



KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
REPUBLIK INDONESIA
2013



Buku Guru

MATEMATIKA



SMP/MTs
KELAS
VII

Hak Cipta © 2013 pada Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Dilindungi Undang-Undang

MILIK NEGARA
TIDAK DIPERDAGANGKAN

Disklaimer: *Buku ini merupakan buku guru yang dipersiapkan Pemerintah dalam rangka implementasi Kurikulum 2013. Buku guru ini disusun dan ditelaah oleh berbagai pihak di bawah koordinasi Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, dan dipergunakan dalam tahap awal penerapan Kurikulum 2013. Buku ini merupakan “dokumen hidup” yang senantiasa diperbaiki, diperbaharui, dan dimutakhirkan sesuai dengan dinamika kebutuhan dan perubahan zaman. Masukan dari berbagai kalangan diharapkan dapat meningkatkan kualitas buku ini.*

Katalog Dalam Terbitan (KDT)

Indonesia. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

Matematika : buku guru/Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.--

Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2013.

xxii, 602 hlm. : ilus. ; 25 cm.

Untuk SMP/MTs Kelas VII

ISBN 978-602-282-083-3 (jilid lengkap)

ISBN 978-602-282-084-0 (jilid 1)

I. Matematika -- Studi dan Pengajaran

I. Judul

II. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

510

Kontributor Naskah : Bornok Sinaga, Pardomuan J.N.M.S Sinambela, Andri Kristianto Sitanggang, Tri Andri Hutapea, Sudianto Manullang, Lasker Pengarapan Sinaga, Mangara Simanjorang, Nuniek Afianti Agus, Ichwan Budi Utomo, Swida Purwanto, Lambas, Aris Hadiyan, dan Pinta Deniyanti.
Penelaah : Sisworo dan Agung Lukito.
Penyelia Penerbitan : Politeknik Negeri Media Kreatif, Jakarta.

Cetakan Ke-1, 2013

Disusun dengan huruf Times New Roman, 11 pt.

Kata Pengantar

Matematika adalah bahasa universal untuk menyajikan gagasan atau pengetahuan secara formal dan presisi sehingga tidak memungkinkan terjadinya multi tafsir. Penyampaiannya adalah dengan membawa gagasan dan pengetahuan konkret ke bentuk abstrak melalui pendefinisian variabel dan parameter sesuai dengan yang ingin disajikan. Penyajian dalam bentuk abstrak melalui matematika akan mempermudah analisis dan evaluasi selanjutnya.

Permasalahan terkait gagasan dan pengetahuan yang disampaikan secara matematis akan dapat diselesaikan dengan prosedur formal matematika yang langkahnya sangat presisi dan tidak terbantahkan. Karenanya matematika berperan sebagai alat komunikasi formal paling efisien. Perlu kemampuan berpikir kritis-kreatif untuk menggunakan matematika seperti uraian di atas: menentukan variabel dan parameter, mencari keterkaitan antar variabel dan dengan parameter, membuat dan membuktikan rumusan matematika suatu gagasan, membuktikan kesetaraan antar beberapa rumusan matematika, menyelesaikan model abstrak yang terbentuk, dan mengkonkretkan nilai abstrak yang diperoleh.

Buku Matematika Kelas X untuk Pendidikan Menengah ini disusun dengan tujuan memberi pengalaman konkret-abstrak kepada peserta didik seperti uraian di atas. Pembelajaran matematika melalui buku ini akan membentuk kemampuan peserta didik dalam menyajikan gagasan dan pengetahuan konkret secara abstrak, menyelesaikan permasalahan abstrak yang terkait, dan berlatih berfikir rasional, kritis dan kreatif.

Sebagai bagian dari Kurikulum 2013 yang menekankan pentingnya keseimbangan kompetensi sikap, pengetahuan dan keterampilan, kemampuan matematika yang dituntut dibentuk melalui pembelajaran berkelanjutan: dimulai dengan meningkatkan pengetahuan tentang metode-metode matematika, dilanjutkan dengan keterampilan menyajikan suatu permasalahan secara matematis dan menyelesaikannya, dan bermuara pada pembentukan sikap jujur, kritis, kreatif, teliti, dan taat aturan.

Buku ini menjabarkan usaha minimal yang harus dilakukan peserta didik untuk mencapai kompetensi yang diharapkan. Sesuai dengan pendekatan yang dipergunakan dalam Kurikulum 2013, peserta didik diberanikan untuk mencari dari sumber belajar lain yang tersedia dan terbentang luas di sekitarnya. Peran guru sangat penting untuk meningkatkan dan menyesuaikan daya serap peserta didik dengan ketersediaan kegiatan pada buku ini. Guru dapat memperkayanya dengan kreasi dalam bentuk kegiatan-kegiatan lain yang sesuai dan relevan yang bersumber dari lingkungan sosial dan alam.

Sebagai edisi pertama, buku ini sangat terbuka dan terus dilakukan perbaikan dan penyempurnaan. Untuk itu, kami mengundang para pembaca memberikan kritik, saran dan masukan untuk perbaikan dan penyempurnaan pada edisi berikutnya. Atas kontribusi tersebut, kami ucapkan terima kasih. Mudah-mudahan kita dapat memberikan yang terbaik bagi kemajuan dunia pendidikan dalam rangka mempersiapkan generasi seratus tahun Indonesia Merdeka (2045).

Jakarta, Mei 2013

Menteri Pendidikan dan Kebudayaan

Mohammad Nuh

SURAT BUAT GURU

Bapak, Ibu guru kami yang terhormat, banyak hal yang sudah kita lakukan sebagai usaha membelajarkan peserta didik dengan harapan, mereka berketuhanan, berperikemanusiaan, berpengetahuan, dan berketerampilan melalui pendidikan matematika. Harapan dan tugas mulia ini cukup berat, menuntut tanggung jawab yang tidak habis-habisnya dari generasi ke generasi.

Banyak masalah pembelajaran matematika yang kita hadapi, bagaikan menelusuri sebuah lingkaran dengan titik-titik masalah yang tak berhingga banyaknya. Tokoh pendidikan matematika Soedjadi dan Yansen Marpaung menyatakan, kita harus berani memilih/menetapkan tindakan dan menghadapi resiko untuk meningkatkan kualitas pendidikan matematika di setiap sekolah tempat guru melaksanakan tugas profesionalitasnya. Artinya, guru sebagai orang yang pertama dan yang utama bertindak sebagai pengembang kurikulum yang mengenal karakteristik siswa dengan baik, dituntut bekerjasama memikirkan jalan keluar permasalahan yang terjadi. Pola pembelajaran yang bagaimana yang sesuai dengan karakteristik matematika dan karakteristik peserta didik di sekolah Bapak/Ibu ?.

Salah satu alternatif, kita akan mengembangkan pembelajaran matematika berbasis paham konstruktivisme. Buah pikiran ini didasari prinsip bahwa: (1) setiap anak lahir di bumi, mereka telah memiliki potensi, (2) cara berpikir, bertindak, dan persepsi setiap orang dipengaruhi budaya, (3) matematika adalah produk budaya, yaitu hasil konstruksi sosial dan sebagai alat pemecahan masalah kehidupan, dan (4) matematika adalah hasil abstraksi pikiran manusia. Untuk itu diperlukan perangkat pembelajaran, media pembelajaran, asesmen otentik dalam pelaksanaan proses pembelajaran di kelas.

Model pembelajaran yang menganut paham konstruktivistik yang relevan dengan karakteristik matematika dan tujuan pembelajaran matematika cukup banyak, seperti (1) model pembelajaran berbasis masalah, (2) pembelajaran kontekstual, (3) pembelajaran kooperatif dan banyak model pembelajaran lainnya. Bapak/Ibu dapat mempelajarinya secara mendalam melalui aneka sumber pembelajaran.

Pokok bahasan yang dikaji dalam buku petunjuk guru ini, antara lain: (1) eksponen dan logaritma, (2) persamaan dan pertidaksamaan linier, (3) sistem persamaan dan pertidaksamaan linier, (4) matriks, (5) relasi dan fungsi, (6) barisan dan deret, (7) persamaan dan fungsi kuadrat, (8) limit dan (9) peluang yang tertera dalam kurikulum 2013. Berbagai konsep, aturan dan sifat-sifat dalam matematika ditemukan melalui pemecahan masalah nyata, media pembelajaran, yang terkait dengan materi yang diajarkan. Seluruh materi yang diajarkan berkiblat pada pencapaian kompetensi yang ditetapkan dalam kurikulum matematika 2013. Semua petunjuk yang diberikan dalam buku ini hanyalah pokok-pokoknya saja. Oleh karena itu, Bapak dan Ibu guru dapat mengembangkan dan menyesuaikan dengan keadaan dan suasana kelas saat pembelajaran berlangsung.

Akhirnya, tidak ada gading yang tak retak. Rendahnya kualitas pendidikan matematika adalah masalah kita bersama. Kita telah diberi talenta yang beragam, seberapa besar buahnya yang dapat kita persembahkan padaNya. Taburlah rotimu di lautan tanpa batas, percayalah kamu akan mendapat roti sebanyak pasir di tepi pantai. Mari kita lakukan tugas mulia ini sebaik-baiknya, semoga buku petunjuk guru ini dapat digunakan dan bermanfaat dalam pelaksanaan proses pembelajaran matematika di sekolah.

Jakarta, Februari 2013

Tim Penulis

DAFTAR ISI

Kata Pengantar	iii
Surat untuk Guru	iv
Daftar Isi	v
Deskripsi Singkat Model Pembelajaran Berbasis Konstruktivis	x
Pedoman Penyusunan Rencana Pembelajaran	xv
Fase Konstruksi Matematika	xx
Contoh Analisis Topik	xxi
Peta Konsep Matematika SMP Kelas VII	xxii
Bab I Himpunan	1
A. Kompetensi Dasar dan Pengalaman Belajar	1
B. Peta Konsep	2
C. Materi Pembelajaran	3
1. Menemukan Konsep Himpunan	3
2. Penyajian Himpunan	13
3. Menemukan Konsep Himpunan Semesta dan Diagram Venn	14
4. Kardinalitas Himpunan	20
5. Menemukan Konsep Himpunan Kosong	23
6. Relasi himpunan	25
a. Menemukan Konsep Himpunan Bagian	25
b. Himpunan Kuasa	32
c. Kesamaan Dua Himpunan	38
Uji Kompetensi 1.1	45
7. Operasi Himpunan	47
a. Irisan (intersection)	47
b. Gabungan (Union)	59
c. Komplemen (Complement)	67
d. Selisih (Difference)	75
e. Sifat-sifat Operasi Himpunan	82
f. Penyederhanaan Operasi Himpunan	89
Uji Kompetensi 1.2	91
D. Penutup	95
Bab II Bilangan	98
A. Kompetensi Dasar dan Pengalaman Belajar	98
B. Peta Konsep	99
C. Materi Pembelajaran	100
1. Menemukan Konsep Bilangan Bulat	100
2. Operasi Bilangan Bulat	103
a. Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat	103
Uji Kompetensi 2.1	123
b. Perkalian dan Pembagian Bilangan Bulat	125

Uji Kompetensi 2.2	145
3. Menggunakan Faktor Prima dan Faktorisasi untuk Memecahkan Masalah Sehari-hari yang Berkaitan dengan FPB dan KPK	147
a. Menemukan Konsep Bilangan Bulat Habis dibagi Bilangan Bulat.....	147
b. Menemukan Konsep Faktor-Faktor Bilangan Bulat	149
c. Menemukan konsep Bilangan Prima	151
d. Menemukan Konsep Faktor Prima dan Faktorisasi Prima dari Bilangan Bulat	153
e. Menemukan Konsep Kelipatan Bilangan Bulat	156
f. Faktor Persekutuan dan Kelipatan Persekutuan Bilangan Bulat	156
g. Faktor Persekutuan Terbesar (FPB)	159
h. Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK)	164
i. Menentukan FPB dan KPK beberapa Bilangan	170
Uji Kompetensi 2.3	171
4. Perpangkatan Bilangan bulat	173
a. Pangkat Bulat Positif	175
b. Pangkat Nol	176
c. Sifat-Sifat Pangkat Bulat Positif	176
5. Pola Bilangan Bulat	184
a. Pola Bilangan Segitiga	193
b. Pola Bilangan Persegi	195
c. Pola Bilangan Persegi Panjang	197
d. Pola Bilangan pada Segitiga Pascal	198
Uji Kompetensi 2.4	201
6. Menemukan Konsep Bilangan Pecahan	203
a. Penjumlahan dan Pengurangan Pecahan	204
1) Penjumlahan Pecahan	204
2) Pengurangan Pecahan	206
Uji Kompetensi 2.5	209
3) Perkalian Bilangan Pecahan	210
4) Pembagian Pecahan	226
Uji Kompetensi 2.6	241
7. Bilangan Rasional	245
Uji Kompetensi 2.7	251
Penutup	251
Bab III Garis dan Sudut	254
A. Kompetensi Dasar dan Pengalaman Belajar	254
B. Peta konsep	255
C. Materi Pembelajaran	256
1. Menemukan Konsep Titik, Garis, dan Bidang	256
2. Kedudukan garis	260
3. Menemukan Konsep Sudut	269
a. Ukuran Sudut dalam Derajat	270

b. Penamaan Sudut	272
Uji Kompetensi 3.1	279
4. Hubungan Antar Sudut	281
a. Sudut yang Saling Bertolak Belakang	281
b. Sudut yang Terbentuk oleh Dua Garis Sejajar yang Dipotong oleh Garis Lain	283
c. Sudut-sudut Sehadap	286
d. Sudut-sudut dalam Sepihak dan Luar Sepihak	288
e. Sudut-sudut dalam Berseberangan dan Luar Berseberangan ...	291
Uji Kompetensi 3.2	294
D. Penutup	296
Bab IV Segiempat dan Segitiga	298
A. Kompetensi Dasar dan Pengalaman Belajar	298
B. Peta Konsep	299
C. Materi Pembelajaran	300
1. Menemukan Sifat-sifat Segiempat untuk Menentukan Keliling dan ... Luasnya	300
a. Persegi Panjang dan Persegi	301
Uji Kompetensi 4.1	314
2. Segitiga	316
a. Luas dan Keliling Segitiga	316
b. Jumlah Sudut-Sudut Segitiga	335
c. Sudut Luar dan Sudut Dalam Suatu Segitiga	338
Uji Kompetensi 4.2	339
3. Trapesium	343
4. Jajar Genjang	351
Uji Kompetensi 4.3	357
5. Belah Ketupat	358
6. Layang-layang	366
7. Luas Bangun Tidak Beraturan	371
Uji Kompetensi 4.4	372
Penutup	374
Bab V Perbandingan dan Skala	376
A. Kompetensi Dasar dan Pengalaman Belajar	376
B. Peta Konsep	377
C. Materi Pembelajaran	378
1. Menemukan Perbandingan	378
Uji Kompetensi 5.1	393
2. Jenis-jenis Perbandingan	396
a. Perbandingan Senilai	396

b.	Perbandingan Berbalik Nilai	406
Uji Kompetensi 5.2		417
3.	Skala sebagai Perbandingan	421
a.	Konsep Skala.....	421
b.	Operasi Hitung Menggunakan Perbandingan dan Skala.....	426
Uji Kompetensi 5.3		429
D.	Penutup	431
Bab VI	Persamaan dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel	433
A.	Kompetensi Dasar dan Pengalaman Belajar	433
B.	Peta Konsep	434
C.	Materi Pembelajaran	435
1.	Menemukan Konsep Persamaan Linear Satu Variabel	435
a.	Menemukan Konsep Kalimat Tertutup	435
b.	Menemukan Konsep Kalimat Terbuka	437
c.	Menemukan Konsep Persamaan Linear Satu Variabel	440
Uji Kompetensi 6.1		445
2.	Bentuk Setara (Ekuivalen) Persamaan Linear Satu Variabel	446
Uji Kompetensi 6.2		456
3.	Pertidaksamaan Linear	458
a.	Menemukan Konsep Pertidaksamaan Linear	458
b.	Menyelesaikan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel	462
Uji Kompetensi 6.3		470
D.	Penutup	472
Bab VII	Aritmatika Sosial	474
A.	Kompetensi Dasar dan Pengalaman Belajar.....	474
B.	Peta Konsep	475
C.	Materi Pembelajaran	476
1.	Nilai Suatu Barang	476
2.	Harga penjualan, Pembelian, Untung, dan Rugi	478
Uji Kompetensi 7.1		488
3.	Diskon, Pajak, Bruto, Tara, dan Netto	490
4.	Bunga Tunggal	492
Uji Kompetensi 7.2		495
D.	Penutup	497
Bab VIII	Transformasi	499
A.	Kompetensi Dasar dan Pengalaman Belajar	499
B.	Peta Konsep	500
C.	Materi Pembelajaran	501
1.	Memahami dan menemukan Konsep Translasi (Pergeseran)	501
2.	Memahami dan Menemukan Konsep Refleksi (Pencerminan)	506
3.	Memahami dan Menemukan konsep Rotasi (Perputaran)	512

4. Memahami dan Menemukan Konsep Dilatasi (Perkalian)	516
Uji Kompetensi 8.1	521
D. Penutup	525
Bab IX Statistika	527
A. Kompetensi Dasar dan Pengalaman Belajar	527
B. Peta Konsep	528
C. Materi Pembelajaran	529
1. Menemukan Konsep Data	529
2. Pengumpulan Data	522
3. Pengolahan Data	538
a. Rata-rata (mean)	538
b. Median (Me)	542
c. Modus (mo)	545
4. Penyajian Data	546
a. Penyajian Data dalam Bentuk Tabel	546
b. Penyajian Data dengan Diagram Batang	548
c. Penyajian Data dengan Diagram Lingkaran	550
d. Penyajian Data dengan Grafik Garis	552
Uji Kompetensi 9.1	554
D. Penutup	556
Bab X Peluang	558
A. Kompetensi Dasar dan Pengalaman Belajar	558
B. Peta Konsep	559
C. Materi Pelajaran	560
1. Konsep Ruang Sampel	560
a. Kejadian Tunggal	560
b. Kejadian Majemuk	562
2. Konsep Peluang	570
Uji Kompetensi 10.1	574
3. Komplemen Kejadian.....	575
Uji Kompetensi 10.2	579
D. Penutup	581
Petunjuk Teknis Pelaksanaan Remedial dan Pengayaan	582
Daftar Pustaka	600



DESKRIPSI SINGKAT MODEL PEMBELAJARAN BERBASIS KONSTRUKTIVISTIK

Model pembelajaran yang diterapkan dalam buku ini, dilandasi teori pembelajaran yang menganut paham konstruktivistik yang memberi perhatian pada aspek-aspek kognisi dan mengangkat berbagai masalah *real world* yang sangat mempengaruhi aktivitas dan perkembangan mental siswa selama proses pembelajaran dengan prinsip bahwa, (1) setiap anak lahir di bumi, mereka telah memiliki potensi, (2) cara berpikir, bertindak, dan persepsi setiap orang dipengaruhi nilai budayanya, (3) matematika adalah hasil konstruksi sosial dan sebagai alat penyelesaian masalah kehidupan, dan (4) matematika adalah hasil abstraksi pikiran manusia.

Pembelajaran matematika yang diharapkan dalam praktek pembelajaran di kelas adalah (1) pembelajaran berpusat pada aktivitas siswa, (2) siswa diberi kebebasan berpikir memahami masalah, membangun strategi penyelesaian masalah, mengajukan ide-ide secara bebas dan terbuka, (3) guru melatih dan membimbing siswa berpikir kritis dan kreatif dalam menyelesaikan masalah, (4) upaya guru mengorganisasikan bekerjasama dalam kelompok belajar, melatih siswa berkomunikasi menggunakan grafik, diagram, skema, dan variabel, (5) seluruh hasil kerja selalu dipresentasikan di depan kelas untuk menemukan berbagai konsep, hasil penyelesaian masalah, aturan matematika yang ditemukan melalui proses pembelajaran.

Rancangan model pembelajaran yang diterapkan mengikuti 5 (lima) komponen utama model pembelajaran yang dijabarkan sebagai berikut.

1. Sintaks

Pengelolaan pembelajaran terdiri 5 tahapan pembelajaran, yaitu:

a. Apersepsi

Tahap apersepsi diawali dengan menginformasikan kepada siswa kompetensi dasar dan indikator yang akan dicapai siswa melalui pembelajaran materi yang akan diajarkan. Kemudian guru menumbuhkan persepsi positif dan motivasi belajar pada diri siswa melalui pemaparan manfaat materi matematika yang dipelajari dalam penyelesaian masalah kehidupan serta meyakinkan siswa, jika siswa terlibat aktif dalam merekonstruksi konsep dan prinsip matematika melalui penyelesaian masalah yang bersumber dari fakta dan lingkungan kehidupan siswa dengan



strategi penyelesaian yang menerapkan pola interaksi sosial yang pahami siswa dan guru. Dengan demikian, siswa akan lebih baik menguasai materi yang diajarkan, informasi baru berupa pengetahuan lebih bertahan lama di dalam ingatan siswa, dan pembelajaran lebih bermakna sebab setiap informasi baru dikaitkan dengan apa yang diketahui siswa dan menunjukkan secara nyata kegunaan konsep dan prinsip matematika yang dipelajari dalam kehidupan.

b. Interaksi Sosial di antara Siswa, Guru, dan Masalah

Pada tahap orientasi masalah dan penyelesaian masalah, guru meminta siswa mencoba memahami masalah dan mendiskusikan hasil pemikiran melalui belajar kelompok. Pembentukan kelompok belajar menerapkan prinsip kooperatif, yakni heterogenan anggota kelompok dari segi karakteristik (kemampuan dan jenis kelamin) siswa, berbeda budaya, berbeda agama dengan tujuan agar siswa terlatih bekerjasama, berkomunikasi, menumbuhkan rasa toleransi dalam perbedaan, saling memberi ide dalam penyelesaian masalah, saling membantu dan berbagi informasi. Guru memfasilitasi siswa dengan buku siswa, Lembar Aktivitas Siswa (LAS) dan Asesmen Otentik. Selanjutnya guru mengajukan permasalahan matematika yang bersumber dari lingkungan kehidupan siswa. Guru menanamkan nilai-nilai matematis (jujur, konsisten, tangguh menghadapi masalah) dan nilai-nilai budaya agar para siswa saling berinteraksi secara sosio kultural, memotivasi dan mengarahkan jalannya diskusi agar lebih efektif, serta mendorong siswa bekerjasama.

Selanjutnya, guru memusatkan pembelajaran pada siswa dalam kelompok belajar untuk menyelesaikan masalah. Guru meminta siswa memahami masalah secara individu dan mendiskusikan hasil pemikirannya dalam kelompok, dan dilanjutkan berdialog secara interaktif (berdebat, bertanya, mengajukan ide-ide, berdiskusi) dengan kelompok lain dengan arahan guru. Antar anggota kelompok saling bertanya-jawab, berdebat, merenungkan hasil pemikiran teman, mencari ide dan jalan keluar penyelesaian masalah. Setiap kelompok memadu hasil pemikiran dan menuangkannya dalam sebuah LAS yang dirancang guru. Jika semua anggota kelompok mengalami kesulitan memahami dan menyelesaikan masalah, maka salah seorang dari anggota kelompok bertanya pada guru sebagai panutan. Selanjutnya guru memberi *scaffolding*, yaitu berupa pemberian petunjuk, memberi kemudahan pengerjaan siswa, contoh analogi, struktur, bantuan jalan keluar sampai saatnya siswa dapat mengambil alih tugas-tugas penyelesaian masalah.

c. Mempresentasikan dan Mengembangkan Hasil Kerja

Pada tahapan ini, guru meminta salah satu kelompok mempresentasikan hasil kerjanya di depan kelas dan memberi kesempatan pada kelompok lain memberi tanggapan berupa kritikan disertai alasan-alasan, masukan bandingan pemikiran. Sesekali guru mengajukan pertanyaan menguji pemahaman/penguasaan penyaji dan dapat ditanggapi oleh kelompok lain. Kriteria untuk memilih hasil diskusi kelompok yang akan dipresentasikan antara lain: jawaban kelompok berbeda dengan jawaban dari kelompok lain, ada ide penting dalam hasil diskusi kelompok yang perlu mendapat perhatian khusus. Dengan demikian kelompok penyaji bisa lebih dari satu. Selama presentasi hasil kerja, guru mendorong terjadinya diskusi kelas dan mendorong siswa mengajukan ide-ide secara terbuka dengan menanamkan nilai *soft skill*.

Tujuan tahapan ini adalah untuk mengetahui keefektifan hasil diskusi dan hasil kerja kelompok pada tahapan sebelumnya. Dalam penyajiannya, kelompok penyaji akan diuji oleh kelompok lain dan guru tentang penguasaan dan pemahaman mereka atas penyelesaian masalah yang dilakukan. Dengan cara tersebut dimungkinkan tiap-tiap kelompok mendapatkan pemikiran-pemikiran baru dari kelompok lain atau alternatif jawaban yang lain yang berbeda. Sehingga pertimbangan-pertimbangan secara objektif akan muncul di antara siswa. Tujuan lain tahapan ini adalah melatih siswa terampil menyajikan hasil kerjanya melalui penyampaian ide-ide di depan umum (teman satu kelas). Keterampilan mengomunikasikan ide-ide tersebut adalah salah satu kompetensi yang dituntut dalam pembelajaran berdasarkan masalah, untuk memampukan siswa berinteraksi/berkolaborasi dengan orang lain.

d. Temuan Objek Matematika dan Penguatan Skemata Baru

Objek-objek matematika berupa model (contoh konsep) yang diperoleh dari proses dan hasil penyelesaian masalah dijadikan bahan inspirasi dan abstraksi konsep melalui penemuan ciri-ciri konsep oleh siswa dan mengkonstruksi konsep secara ilmiah. Setelah konsep ditemukan, guru melakukan teorema pengontraskan melalui pengajuan contoh dan bukan contoh. Dengan mengajukan sebuah objek, guru meminta siswa memberi alasan, apakah objek itu termasuk contoh atau bukan contoh konsep.

Guru memberi kesempatan bertanya atas hal-hal yang kurang dipahami. Sesekali guru menguji pemahaman siswa atas konsep dan prinsip yang ditemukan, serta melengkapi hasil pemikiran siswa dengan memberikan contoh dan bukan contoh konsep. Berdasar konsep yang ditemukan/direkonstruksi, diturunkan beberapa sifat



dan aturan-aturan. Selanjutnya siswa diberi kesempatan mengerjakan soal-soal tantangan untuk menunjukkan kebergunaan konsep dan prinsip matematika yang dimiliki.

e. Menganalisis dan Mengevaluasi Proses dan Hasil Penyelesaian Masalah

Pada tahapan ini, guru membantu siswa atau kelompok mengkaji ulang hasil penyelesaian masalah, menguji pemahaman siswa dalam proses penemuan konsep dan prinsip. Selanjutnya, guru melakukan evaluasi materi akademik dengan pemberian kuis atau meminta siswa membuat peta konsep atau memberi tugas di rumah atau membuat peta materi yang dipelajari.

2. Sistem Sosial

Pengorganisasian siswa selama proses pembelajaran menerapkan pola pembelajaran kooperatif. Dalam interaksi sosio kultural di antara siswa dan temannya, guru selalu menanamkan nilai-nilai *soft skill* dan nilai matematis. Siswa dalam kelompok saling bekerjasama dalam menyelesaikan masalah, saling bertanya/berdiskusi antara siswa yang lemah dan yang pintar, kebebasan mengajukan pendapat, berdialog dan berdebat, guru tidak boleh terlalu mendominasi siswa, bersifat membantu dan gotong royong) untuk menghasilkan penyelesaian masalah yang disepakati bersama. Dalam interaksi sosio kultural, para siswa diizinkan berbahasa daerah dalam menyampaikan pertanyaan, kritikan, pendapat terhadap temannya maupun pada guru.

