Sumber : koleksi pribadi
Gambar 7.11

- 3.a. Gambar di bawah ini merupakan gambar kotak roti yang digunting (diiris) pada tiga buah rusuk alas dan atasnya serta satu buah rusuk tegaknya, yang direbahkan pada bidang datar sehingga membentuk **jaring-jaring kotak roti**.



Gambar 7.12

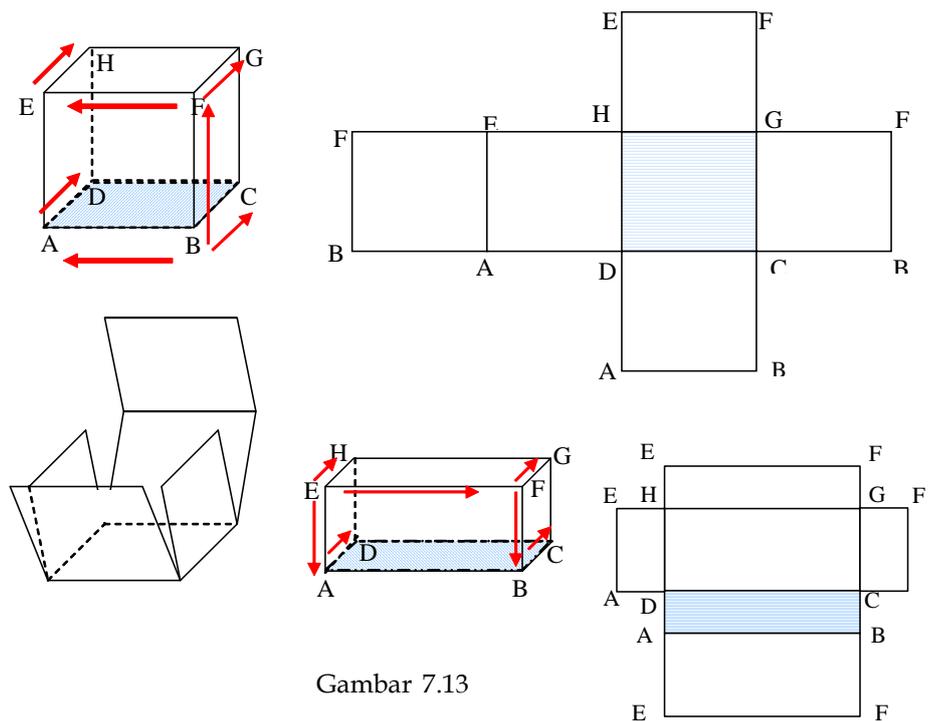
Sekarang pada jaring-jaring kotak (iii), berilah label dengan ukuran-ukuran yang sesuai dengan kotak sebenarnya.

- b. Perhatikan gambar (i) di atas. Berbentuk apakah kotak itu? Apakah perbedaan jaring-jaring kotak pada (ii) dan (iii)?

Jika suatu balok diiris (digunting) pada tiga buah rusuk alasnya dan atasnya, serta satu buah rusuk tegaknya, kemudian direbahkan sehingga terjadi bangun datar, maka bangun datar itu dinamakan **jaring-jaring balok**.

Demikian juga pada kubus, bila diiris (digunting) pada rusuk-rusuk tertentu dan direbahkan, sehingga terjadi bangun datar, maka bangun datar itu dinamakan **jaring-jaring kubus**.

Perhatikan gambar berikut



Gambar 7.13

Keterangan : : arah guntingan

Apakah yang terjadi jika rusuk-rusuk yang diiris berbeda?
Untuk menjawab masalah ini lakukan kegiatan berikut.



Lab-Mini

Bahan: Model kubus dan balok dari karton masing masing 2 buah dan gunting.

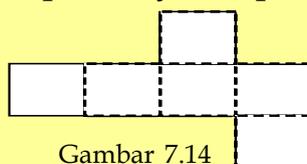
Penemuan

Kubus

1. Diberikan dua model kubus yang rusuknya 10 cm. Guntinglah model kubus I sepanjang 3 buah rusuk pada sisi atas dan empat buah rusuk pada sisi tegaknya.
2. Rebahkan bidang-bidang hasil guntingan dari model kubus tersebut, sehingga diperoleh rangkaian bangun datar persegi yang kongruen.
3. Ikuti cara kerja 1 dan 2 untuk model kubus II, tetapi kubus digunting sepanjang tiga buah rusuk pada sisi alas, satu buah rusuk pada sisi tegak dan tiga buah rusuk pada sisi atas.

Diskusikan dengan temanmu untuk menjawab pertanyaan berikut

- a. Bandingkan jaring-jaring kubus I dan jaring-jaring kubus II, samakah bentuk kedua jaring-jaring ini? Apakah luas permukaan kedua kubus sama? Berapakah luasnya?
- b. Gambarlah dua jaring-jaring kubus itu dibawah ini.
- c. Menurut kalian jika bangun pada gambar berikut dilipat menurut garis-garis putusnya, dapatkah diperoleh sebuah model kubus?



Gambar 7.14

Jika dapat, maka bangun datar di atas dinamakan **jaring-jaring kubus**.

Jaring-jaring kubus dapat pula diartikan sebagai rangkaian enam daerah persegi yang kongruen, yang jika dilipatkan menurut garis-garis pertemuan dua sisinya dapat membentuk bangun kubus dan tidak ada sisi yang rangkap (ganda).

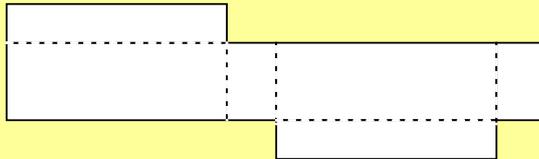
- d. Apakah yang dapat kalian simpulkan dari jawaban-jawaban di atas?

Balok

Lakukan kegiatan yang sama pada model balok yang disediakan.

Diskusikan dengan temanmu untuk menjawab pertanyaan berikut.

1. Lakukan langkah 1 s.d 3 seperti pada bangun Kubus
2. Bandingkan jaring-jaring balok I dan jaring-jaring balok II, samakah bentuk kedua jaring-jaring ini?
3. Gambarlah dua jaring-jaring balok itu dibawah ini.
4. Menurut kalian jika bangun pada gambar berikut dilipat menurut garis-garis putusnya, dapatkah diperoleh sebuah model balok?



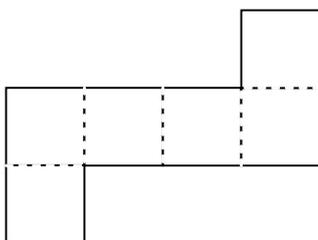
Gambar 7.15

Jika dapat, maka bangun datar di atas dinamakan **jaring-jaring balok**.

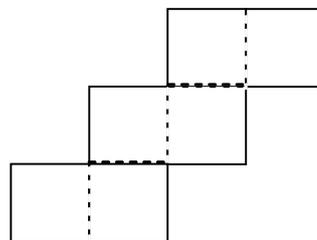
5. Apakah pengertian jaring-jaring balok menurut kalian?
6. Apakah luas kedua jaring-jaring balok (3) itu sama? Berapakah luasnya?
7. Apakah yang dapat kalian simpulkan dari jawaban-jawaban di atas?

Latihan 7.2.A

1. Salinlah pada kertas berpetak rangkaian daerah persegi pada gambar di bawah ini.



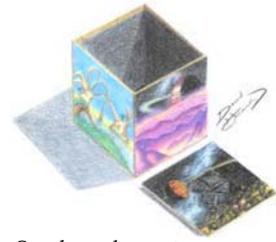
(i)



(ii)

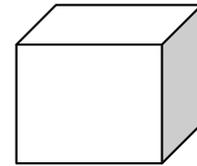
- a. Guntinglah gambar itu menurut garis tepinya dan lipatlah menurut garis yang putus-putus.
- b. Apakah membentuk kubus?

2. Gambarlah jaring-jaring kubus dengan panjang rusuknya 4 satuan menurut selera kamu pada kertas berpetak.



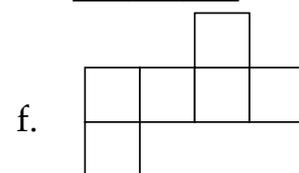
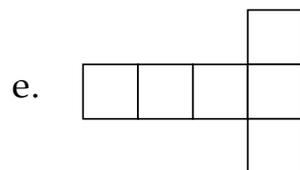
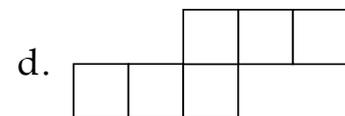
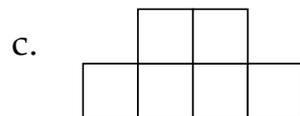
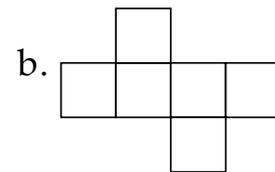
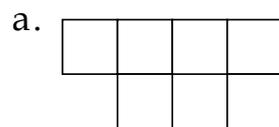
Sumber : home.twcny.rr.com

3. Gambarlah kubus ABCD.EFGH. Gambarlah jaring-jaring kubus serta berilah nama untuk setiap titik sudutnya, bila kubus itu diiris sepanjang rusuk-rusuk:



- $\overline{FE}, \overline{EH}, \overline{HG}, \overline{EA}, \overline{FB}, \overline{GC}$ dan \overline{CD} .
- $\overline{GF}, \overline{FE}, \overline{EA}, \overline{FB}, \overline{GC}, \overline{GH}$ dan \overline{HD} .
- $\overline{AE}, \overline{EH}, \overline{AB}, \overline{BF}, \overline{FG}, \overline{AD}$ dan \overline{BC} .

4. Dari rangkaian daerah persegi berikut manakah yang merupakan jaring-jaring kubus.



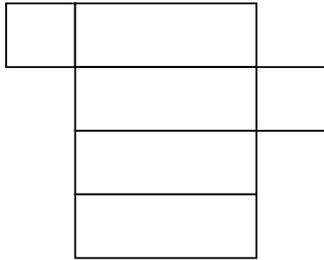
4. Gambarlah jaring-jaring balok PQRS.TUVW dengan ukuran 6 satuan x 5 satuan x 3 satuan pada kertas berpetak menurut selera kamu.