3. Prinsip Reaksi

Model pembelajaran yang diterapkan dalam buku ini dilandasi teori konstruktivis dan nilai budaya dimana siswa belajar yang memberi penekanan pembelajaran berpusat pada siswa, sehingga fungsi guru sebagai fasilitator, motivator dan mediator dalam pembelajaran. Tingkah laku guru dalam menanggapi hasil pemikiran siswa berupa pertanyaan atau kesulitan yang dialami dalam menyelesaikan masalah harus bersifat mengarahkan, membimbing, memotivasi dan membangkitkan semangat belajar siswa.

Untuk mewujudkan tingkah laku tersebut, guru harus memberikan kesempatan pada siswa untuk mengungkapkan hasil pemikirannya secara bebas dan terbuka,



mencermati pemahaman siswa atas objek matematika yang diperoleh dari proses dan hasil penyelesaian masalah, menunjukkan kelemahan atas pemahaman siswa dan memancing mereka menemukan jalan keluar untuk mendapatkan penyelesaian masalah yang sesungguhnya. Jika ada siswa yang bertanya, sebelum guru memberikan penjelasan/bantuan, guru terlebih dahulu memberi kesempatan pada siswa lainnya memberikan tanggapan dan merangkum hasilnya. Jika keseluruhan siswa mengalami kesulitan, maka guru saatnya memberi penjelasan atau bantuan/memberi petunjuk sampai siswa dapat mengambil alih penyelesaian masalah pada langkah berikutnya. Ketika siswa bekerja menyelesaikan tugas-tugas, guru mengontrol jalannya diskusi dan memberikan motivasi agar siswa tetap berusaha menyelesaikan tugas-tugasnya.

4. Sistem Pendukung

Agar model pembelajaran ini dapat terlaksana secara praktis dan efektif, guru diwajibkan membuat suatu rancangan pembelajaran yang dilandasi teori pembelajaran konstruktivis dan nilai *soft skill* matematis yang diwujudkan dalam setiap langkah-langkah pembelajaran yang ditetapkan dan menyediakan fasilitas belajar yang cukup. Dalam hal ini dikembangkan buku model yang berisikan teori-teori pendukung dalam melaksanakan pembelajaran, komponen-komponen model, petunjuk pelaksanaan dan seluruh perangkat pembelajaran yang digunakan seperti rencana pembelajaran, buku guru, buku siswa, lembar kerja siswa, objek-objek abstraksi dari lingkungan budaya, dan media pembelajaran yang diperlukan.

5. Dampak Instruksional dan Pengiring yang Diharapkan

Dampak langsung penerapan pembelajaran ini adalah memampukan siswa merekonstruksi konsep dan prinsip matematika melalui penyelesaian masalah dan terbiasa menyelesaikan masalah nyata dilingkungan siswa. Pemahaman siswa terhadap obek-objek matematika dibangun berdasarkan pengalaman budaya dan pengalaman belajar yang telah dimiliki sebelumnya. Kebermaknaan pembelajaran yang melahirkan pemahaman, dan pemahaman mendasari kemampuan siswa mentransfer pengetahuannya dalam menyelesaikan masalah. Kemampuan menyelesaikan masalah tidak rutin menyadarkan siswa akan kebergunaan matematika. Kebergunaan akan menimbulkan motivasi belajar secara internal dari dalam diri siswa dan rasa memiliki terhadap matematika akan muncul sebab matematika yang dipamami adalah hasil rekonstruksi pemikirannya sendiri. Motivasi belajar secara internal akan menimbulkan kecintaan terhadap dewi matematika. Bercinta dengan dewi matematika berarti penyatuan diri dengan keabstrakan yang tidak memiliki

batas atas dan batas bawah tetapi bekerja dengan simbol-simbol.

Selain dampak di atas, siswa terbiasa menganalisis secara logis dan kritis memberikan pendapat atas apa saja yang dipelajari menggunakan pengalaman belajar yang dimiliki sebelumnya. Penerimaan individu atas perbedaan-perbedaan yang terjadi (perbedaan pola pikir, pemahaman, daya lihat dan kemampuan), serta berkembangnya kemampuan berkolaborasi antara siswa. Retensi pengetahuan matematika yang dimiliki siswa dapat bertahan lebih lama sebab siswa terlibat aktif di dalam proses penemuannya.

Dampak pengiring yang akan terjadi dengan penerapan model pembelajaran berbasis konstruktivistik adalah siswa mampu menemukan kembali berbagai konsep dan aturan matematika dan menyadari betapa tingginya manfaat matematika bagi kehidupan sehingga dia tidak merasa terasing dari lingkungannya. Matematika sebagai ilmu pengetahuan tidak lagi dipandang sebagai hasil pemikiran dunia luar tetapi berada pada lingkungan budaya siswa yang bermanfaat dalam menyelesaikan permasalahan di lingkungan budayanya. Dengan demikian terbentuk dengan sendirinya rasa memiliki, sikap, dan persepsi positif siswa terhadap matematika dan budayanya. Siswa memkamung bahwa matematika terkait dan inklusif di dalam budaya. Jika matematika bagian dari budaya siswa, maka suatu saat diharapkan siswa memiliki cara tersendiri memeliharanya dan menjadikannya **Landasan Makna** (landasan makna dalam hal ini berpihak pada sikap, kepercayaan diri, cara berpikir, cara bertindak laku, cara mengingat apa yang dipahami oleh siswa sebagai pelaku-pelaku budaya). Dampak pengiring yang lebih jauh adalah hakikat tentatif keilmuan, keterampilan proses keilmuan, otonomi dan kebebasan siswa, toleransi terhadap ketidakpastian dan masalah-masalah non rutin.

PEDOMAN PENYUSUNAN RENCANA PEMBELAJARAN

Penyusunan rencana pembelajaran berpedoman pada kurikulum matematika 2013 dan sintaksis Model Pembelajaran. Berdasarkan analisis kurikulum matematika ditetapkan hal-hal berikut

1. Kompetensi dasar dan indikator pencapaian kompetensi dasar untuk tiap-tiap pokok bahasan. Rumusan indikator dan kompetensi dasar harus disesuaikan dengan prinsip-prinsip pembelajaran matematika berdasarkan masalah, memberikan pengalaman belajar bagi siswa, seperti menyelesaikan masalah autentik (masalah bersumber dari fakta dan lingkungan budaya), berkolaborasi, berbagi pengetahuan, saling membantu, berdiskusi dalam menyelesaikan masalah.

- 
2. Materi pokok yang akan diajarkan, termasuk analisis topik, dan peta konsep (contoh disajikan di bawah).
 3. Materi prasyarat, yaitu materi yang harus dikuasai oleh siswa sebagai dasar untuk mempelajari materi pokok. Dalam hal ini perlu dilakukan tes kemampuan awal siswa.
 4. Kelengkapan, yaitu fasilitas pembelajaran yang harus dipersiapkan oleh guru, misalnya: rencana pembelajaran, buku petunjuk guru, buku siswa, lembar aktivitas siswa (LAS), objek-objek budaya, kumpulan masalah-masalah yang bersumber dari fakta dan lingkungan budaya siswa, laboratorium, dan alat peraga jika dibutuhkan.
 5. Alokasi waktu: banyak jam pertemuan untuk setiap pokok bahasan tidak harus sama tergantung kepadatan dan kesulitan materi untuk tiap-tiap pokok bahasan. Penentuan rata-rata banyak jam pelajaran untuk satu pokok bahasan adalah hasil bagi jumlah jam efektif untuk satu semester dibagi banyak pokok bahasan yang akan diajarkan untuk semester tersebut.
 6. Hasil belajar yang akan dicapai melalui kegiatan pembelajaran antara lain:

Produk : Konsep dan prinsip-prinsip yang terkait dengan materi pokok

Proses : Apersepsi budaya, interaksi sosial dalam penyelesaian masalah, memodelkan masalah secara matematika, merencanakan penyelesaian masalah, menyajikan hasil kerja dan menganalisis serta mengevaluasi kembali hasil penyelesaian masalah.

Kognitif : Kemampuan matematisasi, kemampuan abstraksi, pola pikir deduktif, berpikir tingkat tinggi (berpikir kritis, dan berpikir kreatif).

Psikomotor : Keterampilan menyelesaikan masalah, ketrampilan berkolaborasi, kemampuan berkomunikasi.

Afektif : Menghargai budaya, penerimaan individu atas perbedaan yang ada, bekerjasama, tangguh menghadapi masalah, jujur mengungkapkan pendapat dan senang belajar matematika.

Sintaksis pembelajaran adalah langkah-langkah pembelajaran yang dirancang dan dihasilkan dari kajian teori yang melandasi model pembelajaran berbasis



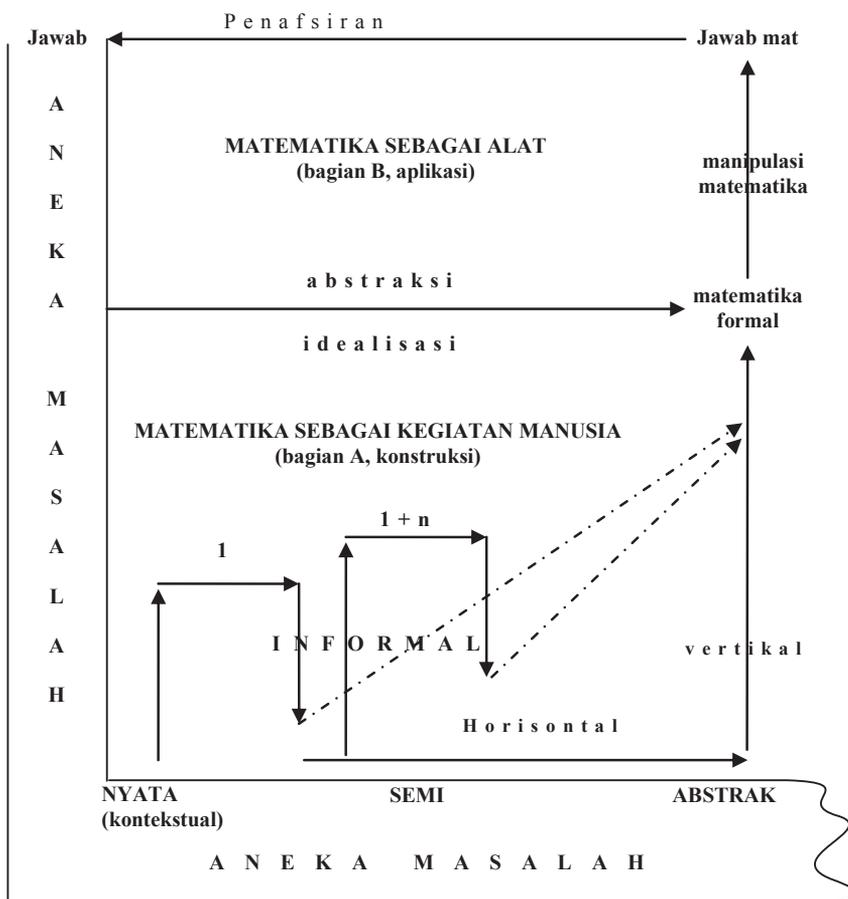
konstruktivistik. Sementara, rencana pembelajaran adalah operasional dari sintaks. Sehingga skenario pembelajaran yang terdapat pada rencana pembelajaran disusun mengikuti setiap langkah-langkah pembelajaran (sintaks). Sintaks model pembelajaran terdiri dari 5 langkah pokok, yaitu: (1) apersepsi budaya, (2) orientasi dan penyelesaian masalah, (3) persentase dan mengembangkan hasil kerja, (4) temuan objek matematika dan penguatan skemata baru, (5) menganalisis dan mengevaluasi proses dan hasil penyelesaian masalah. Kegiatan yang dilakukan untuk setiap tahapan pembelajaran dijabarkan sebagai berikut:

1. Kegiatan guru pada tahap apersepsi budaya antara lain:
 - a. Menginformasikan indikator pencapaian kompetensi dasar.
 - b. Menciptakan persepsi positif dalam diri siswa terhadap budayanya dan matematika sebagai hasil konstruksi sosial.
 - c. Menjelaskan pola interaksi sosial, menjelaskan peranan siswa dalam menyelesaikan masalah.
 - d. Memberikan motivasi belajar pada siswa melalui penanaman nilai matematis, *soft skill* dan kebergunaan matematika.
 - e. Memberi kesempatan pada siswa menanyakan hal-hal yang sulit dimengerti pada materi sebelumnya.
2. Kegiatan guru pada tahap penyelesaian masalah dengan pola interaksi edukatif antara lain:
 - a. Membentuk kelompok
 - b. Mengajukan masalah yang bersumber dari fakta dan lingkungan budaya siswa
 - c. Meminta siswa memahami masalah secara individual dan kelompok
 - d. Mendorong siswa bekerjasama menyelesaikan tugas-tugas
 - e. Membantu siswa merumuskan hipotesis (dugaan).
 - f. Membimbing, mendorong/mengarahkan siswa menyelesaikan masalah dan mengerjakan LKS

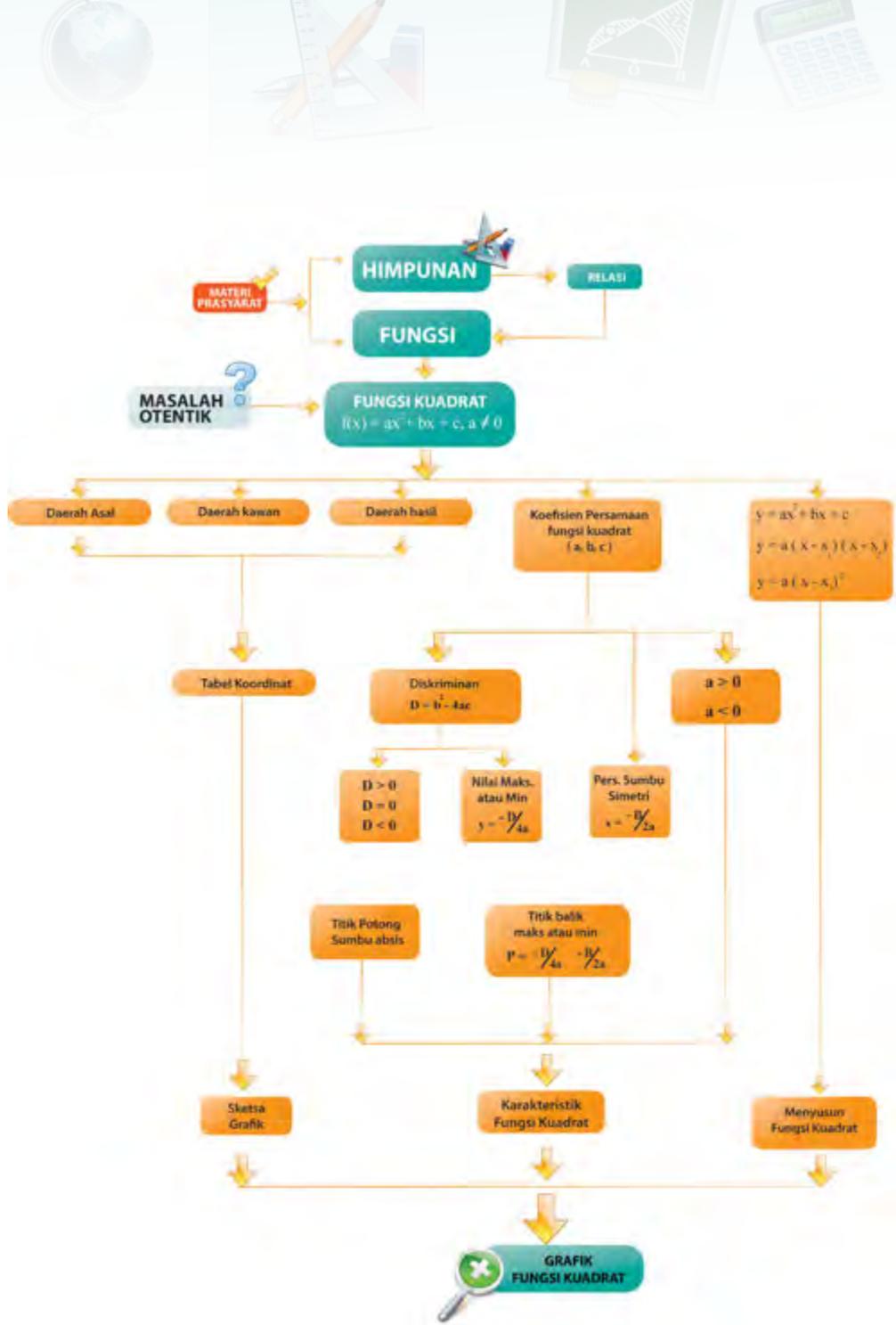
- 
- g. Memberikan *scaffolding* pada kelompok atau individu yang mengalami kesulitan
 - h. Mengkondisikan antar anggota kelompok berdiskusi, berdebat dengan pola kooperatif
 - i. Mendorong siswa mengekspresikan ide-ide secara terbuka
 - j. Membantu dan memberi kemudahan pengerjaan siswa dalam menyelesaikan masalah dalam pemberian solusi
3. Kegiatan guru pada tahap persentasi dan mengembangkan hasil kerja antara lain:
- a. Memberi kesempatan pada kelompok mempresentasikan hasil penyelesaian masalah di depan kelas
 - b. Membimbing siswa menyajikan hasil kerja
 - c. Memberi kesempatan kelompok lain mengkritisi/menanggapi hasil kerja kelompok penyaji dan memberi masukan sebagai alternatif pemikiran. Membantu siswa menemukan konsep berdasarkan masalah
 - d. Mengontrol jalannya diskusi agar pembelajaran berjalan dengan efektif
 - e. Mendorong keterbukaan, proses-proses demokrasi
 - f. Menguji pemahaman siswa
4. Kegiatan guru pada tahap temuan objek matematika dan penguatan skemata baru antara lain:
- a. Mengarahkan siswa membangun konsep dan prinsip secara ilmiah
 - b. Menguji pemahaman siswa atas konsep yang ditemukan melalui pengajuan contoh dan bukan contoh konsep
 - c. Membantu siswa mendefinisikan dan mengorganisasikan tugas-tugas belajar yang berkaitan dengan masalah
 - d. Memberi kesempatan melakukan konektivitas konsep dan prinsip dalam mengerjakan soal tantangan

- 
- e. Memberikan *scaffolding*
5. Kegiatan guru pada tahap menganalisis dan mengevaluasi proses dan hasil penyelesaian masalah antara lain:
 - a. Membantu siswa mengkaji ulang hasil penyelesaian masalah
 - b. Memotivasi siswa untuk terlibat dalam penyelesaian masalah yang selektif
 - c. Mengevaluasi materi akademik: memberi kuis atau membuat peta konsep atau peta materi.

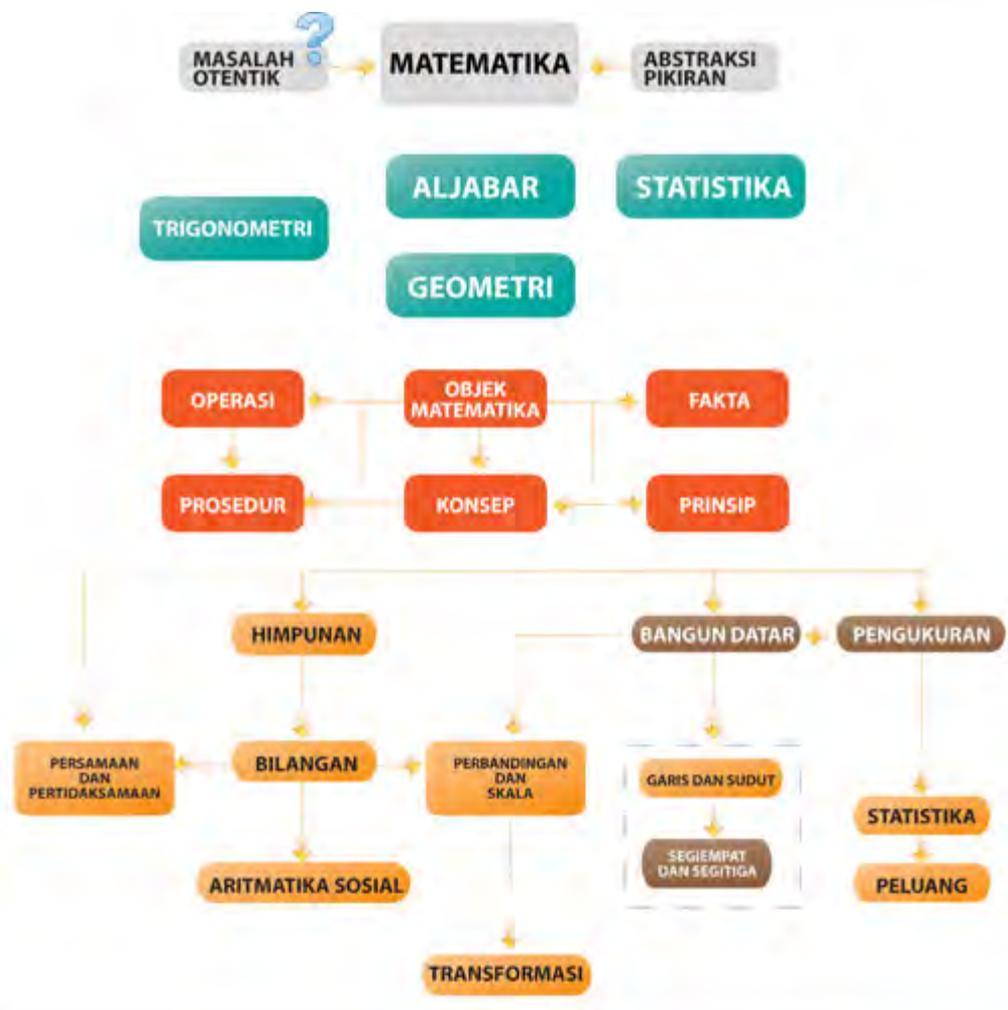
FASE KONSTRUKSI MATEMATIKA



Gambar: Matematika Hasil Konstruksi Sosial (Adaptasi, Soedjadi (2004))



Gambar : Analisis Topik Pada Materi Fungsi Kuadrat



- adalah materi prasyarat yang sudah dipelajari di SD
- adalah pokok bahasan yang dipelajari
- adalah keterkaitan secara hirarki matematika
- adalah objek matematika yang dikaji pada setiap bahasan matematika
- adalah bidang kajian matematika

BAB

Himpunan

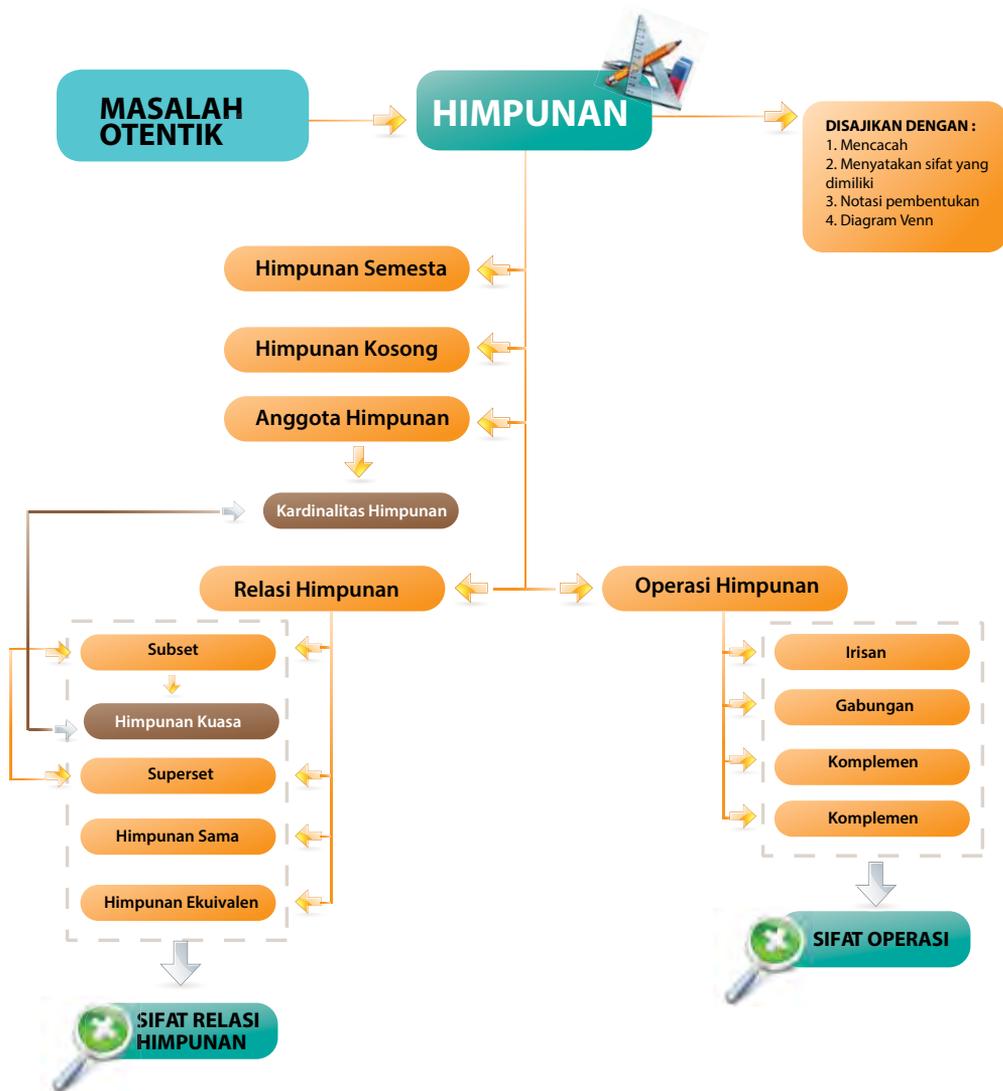
A. KOMPETENSI DASAR DAN PENGALAMAN BELAJAR

Kompetensi Dasar	Pengalaman Belajar
<p>Melalui proses pembelajaran himpunan, siswa mampu:</p> <ol style="list-style-type: none">1. Menunjukkan sikap logis, kritis, analitik, konsisten dan teliti, bertanggung jawab, responsif, dan tidak mudah menyerah dalam memecahkan masalah.2. Memiliki rasa ingin tahu, percaya diri, dan ketertarikan diri pada matematika serta memiliki rasa percaya pada daya serta kegunaan matematika, yang terbentuk melalui pengalaman belajar.3. Menunjukkan perilaku ingin tahu dalam melakukan aktivitas di rumah, sekolah, dan masyarakat sebagai wujud implementasi penyelidikan himpunan.4. Memahami pengertian himpunan, himpunan bagian, komplemen himpunan, operasi himpunan dan menunjukkan contoh dan bukan contoh.	<p>Melalui proses pembelajaran himpunan, siswa memiliki pengalaman belajar:</p> <ul style="list-style-type: none">• terlatih berpikir kritis dan berpikir kreatif;• menemukan ilmu pengetahuan dari pemecahan masalah nyata;• mengajak untuk melakukan penelitian dasar dalam membangun konsep;• dilatih bekerjasama dalam tim untuk menemukan solusi permasalahan.• dilatih mengajukan ide-ide secara bebas dan terbuka;• merasakan manfaat matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Istilah Penting:

- ✓ Himpunan (*Set*)
- ✓ Elemen
- ✓ Himpunan Bagian (*Subset*)
- ✓ Irisan (*Intersection*)
- ✓ Komplemen
- ✓ Gabungan (*Union*)

B. PETA KONSEP



C. MATERI PEMBELAJARAN

1. MENEMUKAN KONSEP HIMPUNAN



Membangun persepsi positif dengan menunjukkan proses penemuan konsep dan aturan himpunan menggunakan objek-objek nyata pengamatan. Guru menunjukkan berbagai manfaat materi himpunan dalam memecahkan masalah nyata. Siswa diajak berpikir dan mengajukan ide-ide secara bebas dan terbuka baik secara individu maupun kelompok dalam menanggapi pemecahan masalah dan bekerjasama memecahkannya.