5. Gambarlah balok PQRS.TUVW. Gambarlah jaring-jaring balok serta berilah nama untuk setiap titik sudutnya, bila balok itu diiris sepanjang rusuk-rusuk :

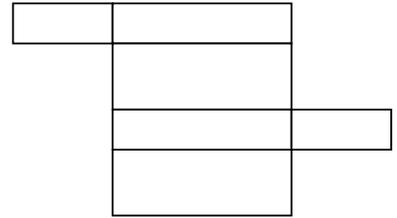
- $\overline{UT}, \overline{TP}, \overline{UV}, \overline{VW}, \overline{WS}, \overline{VQ}$ dan \overline{VR} .
- $\overline{TU}, \overline{UV}, \overline{VR}, \overline{TW}, \overline{WS}, \overline{TP}$ dan \overline{UQ} .
- $\overline{PQ}, \overline{QU}, \overline{UV}, \overline{PT}, \overline{TW}, \overline{QR}$ dan \overline{PS} .

1. Dari rangkaian daerah persegi panjang berikut manakah yang merupakan jaring-jaring balok.

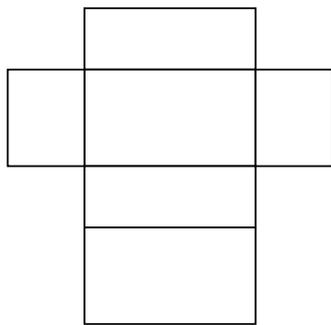
a.



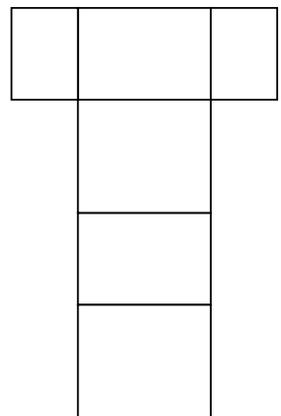
b.



c.



d.



7.3

Besaran dalam Kubus dan Balok

Apa yang akan kamu pelajari?

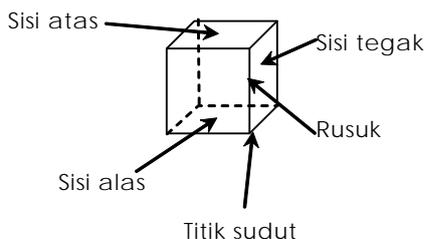
- Menyatakan rumus luas sisi Kubus dan balok.
- Menghitung luas sisi Kubus dan Balok.
- Menemukan rumus volume dan menghitung volume Kubus dan Balok
- Merancang kubus dan balok untuk volume tertentu
- Menghitung besar perubahan volume bangun kubus dan balok jika ukuran rusuknya berubah
- Menyelesaikan soal yang melibatkan kubus dan balok

Kata Kunci:

- Sisi tegak
- Sisi alas

Ingat !

Bidang sisi suatu bangun ruang atau disingkat menjadi sisi adalah permukaan dari bangun ruang yang dapat berbentuk segi banyak. Contoh sisi kubus berbentuk persegi.



Luas Sisi Kubus dan Balok

Pernahkah kamu memperhatikan kumpulan batu bata yang akan digunakan untuk membangun rumah? Dapatkah kamu menyusun kumpulan batu bata itu menjadi bentuk balok atau kubus?

Kumpulan batu bata pada Gambar 7.16 di samping membentuk bangun kubus.



Sumber : koleksi pribadi
Gambar 7.16

Kumpulan batu bata pada Gambar 7.17 di bawah membentuk bangun balok.



Sumber : koleksi pribadi
Gambar 7.17

Berapakah banyaknya sisi pada bentuk kubus dan balok pada tiap-tiap gambar itu? Banyak sisi adalah 6, terdiri dari sisi depan dan belakang, sisi samping kiri dan kanan, serta sisi atas dan bawah.

Dalam matematika, sisi depan, sisi belakang, sisi samping kanan dan sisi samping kiri dinamakan **sisi tegak**, sedang sisi bawah dinamakan **sisi alas** dan sisi yang terakhir **sisi atas**.

Ingat !

Rusuk adalah ruas garis yang dibentuk oleh perpotongan dua bidang sisi yang bertemu.

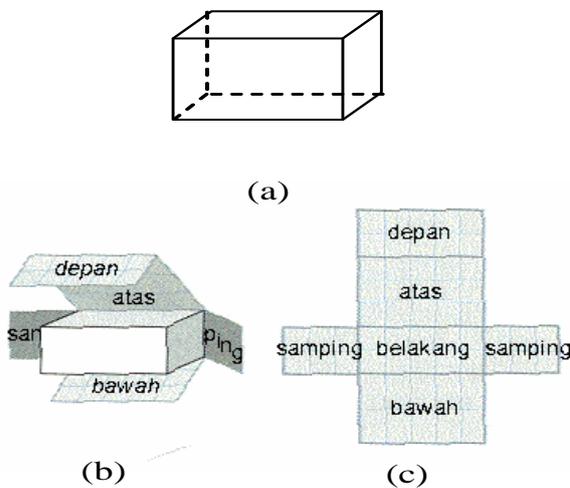
Titik sudut adalah titik yang terjadi dari pertemuan rusuk-rusuk.

Kubus mempunyai 12 rusuk dan 8 titik sudut

Bila pada kumpulan batu bata pada gambar 7.16 dan 7.17 yang di perhatikan hanya sisi-sisinya saja, maka akan didapat gambar kubus atau balok. Untuk balok, ditunjukkan pada gambar 7.18(a) di bawah ini.

Pandanglah balok tersebut merupakan benda pejal, seperti pada gambar 7.18(b). Bila sisi balok dipotong sepanjang rusuk-rusuk tegak dan salah satu rusuk datarnya, serta dibuka dan ditempatkan pada bidang datar, maka akan didapat *jaring-jaring balok*, seperti gambar 7.18(c) di samping ini.

Perhatikan jaring-jaring balok pada gambar 7.18(c). Jaring-jaring tersebut tersusun dari enam (6) persegipanjang yang terdiri dari sisi depan, sisi atas, sisi samping kanan, sisi samping kiri, sisi belakang dan sisi depan. Luas sisi atas sama dengan luas sisi bawah, luas sisi depan sama dengan luas sisi belakang dan luas sisi samping kanan sama dengan luas sisi samping kiri. Mengapa?



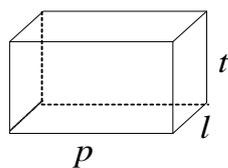
Gambar 7.18

Penemuan

Bila panjang balok sama dengan p satuan panjang, lebar balok l satuan panjang dan tinggi balok t satuan panjang, maka luas sisi balok dapat dihitung sebagai berikut.

Luas sisi depan	$= p \times t$
Luas sisi belakang	$= p \times t$
Luas sisi samping kanan	$= l \times t$
Luas sisi samping kiri	$= l \times t$
Luas sisi atas	$= p \times l$
Luas sisi bawah	$= p \times l$

$$\text{Luas Sisi Balok} = 2(p \times t) + 2(p \times l) + 2(l \times t)$$



Misalkan luas sisi balok dinyatakan dengan L , maka :

**Rumus Luas
Sisi Balok**

$$L = 2(p \times l) + 2(p \times t) + 2(l \times t)$$

Sedang untuk kubus, karena panjang rusuk-rusuknya sama, maka panjang, lebar dan tingginya dapat dinamakan s , sehingga luas sisinya (L) dirumuskan berikut.

**Rumus Luas
Sisi Kubus**

$$L = 6(s \times s) = 6s^2$$

Contoh 1 *Kaitan dengan dunia nyata*

Dodo akan memberi kado ulang tahun buat Desi.

Agar nampak menarik, kotak kado itu akan dibungkus dengan kertas kado. Agar kertas kado yang dibutuhkan cukup, Dodo perlu mengetahui berapa sentimeter persegi luas sisi kotak kado itu. Berapakah luas sisi kotak kado itu, bila panjangnya 25 cm, lebar 20 cm dan tingginya 15 cm.



Jawab:

$$\begin{aligned} \text{Luas sisi kotak kado} &= \left(\begin{array}{l} \text{luas sisi atas} \\ \text{dan bawah} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{luas sisi depan} \\ \text{dan belakang} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{luas sisi samping} \\ \text{kanan dan kiri} \end{array} \right) \\ L &= 2(p \times l) + 2(p \times t) + 2(l \times t) \\ L &= 2(25 \times 20) + 2(25 \times 15) + 2(20 \times 15) \\ L &= 2(500) + 2(375) + 2(300) \\ L &= 1000 + 750 + 600 \\ L &= 2350 \end{aligned}$$

Jadi luas sisi kotak kado 2350 cm^2 .



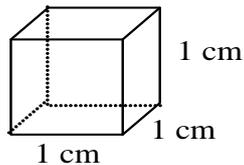
Volume Kubus dan Balok

Kita kembali melihat kumpulan batu bata yang kamu susun menjadi balok dan kubus pada gambar 7.16 dan 7.17. Kumpulan batu bata itu membentuk balok dan kubus yang padat. Dapatkah kamu menghitung banyaknya batu bata yang membentuk balok dan kubus? Coba diskusikan!

Banyaknya batu bata yang membentuk bangun kubus atau balok dapat dipandang sebagai volume kubus atau volume balok. Bila kamu membuat bentuk balok dari 32 batu bata, maka volume balok itu adalah 32 batu bata. Kemudian bila kamu membentuk kubus dari 16 batu bata, maka volume kubus itu 16 batu bata.

Ingat !

Satuan volume adalah sebuah kubus yang panjang rusuk-rusuknya satu satuan panjang. Contoh satuan volume adalah 1 cm^3 .



Satuan untuk menentukan volume balok atau kubus itu adalah *satu batu bata yang berbentuk balok*. Satuan yang digunakan itu adalah *satuan yang tidak baku*. Karena ukuran satu batu bata tidak seragam, maka perlu dipilih *satuan baku* untuk volume, yaitu *satuan volume*.



Dit. PSMP, 2006

Dalam hal ini, satuan bakunya ditentukan berupa sebuah batu bata berbentuk kubus yang panjang rusuk-rusuknya 1 cm. Untuk selanjutnya, sebagai satuan volume adalah sebuah kubus satuan yang panjang rusuk-rusuknya satu satuan panjang. Salah satu contoh satuan volume adalah 1 cm^3 .

Sekarang akan kita tentukan rumus volume balok.

Perhatikan gambar ruangan berbentuk balok (atau disebut *balok* saja) seperti pada gambar 7.19(a) dengan ukuran panjang 10 cm, lebar 4 cm dan tinggi 3 cm.

Bagaimana menentukan volume balok ini?

Ditentukan dahulu satuan volumenya berupa batu bata yang berbentuk kubus dengan panjang rusuknya 1 cm, sehingga satu batu bata berbentuk kubus itu volumenya 1 cm^3 .