Materi pembelajaran yang akan kita bahas saat ini adalah materi himpunan. Kamu pasti sering menghadapi masalah kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan himpunan, misalnya ketika guru menyuruh kamu mencatat nama-nama teman satu kelas yang absen pada hari tertentu, ketika orang tua menyuruh kamu mencatat nama-nama barang kebutuhan sehari-hari yang akan dibeli agar pada waktu belanja tidak terlupakan, dan masih banyak lagi.

Amatilah pengelompokan negara-negara yang menjadi peserta Piala Dunia pertandingan sepak bola tahun 2010 di Afrika Selatan yang disajikan dalam Gambar 1.1 berikut.

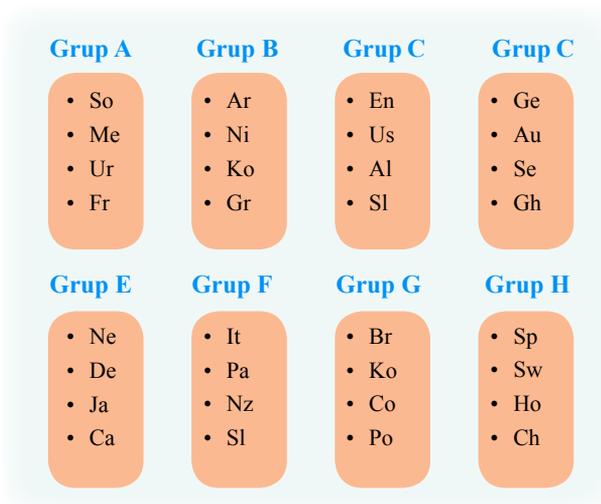
2010 FIFA WORLD CUP SOUTH AFRICA

Grup A	Grup B	Grup C	Grup D
South Africa	Argentina	England	Germany
Mexico	Nigeria	USA	Australia
Uruguay	Korea Republic	Algeria	Serbia
France	Greece	Sloveia	Ghana
Grup E	Grup F	Grup G	Grup H
Netherland	Italy	Brazil	Spain
Denmark	Paraguay	Korea DPR	Switzerland
Japan	New Zealand	Cote d'Ivoire	Honduras
Cameroon	Slovakia	Portugal	Chile

Gambar 1.1

Negara-negara Peserta Piala Dunia Pertandingan Sepak Bola Tahun 2010 di Afrika Selatan

Misalkan nama negara-negara peserta piala dunia FIFA tersebut diwakili dengan huruf pertama dan keduanya, contoh: South Africa diwakili dengan huruf ‘So’, Brazil diwakili dengan huruf ‘Br’, dan seterusnya. Gambar 1.1 di atas dapat kita ubah dalam bentuk diagram berikut.



Gambar 1.2 Diagram Negara Peserta Piala Dunia Sepak Bola Tahun 2010

Berdasarkan gambar 1.2 di atas, kita temukan hal-hal berikut.

- Negara yang tergabung di grup A adalah: {South Africa, Mexico, Uruguay, France}
- Negara yang tergabung di grup E adalah: {Netherlands, Denmark, Japan, Cameroon}
- Seluruh peserta tergabung di dalam 8 grup yaitu: {grup A, grup B, grup C, grup D, grup E, grup F, grup G, grup H}
- Australia berada di grup D.
- Brazil dan Portugal sama-sama berada di grup G.
- Setiap grup anggotanya adalah 4 negara.
- Negara yang bertanding seluruhnya ada 32 negara. Seluruh negara peserta FIFA World Cup 2010 merupakan anggota himpunan semesta dari himpunan yang menjadi objek pembicaraan.

Masalah -1.1

PEDAGANG SEPATU

Toko 'Laris Patu' adalah sebuah toko yang khusus menjual sepatu sekolah berbagai merek. Roby sang pemilik toko itu berencana ingin meningkatkan penjualan dalam bulan ini. Agar rencananya berhasil, dia ingin tahu merek sepatu apa saja yang banyak dipakai siswa. Untuk itu, dia memerlukan data tentang merek sepatu yang banyak dipakai siswa. Bantulah Roby untuk menemukan data yang diperlukan khusus di kelas kamu, dengan melakukan hal-hal berikut.



Sumber: <http://www.google.co.id>

Gambar 1.3. Sepatu Sekolah

- Sebutkanlah nama seluruh siswa laki-laki di kelasmu!
- Sebutkanlah merek sepatu yang dipakai oleh seluruh siswa laki-laki di kelasmu!
- Kelompokkanlah seluruh siswa laki-laki tersebut berdasarkan merek sepatu yang dipakai!
- Berapa jenis merek sepatu yang dipakai oleh seluruh siswa laki-laki di kelasmu?
- Merek sepatu apa yang paling banyak dipakai oleh siswa laki-laki di kelasmu? Sebutkan!



Alternatif Penyelesaian

Data berikut adalah data Yanti seorang siswa perempuan kelas VII SMP Negeri 2 Palipi. Siswa laki-laki di kelasnya ada 13 orang. Merek sepatu yang dipakai ketiga belas siswa itu adalah: Anto memakai sepatu merek Spotec, Rudi memakai sepatu merek Bata, Parto memakai sepatu merek Adidas, Burju memakai sepatu merek Spotec, Sartono memakai sepatu merek Bata, Bintang memakai sepatu merek



Eagle, Rendi memakai sepatu merek Bata, Niko memakai sepatu merek Loggo, Felik memakai sepatu merek Adidas, Rolando memakai sepatu merek Adidas, Sunanto memakai sepatu merek Loggo, Dodi memakai sepatu merek Loggo, dan Putu memakai sepatu merek Adidas. Alternatif penyelesaian Masalah 1.1 di atas ditunjukkan sebagai berikut.

- a. Kelompok seluruh siswa laki-laki di kelas Yanti adalah {Anto, Rudi, Parto, Burju, Sartono, Bintang, Rendi, Niko, Felik, Rolando, Sunanto, Dodi, Putu}.
- b. Merek sepatu yang digunakan oleh seluruh siswa laki-laki di kelas Yanti adalah {Spotec, Bata, Adidas, Eagle, Loggo}.
- c. Kelompok siswa laki-laki berdasarkan merek sepatu yang digunakan yaitu:
 - Kelompok siswa yang menggunakan sepatu merek Spotec adalah {Anto, Burju};
 - Kelompok siswa yang menggunakan sepatu merek Bata adalah {Rudi, Sartono, Rendi};
 - Kelompok siswa yang menggunakan sepatu merek Adidas adalah {Parto, Felik, Rolando, Putu};
 - Kelompok siswa yang menggunakan sepatu merek Eagle adalah {Bintang};
- d. Kelompok siswa yang menggunakan sepatu merek Loggo adalah {Niko, Sunanto, Dodi}. Banyak merek sepatu yang dipakai seluruh siswa laki-laki satu kelas Yanti adalah 5.
- e. Merek sepatu yang dipakai paling sedikit adalah Eagle dan paling banyak adalah Adidas.

Tanpa mengubah makna, kalimat-kalimat pada alternatif penyelesaian Masalah 1.1 di atas dapat kita ubah menjadi sebagai berikut.

Himpunan seluruh siswa laki-laki di kelas Yanti adalah {Anto, Rudi, Parto, Burju, Sartono, Bintang, Rendi, Niko, Rolando, Sunanto, Dodi, Putu}.

Himpunan merek sepatu yang digunakan oleh seluruh siswa laki-laki di kelas Yanti adalah {Spotec, Bata, Adidas, Eagle, Loggo}.

Himpunan siswa berdasarkan merek sepatu yang digunakan yaitu:

- Himpunan seluruh siswa laki-laki di kelas Yanti yang menggunakan sepatu merek Spotec adalah {Anto, Burju};
 - Himpunan seluruh siswa laki-laki di kelas Yanti yang menggunakan sepatu merek Bata adalah {Rudi, Sartono, Rendi};
 - Himpunan seluruh siswa laki-laki di kelas Yanti yang menggunakan sepatu merek Adidas adalah {Parto, Felik, Rolando, Putu};
 - Himpunan seluruh siswa laki-laki di kelas Yanti yang menggunakan sepatu merek Eagle adalah {Bintang};
 - Himpunan seluruh siswa laki-laki di kelas Yanti yang menggunakan sepatu merek Loggo adalah {Niko, Sunanto, Dodi}.
- d. Banyak merek sepatu yang dipakai seluruh siswa laki-laki di kelas Yanti adalah 5.
- e. Merek sepatu yang paling sedikit dipakai adalah merek Eagle dan yang paling banyak dipakai adalah sepatu merek Adidas.

Seluruh merek sepatu yang digunakan oleh seluruh siswa laki-laki di kelas Yanti merupakan anggota himpunan semesta dari himpunan yang menjadi objek pembicaraan.

Masalah -1.2

Pak Darwis, Pak Marto, dan Pak Sumantri adalah penduduk sebuah desa yang pekerjaannya beternak. Ternak yang dipelihara Pak Darwis adalah ayam, bebek, dan kambing. Ternak yang dipelihara Pak Marto adalah kerbau, kambing, dan sapi. Pak Sumantri memelihara ayam dan kambing.

- Kelompok-kelompok apa saja yang bisa kamu sebutkan dari keterangan di atas?
- Berapa banyak anggota-anggota kelompok yang kamu temukan? Sebutkanlah!



Alternatif Penyelesaian

- Berdasarkan keterangan di atas kita dapat menemukan beberapa kelompok seperti berikut.
 - Kelompok penduduk desa yang memelihara ternak.
 - Kelompok hewan ternak peliharaan Pak Darwis.

- 
- (3) Kelompok hewan ternak peliharaan Pak Marto.
 - (4) Kelompok hewan ternak peliharaan Pak Sumantri.
 - (5) Kelompok hewan ternak berkaki dua.
 - (6) Kelompok hewan ternak berkaki empat

Tanpa mengubah arti, kelompok-kelompok yang kita temukan ini dapat juga disebut dengan himpunan seperti berikut ini:

- (1) Himpunan penduduk desa yang memelihara ternak.
 - (2) Himpunan hewan ternak peliharaan Pak Darwis.
 - (3) Himpunan hewan ternak peliharaan Pak Marto.
 - (4) Himpunan hewan ternak peliharaan Pak Sumantri.
 - (5) Himpunan hewan ternak berkaki dua.
 - (6) Himpunan hewan ternak berkaki empat.
- b) Karena kata kelompok dapat kita ganti dengan kata himpunan, anggota-anggota kelompok yang kita temukan di atas dapat kita sebut seperti berikut.
- (1) Banyak anggota himpunan penduduk desa yang memelihara ternak adalah 3, yaitu banyak anggota {Pak Darwis, Pak Marto, Pak Sumantri}.
 - (2) Banyak anggota himpunan hewan ternak peliharaan Pak Darwis adalah 3, yaitu banyak anggota {ayam, bebek, kambing}.
 - (3) Banyak anggota himpunan hewan ternak peliharaan Pak Marto adalah 3, yaitu banyak anggota dari {kerbau, kambing, sapi}.
 - (4) Banyak anggota himpunan hewan ternak peliharaan Pak Sumantri adalah 2, yaitu banyak anggota dari {ayam, kambing}.
 - (5) Banyak anggota himpunan hewan ternak berkaki dua adalah 2, yaitu banyak anggota dari {ayam, bebek}.
 - (6) Banyak anggota himpunan hewan ternak berkaki empat adalah 3, yaitu banyak anggota dari {kambing, sapi, kerbau}.

Perhatikan kembali alternatif penyelesaian Masalah 1.1 dan Masalah 1.2 di atas. Kita menemukan hal-hal berikut.

Dari alternatif penyelesaian Masalah 1.1:

- (1) Banyak anggota himpunan seluruh siswa laki-laki di kelas Yanti adalah 13. Ketiga belas orang ini terkumpul dalam satu himpunan karena ada batasan atau karakteristik/sifat yang sama; yaitu, siswa laki-laki sekelas dengan Yanti.
- (2) Banyak anggota himpunan merek sepatu yang digunakan oleh siswa laki-laki kelas Yanti hanya ada 5. Bukan berarti bahwa hanya ada 5 merek sepatu. Hal ini terjadi karena ada karakteristik/sifat yang membatasi sehingga banyak anggotanya hanya 5. Dalam hal ini karakteristik dimaksud adalah merek sepatu yang dipakai oleh seluruh siswa laki-laki sekelas dengan Yanti.

Dari alternatif penyelesaian Masalah 1.2:

- (1) Banyak anggota himpunan hewan ternak berkaki dua adalah 2. Hal ini tidak berarti bahwa hewan ternak berkaki 2 hanya 2 jenis, tetapi karena ada karakteristik/sifat yang membatasi; yaitu, ternak peliharaan Pak Darwis, Pak Marto dan Pak Sumantri.
- (2) Banyak anggota himpunan hewan ternak peliharaan Pak Sumantri adalah 2. Hal ini karena ada karakteristik/sifat yang membatasi yaitu ternak peliharaan Pak Sumantri.

Berdasarkan alternatif penyelesaian masalah-masalah di atas kita simpulkan definisi himpunan sebagai berikut.



Definisi 1.1

Himpunan adalah sekumpulan objek atau benda yang memiliki karakteristik yang sama atau terdefinisi dengan jelas.

Maksud '*terdefinisi dengan jelas*' adalah bahwa objek atau benda yang sekumpulan itu memiliki kesamaan ciri, sifat, ataupun karakteristik sehingga menjadi batasan-batasan bagi objek atau benda lain tidak ikut sebagai anggota himpunan/kelompok tersebut.

Contoh 1.1

Pada alternatif penyelesaian Masalah 1.1 butir (a) di atas, sepatu merek Nike bukan anggota himpunan merek sepatu yang dipakai teman sekelas Yanti karena tidak ada siswa teman sekelas Yanti yang memakai sepatu tersebut. Pada butir (b), Niko bukan anggota himpunan siswa yang menggunakan sepatu merek Adidas karena memang Niko menggunakan sepatu merek Loggo.

Agar nama sebuah himpunan tidak terlalu panjang kita dapat menuliskannya dengan huruf kapital, sementara anggota himpunan dapat dinyatakan/dituliskan dengan huruf kecil. Seluruh anggota himpunan dituliskan di dalam kurung kurawal dan untuk membedakan anggota-anggota himpunannya diberi tanda koma (,). Seperti contoh berikut ini.

Pada alternatif penyelesaian Masalah 1.2 di atas, kita dapat menamai himpunan yang kita temukan seperti berikut ini.

- A adalah himpunan penduduk desa yang memelihara ternak.
Himpunan A kita tuliskan sebagai berikut.
 $A = \{\text{Pak Darwis, Pak Marto, Pak Sumantri}\}$
- B adalah himpunan hewan ternak yang dipelihara Pak Darwis
 $B = \{\text{ayam, bebek, kambing}\}$
- C adalah himpunan hewan ternak yang dipelihara Pak Marto
 $C = \{\text{kerbau, kambing, sapi}\}$
- D adalah himpunan hewan ternak yang dipelihara Pak Sumantri
 $D = \{\text{ayam, kambing}\}$
- E adalah himpunan hewan ternak berkaki dua
 $E = \{\text{ayam, bebek}\}$
- F adalah himpunan hewan ternak berkaki empat
 $F = \{\text{kambing, sapi, kerbau}\}$

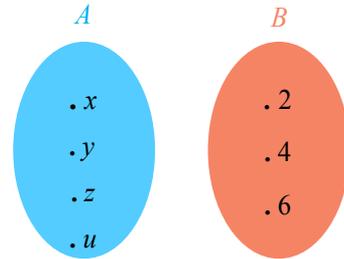
Contoh 1.2

Himpunan A adalah himpunan semua huruf vokal dalam abjad latin. Penulisan himpunan A tersebut dapat kita lakukan sebagai berikut.

A = himpunan semua huruf vokal

Berdasarkan himpunan A , kita peroleh:

- Nama himpunannya adalah himpunan A .
- Anggota himpunan A adalah a, i, u, e, dan o.
- Banyak anggota himpunan A adalah 5



Gambar 1.4
Himpunan A dan Himpunan B



- ◆ Guru memberikan latihan kepada siswa.



Latihan

Sebagai latihan siswa:

Himpunan P adalah himpunan semua bilangan prima yang kurang dari 10. Sebutkan nama himpunan tersebut, sebutkan anggota-anggota himpunan tersebut, dan berapa banyak anggota himpunan tersebut?



- ◆ Guru menyuruh siswa mengamati Gambar 1.4. untuk menemukan hal-hal berikut.

- Himpunan A memuat unsur x maka dikatakan bahwa x adalah anggota himpunan A atau sering disebut x adalah elemen himpunan A , dilambangkan dengan $x \in A$.
- Himpunan B memuat unsur 2 maka dikatakan 2 adalah anggota himpunan B atau sering disebut 2 adalah elemen himpunan B dilambangkan dengan $2 \in B$.



◆ Guru memberikan pertanyaan berikut kepada siswa.

- Apakah ada unsur lain di himpunan A selain x ? Dengan cara seperti di atas sebutkan anggota-anggota yang lain himpunan A .
- Apakah ada unsur lain di himpunan B selain 2 ? Dengan cara seperti di atas sebutkan anggota-anggota yang lain himpunan B .
- Kesimpulan apa yang bisa siswa tarik?



◆ Guru bersama dengan siswa Perhatikan kembali Gambar 1.4 di atas. Kita menemukan juga hal-hal berikut.

- Himpunan A tidak memuat unsur 2 maka disebut “ 2 bukan anggota himpunan A ” atau “ 2 bukan elemen himpunan A ” yang disimbolkan dengan $2 \notin A$.
- Himpunan B tidak memuat unsur y maka dikatakan “ y bukan anggota himpunan B ” atau “ y bukan elemen himpunan B ” yang disimbolkan dengan $y \notin B$.
- Dari himpunan A dan B , temukanlah unsur-unsur yang tidak ada di himpunan A dan himpunan B !
- Apa yang bisa disimpulkan oleh siswa? minta siswa berdiskusi dengan temannya!

2. PENYAJIAN HIMPUNAN

Pernahkan siswa disuruh orang tua menyajikan makanan untuk sekeluarga? Jika pernah, hal apa saja yang siswa perhatikan sewaktu menyajikan makanan tersebut? Perhatikan gambar berikut!



Sumber: <http://norafidahbpsrt.files.wordpress.com>

Sumber: <http://www.btravindonesia.com>

Sumber: <http://www.4.bp.blogspot.com>

Gambar 1.5 Berbagai Jenis Penyajian Makanan

Berdasarkan Gambar 1.5 di atas, terdapat berbagai jenis penyajian makanan. Demikian juga dalam penyajian himpunan, dapat kita lakukan dengan cara yang berbeda pula. Terdapat beberapa cara untuk menyajikan suatu himpunan dengan tidak mengubah makna himpunan tersebut; antara lain sebagai berikut:

- Mendaftarkan anggotanya (*enumerasi*)
Suatu himpunan dapat dinyatakan dengan menyebutkan semua anggotanya yang dituliskan dalam kurung kurawal.

Contoh 1.3

$$A = \{3, 5, 7\}.$$

$$B = \{2, 3, 5, 7\}.$$

$$C = \{a, i, u, e, o\}$$

- Menyatakan sifat yang dimiliki anggotanya
Suatu himpunan dapat dinyatakan dengan menyebutkan sifat yang dimiliki anggotanya. Perhatikan himpunan pada contoh 1.3 dan bandingkan dengan contoh di bawah ini!

Contoh 1.4

A = Himpunan semua bilangan ganjil yang lebih dari 1 dan kurang dari 8

B = Himpunan semua bilangan prima yang kurang dari 10

C = Himpunan semua huruf vokal dalam abjad Latin

- c. Menuliskan notasi pembentuk himpunan

Suatu himpunan dapat dinyatakan dengan menuliskan kriteria (syarat) keanggotaan himpunan tersebut. Himpunan ini dinotasikan sebagai berikut.

$$A = \{ x \mid \text{syarat yang harus dipenuhi oleh } x \}$$

Contoh 1.5

$A = \{ x \mid 1 < x < 8, x \text{ adalah bilangan ganjil} \}$,

(dibaca A adalah himpunan yang anggotanya x , dengan (syarat) x lebih dari 1 dan x kurang dari 8 dan x adalah bilangan ganjil)

$B = \{ y \mid y < 10, y \text{ adalah bilangan prima} \}$

$C = \{ z \mid z \text{ adalah huruf vokal dalam abjad Latin} \}$

3. MENEMUKAN KONSEP HIMPUNAN SEMESTA DAN DIAGRAM VENN

Salah satu karakteristik matematika adalah memperhatikan semesta pembicaraannya. Penyelesaian suatu masalah dalam matematika dimungkinkan akan berbeda jika semesta pembicaraannya berbeda. Demikian juga anggota himpunan tertentu ditentukan oleh semestanya.

Agar kamu memahami konsep himpunan semesta, pahami dan selesaikanlah Masalah 1.3 berikut.

Masalah -1.3

Joko, Anto, dan Tedy adalah 3 orang siswa yang memperoleh nilai ulangan harian terendah di kelas Pak Sutedo pada pelajaran Pendidikan Pancasila dan Kewarganegaraan. Pak Sutedo memberikan tugas tambahan bagi mereka untuk mencari nama-nama menteri sewaktu Bapak BJ Habibie menjabat presiden Republik Indonesia. Joko ditugaskan mencari nama yang dimulai dari huruf A, Anto ditugaskan mencari nama yang dimulai dari huruf S, dan Tedy ditugaskan mencari nama yang dimulai dari huruf P.



Gambar 1.6 Presiden Republik Indonesia

- (1) Langkah-langkah apa yang harus dilakukan ketiga siswa itu untuk menyelesaikan tugas yang diberikan Pak Sutedo?
- (2) Apa persamaan tugas ketiga siswa itu?
- (3) Apa perbedaan tugas ketiga siswa itu?



Alternatif Penyelesaian

Perhatikan kembali pekerjaan siswa, langkah pertama yang harus dilakukan Joko, Anto, dan Tedy adalah mencari nama-nama menteri pada waktu Bapak BJ Habibie menjabat presiden RI, selanjutnya memilih nama sesuai dengan ketentuan yang diberikan.

- Seluruh menteri pada waktu Bapak BJ Habibie menjabat presiden RI merupakan **himpunan semesta** dari himpunan menteri-menteri yang namanya dimulai dari huruf *A*, huruf *S*, dan huruf *P*.
- Akan berbeda hasil pekerjaan Joko, Anto, dan Tedy, jika himpunan semestanya adalah menteri-menteri pada waktu Ibu Megawati Soekarno Putri menjabat presiden RI.



Pertanyaan Kritis

Misalkan langkah pertama yang dilakukan Joko adalah mencari nama-nama seluruh menteri yang pernah menjabat mulai dari presiden Soekarno sampai Presiden Susilo Bambang Yudoyono, apakah langkahnya tepat? Mengapa?

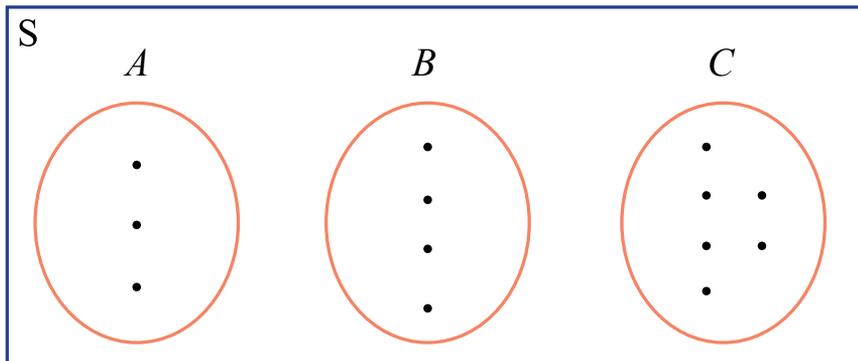
Misalkan S = Himpunan nama-nama menteri pada saat presiden B.J Habibie

A = Himpunan nama-nama menteri yang namanya dimulai dari huruf A

B = Himpunan nama-nama menteri yang namanya dimulai dari huruf S

C = Himpunan nama-nama menteri yang namanya dimulai dari huruf P

Kita dapat menyajikan keempat himpunan tersebut dalam satu diagram, yang disebut diagram venn berikut ini.



Gambar 1.7 Diagram Venn

Coba beri nama titik-titik sebagai anggota himpunan A , B , dan C , yaitu nama-nama menteri pada saat presiden B. J. Habibie, yang namanya dimulai huruf A , S , dan P .



- ♦ Minta siswa untuk mencoba memberikan nama titik-titik sebagai anggota himpunan A , B , dan C , yaitu nama-nama menteri pada saat presiden B. J. Habibie, yang namanya dimulai huruf A , S , dan P .

Masalah -1.4

Guru menugaskan empat orang siswa untuk menyebut bilangan yang kurang dari 10. Ikhsan menyebut dari bilangan prima, Khayan dari bilangan bulat positif, Noni dari bilangan ganjil positif, dan Mia dari bilangan genap positif. Bantulah keempat siswa itu mengerjakan tugasnya! Apa persamaan dan perbedaan tugas keempat orang siswa itu?



Alternatif Penyelesaian

Misalkan himpunan semua bilangan prima yang kurang dari 10 adalah A .

Misalkan himpunan semua bilangan bulat positif yang kurang dari 10 adalah B .

Misalkan himpunan semua bilangan ganjil positif yang kurang dari 10 adalah C .

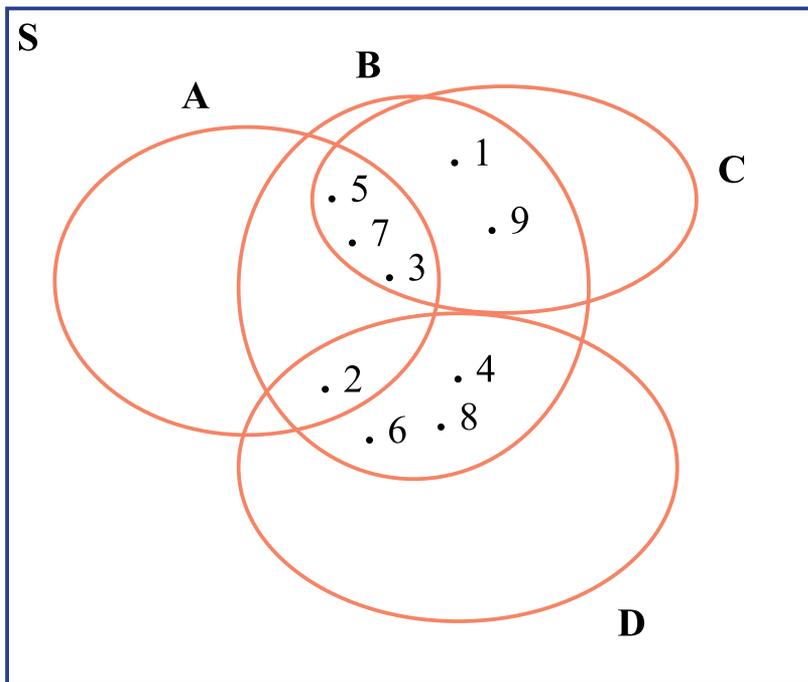
Misalkan himpunan semua bilangan genap positif yang kurang dari 10 adalah D .

Maka dapat dituliskan:

- $A = \{2,3,5,7\}$
- $B = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
- $C = \{1,3,5,7,9\}$
- $D = \{2,4,6,8\}$

- Hasil pekerjaan keempat siswa itu menjadi berbeda karena objek bilangan yang dicari berbeda. Bilangan-bilangan yang menjadi anggota himpunan yang akan dicari Ikhsan adalah bilangan prima, Khayan adalah bilangan bulat positif, Noni adalah bilangan ganjil positif, dan Mia adalah bilangan genap positif.

- Seluruh anggota himpunan bilangan prima, bilangan bulat positif, bilangan ganjil positif, dan bilangan genap positif merupakan himpunan semesta untuk himpunan yang ditugaskan kepada keempat orang siswa itu.
- Bagaimana jika himpunan semestanya diubah? Tentu berbeda bukan?
- Sajikanlah himpunan A , B , C , dan D dalam sebuah diagram venn dengan semesta pembicaraannya (S) adalah himpunan bilangan bulat.



Gambar 1.8. Diagram Venn Himpunan Masalah 1.4

Berdasarkan masalah-masalah yang telah kita selesaikan di atas, kita berikan definisi himpunan semesta sebagai berikut.



Definisi 1.2

Himpunan semesta adalah himpunan seluruh unsur yang menjadi objek pembicaraan, dan dilambangkan dengan S .

Agar siswa lebih memahami konsep ini, sebutkanlah anggota himpunan hewan mamalia yang hidup di darat, temukan pula hewan mamalia yang hidup di air! Kesimpulan apa yang bisa kamu temukan?

Suatu himpunan dapat dinyatakan dengan cara menuliskan anggotanya dalam suatu gambar (diagram) yang dinamakan diagram Venn. Aturan dalam pembuatan diagram Venn adalah sebagai berikut.

- (a) Menggambar sebuah persegi panjang untuk menunjukkan semesta dengan mencantumkan huruf S di pojok kiri atas.
- (b) Menggambar bangun tertutup.
- (c) Memberi noktah (titik) berdekatan dengan masing-masing anggota himpunan.

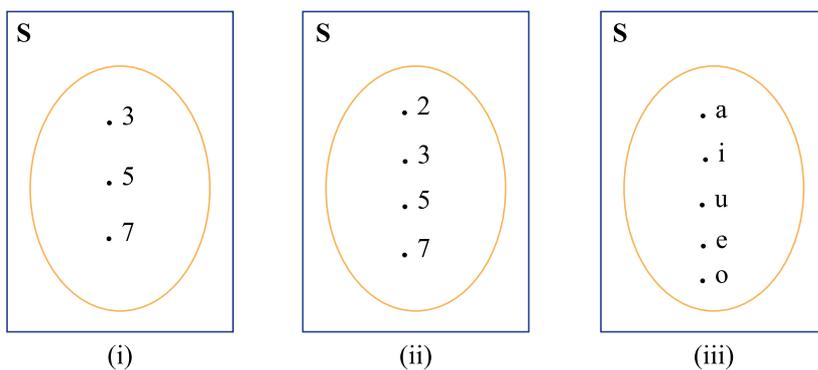
Contoh 1.6

Misalkan A adalah himpunan semua bilangan ganjil yang lebih dari 1 dan kurang dari 8 sedangkan himpunan semestanya adalah bilangan ganjil.

B adalah himpunan semua bilangan prima yang kurang dari 10 sedangkan himpunan semestanya adalah bilangan prima.

C adalah himpunan huruf vokal sedangkan himpunan semestanya adalah huruf abjad latin.

Penyajian himpunan dengan diagram Venn untuk contoh ini adalah sebagai berikut:



Gambar 1.9. Diagram Venn Himpunan Contoh 1.6

4. KARDINALITAS HIMPUNAN

Masalah -1.5

Untuk merayakan hari ulang tahun Pak Zulkarnaen yang ke-50, dia mengajak istri dan ketiga anaknya makan di sebuah restoran. Sesampainya di restoran mereka memesan makanan kesukaan masing-masing yang ada pada daftar menu restoran tersebut. Pak Zulkarnaen memesan ikan bakar, udang goreng, dan jus alpukat. Istrinya memesan ikan asam manis, bakso, dan jus terong belanda. Anak pertama Pak Zulkarnaen memesan ikan bakar, bakso, dan jus pokat, anak kedua memesan bakso, dan jus terong belanda, dan anak ketiganya memesan mie goreng dan jus sirsak.

- (1) Sebutkan anggota-anggota himpunan makanan kesukaan yang dipesan keluarga Pak Zulkarnaen!
- (2) Tuliskanlah seluruh anggota himpunan makanan yang dipesan keluarga Pak Zulkarnaen!
- (3) Adakah anggota keluarga Pak Zulkarnaen yang memesan makanan yang sama? Jika makanan yang sama ditulis sekali, berapa jenis makanan yang berbeda yang dipesan keluarga Pak Zulkarnaen?



Alternatif Penyelesaian

- (1) Anggota himpunan makanan kesukaan yang dipesan keluarga Pak Zulkarnaen.
 - Himpunan makanan kesukaan pak Zulkarnaen adalah {ikan bakar, udang goreng, jus alpukat}.
 - Himpunan makanan kesukaan istri Pak Zulkarnaen adalah {ikan asam manis, bakso, jus terong belanda}.
 - Himpunan makanan kesukaan anak pertama Pak Zulkarnaen adalah {ikan bakar, bakso dan jus alpukat}.
 - Himpunan makanan kesukaan anak kedua Pak Zulkarnaen adalah {bakso, jus terong belanda}.
 - Himpunan makanan kesukaan anak ketiga Pak Zulkarnaen adalah {mie goreng, jus sirsak}.
- (2) Seluruh makanan yang dipesan keluarga Pak Zulkarnaen adalah ikan bakar, udang goreng, jus alpukat, ikan asam manis, bakso, jus terong belanda, ikan bakar, bakso, jus alpukat, bakso, jus terong belanda, mie goreng, jus sirsak.
- (3) Jika makanan yang sama dituliskan hanya satu kali, maka himpunan makanan yang dipesan keluarga Pak Zulkarnaen adalah {ikan bakar, udang goreng, jus alpukat, ikan asam manis, bakso, jus terong belanda, mie goreng, jus sirsak}.

Perhatikan alternatif penyelesaian Masalah 1.3 di atas. Banyak anggota suatu himpunan yang berbeda disebut kardinalitas himpunan itu.

Perhatikan kembali himpunan P dan Q berikut.

$$P = \{5, 10, 15, 20\}$$

$$Q = \{a, b, c, d, e\}$$

Dari kedua himpunan tersebut kita temukan hal berikut.

- Himpunan P memuat 4 anggota yang berbeda maka disebut banyak anggota himpunan P adalah 4 atau disebut kardinalitas himpunan P adalah 4, disimbolkan dengan $n(P) = 4$.
- Himpunan Q memuat 5 anggota, maka kardinalitas himpunan Q adalah 4, disimbolkan dengan $n(Q) = 4$.



Latihan

Jika $M = \{x \mid x < 10, x \text{ bilangan bulat positif}\}$, $N = \{y \mid y > 10, y \text{ bilangan bulat positif}\}$, dan $P = \{1, 2, 3, 4\}$.

- Tentukanlah kardinalitas himpunan M !
- Tentukanlah kardinalitas himpunan N !
- Tentukanlah kardinalitas himpunan P !
- Berapakah banyak anggota himpunan N ? Berilah pendapatmu!
- Guru meminta siswa berdiskusi dengan temannya, apa perbedaan kardinalitas himpunan M dan himpunan N ?

5. MENEMUKAN KONSEP HIMPUNAN KOSONG

Masalah -1.5

Dari empat orang siswa (Batara, Simon, Sudraja, Marsius) yang memiliki kesempatan sama untuk memenangkan suatu hadiah undian. Agar salah satu dari keempat siswa dipilih secara adil menjadi pemenang, maka panitia memberikan satu dari empat pertanyaan tentang himpunan yang tersedia dalam kotak undian. Keempat pertanyaan pada kotak undian itu adalah:

- 1) menentukan himpunan bilangan cacah yang kurang dari 0;
- 2) menentukan himpunan bilangan bulat yang lebih dari 0 dan kurang dari 1;
- 3) menentukan himpunan bilangan ganjil yang habis dibagi 2;
- 4) menentukan himpunan bilangan prima yang merupakan bilangan genap.

Pemenangnya adalah siswa yang dapat menemukan paling sedikit satu anggota himpunannya. Setelah pengundian, Batara mendapatkan pertanyaan nomor 2, Simon mendapat pertanyaan nomor 3, Sudraja mendapat pertanyaan nomor 1, dan Marsius mendapat pertanyaan nomor 4. Siapakah siswa yang kemungkinan menjadi pemenang? Berikan alasanmu!



Alternatif Penyelesaian

Perhatikan keempat pertanyaan tersebut! Penyelesaian keempat pertanyaan itu adalah sebagai berikut.

- 1) Bilangan cacah yang kurang dari 0.

Ingat kembali bilangan cacah yang telah kamu pelajari waktu SD? Anggota Bilangan cacah yang paling kecil adalah 0, sehingga himpunan yang diperoleh Sudraja adalah himpunan yang tidak memiliki anggota.

- 2) Bilangan bulat yang lebih dari 0 dan kurang dari 1

Tidak ada satupun bilangan bulat antara 0 dan 1. Dengan demikian himpunan yang diperoleh Batara adalah himpunan yang tidak memiliki anggota.

- 3) Bilangan ganjil yang habis dibagi 2;

Seluruh bilangan ganjil tidak akan habis dibagi dengan 2. Mengapa? Silahkan bertanya kepada gurumu. Dengan demikian himpunan yang diperoleh Simon adalah himpunan yang tidak memiliki anggota.

- 4) Bilangan prima yang merupakan bilangan genap.

Anggota himpunan bilangan prima yang merupakan bilangan genap adalah 2. Dengan demikian himpunan yang diperoleh Marsius adalah himpunan yang banyak anggotanya tepat satu, yaitu $\{2\}$.

Dari hasil undian untuk yang dapat menemukan anggota himpunannya adalah Marsius. Dengan demikian Marsius terpilih menjadi pemenang.

Perhatikan himpunan-himpunan yang diberikan berikut.

R adalah himpunan manusia yang memiliki tinggi badan 100 meter.

S adalah himpunan nama-nama hari yang dimulai dari huruf B .

T adalah himpunan bilangan prima yang kurang dari 2.

- Dapatkan siswa menyebutkan anggota himpunan R , S , dan T ?
- Apa kesimpulan yang dapat siswa tarik dari ketiga himpunan itu?

Himpunan R , S , dan T adalah himpunan-himpunan yang tidak memiliki anggota. Himpunan yang tidak mempunyai anggota disebut **himpunan kosong**, dilambangkan dengan " \emptyset " atau $\{\}$.



Latihan

Sebagai latihan siswa:

Buatlah contoh himpunan dalam kehidupan sehari-hari yang tidak memiliki anggota!

6. RELASI HIMPUNAN

Organisasikan siswa belajar berbagai aturan terkait relasi himpunan. Ajukan masalah-masalah sebagai bahan inspirasi penemuan aturan relasi himpunan. beri kesempatan kepada siswa bertanya dan mengajukan ide-ide dalam pemecahan masalah dan arahkan siswa bekerjasama dalam kelompok untuk memecah masalah.

a. Menemukan Konsep Himpunan Bagian

Guru bertanya kepada siswa apakah kamu bagian dari siswa kelas VII SMP? Bagaimana dengan seluruh temannya satu kelas, apakah mereka juga bagian dari siswa kelas VII SMP? Untuk menemukan konsep himpunan bagian, selesaikanlah masalah berikut.

Masalah -1.7

Seluruh siswa kelas VII SMP Panca Karya berjumlah 40 orang. Jika A adalah himpunan siswa laki-laki yang terdiri 25 orang, B adalah himpunan siswa perempuan, C adalah himpunan siswa laki-laki yang gemar olah raga bola kaki, D adalah himpunan siswa perempuan yang gemar menari, E adalah himpunan siswa yang bercita-cita jadi dokter, S adalah himpunan seluruh siswa kelas VII.



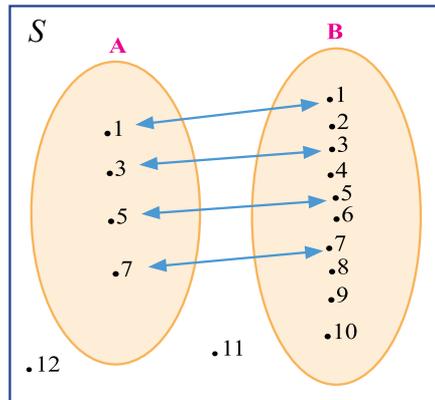
Gambar 1.10. Kelas VII SMP Panca Karya

- (1) Apakah anggota-anggota himpunan A merupakan anggota himpunan S ?
- (2) Apakah anggota-anggota himpunan B merupakan anggota S ?
- (3) Apakah anggota-anggota himpunan C merupakan anggota A ?
- (4) Apakah anggota-anggota himpunan C merupakan anggota himpunan S ?
- (5) Apakah setiap anggota himpunan D merupakan anggota himpunan B ?



Alternatif Penyelesaian

- (1) Setiap siswa laki-laki merupakan anggota himpunan siswa kelas VII atau setiap anggota himpunan A merupakan himpunan S . Hal ini berarti juga bahwa siswa laki-laki merupakan bagian dari seluruh siswa kelas VII atau himpunan siswa laki-laki merupakan himpunan bagian dari himpunan siswa kelas VII.
- (2) Setiap siswa perempuan merupakan anggota himpunan siswa kelas VII atau seluruh anggota himpunan B merupakan anggota himpunan S . Hal ini berarti juga bahwa siswa perempuan bagian dari seluruh siswa kelas VII atau himpunan siswa perempuan merupakan himpunan bagian dari himpunan siswa kelas VII.
- (3) Seluruh siswa laki-laki yang gemar olahraga bola kaki merupakan anggota himpunan siswa laki-laki atau seluruh anggota himpunan C merupakan anggota himpunan B . Hal ini berarti Himpunan C adalah bagian dari himpunan B .
- (4) Seluruh siswa laki-laki yang gemar olahraga bola kaki merupakan anggota himpunan siswa kelas VII atau seluruh anggota himpunan C ada di himpunan S . Hal ini berarti himpunan siswa laki-laki yang gemar olahraga bola kaki merupakan himpunan bagian dari seluruh siswa kelas VII.



Gambar 1.12.

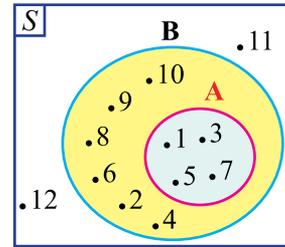
Diagram Venn Himpunan A dan B

- (5) Seluruh siswa perempuan yang gemar menari ada pada anggota himpunan siswa perempuan atau seluruh anggota himpunan D merupakan himpunan B . Hal ini berarti juga bahwa siswa perempuan yang gemar menari bagian dari himpunan siswa perempuan atau himpunan siswa perempuan yang gemar menari merupakan himpunan bagian dari himpunan siswa perempuan kelas VII.

Contoh 1.7

Perhatikan Gambar 1.11 di samping!

1. Sebutkanlah anggota himpunan A , B dan S !
2. Apakah seluruh anggota himpunan A ada di himpunan B ?
3. Apakah seluruh anggota himpunan A ada di himpunan S ?
4. Apakah seluruh anggota himpunan B ada di himpunan A ?



Gambar 1.11.

Diagram Venn

Himpunan A dan B



Alternatif Penyelesaian

1. Anggota himpunan A , B dan S adalah:
 $A = \{1, 3, 5, 7\}$
 $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
2. Memeriksa apakah seluruh anggota himpunan A ada di himpunan B .
Untuk menunjukkan apakah setiap anggota himpunan A merupakan anggota himpunan B , dapat kita tunjukkan melalui diagram Venn pada Gambar 1.11.
Karena seluruh anggota himpunan A ada di himpunan B maka disebut bahwa himpunan A merupakan himpunan bagian dari himpunan B .
3. Memeriksa apakah seluruh anggota himpunan A ada di himpunan S
Untuk menunjukkan apakah setiap anggota himpunan A merupakan anggota himpunan S , dapat kita tunjukkan melalui langkah-langkah berikut.
 - Ambil anggota pertama dari himpunan A , yaitu 1 sehingga sisa anggota himpunan $A = \{3, 5, 7\}$, ternyata 1 ada di himpunan S .
 - Ambil anggota kedua dari himpunan A , yaitu 3 sehingga sisa anggota himpunan $A = \{5, 7\}$, ternyata 3 ada di himpunan S .
 - Ambil anggota ketiga dari himpunan A , yaitu 5 sehingga sisa anggota himpunan $A = \{7\}$, ternyata 5 ada di himpunan S .

- Ambil anggota keempat dari himpunan A , yaitu 7 sehingga sisa anggota himpunan $A = \{ \}$, ternyata 7 ada di himpunan S .

Karena setiap anggota himpunan A merupakan himpunan S maka himpunan A merupakan himpunan bagian dari himpunan S .

4. Memeriksa apakah seluruh anggota himpunan B ada di himpunan A .

Dengan cara yang sama seperti pertanyaan 2, pemeriksaannya kita lakukan sebagai berikut.

- Ambil anggota pertama himpunan B , yaitu 1 sehingga sisa anggota himpunan $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, ternyata 1 anggota himpunan A .
- Ambil anggota kedua himpunan B yaitu sehingga sisa anggota himpunan $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, ternyata 2 bukan anggota himpunan A .

Karena ada anggota himpunan B yang bukan merupakan anggota himpunan A maka himpunan B bukan himpunan bagian dari himpunan A .

Berdasarkan alternatif penyelesaian Masalah 1.7 dan penyelesaian contoh 1.7 di atas, maka kita berikan definisi himpunan bagian sebagai berikut.



Definisi 1.3

Himpunan A merupakan himpunan bagian (subset) dari himpunan B atau B superset dari A jika dan hanya jika setiap anggota himpunan A merupakan anggota himpunan B . Dilambangkan $A \subset B$ atau $B \supset A$. Jika ada anggota A yang bukan anggota B dan sebaliknya maka A bukan himpunan bagian dari B , dilambangkan dengan $A \not\subset B$.

Misalkan A dan B adalah dua buah himpunan. Untuk memeriksa apakah himpunan A merupakan himpunan bagian dari himpunan B dapat kita lakukan prosedur sebagai berikut.

- Langkah pertama yang dilakukan adalah memeriksa banyak anggota himpunan A dan banyak anggota himpunan B . Jika anggota himpunan A lebih banyak dari anggota himpunan B maka $A \not\subset B$, jika banyak anggota himpunan A kurang dari atau sama dengan banyak anggota himpunan B maka lanjut ke langkah selanjutnya.
- Periksa apakah setiap anggota himpunan A merupakan anggota himpunan B . Jika seluruh anggota himpunan A merupakan anggota himpunan B maka $A \subset B$. Jika ada anggota himpunan A yang bukan merupakan anggota himpunan B maka $A \not\subset B$.

Agar siswa lebih memahami konsep himpunan bagian dan bukan himpunan bagian, perhatikan contoh berikut!

Contoh 1.8

Diberikan himpunan-himpunan:

$$P = \{ x \mid x \text{ bilangan asli, } 0 < x < 10 \}$$

$$Q = \{ x \mid x \text{ bilangan asli, } 0 < x < 6 \}$$

$$R = \{ x \mid x \text{ bilangan prima, } 0 < x < 6 \}$$

Periksa apakah: 1) $P \subset Q$; 2) $Q \subset P$; 3) $Q \subset R$; 4) $R \subset Q$; 5) $R \subset P$; 6) $P \subset R$!



Alternatif Penyelesaian

1) Kita periksa apakah $P \subset Q$?

Untuk menunjukkan apakah $P \subset Q$, kita tunjukkan apakah setiap anggota himpunan P merupakan anggota himpunan Q .

$$\text{Himpunan } P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\text{Himpunan } Q = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Karena banyaknya anggota P lebih dari banyaknya anggota Q , dapat dipastikan $P \not\subset Q$.

2) Kita periksa apakah $Q \subset P$

Dengan cara yang sama dengan langkah pada point (1) kita lakukan sebagai berikut.

- Ambil anggota pertama himpunan Q yaitu 1 sehingga, sisa anggota himpunan $Q = \{2, 3, 4, 5\}$, ternyata 1 ada di himpunan P .
- Ambil anggota kedua dari himpunan Q yaitu 2 sehingga, sisa anggota himpunan $Q = \{3, 4, 5\}$, ternyata 2 ada di himpunan P .
- Ambil anggota ketiga himpunan Q yaitu 3 sehingga, sisa anggota himpunan $Q = \{4, 5\}$, ternyata 3 ada di himpunan P .
- Ambil anggota keempat dari himpunan Q yaitu 4 sehingga, sisa anggota himpunan $Q = \{5\}$, ternyata 4 ada di himpunan P .
- Ambil anggota kelima dari himpunan Q yaitu 5 sehingga, sisa anggota himpunan $Q = \{ \}$, ternyata 5 ada di himpunan P .
- Karena setiap anggota himpunan Q merupakan anggota himpunan P maka himpunan Q adalah bagian dari himpunan P , ditulis $Q \subset P$.



Latihan

Sebagai latihan siswa:

Kerjakanlah point 3), 4), 5), dan 6)

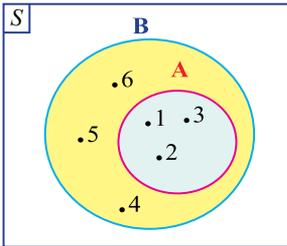


Pertanyaan Kritis

1. Jika M sebuah himpunan, apakah $M \subset M$?
Buktikanlah!
2. Untuk A, B, C adalah himpunan. Jika $A \subset B$ dan $B \subset C$, apakah $A \subset C$?

Mari kita tunjukkan bahwa himpunan kosong adalah himpunan bagian dari setiap himpunan. Perhatikan beberapa diagram Venn berikut!

1) Dari diagram Venn di bawah ini diperoleh



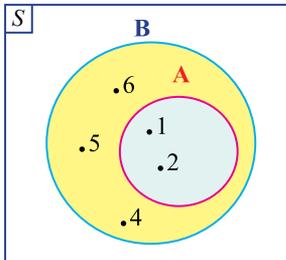
$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Dengan cara yang sama pada contoh 1.7 bagian 2) dan 3), dapat ditunjukkan bahwa setiap anggota himpunan A adalah anggota himpunan B .

Dengan demikian dapat dinyatakan bahwa $A \subset B$

2) Dari diagram Venn di bawah ini diperoleh

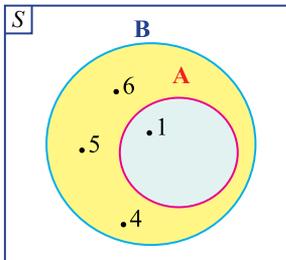


$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{1, 2, 4, 5, 6\}$$

Dengan cara yang sama pada contoh 1.8 bagian 2), dapat ditunjukkan bahwa setiap anggota himpunan A adalah anggota himpunan B . Dengan demikian dapat dinyatakan bahwa $A \subset B$

3) Dari diagram Venn di bawah ini diperoleh

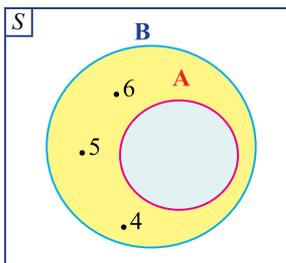


$$A = \{1\}$$

$$B = \{1, 4, 5, 6\}$$

Dengan cara yang sama pada contoh 1.8 bagian 2), dapat ditunjukkan bahwa setiap anggota himpunan A adalah anggota himpunan B . Dengan demikian dapat dinyatakan bahwa $A \subset B$.

4) Dari diagram Venn berikut ini diperoleh



$$A = \{\}$$

$$B = \{4, 5, 6\}$$

Berdasarkan ketiga diagram di atas dapat dinyatakan bahwa $A \subset B$. Karena himpunan A tidak mempunyai anggota, maka A adalah himpunan kosong dan ditulis $A = \emptyset$.

Karena $A = \emptyset$ dan $A \subset B$, maka $\emptyset \subset B$.

Berdasarkan uraian di atas kita temukan sifat berikut.



Sifat -1.1

Himpunan kosong (\emptyset) merupakan bagian dari semua himpunan

Diskusi

Coba buktikan Sifat 1.1 di atas! minta siswa berdiskusi dengan temannya satu kelompok!



b. Himpunan Kuasa

Masalah -1.8

SMP Tunas Bangsa tengah mempersiapkan dua orang siswanya, Ningsih dan Taufan untuk mengikuti Olimpiade Matematika SMP tingkat provinsi. Persyaratan untuk mengikuti Olimpiade adalah sekolah boleh mengirimkan satu orang siswa atau lebih dan boleh tidak mengirimkan wakilnya untuk mengikuti Olimpiade tersebut. Berapa banyak cara yang dilakukan SMP Tunas Bangsa untuk mengirimkan wakilnya mengikuti Olimpiade Matematika tersebut?



Alternatif Penyelesaian

Banyak cara yang dilakukan SMP Tunas Bangsa dalam mengikuti olimpiade matematika tersebut adalah:

- Cara I : Tidak mengirimkan siswa mengikuti olimpiade.
Cara II : Mengirimkan hanya Ningsih mengikuti olimpiade
Cara III : Mengirimkan hanya Taufan mengikuti olimpiade
Cara IV : Mengirimkan Ningsih dan Taufan secara bersama-sama mengikuti olimpiade.

Maka ada 4 cara pengiriman yang dapat dilakukan SMP Tunas Bangsa untuk mengikuti olimpiade tingkat provinsi.

Jika A adalah himpunan siswa SMP Tunas Bangsa yang akan mengikuti olimpiade matematika tingkat provinsi, maka $A = \{\text{Ningsih, Taufan}\}$

Jika banyak siswa yang akan dikirim mengikuti olimpiade dari keempat cara pengiriman tersebut merupakan himpunan yang nama himpunannya berturut-turut adalah P , Q , R , dan T , maka himpunan itu adalah:

$$P = \{ \}$$

$$Q = \{\text{Ningsih}\}$$

$$R = \{\text{Taufan}\}$$

$$T = \{\text{Ningsih, Taufan}\},$$

- Karena anggota himpunan P , Q , R , dan T dipilih dari anggota-anggota himpunan A , maka dapat dipastikan bahwa himpunan P , Q , R , dan T merupakan himpunan-himpunan bagian dari himpunan A . Sebagai latihanmu, silahkan membuktikan sendiri.
- Himpunan yang anggotanya P , Q , R , dan T disebut **himpunan kuasa** dari himpunan A .

Contoh 1.9

Diberikan himpunan $A = \{1, 3, 5\}$, carilah himpunan-himpunan yang merupakan himpunan bagian dari A .