Perhatikan gambar ruangan berbentuk balok di samping !

Tempatkan atau isikan batu bata yang berbentuk kubus dengan panjang 1 cm sebagai kubus satuan pada dasar balok, seperti gambar 7.18 (b).

Banyak kubus satuan pada dasar balok adalah :

$$10 \times 4 = 40. \text{ Mengapa?}$$

(Ingatlah arti perkalian!)

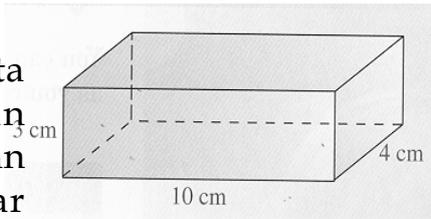
Berapa banyak lapisan untuk mengisi penuh balok pada gambar 7.19(a) dengan kubus satuan?

Ternyata terdapat 3 lapisan. Sehingga banyaknya kubus satuan untuk mengisi penuh balok adalah :
 $3 \times 40 = 120. \text{ Mengapa?}$

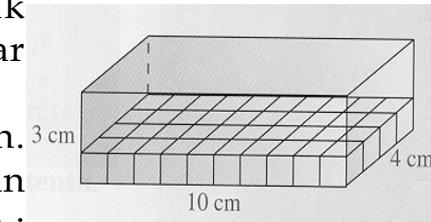
Jadi volume balok itu adalah 120 kubus satuan atau volume balok itu adalah 120 cm^3 karena volume satu kubus satuan 1 cm^3 .

Dengan cara lain, volume balok itu dapat diperoleh dari perkalian nilai-nilai ukurannya (panjang, lebar dan tinggi). Volume balok di atas
 $= 10 \times 4 \times 3 = 120.$

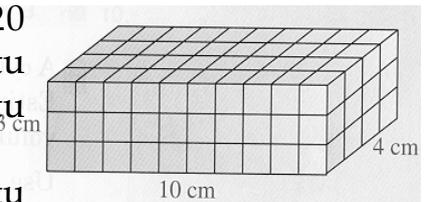
Dengan memperhatikan proses mengisi ruangan berbentuk balok yang diketahui ukurannya dengan kubus satuan, maka dapat dirumuskan volume balok berikut.



Gambar 7.19 (a)



Gambar 7.19 (b)



Gambar 7.19 (c)

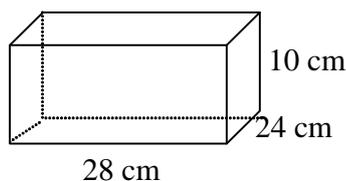
**Rumus
Volume Balok**

Bila panjang balok sama dengan p satuan panjang, lebar balok sama dengan l satuan panjang dan tinggi balok sama dengan t satuan panjang, dan volume balok disimbolkan V satuan volume maka:

$$V = p \times l \times t$$

Dapatkah kamu menentukan rumus volume kubus, bila panjang rusuk kubus s satuan panjang dan volume kubus disimbolkan V satuan volume? Menurut pikiranmu, kubus itu balok atau bukan? Jelaskan dan diskusikan.

Contoh 2



Perhatikan gambar balok di bawah ini. Berapakah volume balok ini?

Jawab:

Panjang balok 28 cm, sehingga $p = 28$,

Lebar balok 24 cm, sehingga $l = 24$,

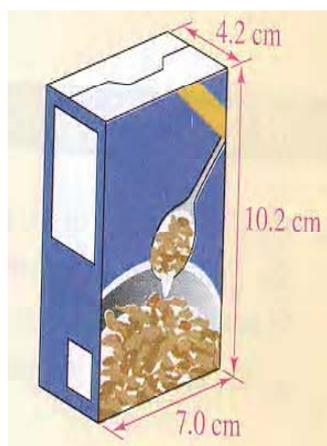
Dan tinggi balok 10 cm, sehingga $t = 10$.

$$\begin{aligned} V &= p \times l \times t \\ &= 28 \times 24 \times 10 \\ &= 6.720 \end{aligned}$$

Jadi volume balok di atas adalah 6.720 cm^3 .

Contoh 3

Kaitan dengan dunia nyata



Dit. PSMP, 2006

Pernahkah kamu lihat minuman teh atau susu yang dikemas dalam kotak? Kotak minuman itu seperti gambar di samping ini. Hitunglah volume kotak minuman itu. Coba dulu dengan caramu sendiri?

Jawab:

$$V = 7,0 \times 4,2 \times 10,2 = 299,88$$

Jadi volume minuman dalam kotak itu $299,88 \text{ cm}^3$ atau dibulatkan menjadi 300 cm^3 .

Contoh 4

Volume balok adalah 105 cm^3 , tinggi balok 5 cm dan panjangnya 7 cm. Carilah lebarnya !

Jawab:

$$V = p \times l \times t \leftarrow \text{Gunakan rumus volume}$$

$$105 = 7 \times l \times 5 \leftarrow \text{Gantikan dengan nilai-nilai yang sesuai}$$

$$105 = 35 l$$

$$\frac{105}{35} = \frac{35}{35} l \leftarrow \text{Bagilah dengan 35}$$

$$3 = l$$

$$l = 3$$

Jadi lebarnya 3 cm.



Merancang Kubus dan Balok Jika Volumennya Diketahui

1. Rancanglah sebuah kubus yang volumenya 64 cm^3 . Berapa ukuran kubus yang dapat kamu buat?
2. Rancanglah sebuah balok yang volumenya 100 cm^3 .
 - a. Berapa ukuran balok yang dapat kamu buat?
 - b. Dapatkah kamu membuat balok yang lain? Berapa ukurannya?
 - c. Dapatkah kamu merancang balok-balok yang volumenya 100 cm^3 ? Ada berapa balok yang dapat kamu buat? Berapa ukurannya? Sajikan ukuran balok-balok tersebut pada tabel 7.2 berikut.

Tabel 7.2

Balok ke	Panjang	Lebar	Tinggi	Volume
1				100 cm^3
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				



Pertambahan Volume Kubus dan Balok Jika Ukurannya Berubah

Soal 1

Diketahui balok dengan ukuran panjang 6 cm, lebar 5 cm dan tinggi 4 cm.

- Berapakah volume balok tersebut?
- Jika panjang, lebar dan tinggi balok tersebut bertambah 2 cm, berapakah volume balok sekarang? Berapa pertambahan volumenya?
- Jika panjang bertambah 4 cm, lebar bertambah 3 cm dan tinggi bertambah 2 cm, berapakah volume balok sekarang? Berapa pertambahan volumenya?
- Buatlah sketsa gambar balok yang menunjukkan pertambahan itu.

Soal 2

Diketahui balok dengan ukuran panjang p cm, lebar l cm dan tinggi t cm.

- Berapakah volume balok tersebut?
- Jika panjang, lebar dan tinggi balok tersebut bertambah x cm, berapakah volume balok sekarang? Berapa pertambahan volumenya?
- Jika panjang bertambah x cm, lebar bertambah y cm dan tinggi bertambah z cm, berapakah volume balok sekarang? Berapa pertambahan volumenya?

Soal 3

Diketahui kubus dengan ukuran panjang rusuknya 6 cm.

- Berapakah volume kubus tersebut?
- Jika panjang rusuknya bertambah 2 cm, berapakah volume kubus sekarang? Berapa pertambahan volumenya?
- Jika panjang rusuknya bertambah 3 cm, berapakah volume kubus sekarang? Berapa pertambahan volumenya?
- Jika panjang rusuknya bertambah x cm, berapakah volume kubus sekarang? Berapa pertambahan volumenya?

Soal 4

Diketahui kubus dengan ukuran panjang rusuknya s cm.

- Berapakah volume kubus tersebut?

- b. Jika panjang rusuknya bertambah x cm, berapakah volume kubus sekarang? Berapa pertambahan volumenya?

Soal 5

Diketahui kubus dengan ukuran panjang rusuknya 5 cm. Jika panjang rusuk kubus dua kali rusuk kubus semula berapakah:

- Volume kubus yang baru?
- Perbandingan volume kedua kubus tersebut?
- Jika panjang rusuk kubus tiga kali rusuk kubus semula berapakah:
 - Volume kubus yang baru?
 - Perbandingan volume kedua kubus tersebut?
- Apa dugaanmu tentang perbandingan volume dua kubus, jika perbandingan panjang rusuknya adalah $p : q$?
- Buktikan dugaanmu?

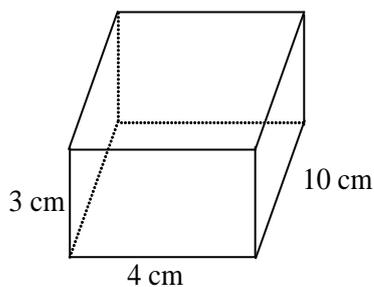
Ingat !

Perbandingan senilai

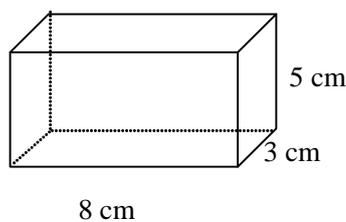
Latihan 7.3

1. Carilah luas sisi dan volume balok atau kubus di bawah ini.

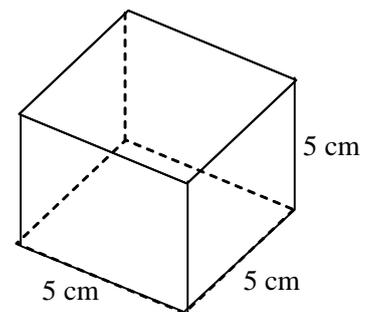
a.



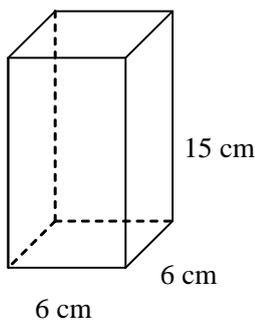
b.



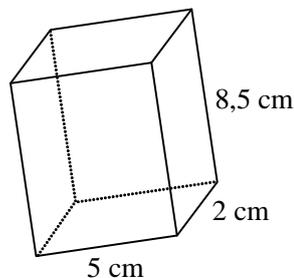
c.



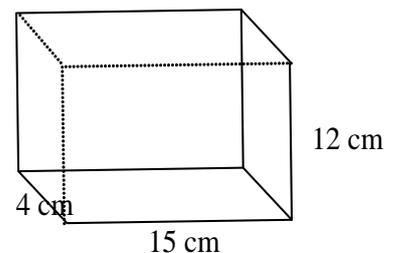
d.



e.



f.