Alternatif Penyelesaian

Himpunan-himpunan yang merupakan himpunan bagian dari A adalah:

- (1) Himpunan yang banyak anggotanya 0, yaitu: $\{\}$
- (2) Himpunan yang banyak anggotanya adalah 1, yaitu $\{1\}$, $\{3\}$, $\{5\}$
- (3) Himpunan yang banyak anggotanya adalah 2, yaitu $\{1, 3\}$, $\{1, 5\}$, $\{3, 5\}$
- (4) Himpunan yang banyak anggotanya adalah 3 merupakan himpunan A itu sendiri, yaitu $\{1, 3, 5\}$

Berdasarkan uraian di atas himpunan yang anggotanya himpunan-himpunan bagian dari A adalah

$\{\{\}, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{3, 5\}, \{1, 3, 5\}\}$

Himpunan kuasa dari himpunan A adalah $\{\{\}, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{3, 5\}, \{1, 3, 5\}\}$.

Dari alternatif penyelesaian Masalah 1.8 dan penyelesaian contoh 1.9 di atas, kita tuliskan konsep (pengertian) himpunan kuasa sebagai berikut.



Definisi 1.4

Himpunan Kuasa himpunan A adalah himpunan himpunan bagian dari A , dilambangkan dengan $P(A)$. Banyak anggota himpunan kuasa dari himpunan A dilambangkan dengan $n(P(A))$.

Masalah -1.9

Jika A adalah himpunan semua bilangan bulat positif yang membagi habis bilangan 2013, tentukan banyak himpunan bagian dari A yang tidak kosong!



Alternatif Penyelesaian

A adalah himpunan semua bilangan bulat positif yang membagi habis bilangan 2013.

- Ingat kembali apa yang dimaksud dengan ‘sebuah bilangan membagi habis sebuah bilangan tertentu’.
- Bilangan-bilangan positif mana saja yang membagi habis bilangan 2013?

$$A = \{1, 3, 11, 61, 2013\}$$

Himpunan-himpunan bagian dari A adalah sebagai berikut.

- Himpunan yang banyak anggotanya 0, yaitu $\{\}$.
- Himpunan yang banyak anggotanya 1, yaitu $\{1\}$, $\{3\}$, $\{11\}$, $\{61\}$, dan $\{2013\}$.
- Himpunan yang banyak anggotanya 2, yaitu $\{1, 3\}$, $\{1, 11\}$, $\{1, 61\}$, $\{1, 2013\}$, $\{3, 11\}$, $\{3, 61\}$, $\{3, 2013\}$, $\{11, 61\}$, $\{11, 2013\}$, dan $\{61, 2013\}$.
- Himpunan yang banyak anggotanya 3, yaitu $\{1, 3, 11\}$, $\{1, 3, 61\}$, $\{1, 3, 2013\}$, $\{3, 11, 61\}$, $\{3, 11, 2013\}$, $\{1, 11, 61\}$, $\{1, 11, 2013\}$, $\{1, 61, 2013\}$, $\{3, 61, 2013\}$, dan $\{11, 61, 2013\}$.
- Himpunan yang banyak anggotanya 4, yaitu $\{1, 3, 11, 61\}$, $\{1, 3, 11, 2013\}$, $\{3, 11, 61, 2013\}$, $\{1, 11, 61, 2013\}$, dan $\{1, 3, 61, 2013\}$.
- Himpunan yang banyak anggotanya 5, yaitu himpunan $A = \{1, 3, 11, 61, 2013\}$.

Banyak himpunan kuasa A adalah 32, ditulis $n(P(A)) = 32$.

Perhatikan kembali pertanyaan pada Masalah 1.9!

- Apa maksudnya banyak himpunan bagian dari A yang tidak kosong?

Banyak himpunan bagian A adalah 32. Hanya ada satu dari himpunan tersebut yang kosong. Jadi banyak himpunan bagian A yang tidak kosong adalah 31 buah.



Arahkan siswa belajar dalam kelompok untuk menyelesaikan soal berikut!



Latihan

Sebagai latihan siswa, minta untuk menyelesaikan permasalahan berikut!

Diketahui B adalah himpunan yang anggotanya semua bilangan asli n dengan $\frac{n-1}{n-3}$ menghasilkan bilangan bulat kurang dari 1.

Tentukan banyaknya himpunan bagian tak kosong dari B !

Perhatikan kembali Definisi-1.4 di atas.

- Jika $A = \{\}$, maka himpunan kuasa A adalah $P(A) = \{\{\}\}$.

Banyak anggota himpunan kuasa dari himpunan A adalah $n(P(A)) = 1$

- Jika $A = \{a\}$, maka himpunan kuasa dari A yaitu: $P(A) = \{\{\}, \{a\}\}$

Banyak anggota himpunan kuasa dari himpunan A adalah $n(P(A)) = 2$.

- Jika $A = \{a,b\}$, maka himpunan kuasa dari A adalah

$P(A) = \{\{\}, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}\}$.

Banyak anggota himpunan kuasa dari himpunan A adalah $n(P(A)) = 4$

- Jika $A = \{a,b,c\}$, maka himpunan kuasa dari A adalah

$$P(A) = \{\{\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}.$$

Banyak anggota himpunan kuasa dari himpunan A adalah $n(P(A)) = 8$

- Jika $A = \{a,b,c,d\}$, lanjutkanlah sebagai latihanmu!

Kesimpulan apa yang bisa siswa tarik tentang banyak anggota himpunan A dengan banyak anggota himpunan kuasa dari A pada contoh di atas?

Untuk menentukan banyaknya anggota himpunan kuasa suatu himpunan, perhatikan pola yang terbentuk:

$$n(A) = 0 \quad \rightarrow \quad n(P(A)) = 1 = 2^0$$

$$n(A) = 1 \quad \rightarrow \quad n(P(A)) = 2 = 2^1$$

$$n(A) = 2 \quad \rightarrow \quad n(P(A)) = 4 = 2^2$$

$$n(A) = 3 \quad \rightarrow \quad n(P(A)) = 8 = 2^3$$

$$\text{Jika } n(A) = k \quad \text{maka } n(P(A)) = 2^k$$

Dari uraian di atas, kita temukan sifat berikut.



Sifat -1.2

Misalkan A himpunan dan $P(A)$ adalah himpunan kuasa A .
Jika $n(A) = k$, dengan k bilangan cacah, maka $n(P(A)) = 2^k$.

c. Kesamaan Dua Himpunan

Masalah -1.10

Untuk merayakan HUT RI ke-68, sekolah SMP Tunas Bangsa berencana mengundang sebuah grup band untuk mengisi acara tersebut. Guru seni musik yang diberi tugas memilih grup band yang akan diundang ingin mengetahui grup band favorit siswanya. Guru seni musik tersebut bertanya kepada 4 orang siswa secara acak yaitu Mendro, Lia, Susi, dan Tono. Jawaban keempat siswa itu adalah: grup band favorit Mendro adalah Ungu, Noah, Slank, dan ST 12. Grup band favorit Lia adalah: Noah, Ungu, dan Setia. Grup band favorit Susi adalah: ST 12, Noah, Slank, dan Ungu. Grup band favorit Tono adalah Slank, Noah, dan Ungu.

- (1) Jika grup band favorit keempat siswa itu merupakan himpunan, sebutkanlah masing-masing anggotanya!
- (2) Apakah himpunan grup band favorit Mendro sama dengan Lia?
- (3) Apakah himpunan grup band favorit Mendro sama dengan Susi?
- (4) Apakah himpunan grup band favorit Lia sama dengan Tono?



Alternatif Penyelesaian

Misalkan : himpunan grup band favorit Mendro adalah M

himpunan grup band favorit Lia adalah L

himpunan grup band favorit Susi adalah S

himpunan grup band favorit Tono adalah T

1) Himpunan grup band favorit keempat siswa tersebut adalah

$$M = \{\text{Ungu, Noah, Slank, ST 12}\}$$

$$L = \{\text{Noah, Ungu, Setia}\}$$

$$S = \{\text{ST 12, Noah, Slank, Ungu}\}$$

$$T = \{\text{Slank, Noah dan Ungu}\}$$

2) Untuk memeriksa apakah himpunan grup band favorit Mendro sama dengan Lia, kita lakukan dua hal yaitu:

- Memeriksa apakah banyak anggota kedua himpunan itu sama atau tidak.
- Jika banyak anggotanya sama, maka kita periksa apakah semua anggotanya sama atau tidak, jika banyak anggotanya berbeda tentu kedua himpunan itu berbeda

Pemeriksaan kesamaan dua anggota himpunan tersebut kita lakukan sebagai berikut.

- Perhatikan kembali himpunan M dan L , jelas bahwa banyak anggotanya berbeda. Himpunan M anggotanya 4 buah dan L anggotanya 3 buah.
- Karena banyak anggotanya berbeda maka tentu kedua himpunan itu tidak sama (berbeda).

3) Untuk memeriksa apakah himpunan grup band favorit Mendro sama dengan Susi kita lakukan seperti pada point (2).

- Perhatikan himpunan M dan S , banyak anggota M adalah 4 dan banyak anggota S adalah 4. Kedua himpunan ini memiliki banyak anggota yang sama.
- Karena banyak anggotanya sama, maka kita periksa setiap anggota M dan anggota himpunan S apakah sama atau tidak, pemeriksaannya kita lakukan sebagai berikut.

- Ambil anggota pertama dari himpunan M yaitu Ungu, sisa anggotanya adalah:

$$M = \{\text{Noah, Slank, ST 12}\}, \text{ ternyata Ungu juga ada di himpunan } S.$$

- Ambil anggota kedua dari himpunan M yaitu Noah, sisa anggotanya adalah:

$$M = \{\text{Slank, ST 12}\}, \text{ ternyata Noah juga ada di himpunan } S.$$

- Ambil anggota ketiga dari himpunan M yaitu Slank, sisa anggotanya adalah:

$M = \{\text{ST 12}\}$, ternyata Slank juga ada di himpunan S .

- Ambil anggota keempat dari himpunan M yaitu ST 12, sisa anggotanya adalah:

$M = \{\}$, ternyata ST 12 juga ada di himpunan S .

- Karena banyak anggota M sama dengan banyak anggota S dan anggota-anggota himpunan M sama dengan anggota-anggota himpunan S maka dikatakan bahwa himpunan M sama dengan himpunan S .



Latihan

Sebagai latihan siswa, minta untuk menyelesaikan permasalahan berikut!

Periksa apakah himpunan grup band favorit Lia sama dengan Tono?

Contoh 1.10

Diketahui himpunan $A = \{h,a,r,u,m\}$ dan $B = \{m,u,r,a,h\}$.

- Selidiki apakah $A \subset B$ benar?
- Selidiki apakah $B \subset A$ benar?
- Perhatikan anggota himpunan A dan B , kesimpulan apa yang bisa kamu temukan?



Alternatif Penyelesaian

- Untuk menyelidiki apakah $A \subset B$, maka kita periksa apakah setiap anggota himpunan A ada pada anggota himpunan B .

$$h \in A \rightarrow h \in B$$

$$a \in A \rightarrow a \in B$$

$$r \in A \rightarrow r \in B$$

$$u \in A \rightarrow u \in B$$

$$m \in A \rightarrow m \in B$$

Karena semua anggota himpunan A ada di himpunan B maka $A \subset B$.

- b. Untuk menyelidiki apakah $B \subset A$, maka kita periksa apakah setiap anggota himpunan B apakah ada pada anggota himpunan A . Silahkan coba sendiri!

Karena semua anggota himpunan B ada di himpunan A maka $B \subset A$.

- c. Jika kita perhatikan anggota himpunan A dan himpunan B , maka kita sebut bahwa anggota himpunan A sama dengan anggota himpunan B . Apakah kamu sepakat? Dengan cara yang lain silahkan buktikan sendiri dengan berdiskusi bersama teman.



Latihan

Sebagai latihan siswa:

Diketahui himpunan $P = \{1, 2, 3\}$ dan $Q = \{1, 3, 2\}$. Selidiki apakah $P \subset Q$ dan $Q \subset P$. Apa yang bisa kamu simpulkan?

Berdasarkan alternatif penyelesaian Masalah 1.10 dan hasil pekerjaan kamu pada soal di atas, kita peroleh definisi dua himpunan yang sama sebagai berikut.



Definisi 1.5

Dua himpunan A dan B dikatakan sama jika dan hanya jika $A \subset B$ dan $B \subset A$, dilambangkan dengan $A = B$.



Latihan

Sebagai latihan siswa:

Misalkan $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, b, a, d\}$, dan $C = \{a, b, b, a, c, d\}$. Apakah ketiga himpunan itu sama? Selesaikanlah dengan berdiskusi bersama temanmu.

Masalah -1.11

Setelah proses diagnosis terhadap empat orang pasien, seorang dokter memberikan kesimpulan bahwa keempat orang pasien itu sedang menderita komplikasi penyakit. Organ tubuh Budi yang terkena penyakit adalah jantung, ginjal, dan hati. Organ tubuh Fendoni yang terkena penyakit adalah tulang, paru-paru, dan jantung. Organ tubuh Mukhlis yang terkena penyakit adalah usus buntu, hati, tulang, dan jantung. Organ tubuh Andi yang terkena penyakit adalah paru-paru tulang, dan jantung.

- (1) Jika organ tubuh yang terkena penyakit keempat orang itu merupakan himpunan, sebutkanlah anggota himpunannya!
- (2) Selidiki apakah banyak anggota keempat himpunan itu sama atau tidak!



Alternatif Penyelesaian

Misalkan : B adalah himpunan organ tubuh Budi yang terkena penyakit
 F adalah himpunan organ tubuh Fendoni yang terkena penyakit
 M adalah himpunan organ tubuh Mukhlis yang terkena penyakit
 A adalah himpunan organ tubuh Andi yang terkena penyakit

1) Anggota keempat himpunan itu adalah:

$$B = \{\text{jantung, ginjal, hati}\}$$

$$F = \{\text{tulang, paru-paru, jantung}\}$$

$$M = \{\text{usus buntu, hati, tulang, jantung}\}$$

$$A = \{\text{paru-paru, tulang, jantung}\}$$

2) Untuk menyelidiki apakah banyak anggota keempat himpunan itu sama atau tidak, maka akan kita selidiki: (i) $n(B) = n(F)$?; (ii) $n(B) = n(M)$?; (iii) $n(B) = n(A)$; (iv) $n(F) = n(M)$?; (v) $n(F) = n(A)$?; (vi) $n(M) = n(A)$?

(i) $n(B) = n(F)$

Untuk menyelidiki apakah $n(B) = n(F)$, cukup dengan membandingkan apakah banyak anggota himpunan B sama dengan banyak anggota himpunan F . Jika $n(B) = n(F)$ maka dikatakan bahwa himpunan B dengan himpunan F .



Latihan

Sebagai latihan siswa, selesaikanlah permasalahan berikut!

Dengan cara yang sama dengan point 2.(i) di atas, selidikilah banyak anggota yang lain!

Untuk menentukan apakah dua himpunan A dan B sama atau tidak, kita dapat merancang prosedur sistematis sebagai berikut.

1. Bandingkan banyak anggota himpunan A dengan banyak anggota himpunan B ! Apakah banyak anggota himpunan A sama dengan banyak anggota himpunan B ?
2. Jika Ya, lakukan kegiatan berikut!
 - Ambil elemen pertama dari himpunan A , bandingkan dengan semua elemen di himpunan B . Apabila ada yang sama dengan elemen di himpunan B , hapus elemen tersebut dari himpunan A dan himpunan B .
 - Ambil elemen kedua, ketiga, dan seterusnya dari himpunan A , ulangi hal yang sama.
 - Bila setelah semua elemen himpunan A diproses ternyata A dan B adalah himpunan kosong, maka $A = B$.

- Bila ada anggota himpunan A yang tidak sama dengan anggota himpunan B , proses berhenti yang berarti bahwa himpunan A tidak sama dengan himpunan B .

3. Jika banyak anggota himpunan A tidak sama dengan banyak anggota himpunan B , berarti himpunan A tidak sama dengan himpunan B .

Prosedur baku dan detil semacam ini sering disebut algoritma. Algoritma sangat penting karena dengan algoritma proses penyelesaian masalah dapat dikomputerisasi sehingga masalah dapat diselesaikan dengan bantuan komputer. Bayangkan bila kamu harus menentukan kesamaan dua himpunan yang anggotanya ribuan. Tentunya akan memakan waktu sehari-hari untuk menyelesaikannya dengan pensil dan kertas. Dengan komputer, masalah yang sama akan dapat diselesaikan dalam hitungan detik. Sekarang kita coba prosedur tersebut pada contoh 1.10 di atas.

1. Ambil elemen pertama dari A , yaitu m . Apakah ada yang sama dengan elemen di B ? Ada. Hapus m dari A dan B , sehingga $A = \{u, r, a, h\}$, $B = \{h, a, r, u\}$.
2. Ambil elemen kedua dari A , yaitu u . Apakah ada yang sama dengan elemen di B ? Ada. Hapus u dari A dan B , sehingga $A = \{r, a, h\}$, $B = \{h, a, r\}$.
3. Ambil elemen ketiga dari A , yaitu r . Apakah ada yang sama dengan elemen di B ? Ada. Hapus r dari A dan B , sehingga $A = \{a, h\}$, $B = \{h, a\}$.
4. Ambil elemen keempat dari A , yaitu a . Apakah ada yang sama dengan elemen di B ? Ada. Hapus a dari A dan B , sehingga $A = \{h\}$, $B = \{h\}$.
5. Ambil elemen kelima dari A , yaitu h . Apakah ada yang sama dengan elemen di B ? Ada. Hapus h dari A dan B , sehingga $A = \{\}$, $B = \{\}$.
6. Ternyata akhirnya A dan B adalah himpunan kosong sehingga $A = B$.

Perhatikan berapa langkah yang diperlukan untuk menyelesaikan prosedur ini pada contoh di atas? Secara umum, banyaknya langkah sama dengan bilangan kardinal terkecil dari kedua himpunan yang dicek kesamaannya. Buktikan!

Pada tiap langkah diperlukan sejumlah perbandingan. Berapa banyak perbandingan yang harus dilakukan pada tiap langkah?



Pertanyaan Kritis

Bandungkan prosedur di atas dengan prosedur yang dipakai pada Masalah 1.10. Mana yang lebih baik? Minta siswa menjelaskan disertai alasannya!



Uji Kompetensi - 1.1

- Nyatakan himpunan-himpunan berikut dengan mencacah seluruh anggotanya!
 - $\{x \mid x \in P, x < 20, P \text{ bilangan prima}\}$
 - $\{x \mid x \text{ adalah bilangan bulat positif yang kurang dari } 12\}$
 - $\{x \mid x \text{ adalah kuadrat dari bilangan bulat, } x < 100\}$
 - $\{x \mid x \in G, x < 10, G \text{ bilangan genap positif}\}$
- Nyatakan himpunan berikut dengan menuliskan notasi pembentuk himpunannya!
 - $\{0,3,6,9,12\}$
 - $\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$
 - $\{m,n,o,p\}$
- Tentukanlah apakah setiap pasangan himpunan ini sama atau tidak!
 - $\{2\}, \{\{1\}\}$
 - $\{1\}, \{1,\{1\}\}$
 - $\emptyset, \{\emptyset\}$
 - $\{m,n,o,p\}, \{m,o,p,n\}$
- Diketahui $A = \{2,4,6\}$, $B = \{2,6\}$, $C = \{4,6\}$ dan $D = \{4,6,8\}$. Tentukan pasangan subset dan supersetnya dari himpunan-himpunan tersebut!
- Tentukan himpunan pada soal no. 5 yang memuat $\{2\}$
- P adalah himpunan siswa di kelasmu yang mempunyai adik. Nyatakanlah P dengan mendaftar anggotanya. Q adalah himpunan siswa di kelasmu yang mempunyai kakak. Nyatakanlah Q dengan mendaftar anggotanya. Nyatakanlah himpunan P dan Q dalam suatu diagram Venn!
- Tentukan pernyataan mana yang benar dari pernyataan-pernyataan berikut!
 - $x \in \{x\}$
 - $x \in \{\{x\}\}$
 - $\{x\} \subset \{x\}$
 - $\emptyset \subset \{x\}$
 - $\{x\} \in \{\{x\}\}$
 - $\{x\} \in \{x\}$
 - $\emptyset \in \{x\}$
 - $\{x\} \subset \{\{x\}\}$
- Diketahui $A \subset C$ dan $B \subset C$, lukiskanlah seluruh kemungkinan diagram Venn dari himpunan A , B dan C !
- M adalah himpunan yang didefinisikan oleh $\{x \in B \mid x^2 \leq 10, x - 1 < 2\}$ dengan B adalah himpunan bilangan bulat. Tentukan banyaknya himpunan bagian tak kosong dari M .

- 
10. Beri dua contoh himpunan A dan B , sehingga $A \subset B$ dan $A \in B$!
 11. Tentukan bilangan kardinal himpunan berikut!
 - a. $\{a\}$
 - b. $\{a, \{a\}\}$
 - c. $\{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}\}$
 12. Tentukan bilangan kardinal himpunan berikut!
 - a. \emptyset
 - b. $\{\emptyset\}$
 - c. $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
 - d. $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$
 13. Tentukan Himpunan Kuasa dari setiap himpunan berikut!
 - a. $\{a\}$
 - b. $\{a, b\}$
 - c. $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
 - d. $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$
 14. Berapa banyak anggota dari himpunan berikut?
 - a. $P(\{a, b, \{a, b\}\})$
 - b. $P(\{\emptyset, a, \{a\}, \{\{a\}\}\})$
 - c. $P(P(\emptyset))$
 15. Tentukan apakah himpunan berikut merupakan himpunan kuasa dari suatu himpunan tertentu!

a. \emptyset	c. $\{\emptyset, \{a\}, \{\emptyset, \{a\}\}\}$
b. $\{\emptyset, \{a\}\}$	d. $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$
 16. Dengan menerapkan prosedur yang telah diajarkan, cek kesamaan himpunan $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $B = \{1, 3, 5, 2, 4\}$. Berapa langkah yang diperlukan untuk memastikan $A = B$? Berapa pencocokan yang harus dilakukan? Apakah kamu dapat membuat kesimpulan keterkaitan antara banyaknya anggota himpunan dengan banyaknya langkah dan banyaknya pencocokan?

7. OPERASI HIMPUNAN

Beberapa operasi himpunan perlu diketahui, yaitu: irisan, gabungan, komplemen, dan selisih.

a. Irisan (*intersection*)

Masalah -1.12

Syahrini dan Syahrani adalah dua orang sahabat. Syahrini senang dengan bunga mawar, bunga melati, dan bunga angrek, sedangkan Syahrani senang dengan bunga matahari dan bunga angrek.

- 1) Jika A adalah himpunan bunga yang disenangi oleh Syahrini dan B adalah himpunan bunga yang disenangi oleh Syahrani, tentukanlah anggota himpunannya.
- 2) Apakah ada anggota kedua himpunan itu yang sama?



Alternatif Penyelesaian

A adalah himpunan bunga yang disenangi Syahrini.

B adalah himpunan bunga yang disenangi Syahrani.

- (1) Kedua himpunan itu adalah:

$$A = \{\text{mawar, melati, angrek}\}$$

$$B = \{\text{matahari, angrek}\}$$



(2) Untuk melihat apakah ada anggota himpunan A yang sama dengan anggota himpunan B dapat dilakukan dengan membandingkan satu persatu, apakah elemen A ada pasangannya yang sama pada B dan sebaliknya. Kita dapat merancang prosedur sistematis untuk melakukan ini sebagai berikut.

- (i) Ambil elemen pertama A , bandingkan dengan elemen B . Apabila ada pasangan yang anggotanya sama, tuliskan anggota yang sama itu pada sebuah himpunan misalkan himpunan C .
- (ii) Ambil elemen kedua, ketiga, dan seterusnya dari A , ulangi hal yang sama.
- (iii) Bila setelah semua elemen A diproses, maka himpunan C tersebut merupakan irisan himpunan A dan himpunan B .

Prosedur ini kita lakukan sebagai berikut.

- (i) Ambil elemen pertama dari A yaitu: mawar. Apakah pasangan yang sama ada di B ? tidak ada. Lanjutkan ke elemen berikutnya.
 - (ii) Ambil elemen kedua dari A yaitu: melati. Apakah pasangan yang sama ada di B ? tidak ada. Lanjutkan ke elemen berikutnya.
 - (iii) Ambil elemen ketiga dari A yaitu: anggrek. Apakah pasangan yang sama ada di B ? ada. Karena ada pasangan yang sama, kita tuliskan anggota yang sama sebagai anggota sebuah himpunan, misalnya himpunan $C = \{\text{anggrek}\}$.
 - (iv) Karena semua elemen himpunan A telah habis, maka diperoleh sebuah himpunan yang anggotanya adalah ada di himpunan A dan ada di himpunan B , yaitu: $C = \{\text{anggrek}\}$
- (3) Himpunan semua anggota yang ada di A dan ada di B , disebut irisan himpunan A dan himpunan B . Karena itu, irisan himpunan A dan himpunan B adalah $\{\text{anggrek}\}$.

Contoh 1.11

Diketahui himpunan $P = \{1, 3, 5, 7\}$ dan $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Temukanlah sebuah himpunan yang anggotanya ada di himpunan P dan ada di himpunan Q !



Alternatif Penyelesaian

Kedua himpunan itu adalah:

$$P = \{1, 3, 5, 7\} \text{ dan } Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Untuk mencari himpunan dimaksud, kita lakukan prosedur sama seperti prosedur pada alternatif penyelesaian Masalah 1.12, sebagai berikut.

- (1) Ambil elemen pertama dari P , yaitu: 1. Apakah ada pasangan yang sama di Q ? ada. Karena ada pasangan yang sama, kita tuliskan anggota yang sama ini sebagai anggota sebuah himpunan R , yaitu: $R = \{1\}$
- (2) Ambil elemen kedua dari P yaitu: 3. Apakah ada pasangan yang sama di Q ? ada. Karena ada pasangan yang sama, kita tuliskan anggota yang sama ini sebagai anggota himpunan R , sehingga $R = \{1, 3\}$.
- (3) Ambil elemen ketiga dari P yaitu: 5. Apakah ada pasangan yang sama di Q ? ada. Karena ada pasangan yang sama, kita tuliskan anggota yang sama ini sebagai anggota himpunan R , sehingga $R = \{1, 3, 5\}$.
- (4) Ambil elemen keempat dari P yaitu: 7. Apakah ada pasangan yang sama di Q ? tidak ada. Lanjutkan ke elemen berikutnya.
- (5) Karena semua elemen P telah habis, maka kita peroleh himpunan R yang anggotanya merupakan anggota himpunan P dan anggota himpunan Q , yaitu: $R = \{1, 3, 5\}$.
- (6) Himpunan yang kita peroleh ini disebut irisan himpunan P dan himpunan Q .

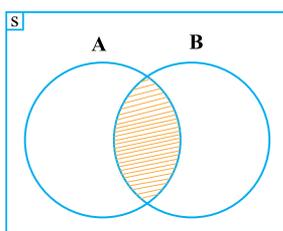
Berdasarkan alternatif penyelesaian Masalah 1.12 dan penyelesaian contoh 1.11, kita peroleh definisi irisan himpunan sebagai berikut.



Definisi 1.6

Misalkan S adalah himpunan semesta. Irisan himpunan A dan B adalah himpunan semua anggota S yang terdapat pada himpunan A dan terdapat pada himpunan B , dilambangkan dengan $A \cap B$.

Pada diagram Venn di bawah ini, $A \cap B$ merupakan daerah yang diarsir:



Gambar 1.13. Diagram Venn $A \cap B$



Minta siswa mengerjakan beberapa soal berikut dalam kelompok! Hasil kerja kelompok disajikan di depan kelas dan minta kelompok lain untuk mengkritisi hasil kerja kelompok penyaji. Selanjutnya beri kesempatan kepada siswa menanyakan hal-hal yang belum dipahami.