2. Carilah luas sisi dan volume balok atau kubus di bawah ini.

a. $p = 6 \text{ cm}, l = 1 \text{ cm}, t = 7 \text{ cm}.$

b. $p = 6 \text{ m}, l = 9 \text{ m}, t = 10 \text{ m}.$

c. $p = 10 \text{ m}, l = 4 \text{ m}, t = 8 \text{ m}.$

d. $P = 3 \text{ cm}, l = 3 \text{ cm}, t = 3 \text{ cm}.$

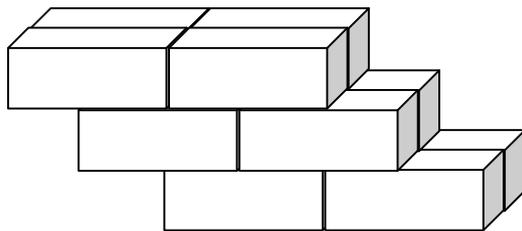


Dit. PSMP, 2006

3. Diketahui volume suatu balok 154 cm^3 , tingginya 11 cm dan lebarnya 2 cm . Berapakah panjang balok itu?

4. Diketahui volume suatu balok 180 m^3 , panjangnya 3 m dan lebarnya 12 m . Berapakah tinggi balok itu?

5. Sejumlah batu bata disusun seperti terlihat dalam gambar di bawah ini. Setiap batu bata tersebut berukuran panjang 20 cm , lebar $7,5 \text{ cm}$ dan tebalnya $7,5 \text{ cm}$. Berapa volume benda yang bentuknya seperti dalam gambar ini?



Apa yang akan kamu pelajari?

- Memberikan nama prisma
- Menghitung luas permukaan prisma
- Menyatakan rumus volume prisma.
- Menghitung volume prisma.

Kata Kunci:

- Prisma
- Luas permukaan prisma
- Volume prisma

*Pengertian Prisma*

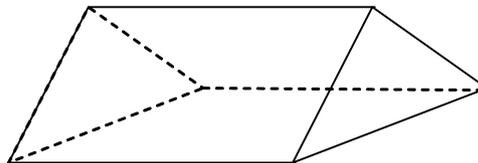
Pernahkah kamu perhatikan bagian atas rumahmu? Apakah rumahmu seperti gambar di bawah ini?



Dit. PSMP, 2006

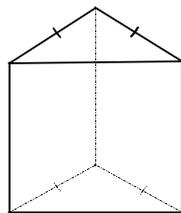
Gambar 7.19

Bila rumahmu seperti Gambar 7.19, maka bagian atas rumahmu itu dapat digambar sebagai berikut.

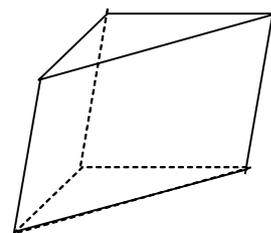


Gambar 7.20

Dalam matematika gambar itu disebut **prisma**. Prisma pada Gambar 7.20 itu dibatasi oleh dua sisi yang berbentuk segitiga yang kongruen dan sejajar, serta tiga sisinya yang berbentuk persegi panjang. Model lain dari prisma itu seperti gambar di bawah ini.



(a)



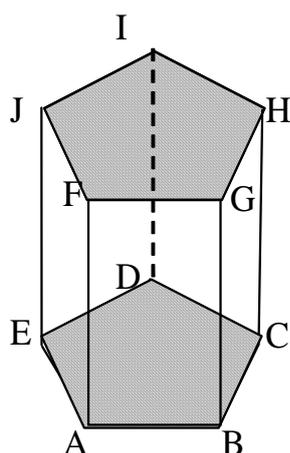
(b)

Gambar 7.21

Dua sisi yang berbentuk segitiga itu masing-masing dinamakan **sisi alas** dan **sisi atas**. Sedang sisi lain yang berbentuk persegi panjang atau jajargenjang disebut **sisi tegak**. Penamaan suatu prisma didasarkan pada bentuk sisi alas (sisi atas) juga sisi tegaknya. Prisma segitiga artinya prisma yang memiliki alas berbentuk segitiga. Prisma yang sisi alas dan sisi atasnya berbentuk segitiga dan sisi-sisi tegaknya berbentuk persegi atau persegi panjang dinamakan **prisma segitiga tegak**. (seperti pada Gambar 7.21(a). Sedang bila sisi tegaknya berbentuk jajargenjang, seperti Gambar 7.21(b) dinamakan **prisma segitiga miring**.

Kita hanya membahas prisma yang sisi tegaknya berbentuk persegi atau persegi panjang saja, untuk prisma miring akan kalian pelajari di SMA.

Apabila sisi alas prisma itu segitiga sama sisi maka prisma itu dinamakan *prisma segitiga beraturan tegak* atau disingkat **prisma segitiga beraturan**.



Gambar 7.22

Bangun pada gambar 7.22 di samping juga dinamakan prisma segilima beraturan tegak atau prisma segilima beraturan.

Adakah benda yang mirip dengan bangun ruang ini di sekitarmu? Coba sebutkan.

Bangun pada gambar 7.22 di atas juga dibatasi oleh dua sisi yang sejajar dan kongruen (ditunjukkan dengan daerah yang diarsir) yang berbentuk segilima beraturan dan lima sisi lain yang berbentuk persegi panjang. Dua sisi yang sejajar dan kongruen itu masing-masing dinamakan *sisi alas* dan *sisi atas*. Sedang sisi yang lain disebut *sisi tegak*.

Diagonal sisi prisma adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut yang terletak pada rusuk-rusuk berbeda dan terletak pada satu bidang sisi. Contohnya adalah AC, AD, BE, BD, dan CE pada sisi ABCDE.

Diagonal ruang prisma adalah ruas garis yang menghubungkan sebuah titik sudut pada sisi alas dan sebuah titik sudut sisi atas yang tidak terletak pada satu bidang sisi. Contohnya adalah AH, AI, BI, BJ, CJ, CF, DF, DG, EG, atau EH.

Diskusikan!

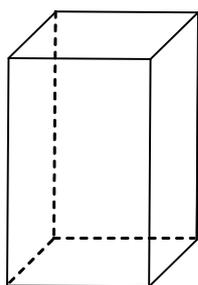
Sebutkan dan hitung berapa banyak semua:

- Diagonal sisi dari prisma itu.
- Diagonal ruang dari prisma itu.
- Bidang diagonal ruang dari prisma itu.
- Bidang sisi prisma
- Rusuk prisma.
- Titik sudut Prisma
- Tinggi prisma

Berpikir Kritis

Apakah bangun di bawah ini prisma? Jelaskan.

Penjelasan :



Gambar 7.23

Adakah sisi alas, sisi atas dan sisi tegaknya? Ada.

Berbentuk apa? Sisi atas dan alas berbentuk persegi dan sisi tegaknya berbentuk persegi panjang. Apakah Gambar 7.23 di samping merupakan balok?

Apakah juga merupakan prisma?

Apa yang dapat kamu simpulkan?

Balok adalah prisma segiempat beraturan.

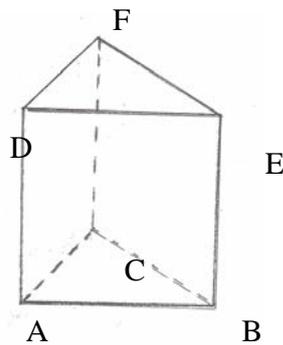
Bagaimana dengan kubus, apakah juga prisma? Jelaskan!

Untuk selanjutnya disepakati pengertian prisma sebagai berikut.

Prisma

Prisma adalah bangun ruang tertutup yang dibatasi oleh dua sisi berbentuk segi banyak yang sejajar dan kongruen, serta sisi-sisi lainnya berbentuk persegi panjang.

Prisma yang kita bicarakan di muka selain mempunyai nama sesuai bentuknya juga mempunyai nama sesuai dengan nama titik-titik sudutnya. (Lihat Gambar 7.24)



Gambar 7.24

Perhatikan gambar prisma segitiga tegak berikut. Prisma di samping dinamakan prisma ABC.DEF.

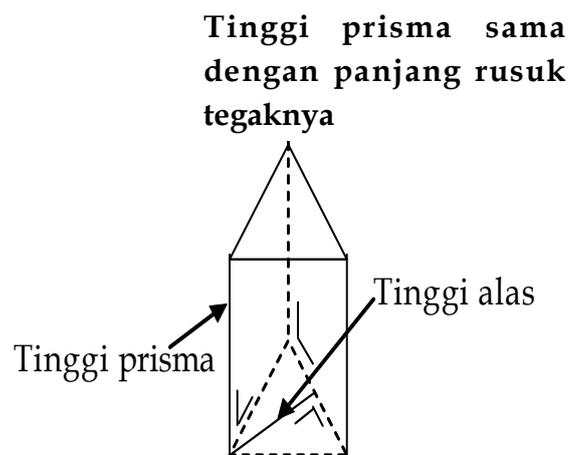
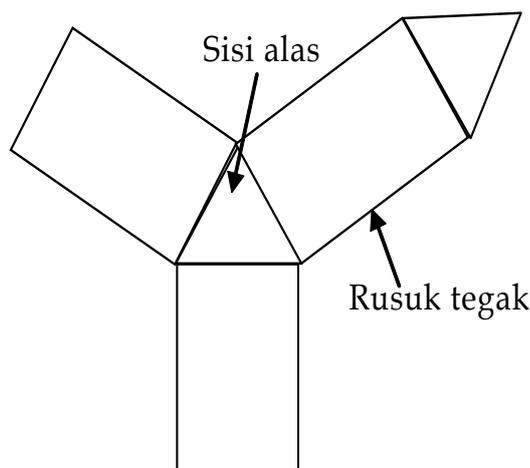
A, B, C, D, E, F adalah titik sudut.

Sisi ABC adalah sisi alas, sisi DEF adalah sisi atas dan sisi-sisi ABED, BCFE, ACFD adalah sisi tegak.

\overline{AB} , \overline{BC} , \overline{AC} , \overline{BE} , \overline{DA} , \overline{FC} , \overline{FD} , \overline{DE} dan \overline{FE} adalah rusuk.

Kerja Kelompok

Bagaimana membuat jaring-jaring dan menghitung luas sisi prisma? Cobalah iris atau gunting sisi prisma segitiga beraturan sepanjang rusuk tegak seperti gambar di bawah



Dari jaring-jaring prisma yang telah kamu dapatkan, berbentuk apakah sisi tegak prisma? Bagaimana luas masing-masing sisi tegaknya?

Berapa banyak sisi tegak prisma segitiga? Apakah banyaknya sisi tegak pada prisma sama dengan banyak sisi pada alas prisma?

Tentukan luas semua sisi tegak prisma.

Tentukan luas alas dan luas sisi atas prisma.

Apakah luas sisi prisma sama dengan jumlah luas semua sisi tegak dan luas sisi alas serta luas sisi atas? Tentukan luas sisi prisma.

Sebutkan rumus luas sisi prisma segitiga samasisi.

Cocokkan rumus luas sisi prismayang kamu temukan dengan

<p><i>Luas Prisma Segitiga Samasisi</i></p>	$L = 2\left(\frac{1}{2}s \times t_a\right) + (3 \times s \times t),$ <p>dengan</p> <p>s = panjang sisi alas prisma t_a = tinggi alas prisma t = tinggi prisma</p>
---	--

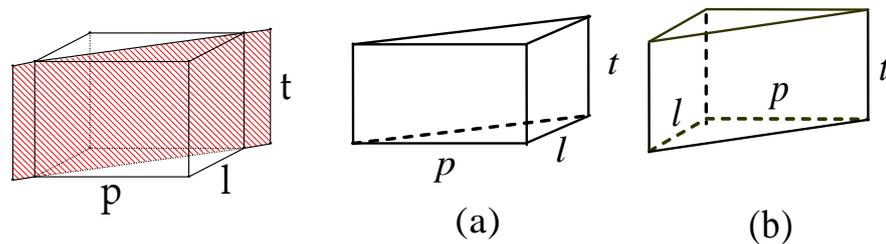


Volume dan Jaring-jaring Prisma

Sekarang kita akan mencari volume prisma!

Ingatkah kamu volume balok? Coba perhatikan balok pada Gambar 7. 25 yang diiris menjadi dua prisma segitiga tegak.

Prisma-prisma segitiga tegak (a) dan (b) sama bentuk dan ukurannya, sehingga jumlah volume kedua prisma segitiga tegak itu sama dengan volume balok.



Gambar 7.25

Volume balok = Volume prisma segitiga tegak (a) + Volume prisma segitiga tegak (b)

Volume balok = 2 x Volume prisma segitiga tegak (a)

Volume prisma segitiga tegak (a) = $\frac{1}{2}$ x volume balok

$$\text{Volume prisma segitiga tegak (a)} = V = \frac{1}{2} (p \times l \times t)$$

$$\text{Volume prisma segitiga tegak (a)} = V = \frac{1}{2} (p \times l) \times t$$

Periksalah $\frac{1}{2} p \times l$ adalah luas alas prisma yang berbentuk segitiga. Bila luas sisi alas dinamakan A , maka $A = p \times l$, sehingga volume prisma segitiga tegak (a) adalah

$$V = A \times t$$

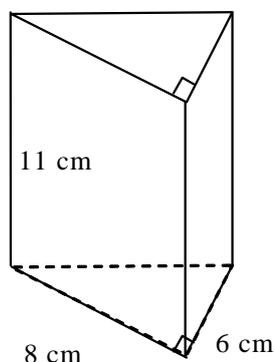
Dengan cara yang sama akan diperoleh bahwa volume prisma dapat dirumuskan sebagai berikut :

*Rumus
Volume
Prisma*

$$V = A \times t,$$

A merupakan luas alas prisma dan t merupakan tinggi prisma.

Contoh 2



Luas sisi alas prisma segitiga = luas sisi atas prisma segitiga

$$\begin{aligned} \text{Luas sisi alas prisma} = A &= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \\ &= 24 \end{aligned}$$

Tinggi prisma sama dengan 11 cm, sehingga

$$\begin{aligned} V &= A \times t \\ &= 24 \times 11 = 264 \end{aligned}$$

Jadi volume prisma segitiga adalah 264 cm^3 .

Diskusikan!

- Buatlah minimal dua jaring-jaring prisma tegak ABC.DEF yang alasnya segitiga samasisi. Jika rusuk alas 4 cm dan tinggi 6 cm, tentukan luas permukaan prisma. Untuk membuat salah satu jaring-jaring lakukan kegiatan berikut:
 - Buatlah segitiga samasisi dengan panjang sisi 4 cm. Untuk menggambar gunakan jangka.

- Buatlah persegi panjang dengan ukurannya 4 cm x 6 cm yang salah satu sisinya merupakan sisi segitiga. Akan terlukis jaring-jaring prisma.
 - Gunting jaring-jaring yang kamu dapat dan bentuk menjadi prisma.
 - Cari luas permukaan prisma tersebut.
 - Coba buat jaring-jaring yang lain.
- b. Buatlah minimal empat jaring-jaring prisma tegak ABCDEF.GHIJKL yang alasnya segienam beraturan. Jika rusuk alas 4 cm dan tinggi 8 cm, tentukan luas permukaan prisma.

Catatan

Untuk selanjutnya, bila mencari luas sisi bangun ruang tidak harus selalu membuat jaring-jaringnya.



Merancang Prisma jika volumenya diketahui

Rancanglah sebuah prisma tegak yang volumenya 64 cm^3 dan alasnya segitiga siku-siku.

- Berapa ukuran prisma yang dapat kamu buat?
- Dapatkah kamu membuat prisma yang lain? Berapa ukurannya?
- Dapatkah kamu merancang prisma-prisma yang volumenya 64 cm^3 ? Ada berapa prisma yang dapat

Prisma ke-	Ukuran alas Prisma	Tinggi Prisma
1		
2		
3		
4		
5		



Pertambahan Volume Prisma Jika Ukurannya Berubah

Soal 1

Diketahui prisma tegak yang alasnya segitiga siku-siku dengan ukuran sisi rusuk siku-siku alasnya 6 cm dan lebar 5 cm serta tinggi prisma 4 cm.

- Berapakah volume prisma tersebut?
- Jika sisi siku-siku alas dan tinggi prisma tersebut bertambah 1 cm, berapakah volume prisma sekarang? Berapa pertambahan volumenya? Buatlah sketsa gambar prisma yang menunjukkan pertambahan itu.
- Jika panjang sisi siku-siku bertambah 4 cm dan 3 cm serta tinggi bertambah 2 cm, berapakah volume prisma sekarang? Berapa pertambahan volumenya? Buatlah sketsa gambar prisma yang menunjukkan pertambahan itu.

Soal 2

Diketahui prisma segitiga dengan alas dan tinggi segitiga masing-masing p cm dan t cm serta tinggi prisma h cm.

- Berapakah volume prisma tersebut?
- Jika ukuran yang diberikan tersebut bertambah x cm, berapakah volume prisma sekarang? Berapa pertambahan volumenya?
- Jika panjang alas dan tinggi segitiga bertambah masing-masing x cm, dan y cm dan tinggi prisma bertambah z cm, berapakah volume prisma sekarang? Berapa pertambahan volumenya?

Soal 3

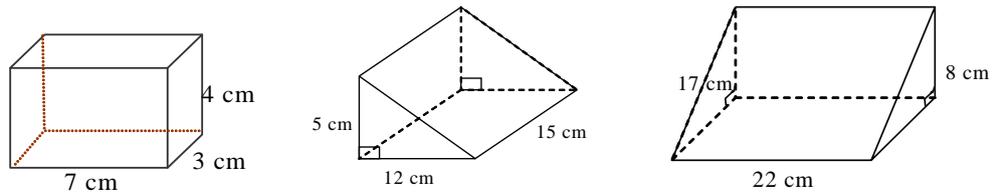
Diketahui prisma tegak dengan alas persegi dan ukuran rusuk alas 4 cm serta tinggi prisma 6 cm.

- Jika panjang rusuk prisma dua kali panjang rusuk prisma semula, Tentukan:
 - Volume prisma baru?
 - Perbandingan kedua volume prisma?
- Jika panjang rusuk prisma dua kali panjang rusuk prisma semula, Tentukan:
 - Volume prisma baru?
 - Perbandingan kedua volume prisma?

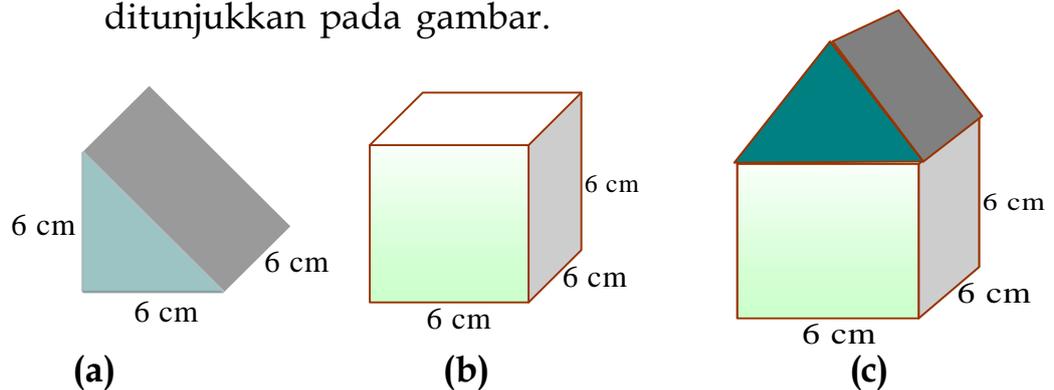
- c. Apakah dugaanmu tentang perbandingan volume dua prisma dengan perbandingan rusuk-rusuk yang sesuai adalah $p : q$?
- d. Buktikan dugaanmu!

Latihan 7.4

1. Carilah volume masing-masing prisma berikut.

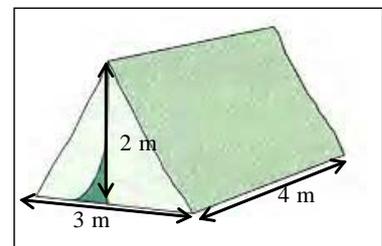


2. Andi mempunyai benda-benda mainan berbentuk prisma segitiga dan kubus dengan ukuran sebagaimana yang ditunjukkan pada gambar.



Andi ingin mengetahui luas sisi dan volume benda (a) dan (b) masing-masing. Hitunglah luas sisi dan volume benda (a) dan (b) masing-masing?

3. Pernahkah kamu berkemah? Berbentuk apakah tenda yang kamu pakai? Bila tenda yang kamu pakai seperti gambar tenda di samping, dapatkan kamu menghitung luas kain terkecil yang diperlukan untuk membuat tenda itu? Cobalah hitung!