Latihan

Sebagai latihan siswa:

- 1) Jika A adalah himpunan siswa kelas VII SMP dan B adalah himpunan siswa kelas VIII SMP, apakah ada irisan himpunan A dan B ? Mengapa?
- 2) Diberikan $A = \{x \mid x < 5, x \text{ bilangan asli}\}$ dan $B = \{x \mid x > 5, x \text{ bilangan asli}\}$, apakah $(A \cap B) = \emptyset$?
- 3) Jika $A \cap B = \emptyset$, apakah $B \cap A = \emptyset$?

Perhatikan contoh berikut.

Contoh 1.12

Diberikan himpunan $X = \{a, b\}$ dan $Y = \{c, d, e\}$. Carilah irisan himpunan X dan himpunan Y .



Alternatif Penyelesaian

Kedua himpunan itu adalah $X = \{a, b\}$ dan $Y = \{c, d, e\}$

Untuk mencari himpunan dimaksud, kita lakukan prosedur sama seperti prosedur pada alternatif penyelesaian Masalah 1.12, sebagai berikut.

1. Ambil elemen pertama dari X yaitu: a . Apakah pasangan yang sama ada di Q ? Tidak ada. Lanjutkan ke elemen berikutnya.
2. Ambil elemen kedua dari X yaitu: b . Apakah pasangan yang sama ada di Q ? Tidak ada. Lanjutkan ke elemen berikutnya.
3. Karena elemen X telah habis maka tidak ada elemen himpunan X ada di elemen himpunan Y .

Karena tidak ada elemen X ada di elemen Y , maka kita sebut irisan himpunan X dan himpunan Y adalah himpunan kosong, di lambangkan dengan $X \cap Y = \emptyset$.

- Jika $X \cap Y = \emptyset$ dan $Y \cap X = \emptyset$ disebut bahwa himpunan X saling lepas dengan himpunan Y .

Perhatikan kembali contoh berikut.

Contoh 1.13

Perhatikan diagram Venn pada gambar 1.14

Selidikilah apakah $A \cap B = B \cap A = \emptyset$



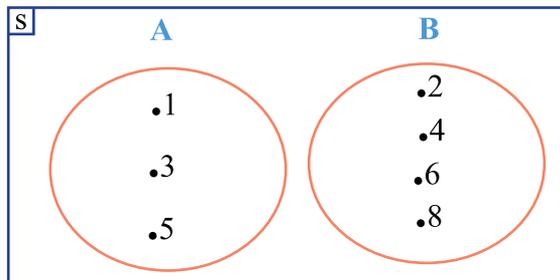
Alternatif Penyelesaian

Kedua himpunan itu adalah:

$$A = \{1, 3, 5\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8\}$$

Untuk mencari himpunan dimaksud, kita lakukan prosedur sama seperti prosedur pada alternatif pemecahan Masalah 1.12, sebagai berikut.



Gambar 1.14. Diagram Venn $A \cap B = \emptyset$

Menyelidiki apakah $A \cap B = \emptyset$

- (1) Ambil elemen pertama dari A , yakni 1. Apakah ada pasangan yang sama di B ? Tidak ada. Lanjutkan ke elemen berikutnya!
- (2) Ambil elemen kedua dari A , yakni 3. Apakah ada pasangan yang sama di B ? Tidak ada. Lanjutkan ke elemen berikutnya!
- (3) Ambil elemen ketiga dari A , yakni 5. Apakah ada pasangan yang sama di B ? Tidak ada. Lanjutkan ke elemen berikutnya!
- (4) Karena elemen A telah habis maka tidak ada elemen himpunan A yang sama dengan elemen himpunan B .

Menyelidiki apakah $B \cap A = \emptyset$

- (1) Ambil elemen pertama dari B , yakni 2. Apakah ada pasangan yang sama di A ? Tidak ada. Lanjutkan ke elemen berikutnya!
- (2) Ambil elemen kedua dari B , yakni 4. Apakah ada pasangan yang sama di A ? Tidak ada. Lanjutkan ke elemen berikutnya!
- (3) Ambil elemen ketiga dari B , yakni 6. Apakah ada pasangan yang sama di A ? Tidak ada. Lanjutkan ke elemen berikutnya!
- (4) Ambil elemen keempat dari B , yakni 8. Apakah ada pasangan yang sama di A ? Tidak ada. Lanjutkan ke elemen berikutnya!
- (5) Karena elemen B telah habis maka tidak ada elemen himpunan B ada di elemen himpunan A .

➤ Karena tidak ada elemen himpunan A yang ada di himpunan B , maka kita sebut irisan himpunan A dan himpunan B adalah himpunan kosong, di lambangkan dengan $A \cap B = \emptyset$.

- Karena tidak ada elemen himpunan B yang ada di himpunan A , maka kita sebut irisan himpunan B dan himpunan A adalah himpunan kosong, dilambangkan dengan $B \cap A = \emptyset$.
- Jika $A \cap B = \emptyset$ dan $B \cap A = \emptyset$ disebut bahwa himpunan A saling lepas dengan himpunan B .

Dari kedua contoh ini, kita temukan definisi berikut.



Definisi 1.7

Himpunan A dan B dikatakan saling lepas atau saling asing, jika tidak ada anggota A yang merupakan anggota B , dilambangkan dengan $A // B$.



Latihan

Sebagai latihan siswa:

- Jika A = himpunan pria, dan B = himpunan wanita, apa yang bisa kamu temukan?
- Jika $P = (1,2,3,4,5)$ dan $Q = \{6,7,8,9,10\}$ temukanlah $P \cap Q$ dan $Q \cap P$? Gambarlah diagram Vennnya.

Masalah -1.13

Dalam suatu kelas terdapat 30 orang siswa yang senang dengan pelajaran Matematika, 25 orang siswa senang dengan pelajaran Fisika, dan 10 orang siswa senang pelajaran matematika dan fisika.

- Gambarlah diagram Venn dari keterangan di atas!
- Berapa orang siswa yang hanya senang pelajaran matematika?
- Berapa orang siswa yang hanya senang pelajaran fisika?
- Berapa banyak siswa dalam kelas itu?



Alternatif Penyelesaian

Pada masalah ini, tidak disajikan anggota-anggota setiap himpunan, cukup kita fokus pada banyak anggota setiap himpunan. Perlu kamu ketahui bahwa siswa yang senang dengan pelajaran matematika tidak menutup kemungkinan bahwa siswa tersebut juga senang dengan pelajaran fisika, sebaliknya juga demikian.

Misalkan A adalah himpunan siswa yang senang belajar matematika, maka $n(A) = 30$.

Misalkan B adalah himpunan siswa yang senang belajar fisika, maka $n(B) = 25$.

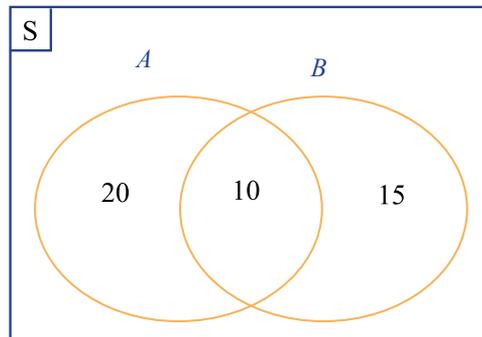
Misalkan M adalah himpunan siswa yang hanya senang belajar matematika.

Misalkan F adalah himpunan siswa yang hanya senang belajar fisika.

Misalkan S adalah himpunan siswa dalam satu kelas.

$A \cap B$ adalah siswa senang pelajaran matematika dan fisika, maka $n(A \cap B) = 10$

a. Diagram Venn



Gambar 1.15 Diagram Venn $A \cap B = \emptyset$

b. Siswa yang hanya senang pelajaran matematika

Banyak siswa yang senang pelajaran matematika adalah banyak siswa yang hanya senang belajar matematika ditambah dengan banyak siswa yang senang belajar kedua-duanya.

$$\begin{aligned}n(A) &= n(M) + n(A \cap B) \\30 &= n(M) + 10 \\n(M) &= 30 - 10 \\&= 20\end{aligned}$$

Maka banyak siswa yang hanya senang belajar matematika adalah 20 orang.

c. Siswa yang hanya senang pelajaran fisika

Banyak siswa yang senang pelajaran fisika adalah banyak siswa yang hanya senang belajar fisika ditambah dengan banyak siswa yang senang belajar kedua-duanya.

$$\begin{aligned}n(B) &= n(F) + n(A \cap B) \\25 &= n(F) + 10 \\n(F) &= 25 - 10 \\&= 15\end{aligned}$$

Maka banyak siswa yang hanya senang belajar matematika adalah 15 orang

d. Banyak siswa dalam kelas

Banyak siswa dalam satu kelas yaitu banyak siswa yang hanya senang belajar matematika ditambah dengan banyak siswa yang hanya senang belajar fisika ditambah dengan banyak siswa yang senang belajar kedua-duanya.

$$\begin{aligned}n(S) &= n(M) + n(F) + n(A \cap B) \\ &= 20 + 15 + 10 \\ &= 45\end{aligned}$$

Jadi banyak siswa satu kelas itu adalah 45 orang.



Pertanyaan Kritis

- Untuk 2 himpunan A dan B yang tidak memiliki irisan, apakah kedua himpunan itu pasti saling lepas? Tunjukkanlah dengan memberikan contoh.
- Untuk 2 himpunan A dan B yang memiliki irisan, apakah kedua himpunan itu pasti saling lepas? Mengapa? Berikanlah contohnya.

Contoh 1.14

Diketahui himpunan $A = \{1,3,5,7\}$ dan $B = \{1,2,3,4,5,6,7\}$. Selidiki apakah $A \subset B$ dan bagaimana hubungan $(A \cap B)$ dengan himpunan A ?



Alternatif Penyelesaian

Kedua himpunan itu adalah:

$$A = \{1,3,5,7\}$$

$$B = \{1,2,3,4,5,6,7\}$$

Untuk menyelidiki apakah $A \subset B$, kita lakukan langkah berikut.

Memeriksa apakah seluruh anggota himpunan A ada di himpunan B yaitu: $1 \in A$ dan $1 \in B$; $3 \in A$ dan $3 \in B$; $5 \in A$ dan $5 \in B$; $7 \in A$ dan $7 \in B$. Karena seluruh anggota himpunan A merupakan anggota himpunan B , maka disimpulkan $A \subset B$.

Hubungan $A \cap B$ dengan himpunan A :

Karena: $1 \in A$ dan $1 \in B$; $3 \in A$ dan $3 \in B$; $5 \in A$ dan $5 \in B$; $7 \in A$ dan $7 \in B$
 Maka $(A \cap B) = \{1,3,5,7\}$
 Ternyata $(A \cap B) = A$



◆ Arahkan siswa menyelesaikan beberapa soal berikut:



Latihan

Sebagai latihan siswa:

- Jika A = himpunan pria, dan B = himpunan wanita, apa yang bisa siswa temukan?
- Jika $P = (1,2,3,4,5)$ dan $Q = \{6,7,8,9,10\}$ temukanlah $P \cap Q$ dan $Q \cap P$? Gambarlah diagram Vennnya.

Berdasarkan contoh di atas, kita peroleh sifat operasi irisan sebagai berikut:



Sifat -1.3

Misalkan A dan B adalah dua himpunan.
 Jika $A \subset B$ maka $A \cap B = A$

Mencari irisan dua himpunan juga dapat dilakukan dengan cara merancang algoritma yang sesuai untuk ini. Perhatikan bagaimana cara mencari irisan himpunan A dengan himpunan B sebagaimana telah dijelaskan di atas. Bila dirinci, cara tersebut dapat dituliskan sebagai berikut.

- Ambil elemen pertama dari A . Cocokkan dengan elemen-elemen B . Bila tidak ada yang cocok, buang elemen ini. Bila cocok biarkan sebagai anggota A dan buang elemen yang sama di B .

2. Ulangi proses tersebut untuk elemen kedua, ketiga sampai semua elemen A telah selesai dicocokkan.
3. Himpunan A yang tersisa merupakan irisan himpunan A dan himpunan B .

Sebagai contoh mari kita coba algoritma tersebut pada himpunan $A = \{1,2,3,4,5\}$ dan $B = \{1,3,5,7,9\}$ untuk mencari irisan keduanya.

1. Ambil elemen pertama A yaitu: 1. Cocok dengan elemen di B ? Ya. Biarkan 1 tetap di A dan buang 1 dari B , sehingga: $A = \{1,2,3,4,5\}$, $B = \{3,5,7,9\}$.
2. Ambil elemen A berikutnya yaitu: 2. Cocok dengan elemen di B ? Tidak. Buang dari A , sehingga: $A = \{1,3,4,5\}$, $B = \{3,5,7,9\}$.
3. Ambil elemen A berikutnya, yaitu: 3. Cocok dengan elemen di B ? Ya. Biarkan 3 tetap di A dan buang 3 dari B , sehingga: $A = \{1,3,4,5\}$, $B = \{5,7,9\}$.
4. Ambil elemen A berikutnya, yaitu: 4. Cocok dengan elemen di B ? Tidak. Buang dari A , sehingga: $A = \{1,3,5\}$, $B = \{5,7,9\}$.
5. Ambil elemen A berikutnya, yaitu: 5. Cocok dengan elemen di B ? Ya. Biarkan 5 tetap di A dan buang 5 dari B , sehingga: $A = \{1,3,5\}$, $B = \{7,9\}$.
6. Karena elemen A sudah habis, maka prosesnya selesai. Himpunan A yang tersisa adalah irisan yang dicari yaitu $A \cap B = \{1,3,5\}$.

Diskusi

Berapa langkah yang diperlukan untuk mencari irisan dua himpunan? Coba simpulkan! Berapa pencocokan yang harus dilakukan disini? Secara umum, diperlukan berapa kali pencocokan untuk mencari irisan dua himpunan sembarang? Bandingkan algoritma ini dengan yang diberikan pada contoh 1.13 sama atau berbeda? Mana menurutmu yang lebih baik?



b. **Gabungan (Union)**

Masalah -1.14

Di desa Sabulan yang terletak di pulau Samosir terdapat 100 rumah tangga. Dari jumlah tersebut 60 rumah tangga memelihara ternak ayam, 35 rumah tangga memelihara ternak kambing, 45 rumah tangga memelihara ternak sapi, 15 rumah tangga memelihara ternak ayam dan ternak kambing, 5 rumah tangga memelihara ternak kambing dan ternak sapi, 20 rumah tangga memelihara ternak ayam dan ternak sapi. Jika 5 rumah tangga memelihara ketiga ternak itu, selesaikanlah permasalahan berikut!

- a) Gambarkanlah diagram Venn dari keterangan di atas!
- b) Berapa rumah tangga yang hanya memelihara ternak ayam?
- c) Berapa rumah tangga yang hanya memelihara ternak kambing?
- d) Berapa rumah tangga yang hanya memelihara ternak sapi?
- e) Berapa rumah tangga yang tidak memelihara ternak ketiga-tiganya?

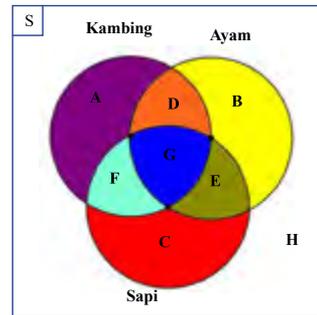


Alternatif Penyelesaian

a) Diagram Venn berikut ini menunjukkan ternak penduduk desa Sabulan.

Keterangan gambar:

- S = Penduduk Sabulan yang memelihara ternak;
- A = Himpunan rumah tangga yang hanya memelihara kambing;
- B = Himpunan rumah tangga yang hanya memelihara ayam;
- C = Himpunan rumah tangga yang hanya memelihara sapi;
- D = Himpunan rumah tangga yang memelihara ayam dan kambing;
- E = Himpunan rumah tangga yang memelihara ayam dan sapi;
- F = Himpunan rumah tangga yang memelihara kambing dan sapi;
- G = Himpunan rumah tangga yang memelihara ayam, kambing, dan sapi sekaligus;
- H = Himpunan rumah tangga yang tidak memelihara ayam, kambing, dan sapi.



- b) Banyak rumah tangga yang hanya memelihara ternak ayam.

Banyak rumah tangga yang memelihara ayam = banyak rumah tangga yang hanya memelihara ayam + banyak rumah tangga yang memelihara ayam dan kambing + banyak rumah tangga yang memelihara ayam dan sapi + banyak rumah tangga yang memelihara ayam, kambing, dan sapi sekaligus.

Banyak rumah tangga yang memelihara ayam = $n(B) + n(D) + n(E) + n(G)$

$$60 = n(B) + 15 + 20 + 5$$

$$n(B) = 60 - 40$$

$$= 20$$

Maka banyak rumah tangga yang hanya memelihara ternak ayam adalah 20 rumah tangga.

- c) Banyak rumah tangga yang hanya memelihara ternak kambing.

Banyak rumah tangga yang memelihara kambing = banyak rumah tangga yang hanya memelihara kambing + banyak rumah tangga yang memelihara kambing dan ayam + banyak rumah tangga yang memelihara kambing dan sapi + banyak rumah tangga yang memelihara ayam, kambing, dan sapi sekaligus.

Banyak rumah tangga yang memelihara kambing = $n(A) + n(D) + n(F) + n(G)$

$$35 = n(A) + 15 + 5 + 5$$

$$n(A) = 35 - 25$$

$$= 10$$

Maka banyak rumah tangga yang hanya memelihara ternak kambing adalah 10 rumah tangga.

- d) Banyak rumah tangga yang hanya memelihara ternak sapi.

Banyak rumah tangga yang memelihara sapi = banyak rumah tangga yang hanya memelihara sapi + banyak rumah tangga yang memelihara sapi dan ayam + banyak rumah tangga yang memelihara sapi dan kambing + banyak rumah tangga yang memelihara ayam, kambing, dan sapi sekaligus.

Banyak rumah tangga yang memelihara sapi = $n(C) + n(E) + n(F) + n(G)$

$$45 = n(C) + 20 + 5 + 5$$

$$n(C) = 45 - 30$$

$$= 15$$

Maka banyak rumah tangga yang hanya memelihara ternak sapi adalah 15 rumah tangga.

- e) Banyak rumah tangga yang tidak memelihara ketiga ternak (ayam, kambing, sapi)

Banyak rumah tangga yang tidak memelihara ketiga ternak = banyak rumah tangga desa Sabulan – banyak rumah tangga yang hanya memelihara ayam – banyak rumah tangga yang hanya memelihara kambing – banyak rumah tangga yang hanya memelihara sapi – banyak rumah tangga yang hanya memelihara ayam dan kambing – banyak rumah tangga yang hanya memelihara ayam dan sapi – banyak rumah tangga yang hanya memelihara kambing dan sapi – banyak rumah tangga yang memelihara ketiga-tiganya.

$$n(H) = n(S) - n(A) - n(B) - n(C) + n(D) - n(E) - n(F) - n(G)$$

$$n(H) = 100 - 10 - 20 - 15 - 15 - 20 - 5 - 5$$

$$n(H) = 100 - 90 = 10$$

Maka banyak rumah tangga yang tidak memelihara ketiga ternak (ayam, kambing, sapi) adalah 10 rumah tangga.

Masalah -1.15

Budi dan Tono adalah siswa kelas VII SMP. Budi berteman dengan Hana, Nela, Marto, dan Irwan. Sedangkan Tono berteman dengan Nela, Yanita, dan Yaska.

- (1) Tentukanlah anggota himpunan teman Budi dan anggota himpunan teman Tono!
- (2) Jika teman Budi dan teman Tono digabung, berapa orang teman kedua siswa itu?



Alternatif Penyelesaian

Misalkan: B adalah himpunan teman Budi
 T adalah himpunan teman Tono

- (1) Anggota himpunan B dan himpunan T adalah:
 $B = \{\text{Hana, Nela, Marto, Irwan}\}$
 $T = \{\text{Nela, Yanita, Yaska}\}$
- (2) Untuk mencari gabungan kedua himpunan itu dapat kita lakukan dengan langkah sebagai berikut.
 - Periksa elemen himpunan B dan elemen himpunan T .
 - Ambil elemen pertama dari B kemudian cocokkan dengan elemen himpunan T . Jika ada yang sama, hapus elemen tersebut dari himpunan T . Jika tidak ada yang sama, lanjut ke elemen berikutnya.
 - Ulangi proses tersebut untuk elemen kedua, ketiga sampai semua elemen B telah selesai dicocokkan.
 - Semua elemen himpunan B ditambahkan dengan sisa elemen himpunan T merupakan gabungan himpunan B dengan himpunan T .

Untuk mencari gabungan himpunan B dengan himpunan T di atas kita lakukan sebagai berikut.

- Ambil elemen pertama dari himpunan B , yaitu Hana. Apakah Hana elemen dari T ? tidak. Lanjutkan ke elemen berikutnya.
- Ambil elemen kedua dari himpunan B , yaitu Nela. Apakah ada di elemen T ? Ya, hapus dari elemen himpunan T , sehingga $T = \{\text{Yanita, Yaska}\}$.
- Ambil elemen ketiga dari himpunan B , yaitu: Marto. Apakah ada di elemen T ? tidak. Lanjutkan ke elemen berikutnya.
- Ambil elemen keempat himpunan B yaitu: Irwan. Apakah ada di elemen T ? tidak. Lanjutkan ke elemen berikutnya.
- Karena seluruh elemen himpunan B telah selesai dicocokkan, maka sebuah himpunan yang elemennya merupakan elemen himpunan B ditambah dengan elemen himpunan T yang tersisa merupakan gabungan himpunan B dengan himpunan T .
- Misalkan himpunan yang baru itu adalah G , maka $G = \{\text{Hana, Nela, Marto, Irwan, Yanita, Yaska}\}$ dan banyak anggotanya adalah 6.

Berdasarkan alternatif penyelesaian Masalah 1.15 di atas kita temukan definisi berikut.



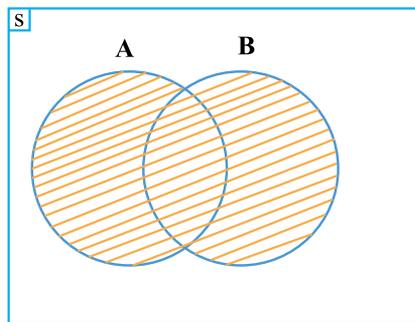
Definisi 1.8

Gabungan himpunan A dan B adalah himpunan yang anggotanya merupakan anggota himpunan A atau anggota himpunan B , dilambangkan dengan $A \cup B$

Berdasarkan Definisi-4.8, gabungan dua himpunan dapat dituliskan sebagai berikut.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$$

Pada diagram Venn di bawah ini, $A \cup B$ disajikan sebagai berikut.



Gambar 1.17. Diagram Venn $A \cup B$

Perhatikan kedua diagram Venn berikut.

Diagram Venn I

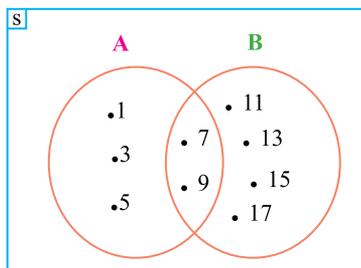
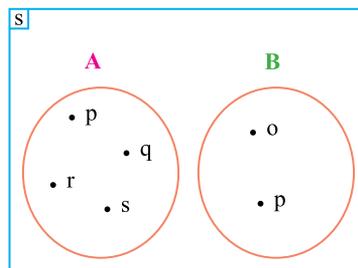


Diagram Venn II



Gambar 1.18. Diagram Venn I dan II

Kita peroleh:

$$n(A) = 5$$

$$n(B) = 6$$

$$n(A \cap B) = 2$$

$$n(A \cup B) = 9$$

Ternyata:

$$9 = 5 + 6 - 2$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Kita peroleh:

$$n(A) = 4$$

$$n(B) = 2$$

$$n(A \cap B) = 0$$

$$n(A \cup B) = 6$$

Ternyata:

$$6 = 4 + 2 - 0$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Berdasarkan kedua hal di atas kita temukan sifat:



Sifat -1.4

Misalkan A dan B adalah himpunan.

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Bukti:

Dalam hal ini ada dua kemungkinan yaitu i) $A \cap B = \emptyset$; dan ii) $A \cap B \neq \emptyset$

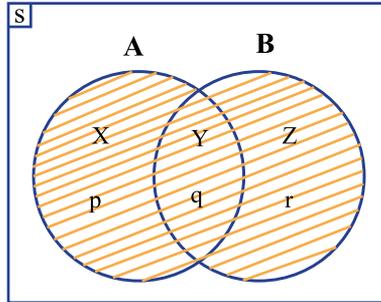
i) untuk $A \cap B = \emptyset$

Jika $A \cap B = \emptyset$ maka A dan B saling lepas. Silahkan membuktikan sendiri.

ii) untuk $A \cap B \neq \emptyset$

Jika $A \cap B = \emptyset$ maka A dan B tidak saling lepas. Perhatikan gambar di bawah ini!

$A \cup B$ ditunjukkan oleh daerah yang diarsir.



Gambar 1.19. Diagram Venn $A \cap B \neq \emptyset$

Dalam hal ini $A \cup B$ dibagi menjadi tiga daerah. Misalkan $n(X) = p$, $n(Y) = q$ dan $n(Z) = r$. Dengan demikian jelas bahwa

$$n(A \cup B) = p + q + r$$

$$n(A \cup B) = p + q + r + (q - q) \quad \text{Mengapa?}$$

$$n(A \cup B) = (p + q) + (r + q) - q \quad \text{Mengapa?}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad \text{Mengapa?} \quad \text{(terbukti)}$$

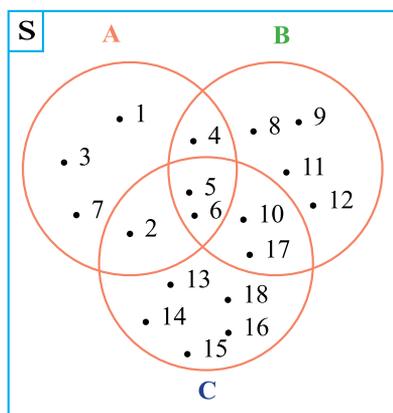


Latihan

Sebagai latihan siswa:

- Apakah sifat itu berlaku untuk himpunan $A = \{1\}$ dan $B = \{1,2,3\}$?
- Berikan alternatif lain cara menghitung $n(A \cup B)$!

Perhatikan kembali gambar berikut.



Gambar 1.20. Diagram Venn himpunan A, B, dan C

Ternyata:

$$18 = 7 + 9 + 10 - 3 - 3 - 4 + 2$$

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Diskusi

- ▶ Guru mengajak siswa berdiskusilah dengan temannya, apakah persamaan yang kita temukan di atas berlaku untuk tiga buah himpunan A , B , dan C jika:
 - 1) A dan B beririsan sedangkan C tidak beririsan dengan A atau B !
 - 2) A dan C beririsan sedangkan B tidak beririsan dengan A atau C !
 - 3) B dan C beririsan sedangkan A tidak beririsan dengan B atau C !
 - 4) A dan B beririsan, B dan C beririsan, sedangkan $(A \cap B \cap C) = \emptyset$!
 - 5) Ketiga himpunan tidak saling beririsan!
- ▶ Berilah contoh kemudian gambarkanlah masing-masing diagram Venn untuk kelima keadaan di atas!





Sifat -1.5

Misalkan A , B , dan C adalah himpunan.