4. Diketahui sebuah benda berbentuk prisma tegak, yang alas segitiga siku-siku dengan volume 64 m^3 . Gambarlah prisma itu dan tentukan panjang rusuk-rusuknya?



5. **Soal Terbuka.** Kamu diminta merancang kubus dan balok yang jumlah volume keduanya 164 cm^3 . Ada berapa rancangan yang dapat kamu buat? Berapa ukuran kubus dan balok yang kamu buat? Sebutkan!

Dit. PSMP, 2006

6. **Pengajuan Masalah.** Buatlah soal yang berkaitan dengan volum dan luas permukaan prisma. Saling pertukarkan soal yang kamu buat pada teman sebangkumu dan kerjakan soal itu. Jika masih kesulitan mengerjakan soal temanmu tanya pada gurumu.



Internet

Untuk mengetahui informasi lebih lanjut tentang bangun ruang, silakan akses internet dengan alamat : <http://apsd.k12.ar.us>

Apa yang akan kamu pelajari?

- Mengenal dan menyebutkan bidang, rusuk, diagonal bidang, bidang diagonal, diagonal ruang dan tinggi limas
- Menyatakan luas permukaan limas.
- Menghitung volume limas.
- Melukis limas
- Melukis jaring-jaring limas serta menghitung luasnya

Kata Kunci:

- Limas
- Volume limas
- Luas permukaan limas
- Tinggi limas
- Tinggi sisi tegak limas

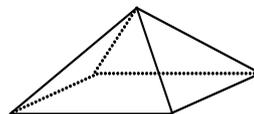
Volume dan Luas Permukaan Limas

Perhatikan bagian atap bangunan di bawah ini. Berbentuk apakah bagian atap itu?

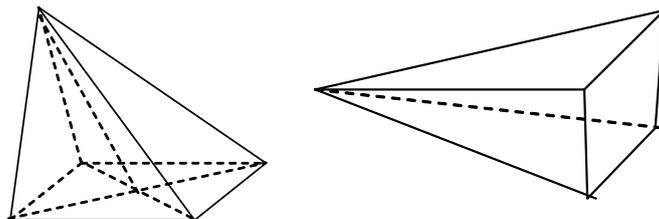


Gambar 7.26

Bagian atap bangunan itu berbentuk **limas**. Dalam matematika, salah satu bentuk limas adalah seperti pada gambar di bawah.



Limas dibatasi oleh sisi alas yang berbentuk persegi panjang dan sisi tegak yang berbentuk segitiga samakaki. Limas yang demikian dinamakan **limas segiempat tegak**, karena sisi alasnya berbentuk segiempat (persegi panjang). Pemberian nama limas berdasar sisi alasnya. Untuk selanjutnya limas segiempat tegak cukup dituliskan dengan limas segiempat. Ingat bahwa



Gambar 7.27

Untuk selanjutnya disepakati bahwa

Limas

Limas adalah bangun ruang yang dibatasi oleh sebuah bidang segibanyak sebagai sisi alas dan sisi-sisi tegak berbentuk segitiga.

Kita hanya membahas limas yang sisi alasnya berbentuk segibanyak beraturan, dan sisi tegak yang berbentuk segitiga-segitiga samakaki kongruen. Limas yang demikian disebut *limas beraturan*.

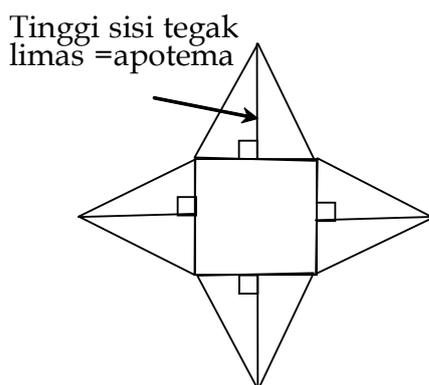
Gambarlah:

- Limas segitiga dan beri nama T.ABC
- Limas segiempat dan beri nama T.ABCD
- Limas segilima dan beri nama T.ABCDE
- Dari masing-masing limas, tentukan rusuk, titik sudut, sisi, diagonal ruang, bidang diagonal, bentuk dari alas.
- Jaring-jaring dari masing-masing limas di atas.

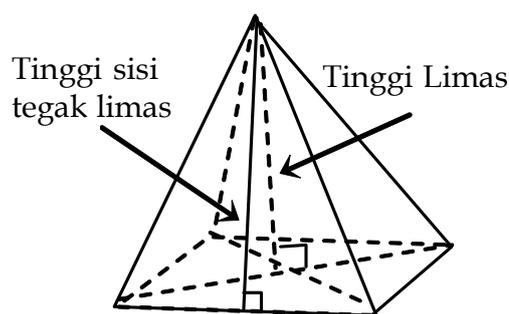
Kerja Kelompok

Bagaimana membuat jaring-jaring dan menghitung luas sisi limas?

Cobalah iris atau gunting sisi limas segiempat beraturan sepanjang rusuk tegak seperti gambar di bawah ini.



Tinggi limas adalah jarak dari puncak limas ke sisi (bidang) alas.



Tinggi sisi tegak limas adalah jarak dari titik puncak limas ke salah satu rusuk sisi alas.

Dari jaring-jaring limas yang telah kamu dapatkan, berbentuk apakah sisi tegak limas? Bagaimana luas masing-masing sisi tegaknya?

Berapa banyak sisi tegak limas? Apakah banyaknya sisi tegak pada limas sama dengan banyak sisi pada alas limas?

Tentukan luas semua sisi tegak limas.

Tentukan luas alas limas.

Apakah luas sisi limas sama dengan jumlah luas semua sisi tegak dan luas alas limas? Tentukan luas sisi limas.

Sebutkan rumus luas sisi limas persegi

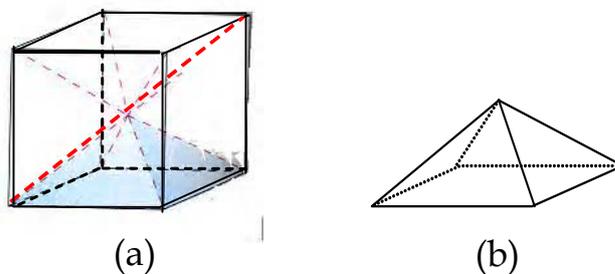
Cocokkan rumus luas sisi limas yang kamu temukan dengan

Limas

$$L = s^2 + (4 \times \frac{1}{2} \times s \times t),$$

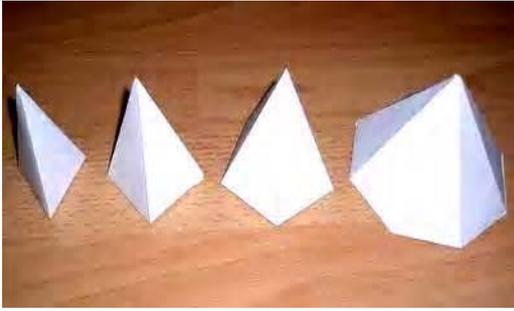
dengan $s =$ panjang sisi alas limas dan
 $t =$ tinggi sisi tegak limas

Bagaimana rumus *volume limas*? Perhatikan kubus yang panjang rusuknya s dengan keempat diagonal ruangnya saling berpotongan pada satu titik (Benarkah?). Dalam kubus tersebut terdapat 6 buah limas yang berukuran sama. Masing-masing limas beralaskan sisi kubus dan tinggi masing-masing limas sama dengan setengah rusuk kubus. Salah satu limas itu dapat ditunjukkan pada Gambar 7.28(b). (Lihat gambar 7.28).



Gambar 7.28

Jika volume masing-masing limas pada Gambar 2.40 adalah V , luas alas kubus dinamakan A dengan $A = s \times s$ dan t adalah tinggi limas, maka volume 6 buah limas sama dengan volume kubus sehingga diperoleh rumus berikut.



Sumber : dokumen pribadi

Volume 6 limas = volume kubus

$$6V = s \times s \times s$$

$$= (s \times s) \times s$$

$$= (s \times s) \times \frac{1}{2} s \times 2$$

$$= A \times t \times 2$$

$$6V = 2 At$$

$$V = \frac{2}{6} At$$

$$V = \frac{1}{3} At$$

Volume Limas

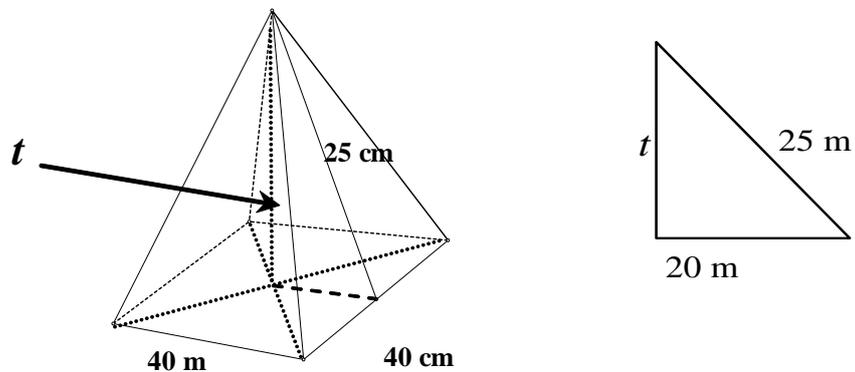
$$V = \frac{1}{3} At,$$

dengan A = luas alas limas dan
 t = tinggi limas

Contoh 1

Carilah volume dari limas segiempat beraturan dengan panjang rusuk alas 40 m dan tinggi sisi tegaknya 25 m dengan terlebih dulu membuat sketsa.

Jawab : Lihat gambar 7.29 di bawah ini.



Gambar 7.29

- Cari tinggi limas

$$25^2 = t^2 + 20^2 \quad \leftarrow \text{Gunakan teorema Pythagoras}$$

$$625 = t^2 + 400 \quad \leftarrow \text{Kuadratkan}$$

$$t^2 = 625 - 400 \quad \leftarrow \text{Kurangkan kedua ruas dengan}$$

$$400 \quad \leftarrow$$

$$t^2 = 225 \quad \text{Cari akar 225}$$

$$t = \sqrt{225} = 15$$

Tinggi limas adalah 15 m.

- Carilah volume limas

$$V = \frac{1}{3}At \quad \leftarrow \text{Gunakan rumus volume limas}$$

$$= \frac{1}{3}(40 \cdot 40) \cdot 15 \quad \leftarrow \text{Gantilah dengan bilangan-bilangan yang sesuai.}$$

$$= 8000$$

Jadi volume limas adalah 8.000 m³.