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

c. Komplemen (*Complement*)

Masalah -1.16

Terdapat 10 orang siswa yang akan diberangkatkan untuk mengikuti olimpiade sains tingkat provinsi dari sekolah SMP Cerdas Bangsa. Kesepuluh orang siswa itu akan dibagi ke dalam kelompok siswa yang akan mengikuti olimpiade Matematika, olimpiade Fisika, dan olimpiade Kimia. Empat orang siswa akan mengikuti olimpiade Matematika, yaitu Burman, Sonia, Tari, dan Felix. Tiga orang siswa akan mengikuti olimpiade Fisika, yaitu Budi, Andi, dan Rudi. Tiga orang siswa akan mengikuti olimpiade Kimia, yaitu Tondi, Sodikin, dan Mayora. Olimpiade Matematika akan diadakan pada hari Senin, olimpiade Fisika akan diadakan pada hari Selasa, dan olimpiade Kimia akan diadakan pada hari Rabu. Diskusikanlah dengan temanmu.

- (1) Jika A adalah himpunan siswa yang tidak mengikuti olimpiade Matematika, sebutkanlah anggota himpunan A ! Tentukan banyak anggota himpunan A ?
- (2) Jika B adalah himpunan siswa yang tidak ujian hari Rabu, sebutkanlah anggota himpunan B ! Tentukan banyak anggota himpunan B ?



Alternatif Penyelesaian

Misalkan: M adalah himpunan siswa yang akan mengikuti olimpiade Matematika

F adalah himpunan siswa yang akan mengikuti olimpiade Fisika

K adalah himpunan siswa yang akan mengikuti olimpiade Kimia

Maka himpunan-himpunan itu adalah:

$$M = \{\text{Burman, Sonia, Tari, Felik}\}$$

$$F = \{\text{Budi, Andi, Rudi}\}$$

$$K = \{\text{Tondi, Sodikin, Mayora}\}$$

(1) A adalah himpunan siswa yang tidak mengikuti olimpiade Matematika.

Himpunan siswa yang tidak mengikuti olimpiade Matematika berarti himpunan siswa yang mengikuti olimpiade Fisika dan olimpiade Kimia, atau gabungan himpunan F dan himpunan K .

$$\text{Maka } A = F \cup K$$

$$A = \{\text{Budi, Andi, Rudi, Tondi, Sodikin, Mayora}\}$$

Banyak anggota himpunan A , $n(A) = 6$

(2) B adalah himpunan siswa yang tidak ujian hari Rabu.

Himpunan siswa yang tidak ujian hari Rabu berarti himpunan siswa yang ujian hari Senin dan hari Selasa. Karena olimpiade Matematika dilaksanakan hari Senin dan olimpiade Fisika dilaksanakan hari Selasa, maka anggota himpunan $B = M \cup F = \{\text{Burman, Sonia, Tari, Felik, Budi, Andi, Rudi}\}$

Banyak anggota himpunan $B = n(B) = 7$.

Contoh 1.15

Diketahui himpunan S merupakan himpunan semesta adalah himpunan bilangan asli yang kurang dari 10. Himpunan A adalah himpunan bilangan genap yang ada di S . Himpunan B adalah himpunan bilangan prima yang ada di S .

- Tentukanlah anggota himpunan S , A , dan B !
- Tentukanlah suatu himpunan yang anggotanya bukan anggota himpunan A , tetapi anggotanya terdapat pada himpunan S !
- Tentukanlah suatu himpunan anggotanya bukan anggota himpunan B , tetapi anggotanya pada himpunan S !



Alternatif Penyelesaian

- Tentukan anggota himpunan S , A , dan B !

S = himpunan bilangan asli kurang dari 10

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7\}$$

- Misalkan P adalah himpunan yang anggotanya bukan anggota himpunan A , tetapi anggotanya pada himpunan S .

Untuk menentukan anggota himpunan P , yang anggotanya bukan anggota himpunan A , tetapi anggotanya pada himpunan S , kita lakukan dengan memasangkan anggota himpunan A dan himpunan S dengan algoritma sebagai berikut.

- Ambil elemen pertama dari A . Hapus elemen yang sama dari anggota S .
- Ulangi proses tersebut untuk elemen kedua dari A , elemen ketiga dari A sampai semua elemen A telah dihapus dari S .

Hapus anggota himpunan S yang merupakan anggota himpunan A , sehingga anggota himpunan S yang tersisa adalah 1, 3, 5, 7, dan 9. Dengan demikian anggota himpunan P adalah anggota himpunan S yang tersisa, yaitu $P = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. Himpunan P disebut juga komplemen dari himpunan A atau $P = A^c$.

- c) Misalkan Q adalah himpunan yang anggotanya bukan anggota himpunan B , tetapi anggotanya pada himpunan S . Lakukan cara yang sama seperti pada (b).

Untuk menentukan anggota himpunan Q , yang anggotanya bukan anggota himpunan B , tetapi anggotanya pada himpunan S , kita lakukan dengan memasang anggota himpunan B dan himpunan S dengan algoritma sebagai berikut.

1. Ambil elemen pertama dari B . Hapus elemen yang sama dari anggota himpunan S .
2. Ulangi proses tersebut untuk elemen kedua dari B , elemen ketiga dari B sampai semua elemen dari B telah dihapus dari S .

Hapus anggota himpunan S yang merupakan anggota himpunan B , sehingga anggota himpunan S yang tersisa adalah 1, 4, 6, 8, dan 9. Dengan demikian anggota himpunan Q adalah anggota himpunan S yang tersisa, yaitu $Q = \{1, 4, 6, 8, 9\}$. Himpunan Q disebut juga komplemen dari himpunan B atau $Q = B^c$.

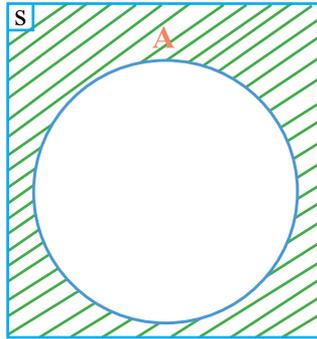
Berdasarkan alternatif penyelesaian Masalah 1.16 dan penyelesaian contoh 1.17, kita peroleh definisi berikut.



Definisi 1.9

Misalkan S adalah himpunan semesta dan A adalah suatu himpunan. Komplemen himpunan A adalah suatu himpunan semua anggota himpunan S yang bukan anggota himpunan A , dilambangkan dengan A^c . Dengan notasi pembentuk himpunan definisi ini dapat dituliskan sebagai berikut $A^c = \{x \mid x \in S \text{ dan } x \notin A\}$

Pada diagram Venn di bawah ini, A^c merupakan daerah yang diarsir:



Gambar 1.21. Diagram Venn Himpunan A^c



Arahkan siswa berdiskusi dalam kelompok belajar untuk menyelesaikan soal berikut. Minta salah satu kelompok untuk menyajikan hasil kerjanya di depan kelas dan kelompok yang lain diberi kesempatan untuk menguji kebenaran kelompok penyaji. Jembatani jika terjadi hasil pemikiran siswa yang berbeda.



Latihan

Sebagai latihan siswa:

- Buktikan bahwa jika S adalah bilangan asli yang kurang dari 10 dan $B = \{x \in S \mid x \text{ bilangan prima kurang dari } 10\}$, maka $B^c = \{1, 4, 6, 8, 9\}$.
- Buktikan bahwa jika $S = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ dan $A = \{1, 3, 7, 9\}$, maka $A^c = \{2, 4, 5, 6, 8\}$.

Perhatikan diagram Venn Gambar 1.22.

Dari diagram di bawah kita peroleh:

$$S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21\}$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B = \{7, 9, 11, 13, 15\}$$

$$A \cap B = \{7, 9\}$$

$$A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$$

$$A^c = \{11, 13, 15, 17, 19, 21\}$$

$$B^c = \{1, 3, 5, 17, 19, 21\}$$

$$A^c \cap B^c = \{17, 19, 21\}$$

$$(A \cap B)^c = \{1, 3, 5, 11, 13, 15, 17, 19, 21\}$$

$$(A \cup B)^c = \{17, 19, 21\}$$

Perhatikan dari data di atas diperoleh

$$1. \quad \{17, 19, 21\} = \{11, 13, 15, 17, 19, 21\} \cap \{1, 3, 5, 17, 19, 21\}.$$

Selanjutnya buktikan bahwa $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

$$2. \quad \{1, 3, 5, 11, 13, 15, 17, 19, 21\} = \{11, 13, 15, 17, 19, 21\} \cup \{1, 3, 5, 17, 19, 21\}.$$

Selanjutnya buktikan bahwa $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.

Dari 1 dan 2 kita peroleh sifat berikut.



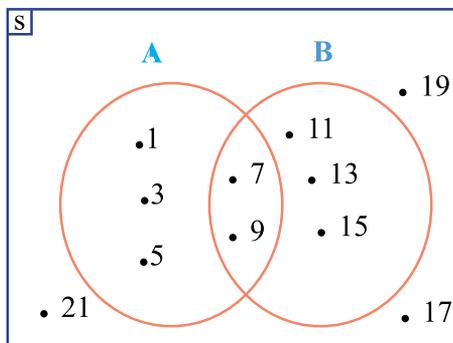
Sifat -1.6

Misalkan A dan B adalah himpunan, berlaku:

$$i) \quad (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

$$ii) \quad (A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

Kedua sifat ini sering disebut dengan **Hukum De Morgan**.



Gambar 1.22. Diagram Venn

Bukti (i)

Misalkan x sembarang anggota himpunan $(A \cup B)^c$

Jika $x \in (A \cup B)^c$, maka $x \notin (A \cup B)$. Karena $x \notin A$ dan $x \notin B$, berlaku $x \in A^c$ dan $x \in B^c$. Oleh karena itu $x \in A^c \cap B^c$.

Jadi, $(A \cup B)^c \subset A^c \cap B^c$ dan $A^c \cap B^c \subset (A \cup B)^c$

Oleh sebab itu, $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ (**terbukti**)

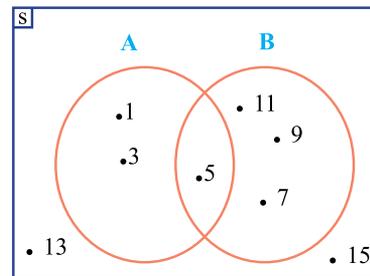
Bukti (ii)

Silahkan anda coba, jika anda tidak paham berdiskusilah dengan temanmu atau bertanya pada guru.

Perhatikan diagram Venn berikut.

Dari diagram Venn Gambar 1.23 kita peroleh informasi berikut.

- a) $S = \{1,3,5,7,9,11,13,15\}$
- b) $A = \{1,3,5\}$
- c) $B = \{5,7,9,11\}$
- d) $A^c = \{7,9,11,13,15\}$
- e) $B^c = \{1,3,13,15\}$
- f) $(A \cap B)^c = \{1,3,7,9,11,13,15\}$
- g) $(A \cup B)^c = \{13,15\}$



Gambar 1.23. Diagram Venn



Pertanyaan Kritis

- (1) Jika $M = A^c$, sebutkanlah anggota himpunan M^c . Bagaimana hubungan M^c dengan A ?
- (2) Jika $N = B^c$, sebutkanlah anggota himpunan N^c . Bagaimana hubungan N^c dengan B ?
- (3) Jika P adalah himpunan yang anggotanya adalah anggota himpunan $(A \cap B)^c$, sebutkanlah anggota himpunan P^c . Bagaimana hubungan P^c dengan $(A \cap B)$?

Setelah pernyataan kritis di atas kita selesaikan, kita temukan:

- $(A^c)^c = \{1,3,5\} = A$
- $(B^c)^c = \{5,7,9,11\} = B$
- $((A \cap B)^c)^c = \{5\} = (A \cap B)$

Diskusi

Berdasarkan ketiga hal yang kita temukan di atas, untuk sembarang himpunan X , apakah $(X^c)^c = X$? Berdiskusilah dengan temanmu.



Sifat -1.7

Misalkan A himpunan dan A^c adalah komplemen himpunan A , maka $(A^c)^c = A$

Bukti:

$$A^c = \{x \mid x \in S, x \notin A\}$$

Mengapa?

$$(A^c)^c = \{x \mid x \in S, x \notin A^c\}$$

Mengapa?

$$= \{x \mid x \in S, x \in A\}$$

Mengapa?

$$= A$$

Terbukti

d. Selisih (*difference*)

Masalah -1.17

Aturan pembagian kelas di sebuah SMP didasarkan pada hasil tes I dan tes II. Siswa yang lulus tes I dan tes II akan ditempatkan di kelas VII-A, siswa yang hanya lulus tes I ditempatkan di kelas VII-B, dan siswa yang hanya lulus tes II akan ditempatkan di kelas VII-C. Hasil tes 10 orang siswa ditunjukkan pada tabel berikut.

Tabel 1.1 Hasil Tes I Pembagian Kelas di SMP

No	Nama	Hasil Tes	
		Tes I	Tes II
1	Toni	Lulus	Tidak Lulus
2	Wanti	Tidak Lulus	Lulus
3	Budi	Lulus	Lulus
4	Eka	Lulus	Lulus
5	Boby	Lulus	Tidak Lulus
6	Rudi	Tidak Lulus	Lulus
7	Susan	Lulus	Lulus
8	Tino	Lulus	Tidak Lulus
9	Serli	Lulus	Lulus
10	Nurhasanah	Tidak Lulus	Lulus

Jika A adalah himpunan siswa yang lulus tes I dan B adalah himpunan siswa yang lulus tes II.

- Tentukanlah anggota himpunan A dan himpunan B !
- Tempatkanlah siswa berdasarkan kelas masing-masing!
- Gambarkanlah diagram Venn himpunan A dan B !



Alternatif Penyelesaian

a) Anggota himpunan A dan himpunan B adalah sebagai berikut:

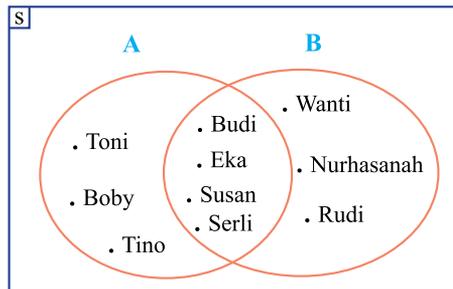
$$A = \{\text{Toni, Budi, Eka, Bobby, Susan, Tino, Serli}\}$$

$$B = \{\text{Wanti, Budi, Eka, Rudi, Susan, Serli, Nurhasanah}\}$$

b) Pembagian kelas masing-masing siswa adalah:

- Siswa yang ditempatkan di kelas VII-A yaitu siswa yang lulus tes I dan tes II. Dapat disebut bahwa siswa kelas VII-A adalah anggota himpunan A irisan himpunan B .
- Siswa yang ditempatkan di kelas VII-B adalah siswa yang hanya lulus tes I. Dapat disebut bahwa siswa kelas VII-B adalah anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan B .
- Siswa yang ditempatkan di kelas VII-C adalah siswa yang hanya lulus tes II. Dapat disebut bahwa siswa kelas VII-C adalah anggota himpunan B yang bukan anggota himpunan A .
- Dengan demikian, himpunan siswa ketiga kelas itu adalah:
 - Kelas VII-A = {Budi, Eka, Susan, Serli}
 - Kelas VII-B = {Toni, Bobby, Tino}
 - Kelas VII-C = {Wanti, Rudi, Nurhasanah}

c) Diagram Venn himpunan A dan B ditunjukkan pada gambar berikut.



Gambar 1.24. Diagram Venn Himpunan A dan B

Contoh 1.16

Diketahui himpunan A adalah himpunan bilangan asli yang kurang dari 5 dan B adalah himpunan bilangan ganjil yang kurang dari 5.

- (1) Jika C adalah himpunan yang anggotanya seluruh anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan B , maka tentukanlah anggota himpunan C !
- (2) Jika D adalah himpunan yang anggotanya seluruh anggota himpunan B yang bukan anggota himpunan A , maka tentukanlah anggota himpunan D !



Alternatif Penyelesaian

Anggota himpunan A dan anggota himpunan B adalah:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 3\}$$

- (1) C adalah himpunan yang anggotanya seluruh anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan B .

Untuk menemukan sebuah himpunan yang anggotanya seluruh anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan B dapat kita lakukan dengan membandingkan anggota himpunan A dan himpunan B dengan algoritma sebagai berikut.

1. Ambil elemen pertama dari A . Jika elemen tersebut ada di himpunan B hapus dari anggota A , jika tidak ada di B biarkan pada himpunan A .
2. Ulangi proses tersebut untuk elemen kedua, ketiga sampai semua elemen A telah selesai dicocokkan.
3. Himpunan A yang tidak terhapus merupakan himpunan yang anggotanya seluruh anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan B

Dengan menggunakan algoritma ini, kita lakukan sebagai berikut.

- Ambil elemen pertama dari A yaitu: 1. Apakah 1 ada di B ? Ya. Maka hapus dari A , sehingga $A = \{2, 3, 4\}$.

- Ambil elemen kedua dari A yaitu: 2. Apakah 2 ada di B ? Tidak. Maka biarkan pada himpunan A , sehingga $A = \{2, 3, 4\}$.
- Ambil elemen ketiga dari A yaitu: 3. Apakah 3 ada di B ? Ya. Maka hapus dari A , sehingga $A = \{2, 4\}$.
- Ambil elemen keempat dari A yaitu: 4. Apakah 4 ada di B ? Tidak. Maka biarkan pada himpunan A , sehingga $A = \{2, 4\}$.
- Karena semua anggota himpunan A telah dicocokkan dengan anggota himpunan B , maka himpunan A yang tersisa merupakan himpunan yang anggotanya seluruh anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan B .
- Maka himpunan $C = \{2, 4\}$.

Himpunan yang anggotanya seluruh anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan B merupakan selisih himpunan A dan B .

(2) D adalah himpunan yang anggotanya seluruh anggota himpunan B yang bukan anggota himpunan A . Dengan menggunakan algoritma pada butir (1), kita cari anggota himpunan D sebagai berikut.

- Ambil elemen pertama dari B yaitu: 1. Apakah 1 ada di A ? Ya. Maka hapus dari B , sehingga $B = \{3\}$.
- Ambil elemen kedua dari B yaitu: 3. Apakah 3 ada di A ? Ya. Maka hapus dari B , sehingga $B = \{ \}$.
- Karena semua anggota himpunan B telah dicocokkan dengan anggota himpunan A , maka himpunan B yang tersisa merupakan himpunan yang anggotanya seluruh anggota himpunan B yang bukan anggota himpunan A .
- Maka himpunan $D = \{ \}$.

Himpunan yang anggotanya seluruh anggota himpunan B yang bukan anggota himpunan A merupakan selisih himpunan B dan A . Selisih himpunan juga disebut Komplemen relatif.

Berdasarkan alternatif penyelesaian Masalah 1.17 dan penyelesaian contoh 1.16, kita temukan definisi berikut.



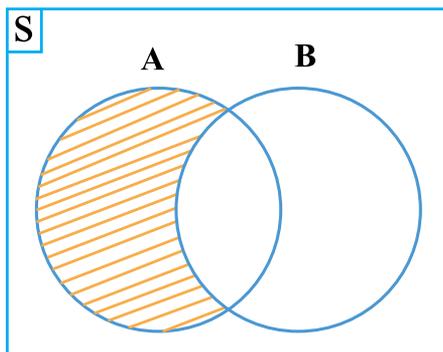
Definisi 1.10

Selisih atau Komplement relatif B terhadap A adalah himpunan semua anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan B , dilambangkan dengan $A - B$.

Dengan notasi pembentuk himpunan definisi ini dapat dituliskan sebagai berikut

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B\} = A \cap B^c$$

Pada diagram Venn di samping ini, $A - B$ merupakan daerah yang diarsir:



Gambar 1.25. Diagram Venn $A - B$

Contoh 1.17

Perhatikan himpunan berikut.

$$A = \{1,3,5,7,9\}$$

$$B = \{2,4,6,8,10\}$$

Kita peroleh:

- $A \cap B = \emptyset$
- $A - B = \{1,3,5,7,9\}$
- $B - A = \{2,4,6,8,10\}$

Ternyata :

$$\{1,3,5,7,9\} = \{1,3,5,7,9\}$$

$$A - B = A$$

$$\{2,4,6,8,10\} = \{2,4,6,8,10\}$$

$$B - A = B$$



Latihan

Sebagai latihan siswa:

Jika $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ dan $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 12\}$, tentukanlah

(1) $A - B$ dan

(2) $B - A$.

Diskusi

- Apa yang mengakibatkan $A - B = A$ dan $B - A = B$ berdiskusilah dengan temanmu.
- Apakah $A - B = A$ dan $B - A = B$ jika $A \cap B$ bukan himpunan kosong? Berilah contoh.

Bandingkan dengan hal berikut:

Diberikan himpunan $A = \{1,3,5,7,9\}$ dan $B = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

Dari himpunan A dan B kita peroleh:

- $A \subset B$, silahkan buktikannya!
- $B - A = \{2,4,6,8,10\}$
- Apakah $A - B = \emptyset$? Diskusikan dengan temanmu!



Pertanyaan Kritis

Jika $A \subset B$ dan $B \subset A$

- Berapa anggota himpunan $A - B$? Mengapa?
- Berapa anggota himpunan $B - A$? Mengapa?

Dari uraian di samping, kita peroleh sifat:



Sifat -1.8

Untuk sembarang himpunan A dan B , berlaku:

- Jika $A \cap B = \emptyset$, maka $A - B = A$ dan $B - A = B$
- Jika $A \subset B$, maka $A - B = \emptyset$

e. Sifat-sifat Operasi Himpunan

i) Sifat Idempoten

Masalah -1.18

Anto memiliki olahraga kesukaan yaitu: bola kaki, bola volley, dan catur. Jika himpunan semua olahraga kesukaan Anto adalah himpunan K .

- (1) Hal apa yang kamu temukan jika himpunan olahraga kesukaan Anto digabung dengan himpunan olahraga kesukaannya sendiri?
- (2) Hal apa yang kamu temukan jika himpunan olahraga kesukaan Anto beririsan dengan himpunan olahraga kesukaannya sendiri?



Alternatif Penyelesaian

$K = \{\text{bola kaki, bola volley, catur}\}$

- (1) Jika $K \cup K$

Jika anggota K digabung dengan anggota K itu sendiri maka:

$$\begin{aligned}K \cup K &= \{\text{bola kaki, bola volley, catur}\} \cup \{\text{bola kaki, bola volley, catur}\} \\ &= \{\text{bola kaki, bola volley, catur}\}\end{aligned}$$

Ternyata: $K \cup K = K$

- (2) Jika $K \cap K$

Jika anggota K beririsan dengan anggota K itu sendiri maka:

$$\begin{aligned}K \cap K &= \{\text{bola kaki, bola volley, catur}\} \cap \{\text{bola kaki, bola volley, catur}\} \\ &= \{\text{bola kaki, bola volley, catur}\}\end{aligned}$$

Ternyata: $K \cap K = K$



Pertanyaan Kritis

- Apakah jika A adalah himpunan kosong berlaku $A \cup A = A$?
- Apakah jika A adalah himpunan kosong berlaku $A \cap A = A$?

Dari alternatif penyelesaian masalah di atas kita temukan sifat:



Sifat -1.9

Untuk sembarang himpunan A , berlaku:

- $A \cup A = A$
- $A \cap A = A$

Kedua sifat ini sering disebut dengan sifat **idempoten**. Apakah kamu dapat mencari kata yang lain dari idempoten? Silahkan mencoba.

ii) Sifat Identitas

Masalah -1.19

Budi dan Badu adalah siswa kelas VII SMP. Budi senang dengan pelajaran Matematika, Bahasa Indonesia, dan Kimia. Sedangkan Badu tidak senang dengan pelajaran apapun.

- (1) Jika pelajaran yang disenangi Budi dan Badu merupakan himpunan, tentukanlah anggota kedua himpunan itu!
- (2) Jika pelajaran yang disenangi Budi di gabung dengan pelajaran yang disenangi Badu, apa yang kamu simpulkan?
- (3) Pelajaran apa yang sama-sama disenangi Budi dan Badu?



Alternatif Penyelesaian

Misal: A adalah himpunan semua pelajaran yang disenangi Budi.

B adalah himpunan semua pelajaran yang disenangi Badu.

(1) Anggota kedua himpunan ini adalah:

$$A = \{\text{Matematika, Bahasa Indonesia, Kimia}\}$$

B adalah himpunan pelajaran yang disenangi Badu

$$B = \{\}$$

(2) Pelajaran yang disenangi Budi digabung dengan pelajaran yang disenangi Badu, dilambangkan dengan $A \cup B$

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{\text{Matematika, Bahasa Indonesia, Kimia}\} \cup \{\} \\ &= \{\text{Matematika, Bahasa Indonesia, Kimia}\} \end{aligned}$$

$$\text{Ternyata } A \cup B = A$$

(3) Pelajaran yang sama-sama disenangi Budi dan Badu, dilambangkan dengan $A \cap B$.

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{\text{Matematika, Bahasa Indonesia, Kimia}\} \cap \{\} \\ &= \{\} \end{aligned}$$

Maka pelajaran yang sama-sama disenangi Budi dan Badu adalah tidak ada.

Perhatikan kedua himpunan berikut. P adalah bilangan asli yang tidak kurang dari 3 dan Q adalah himpunan kosong. Dari kedua himpunan ini kita peroleh:

$$P = \{1,2,3\} \qquad P \cap Q = \{1,2,3\} \cap \emptyset$$

$$Q = \{\} \qquad = \emptyset$$

$$P \cup Q = \{1,2,3\}$$

$$\text{Ternyata: } P \cup Q = \{1,2,3\} = P$$



Pertanyaan Kritis

Untuk sembarang himpunan P dan Q

- (i) Kondisi apa yang harus dipenuhi agar $P \cup Q = P$? Mengapa?
- (ii) Kondisi apa yang harus dipenuhi agar $P \cap Q = \emptyset$? Mengapa?

Berdasarkan alternatif penyelesaian Masalah 1.19 di atas, kita temukan sifat berikut.



Sifat -1.10

Untuk sembarang himpunan A , berlaku:

- i) $A \cup \emptyset = A$
- ii) $A \cap \emptyset = \emptyset$

Kedua sifat ini sering disebut dengan sifat **identitas**. Temukanlah istilah lain dari sifat identitas.

iii) Sifat Komutatif

Perhatikan kedua diagram Venn berikut.

Diagram Venn I

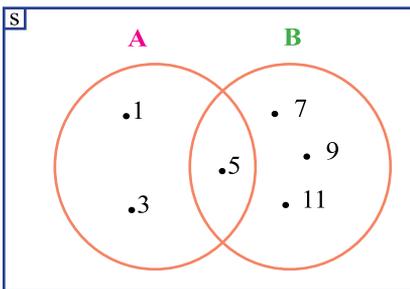
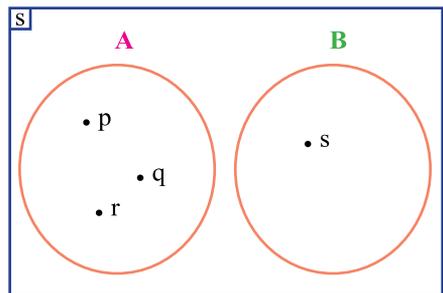


Diagram Venn II



Gambar 1.26. Diagram Venn I dan II

Diperoleh:

$$A = \{1,3,5\}$$

$$B = \{5,7,9,11\}$$

$$A \cup B = \{1,3,5,7,9,11\}$$

$$B \cup A = \{1,3,5,7,9,11\}$$

$$A \cap B = \{5\}$$

$$B \cap A = \{5\}$$

Ternyata:

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

Diperoleh:

$$A = \{p,q,r\}$$

$$B = \{s\}$$

$$A \cup B = \{p,q,r,s\}$$

$$B \cup A = \{p,q,r,s\}$$

$$A \cap B = \emptyset$$

$$B \cap A = \emptyset$$

Ternyata:

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

Dari diagram Venn I dan II kita peroleh sifat berikut.