Contoh 1 *Kaitan dengan Dunia Nyata*

Pernahkah kamu mendengar salah satu keajaiban dunia yang disebut *piramid*. Piramid banyak berada di Mesir. Piramid merupakan tempat menyimpan jasad raja-raja Mesir (Fir'aun) yang telah diawetkan dengan balsem yang disebut *mummi*. Bentuk piramid merupakan limas.

Luas alas limas sekitar 300.000 kaki persegi dan tingginya 321 kaki. Berapakah volume piramid itu?

Jawab :

$$V = \frac{1}{3}At \quad \leftarrow \text{Gunakan rumus volume limas}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot (300.000) \cdot 321$$

$$= 32.100.000$$

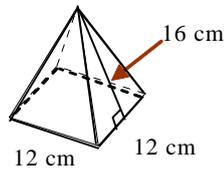
Jadi volume piramid sekitar 32.100.000 kaki³.



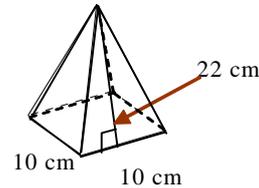
Dit. PSMP, 2006

1. Carilah volume limas di bawah ini.

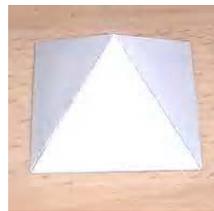
a.



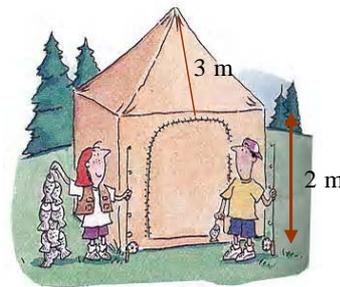
b.



2. Carilah volume limas segiempat beraturan dengan panjang rusuk alas 24 m dan apotemanya 13 m dengan membuat sketsa terlebih dahulu.



3. Volume sebuah limas adalah 560 m^3 dan tingginya 12 m. Berapakah luas alasnya ?
4. Bila luas sisi tegak limas segiempat beraturan 192 m^2 dan tinggi sisi tegaknya 32 m. Berapakah panjang sisi alasnya ?
5. Sebuah tenda berbentuk bangun seperti berikut. Berapakah luas kain yang digunakan untuk membuat sebuah tenda seperti itu, bila alasnya berbentuk persegi dengan ukuran $(4 \times 4) \text{ m}^2$, tinggi bagian tenda yang berbentuk prisma 2 m dan tinggi sisi tegak bagian atapnya 3 m ?



Refleksi

- Dengan menggunakan kata-katamu sendiri, definisikan kubus, balok, prisma dan limas
- Sebutkan unsur-unsur pada kubus atau balok!
- Sebutkan rumus luas sisi dan rumus volum kubus atau balok
- Sebutkan unsur-unsur pada Prisma!
- Sebutkan rumus luas sisi dan rumus volum Prisma!
- Sebutkan unsur-unsur pada Limas!
- Sebutkan rumus luas sisi dan rumus volum Limas!

Rangkuman

- **Bidang sisi** atau **sisi** pada bangun ruang adalah bidang yang membatasi bagian dalam atau bagian luar suatu bangun ruang. Sisi bangun ruang dapat berbentuk bidang datar atau bidang lengkung.
- **Rusuk** adalah ruas garis yang dibentuk oleh perpotongan dua bidang sisi yang bertemu. Rusuk pada bangun ruang dapat berupa garis lurus atau garis lengkung
- **Titik sudut** adalah titik pertemuan 3 atau lebih rusuk pada bangun ruang
- Pemberian nama balok atau kubus diawali dari nama sisi alas kemudian nama sisi atas dengan urutan penyebutan sesuai letak titik sudut.
- Rusuk-rusuk yang terletak pada satu bidang dan tidak berpotongan dinamakan rusuk-rusuk yang *sejajar*.
- Rusuk-rusuk yang berpotongan tetapi tidak terletak dalam satu bidang disebut rusuk-rusuk yang *bersilangan*
- **Diagonal sisi** kubus atau balok adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut yang terletak pada rusuk-rusuk berbeda pada satu bidang sisi kubus atau balok.
- **Diagonal ruang** pada kubus atau balok adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut yang masing-masing terletak pada sisi atas dan sisi alas yang tidak terletak pada satu sisi kubus atau balok.

- **Jaring-jaring** kubus atau balok adalah bangun datar yang jika dilipat pada rusuk-rusaknya akan membentuk bangun ruang kubus atau balok
- **Rumus luas sisi kubus** adalah $L = 6 s^2$ dengan s adalah panjang rusuk
- **Rumus Volume Kubus** adalah $V = s \times s \times s = s^3$ dengan s adalah panjang rusuk
- **Rumus luas sisi balok** adalah $L = 2 (p \times t) + 2 (p \times l) + 2(l \times t)$ dengan p panjang balok, l lebar balok dan t tinggi balok
- **Rumus Volume Balok** adalah $V = p \times l \times t$ dengan p panjang balok, l lebar balok dan t tinggi balok
- **Bidang diagonal** adalah bidang yang dibatasi oleh dua buah diagonal sisi yang berhadapan pada Kubus atau Balok.
- **Prisma** adalah bangun ruang tertutup yang dibatasi oleh dua sisi berbentuk segi banyak yang sejajar dan kongruen, serta sisi-sisi lainnya berbentuk persegi panjang.
- **Rumus Volum Prisma** adalah $V = A t$, dengan A luas alas dan t tinggi prisma
- **Limas** adalah bangun ruang yang dibatasi oleh sebuah bidang segibanyak sebagai sisi alas dan sisi-sisi tegak berbentuk segitiga.
- **Rumus luas sisi Limas** adalah $L = s^2 + (4 \times \frac{1}{2} \times s \times t)$, dengan
 - s = panjang sisi alas limas dan
 - t = tinggi sisi tegak limas
- **Rumus volum Limas** adalah $V = \frac{1}{3}At$, dengan
 - A = luas alas limas dan
 - t = *tinggi limas*

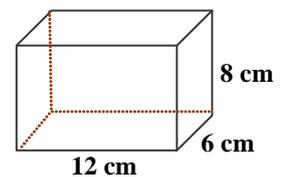
Pilihlah jawaban yang paling benar dengan memberi tanda silang (X) pada pilihan jawaban yang diberikan!

1. Pernyataan-pernyataan di bawah ini adalah benar, **kecuali**
 - a. Kubus mempunyai 8 rusuk yang sama panjang
 - b. Balok mempunyai 3 kelompok rusuk yang mempunyai panjang sama
 - c. Penamaan Limas di dasarkan pada bentuk alasnya
 - d. Prisma segiempat beraturan disebut juga dengan balok.

2. Diketahui volum Kubus 125 cm^3 , maka luas sisi kubus adalah
 - a. 25 cm^2
 - b. 75 cm^2
 - c. 150 cm^2
 - d. 625 cm^2

3. Limas segiempat beraturan mempunyai panjang sisi 24 cm. Jika tinggi sisi tegak limas adalah 13 cm , maka volum Limas adalah
 - a. 720 cm^3
 - b. 1872 cm^3
 - c. 2880 cm^3
 - d. 7488 cm^3

4. Banyak rusuk pada prisma segidelapan beraturan adalah
 - a. 32
 - b. 24
 - c. 16
 - d. 8



5. Luas bidang diagonal CDEF pada gambar disamping adalah....
 - a. 60 cm^2
 - b. 80 cm^2
 - c. 96 cm^2
 - d. 120 cm^2

Jawablah soal berikut dengan benar

6. Gambarlah sebuah balok ABCD.EFGH.
 - a. Gambarlah diagonal sisi pada bidang ABFE dan pada bidang BCGF.
 - b. Berapa banyak diagonal sisi tersebut?
 - c. Tulislah nama semua diagonal sisi balok ABCD.EFGH.

7. Suatu kolam renang panjangnya 24 m dan lebarnya 16 m. Kedalaman kolam tersebut adalah 2,5 m. Berapakah volume air dalam kolam renang bila airnya memenuhi kolam?
8. Diketahui prisma segienam beraturan dengan panjang rusuk alas 6 cm dan tinggi prisma 10 cm.
 - a. Tentukan luas sisi prisma
 - b. Tentukan volum prisma
9. **Berpikir Kritis.** Kamu mempunyai kawat dengan panjang 144 cm. Kamu diminta membuat kerangka prisma dengan semua kawat itu sedemikian hingga volumenya terbesar. Buatlah sketsa prisma itu dan berapakah ukurannya.
10. Diketahui balok dengan ukuran panjang 8 cm, lebar 6 cm dan tinggi 5 cm.
 - a. Jika panjang rusuk balok dua kali rusuk balok semula berapakah:
 - i. Volume balok yang baru?
 - ii. Perbandingan volume kedua balok tersebut?
 - b. Jika panjang rusuk balok tiga kali rusuk balok semula berapakah:
 - i. Volume balok yang baru?
 - ii. Perbandingan volume kedua balok tersebut?
 - c. Apakah dugaan anda tentang perbandingan volume dua balok, jika perbandingan panjang rusuk-rusuk yang besesuaian adalah $p : q$?
 - d. Buktikan dugaanmu!

Petunjuk Penyelesaian/Kunci

Evaluasi Bab 1

1. c
3. d
5. b
7. a) $-n$ b) $k-6b$ c) $4x^2 - 10$
9. a) $21x+35$ b) $y^2 - 9y$ c) $-14a^2 + 35a + 77$
 d) $-2n+12$ e) $2w+4$

Evaluasi Bab 2

1. c
3. d
5. d
- 7a. (1) $\{(a,-1),(b,0),(c,-1)\}$
 (2) $\{(a,-1),(b,-1),(c,-1)\}$
 (3) $\{(a,-1),(b,-1),(c,0)\}$
 (4) $\{(a,0),(b,0),(c,0)\}$
 (5)
 (6)
 (7) $\{(a,0),(b,0),(c,0)\}$
 (8) $\{(a,0),(b,-1),(c,-1)\}$
- b. Ada 8

Evaluasi Bab 3

1. d
3. d
5. a
7. a. $y = -2x + 13$
 b. $x - 2y + 15 = 0$
 c. $y = 3x + 17$
9. $y = 4x - 5$

Evaluasi Bab 4

1. d
3. c
5. a
7. a. $s = 2; t = -5$
b. $m = \frac{1}{2}; n = -7$
9. 27 dan 40

Evaluasi Bab 5

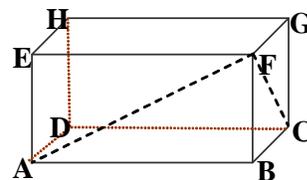
2. b
4. b
6. Tentukan panjang hipotenusanya lebih dahulu
8. Pilih sisi terpanjang. Bandingkan kuadrat sisi terpanjang dengan jumlah kuadrat dua sisi yang lainnya.
10. Tentukan panjang AB terlebih dahulu dengan menentukan panjang CE, kemudian tentukan luas seluruhnya.

Evaluasi Bab 6

2. a
4. b
6. Gunakan teorema Puthagoras untuk menentukan panjang diagonal.
Layang-layang garis singgung dapat diperoleh dengan mengambil dua garis singgung lingkaran yang berpotongan di satu titik.
8. Tentukan panjang jari-jari lingkaran terlebih dahulu

Evaluasi Bab 7

2. c
4. b
6. Tiap sisi mempunyai 2 diagonal
8. Alas prisma terdiri dari 6 buah segitiga samasisi.
10. Jika panjang rusuk balok dilipatkan n kali, maka volumenya berlipat n^3



DAFTAR PUSTAKA

Departemen Pendidikan Nasional, (2003), **Kurikulum 2004, Standar Kompetensi Mata Pelajaran Matematika Sekolah Menengah Pertama dan Madrasah Tsanawiyah**, Jakarta.

Gail F. Burrill dkk, (1995), **Geometry Applications and Connections**, Englewood Cliffs, New York: Glencoe/McGrawHill.

Glenda Lappan dkk, (2001) , **Accentuate the Negative**, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

Glenda Lappan dkk, (2001) , **Comparing and Scaling**, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

Glenda Lappan dkk, (2001) , **Clever Counting**, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

Gail F. Burrill dkk, (1995), **Geometry Applications and Connections**, Englewood Cliffs, New York: Glencoe/McGrawHill.

Glenda Lappan dkk, (2001) , **How Likely Is It?**, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

Glenda Lappan dkk, (2001) , **Looking for Pythagoras (The Pythagorean Theorem)**, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

Glenda Lappan dkk, (2001) , **Moving Straight Ahead**, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

Glenda Lappan dkk, (2001) , **Prime Time (Factors and Multiple)**, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

Glenda Lappan dkk, (2001) , **Say It with Symbols**, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

Glenda Lappan dkk, (2001) , **Shapes and Designs**, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

Glenda Lappan dkk, (2001) , **Variables and Patterns**, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

- Glenda Lappan dkk, (2001) , **What Do You Expect?**, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.
- Kusrini, dkk., (2003), **Matematika Sekolah Lanjutan Tingkat Pertama, Kelas 2**, Jakarta: Depdiknas
- Suzanne H. Chapin dkk, (1999), **Middle Grades Math Tools For Success Course 1**, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.
- Suzanne H. Chapin dkk, (1999), **Middle Grades Math Tools For Success Course 2**, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.
- Suzanne H. Chapin dkk, (1999), **Middle Grades Math Tools For Success Course 3**, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.
- William D. Lechensky dkk, (1997), **Pre-Algebra An Integrated Transition to Algebra and Geometry**, , Englewood Cliffs, New York: Glencoe/McGrawHill.

Glosarium

- **Apotema** : tinggi sisi tegak pada limas
- **Binomial** : suku dua
- **Diameter lingkaran** : talibusur terpanjang pada lingkaran
- **Domain** : daerah asal
- **Eliminasi** : menghilangkan
- **FPB** : faktor persekutuan terbesar
- **Garis bagi segitiga** : garis yang membagi sudut dalam segitiga.
- **Garis singgung lingkaran dalam** : garis singgung persekutuan dalam dari dua lingkaran
- **Garis singgung lingkaran luar** : garis singgung persekutuan luar dari dua lingkaran
- **Garis sumbu segitiga** : garis tegak lurus dengan sisi segitiga
- **Gradien** : Ukuran kemiringan garis
- **Hipotenusa (sisi miring)** : sisi dihadapan sudut siku-siku
- **Kodomain** : daerah kawan
- **Layang-layang garis singgung** : layang - layang yang dua sisinya merupakan garis singgung lingkaran
- **Lingkaran dalam segitiga** : lingkaran yang menyinggung ketiga sisi segitiga.
- **Lingkaran luar segitiga** : lingkaran yang melalui ketiga titik sudut segitiga
- **Monomial** : suku satu
- **Piramid** : tempat menyimpan jasad yang diawetkan di mesir. Piramid berbentuk limas
- **Polinomial** : suku banyak
- **Range** : daerah hasil
- **Segitiga lancip** : segitiga yang besar semua sudutnya kurang dari 90°
- **Segitiga siku-siku** : segitiga yang salah satu sudutnya 90°
- **Segiempat talibusur** : segiempat yang sisi-sisinya merupakan talibusur lingkaran.

- **Segitiga tumpul** : segitiga yang besar salah satu sudutnya lebih dari 90°
- **Sisi alas** : sisi yang terletak di bawah pada bangun ruang
- **Sisi atas** : sisi yang terletak di atas pada bangun ruang
- **Sisi tegak** : sisi yang tegak lurus dengan alas pada bangun ruang
- **Substitusi** : mengganti
- **Tripel Pythagoras** : bilangan Asli a, b, c yang memenuhi $a^2 + b^2 = c^2$
- **Trinomial** : suku tiga

Indeks

A

Apotema 212

B

Balok 174, 179, 181, 188

Bangun datar 120

Bangun ruang 120

Berpotongan 175

Bersilangan 175

Bidang 170

Bidang diagonal 181, 184

Binomial 2, 6

Busur 127

D

Diagonal sisi 120, 178, 184, 203

Diagonal ruang 120, 180, 184, 203

Diagram Cartesius 36

Diagram Panah 35, 51

Diameter 130, 131, 147

Domain 42

E

Eliminasi 100, 102

F

Faktor 18, 20, 26

FPB 21, 23

Fungsi 41, 44, 45, 47

G

Garis bagi 154, 155

Garis singgung 146, 148, 149, 151

Garis singgung persekutuan 159, 160

Garis singgung lingkaran dalam 160

Garis singgung lingkaran luar 160

Garis sumbu 155

Gradien 65, 69, 73, 75, 83

M

Monochromatic 1

Monomial 6

P

Panjang busur 141

Pasangan berurutan 37

Peta 42, 43, 48, 52

Persamaan garis 59, 68, 79

Persamaan linier dua variabel 92

Piramid 215

Polygon 2

Polinomial 2, 6, 24

Prapeta 42, 43

Prisma 201, 203, 204

Pusat lingkaran dalam segitiga 154

R

Range 42

Relasi 33, 38, 52, 58

Rusuk 170, 174, 192

Rumus fungsi 52

S

Segitiga siku-siku 110

Segitiga lancip 115

Segitiga tumpul 115

Segiempat talibusur 129

Sejajar 83, 174, 176, 201

Sisi 169, 172, 173

Sisi alas 181, 191, 202

Sisi atas 181, 191, 202

Sisi tegak 181, 191, 202, 212

Sistem Persamaan Linier Dua Variabel 95

Substitusi 80, 103

Sudut pusat 127, 138, 139

Sudut keliling 138, 139, 140

Suku tiga 18, 20, 25

H

Hipotenusa 110

J

Jaring-jaring 185, 186, 188, 192, 205

Juring 128, 142

K

Kalkulator 114, 115, 131

Kebalikan Tripel Pythagoras 117

Keliling lingkaran 127, 130, 133

Kubus 174, 179, 180, 187

Kubus satuan 194

Kodomain 45

Kongruen 201

Korespondensi satu-satu 47

L

Layang-layang 116

Layang-layang garis singgung 150

Limas 212, 213

Lingkaran dalam segitiga 154, 155

Lingkaran luar segitiga 155

Luas lingkaran 132

T

Tali busur lingkaran 127

Tegak lurus 84, 175, 176

Teorema Pythagoras 112, 118

Tembereng 128

Titik pusat 127

Titik sudut 170, 171, 192

Trapesium 125

Tripel Pythagoras 114, 116

Trinomial 2, 6

U

Ukuran kemiringan 66

V

Variabel 3, 92

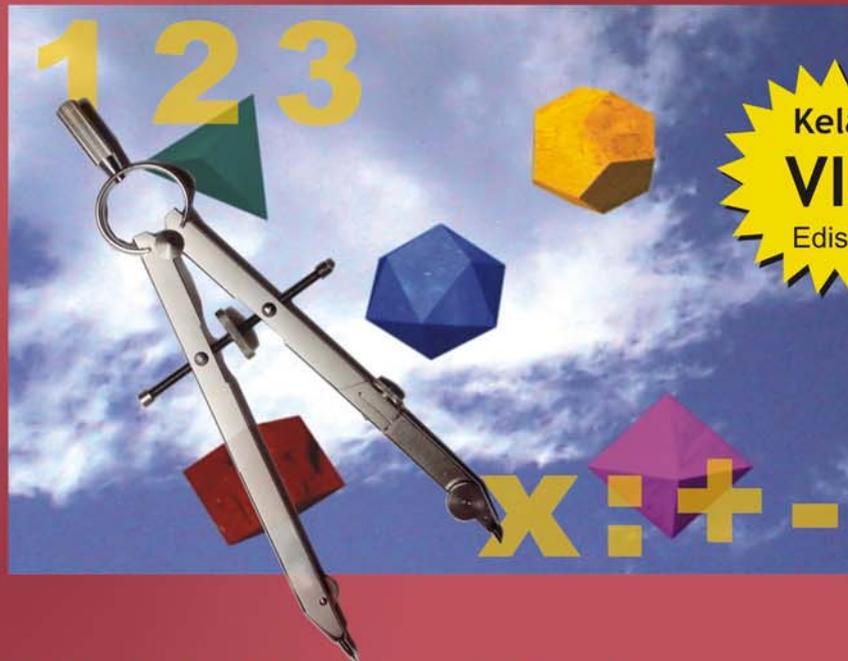
Volume balok 194, 195, 196, 198

Volume kubus 194, 198

Volume prisma 206, 208

Volume limas 211, 214, 215

Matematika



Kelas

VIII

Edisi 4

Sekolah Menengah Pertama

ISBN 979-462-463-2

Buku ini dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP) dan telah dinyatakan layak sebagai buku teks pelajaran berdasarkan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional No. 41 Tahun 2008 tanggal 1 Agustus 2008 tentang Penetapan Buku Teks Pelajaran yang Memenuhi Syarat Kelayakan untuk Digunakan dalam Proses Pembelajaran.

Harga Eceran Tertinggi (HET) Rp18.956,00