Sifat -1.11

Misalkan A dan B adalah himpunan:

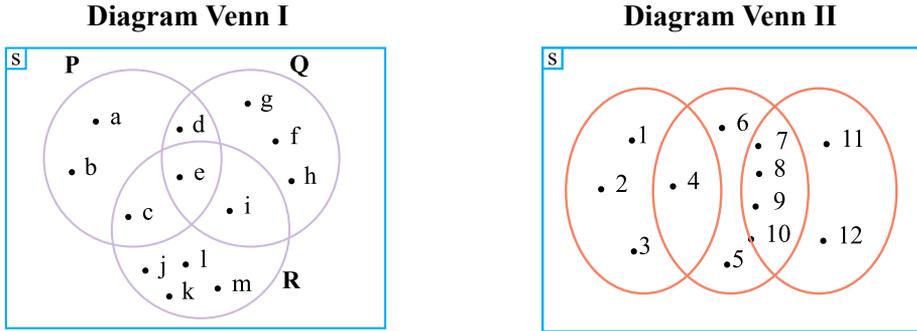
i) $A \cup B = B \cup A$

ii) $A \cap B = B \cap A$

- Kedua sifat ini sering disebut dengan sifat **komutatif**. Temukanlah istilah lain dari kata komutatif.
- Buktikanlah kedua sifat di atas.

iv) Sifat Asosiatif

Perhatikan kembali diagram Venn berikut.



Gambar 1.27. Diagram Venn I dan II

Diperoleh:

$$\begin{aligned}
 P &= \{a,b,c,d,e\} \\
 Q &= \{d,e,f,g,h,i\} \\
 R &= \{c,e,i,j,k,l,m\} \\
 P \cup Q &= \{a,b,c,d,e,f,g,h,i\} \\
 Q \cup R &= \{c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m\} \\
 (P \cup Q) \cup R &= \{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m\} \\
 P \cup (Q \cup R) &= \{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m\} \\
 (P \cap Q) \cap R &= \{e\} \\
 P \cap (Q \cap R) &= \{e\}
 \end{aligned}$$

Ternyata

$$\begin{aligned}
 (P \cup Q) \cup R &= P \cup (Q \cup R) \\
 (P \cap Q) \cap R &= P \cap (Q \cap R)
 \end{aligned}$$

Diperoleh:

$$\begin{aligned}
 P &= \{1,2,3,4\} \\
 Q &= \{4,5,6,7,8,9,10\} \\
 R &= \{7,8,9,10,11,12\} \\
 P \cup Q &= \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\} \\
 Q \cup R &= \{4,5,6,7,8,9,10,11,12\} \\
 (P \cup Q) \cup R &= \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\} \\
 P \cup (Q \cup R) &= \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\} \\
 (P \cap Q) \cap R &= \emptyset \\
 P \cap (Q \cap R) &= \emptyset
 \end{aligned}$$

Ternyata:

$$\begin{aligned}
 (P \cup Q) \cup R &= P \cup (Q \cup R) \\
 (P \cap Q) \cap R &= P \cap (Q \cap R)
 \end{aligned}$$

Dari diagram Venn I dan II kita peroleh sifat berikut.



Sifat -1.12

Untuk sembarang himpunan P , Q , dan R , berlaku:

$$\text{i) } (P \cup Q) \cup R = P \cup (Q \cup R)$$

$$\text{ii) } (P \cap Q) \cap R = P \cap (Q \cap R)$$

Kedua sifat ini sering disebut dengan sifat **asosiatif**. Temukanlah istilah lain dari kata asosiatif.

v) Sifat Distributif

Dari diagram Venn I dan II kita temukan juga:

Diagram Venn I

$$P \cup (Q \cap R) = \{a,b,c,d,e,i\}$$

$$(P \cup Q) \cap (P \cup R) = \{a,b,c,d,e,i\}$$

$$P \cap (Q \cup R) = \{c,d,e\}$$

$$(P \cap Q) \cup (P \cap R) = \{c,d,e\}$$

Ternyata:

$$P \cup (Q \cap R) = (P \cup Q) \cap (P \cup R)$$

$$P \cap (Q \cup R) = (P \cap Q) \cup (P \cap R)$$

Diagram Venn II

$$P \cup (Q \cap R) = \cup$$

$$(P \cup Q) \cap (P \cup R) = \cup$$

$$P \cap (Q \cup R) = \{4\}$$

$$(P \cap Q) \cup (P \cap R) = \{4\}$$

Ternyata:

$$P \cup (Q \cap R) = (P \cup Q) \cap (P \cup R)$$

$$P \cap (Q \cup R) = (P \cap Q) \cup (P \cap R)$$

Dari diagram Venn I dan II kita peroleh sifat berikut.



Sifat -1.13

Untuk sebarang himpunan P , Q , dan R , berlaku:

$$\text{i) } P \cup (Q \cap R) = (P \cup Q) \cap (P \cup R)$$

$$\text{ii) } P \cap (Q \cup R) = (P \cap Q) \cup (P \cap R)$$

- Kedua sifat ini sering disebut dengan sifat distributif. Temukanlah istilah lain dari kata distributif.
- Pembuktian kedua sifat di atas kita lakukan sebagai berikut.

Bukti (i):

Misalkan x sembarang anggota himpunan $P \cup (Q \cap R)$, maka

$x \in P \cup (Q \cap R)$ berlaku $x \in P$ atau $x \in (Q \cap R)$. Akibatnya, $x \in P$ atau $\{x \in Q \text{ dan } x \in R\}$ (Mengapa?).

Oleh karena itu, $\{x \in P \text{ atau } x \in Q\}$ dan $\{x \in P \text{ atau } x \in R\}$, atau dapat dituliskan

$$x \in (P \cup Q) \cap (P \cup R).$$

Jadi, jika $x \in P \cup (Q \cap R)$, maka $x \in (P \cup Q) \cap (P \cup R)$.

Berarti $P \cup (Q \cap R) = (P \cup Q) \cap (P \cup R)$. **(terbukti)**

Sebagai bahan latihanmu silahkan membuktikan sendiri Sifat-1.13 bagian (ii).

f. Penyederhanaan Operasi Himpunan

Operasi himpunan dapat disederhanakan dengan menggunakan sifat-sifat operasi himpunan yang telah dipelajari di atas. Misalkan apabila terdapat $(A - B) \cup (A \cap B)$, operasi himpunan yang panjang ini sebenarnya dapat disederhanakan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 (A - B) \cup (A \cap B) &= (A \cap B^c) \cup (A \cap B) && \text{(dengan sifat } A - B = A \cap B^c) \\
 &= A \cap (B \cup B^c) && \text{(dengan sifat distributif)} \\
 &= A \cap S && \text{(dengan sifat komplemen)} \\
 &= A && \text{(dengan sifat irisan)}
 \end{aligned}$$



Contoh lain, misalkan sederhanakan $(A \cup B) \cap A^c$

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap A^c &= (A \cap A^c) \cup (B \cap A^c) \quad (\text{dengan sifat distributif}) \\ &= \{\} \cup (B \cap A^c) \quad (\text{dengan sifat komplemen}) \\ &= (B \cap A^c) \quad (\text{dengan sifat identitas}) \\ &= B - A \quad (\text{dengan definisi operasi selisih})\end{aligned}$$



Uji Kompetensi - 1.2

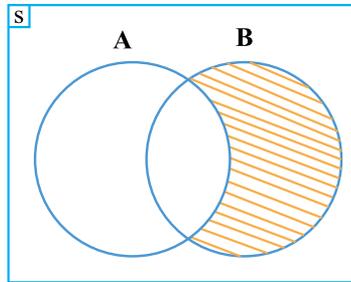
A. Pilihan Berganda

- Misal $A = \{1,2,3\}$ dan $B = \{2,1,5\}$, maka $(A \cup B) - A = \dots$
 - $\{1, 2\}$
 - $\{3\}$
 - $\{5\}$
 - $\{1, 2, 3, 5\}$
- Jika $H = \{2,4,5\}$, $K = \{1,4,7\}$ dan $L = \{7,5,1\}$, maka $(H - K) \cup L = \dots$
 - $\{1, 0, -2, 7, 5\}$
 - $\{2, 5, 7, 1\}$
 - $\{1\}$
 - $\{5\}$
- Misalkan himpunan semesta adalah himpunan semua bilangan asli dan misalkan $D = \{x \mid x \text{ kelipatan } 5\}$ dan $E = \{x \mid x \text{ kelipatan } 10\}$, maka $D - E^c = \dots$
 - $\{x \mid x \text{ kelipatan } 5, x \text{ ganjil}\}$
 - $\{x \mid x \text{ kelipatan } 5, x \text{ genap}\}$
 - $\{x \mid x \text{ kelipatan } 50\}$
 - $\{x \mid x \text{ kelipatan } 2\}$
- Dalam gambar berikut, daerah yang diarsir adalah:
 - $A \cup C^c$
 - $A^c \cup C$
 - $A - C$
 - $B^c \cup (C - A)$
- Misalkan $P = \{\text{Panther, Kijang, Honda, Suzuki}\}$, $Q = \{\text{Mercedes, Panther, BMW}\}$ dan $R = \{\text{Honda, BMW}\}$, maka $P^c \cup (Q \cup R) = \dots$
 - $\{\text{BMW}\}$
 - $\{\text{Mercedes, BMW}\}$
 - $\{\text{Panther, Mercedes, Honda}\}$
 - $\{\text{Panther, Honda, Kijang, Suzuki, BMW}\}$

6. $H \cup (I - J) =$
- $(H \cup I) - J$
 - $(H \cup I) - J$
 - $(H \cup I) \cup (H \cup J)$
 - $(H \cup I) \cup J$
7. Jika $E = \{x \mid (x - 1)^2 = 0\}$, $F = \{x \mid x^2 = 1\}$ dan $G = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, maka $(E \cup F^c) \cup G = \dots$
- $\{-1\}$
 - $\{1, 2\}$
 - $\{-1, 2\}$
 - $\{1, -1, 2\}$
8. Jika $A' \cup B$, maka $A' \cup (B \cup A) = \dots$
- A'
 - B
 - \emptyset
 - S
9. Misalkan $P = \{c, \{a, b\}, a, d\}$ dan $Q = \{a, b\}$, maka $P \cup Q = \dots$
- $\{A\}$
 - $\{c, a, d\}$
 - $\{c, \{a, b\}, d\}$
 - $\{a, b\}$
10. Jika $D = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$ dan $E = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$, maka $E - D = \dots$
- $\{0, 2, -\frac{1}{2}, 3, -\frac{1}{3}, 4, -\frac{1}{4}, \dots\}$
 - $\{0, 2, 3, 4, \dots\}$
 - $\{1\}$
 - $\{2, 3, 4, 5, \dots\}$

B. Essay

1. Diketahui $n(P) = 21$, $n(Q) = 30$. Carilah nilai $n(P \cup Q)$ jika $n(P \cap Q) = 10$
2. Sebuah puskesmas sedang merawat pasien sebanyak 40 orang, 23 orang menderita penyakit demam berdarah, 11 orang menderita penyakit diare, 8 orang menderita penyakit demam berdarah dan diare. Berapa orang pasien yang tidak menderita kedua penyakit tersebut?
3. Perhatikan diagram di bawah ini:



Daerah yang diarsir dibentuk oleh himpunan....(jawaban boleh lebih dari satu)

4. Gambar diagram Venn jika diketahui:
 S = Himpunan bilangan cacah kurang dari 7
 A = himpunan bilangan prima kurang dari 7
 B = himpunan bilangan asli kurang dari 7
5. Dalam sebuah kelas terdapat 50 orang anak. Dari jumlah tersebut, 19 orang anak gemar berenang, 21 orang anak gemar bernyanyi, 19 orang anak gemar sepak takraw, 10 orang anak gemar berenang dan bernyanyi, 10 orang anak gemar bernyanyi dan sepak takraw, 7 orang anak gemar bernyanyi dan sepak takraw, 6 orang anak gemar berenang dan sepak takraw, dan 4 orang anak gemar ketiganya.
 - a. Gambarlah diagram Venn dari keterangan di atas
 - b. Berapa orang anak yang tidak gemar satupun dari ketiga kegiatan tersebut?
6. Pada saat di sekolah dasar, kamu mengenal faktor persekutuan terbesar (FPB) dan kelipatan persekutuan terkecil (KPK). Sebenarnya keduanya ini dapat dicari dengan menggunakan operasi himpunan. Jelaskan operasi himpunan yang diperlukan untuk mencari FPB dan KPK.
7. Rancang sebuah algoritma untuk mencari $A-B$. Tunjukkan operasional algoritma mu tersebut bila dipergunakan untuk mencari nilai $A-B$ dimana $A = \{1,2,3,4,5,6\}$ dan $B = \{1,3,5,7,9\}$. Berapa langkah yang diperlukan untuk memperoleh hasilnya? Berapa perbandingan yang diperlukan sampai hasilnya diperoleh?

8. Perhatikan kegiatan-kegiatan sekolahmu. Bagaimanakah operasi himpunan dipergunakan dalam menjalankan kegiatan sekolah tersebut.
9. Sebuah lembaga penelitian meneliti makanan ringan yang dikonsumsi anak-anak. Dari hasil penelitian, tercatat 18 merek mengandung zat pewarna sintetis, 24 merek mengandung penyedap rasa buatan, dan 10 merek mengandung kedua zat tersebut. Jika ada 9 merek tidak mengandung zat pewarna sintetis maupun penyedap rasa buatan, berapa merek makanan ringan yang diteliti oleh lembaga penelitian tersebut?
10. Dalam tesing penerimaan CPNS pada tahun 2012 yang lalu, seseorang dinyatakan diterima apabila lulus tes karakter pribadi, tes potensi akademik, dan tes wawasan kebangsaan sekaligus. Untuk mengisi formasi guru Matematika, terdapat 100 orang peserta yang ikut tesing. Pada saat pengumuman hasil tes, 20 orang hanya lulus tes karakter pribadi, 8 orang hanya lulus tes potensi akademik, 5 orang hanya lulus tes wawasan kebangsaan, 10 orang lulus tes karakter pribadi dan tes potensi akademik, 7 orang lulus tes potensi akademik dan tes wawasan kebangsaan, 30 orang lulus tes karakter pribadi dan tes wawasan kebangsaan. Berapa orang yang diterima menjadi guru Matematika?

Projek

1. Guru meminta siswa bersama temannya memperhatikan kegiatan-kegiatan di sekolahnya. Menjelaskan bagaimana operasi himpunan dipergunakan dalam menjalankan kegiatan-kegiatan sekolah tersebut. Melaporkan hasil pengamatannya lengkap dengan model himpunan yang siswa buat dan paparkan di kelas.
2. Berdasarkan algoritma-algoritma yang dipakai dalam operasi himpunan. Algoritma mana yang menurut siswa lebih panjang/ lama pengerjaannya bila diterapkan pada himpunan yang sama? Minta siswa menjelaskan pendapatnya dan melaporkan hasilnya serta memaparkannya!



D. PENUTUP

Melalui proses pembelajaran himpunan yang telah kita pelajari di atas, kita berikan beberapa rangkuman sebagai berikut.

1. Himpunan adalah sekumpulan objek atau benda yang memiliki karakteristik yang sama atau terdefinisi dengan jelas.
2. Himpunan semesta adalah himpunan yang anggotanya seluruh unsur yang menjadi objek pembicaraan, dilambangkan dengan S .
3. Himpunan A merupakan himpunan bagian dari B jika dan hanya jika setiap anggota himpunan A merupakan anggota himpunan B , dilambangkan dengan $A \subset B$.
4. Himpunan Kuasa dari himpunan A adalah suatu himpunan yang anggotanya seluruh himpunan bagian dari A , dilambangkan dengan $P(A)$.
5. Dua himpunan A dan B dikatakan sama jika dan hanya jika $A \subset B$ dan $B \subset A$, dilambangkan dengan $A = B$.
6. Irisan himpunan A dan B adalah himpunan yang anggotanya merupakan anggota himpunan A dan himpunan B , dilambangkan $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \in B\}$
7. Himpunan A dan B dikatakan saling lepas atau saling asing, jika tidak ada anggota A yang merupakan anggota B dan tidak ada anggota B yang merupakan anggota A , dilambangkan dengan $A // B$.
8. Gabungan himpunan A dan B adalah himpunan yang anggotanya merupakan anggota himpunan A atau anggota himpunan B , dilambangkan dengan $A \cup B$.
9. Komplemen himpunan A adalah himpunan yang anggotanya semua anggota himpunan semesta yang bukan anggota himpunan A , dilambangkan dengan A^c .
10. Selisih himpunan A dan B adalah himpunan yang anggotanya semua anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan B , dilambangkan dengan $A - B$.
11. Berbagai sifat-sifat operasi himpunan yang perlu kamu ketahui sebagai berikut:



Untuk sebarang himpunan A , B , dan C , berlaku sifat-sifat:

a) Sifat komplemen

i) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

ii) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

iii) $(A^c)^c = A$

b) Sifat identitas

i) $A \cup \emptyset = A$

ii) $A \cap \emptyset = \emptyset$

c) Sifat idempoten

i) $A \cup A = A$

ii) $A \cap A = A$

d) Sifat komutatif

i) $A \cup B = B \cup A$.

ii) $A \cap B = B \cap A$.

e) Sifat asosiatif

i) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$.

ii) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.

f) Sifat distributif

i) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

ii) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

g) Selain sifat-sifat di atas berlaku juga sifat:

i) Himpunan kosong (\emptyset) merupakan himpunan bagian dari semua himpunan.

- ii) Jika $n(A) = k$, maka $n(P(A)) = 2k$, k bilangan bulat positif.
- iii) Jika $A \subset B$ maka $A \cap B = A$.
- iv) Jika $A \cap B = \emptyset$ maka $A - B = A$ dan $B - A = B$.
- v) Jika $A \subset B$, maka $A - B = \emptyset$.
- vi) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.
- vii) $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$.
- viii) Jika $A \subset B$ maka $A \cup B = B$.

Pada Bahasan 2 (Bab 2), kita akan mempelajari tentang bilangan. Sama halnya dalam penemuan konsep himpunan yang ditemukan kembali dari situasi nyata kehidupan, kita akan temukan konsep dan sifat-sifat bilangan bulat, pecahan dan bilangan rasional dari proses pemecahan masalah nyata. Siswa mengetahui bahwa himpunan bilangan adalah suatu himpunan yang anggotanya bilangan-bilangan. Dengan demikian konsep dan sifat-sifat operasi dan relasi pada himpunan yang anda sudah dipelajari pada bahasan pertama, akan digunakan pada himpunan bilangan. Selanjutnya ananda akan mempelajari sifat-sifat khusus operasi pada bilangan bulat, pecahan, rasional dan irasional. Seperti sifat tertutup, komutatif, asosiatif, dan sifat distributif pada bilangan bulat terhadap operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian. Cermati apakah semua jenis operasi pada bilangan bulat memenuhi sifat yang sama? Kemudian kita lanjutkan membahas faktor dan faktor prima dari suatu bilangan bulat untuk menentukan Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK). Seluruh konsep dan sifat-sifat bilangan bulat, pecahan, rasional dan irasional akan kita aplikasikan dalam pemecahan masalah kehidupan. Perlu kami tekankan bahwa apa yang ananda sudah pelajari di Sekolah Dasar terkait bilangan cacah, asli dan pecahan akan berguna dalam mempelajari materi pada Bab II.

BAB



Bilangan

A.

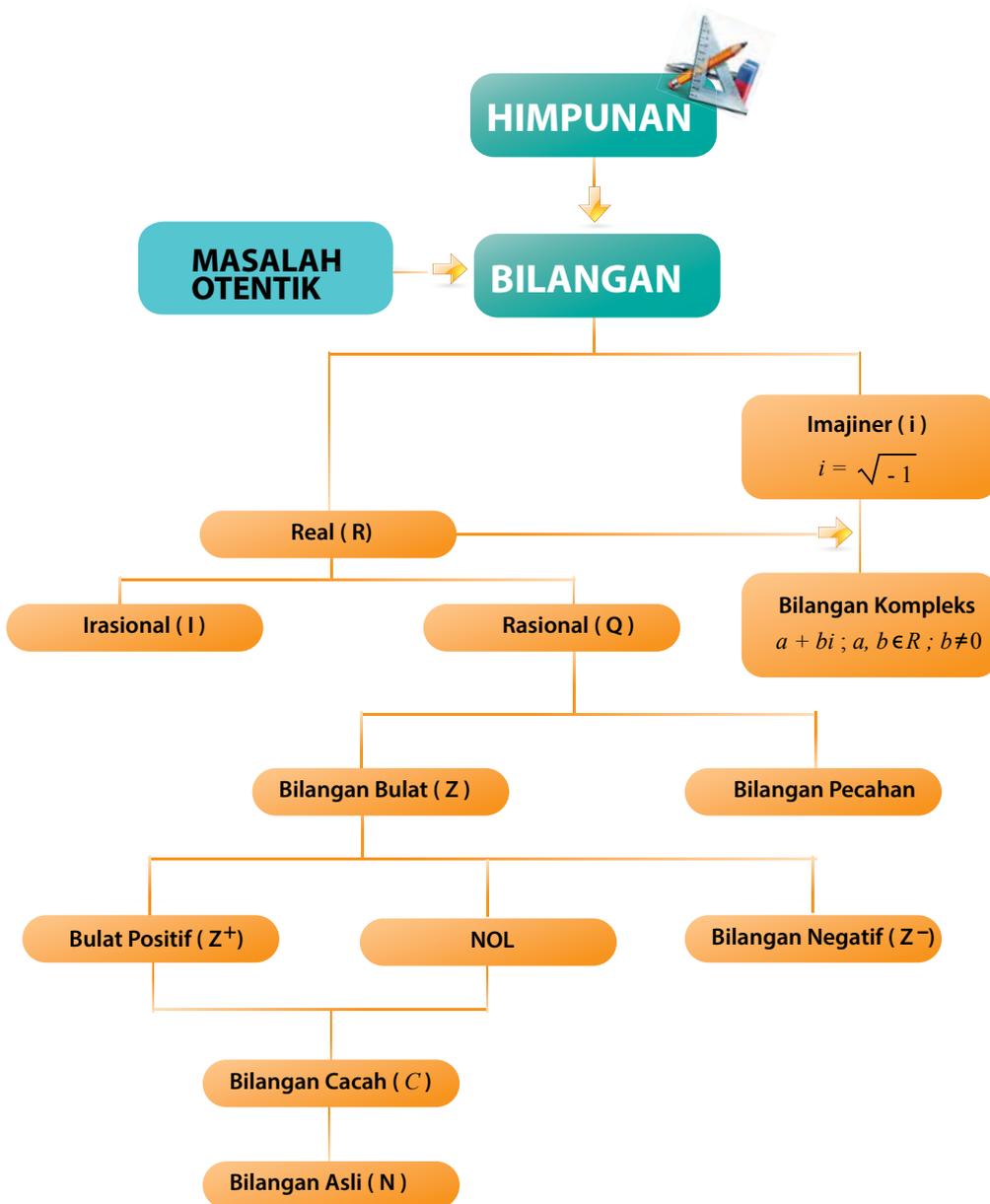
KOMPETENSI DASAR DAN PENGALAMAN BELAJAR

Kompetensi Dasar	Pengalaman Belajar
<p>Melalui proses pembelajaran materi bilangan, siswa mampu :</p> <ol style="list-style-type: none">1. Menunjukkan sikap logis, kritis, analitik, konsisten dan teliti, bertanggung jawab, responsif, dan tidak mudah menyerah dalam memecahkan masalah.2. Menunjukkan perilaku ingin tahu dalam melakukan aktivitas di rumah, sekolah, dan masyarakat sebagai wujud implementasi penyelidikan operasi bilangan bulat.3. Membandingkan dan mengurutkan berbagai jenis bilangan serta menerapkan operasi hitung bilangan bulat dan bilangan pecahan dengan memanfaatkan berbagai sifat operasi.4. Menggunakan pola dan generalisasi untuk menyelesaikan masalah.	<p>Melalui pembelajaran materi bilangan, siswa memiliki pengalaman belajar:</p> <ul style="list-style-type: none">• Terlatih berpikir kritis dan kreatif.• Menemukan ilmu pengetahuan dari pemecahan masalah nyata.• Dilatih bekerja sama secara berkelompok untuk menemukan solusi permasalahan.• Dilatih menemukan ide-ide secara bebas dan terbuka.• Merasakan manfaat matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Istilah Penting:

- Bilangan Positif
- Bilangan Negatif
- Bilangan Bulat
- Bilangan Pecahan
- Bilangan Cacah
- Bilangan Asli

B. PETA KONSEP



C. MATERI PEMBELAJARAN

Perkenalkan beberapa situasi masalah nyata terkait bilangan bulat untuk membangun persepsi positif siswa terhadap materi ini. Kondisikan siswa merasa ingin tahu bagaimana membangun konsep dan sifat-sifat bilangan bulat dan pemanfaatannya dalam pemecahan masalah nyata.

1. MENEMUKAN KONSEP BILANGAN BULAT

Pada sebuah acara berita tv dilaporkan prakiraan cuaca seluruh dunia. Diberitakan bahwa suhu Jakarta rata-rata pada hari itu adalah 29°C dengan cuaca cerah dan di Kota Beijing yang sedang dalam musim dingin memiliki suhu menyentuh 0°C sedangkan di Alaska yang memiliki musim dingin dengan cuaca ekstrim memiliki temperatur dingin hingga mencapai 25°C di bawah titik beku.

Sekarang mari kita cermati data yang telah diberikan, dari data di atas dapat kita nyatakan sebagai berikut.

- suhu kota Jakarta adalah 29°C
- suhu kota Beijing adalah 0°C
- suhu kota Alaska adalah -25°C

Pembagian zona waktu dunia berdasarkan GMT (Greenwich Meridian Time) menjadi standar acuan waktu dunia. Jika sekarang di Greenwich pukul 00.00 pukul berapakah di Jakarta dan di Kalimantan?



Gambar 2.2 Zona Waktu GMT

Dengan penetapan kota Greenwich sebagai titik acuan atau titik nol waktu dunia dapat kita lihat pada pengelompokan daerah dan urutannya. Pandang urutan bilangan yang ada pada gambar. Maka berdasarkan GMT diperoleh sebagai berikut.

- Untuk menetapkan waktu Jakarta tambahkan waktu Greenwich sebesar 7 satuan, maka diperoleh waktu Jakarta adalah pukul 07.00 GMT.
- Posisi Kalimantan berada pada +8 terhadap waktu Greenwich jadi diperoleh waktu di Kalimantan adalah pukul 08.00 GMT.

Tentukanlah waktu di daerah di Washington dan New York!

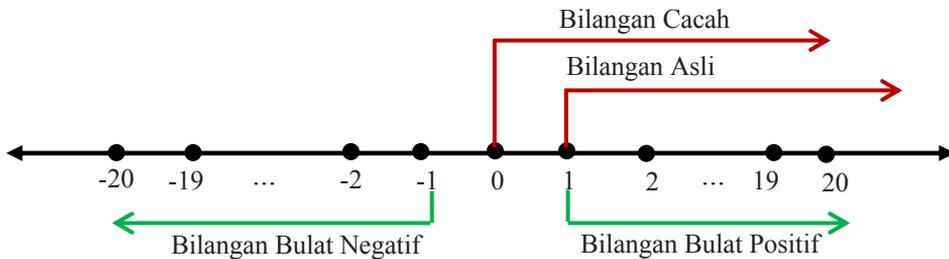


Gambar 2.3 Laut dan Darat

Perhatikan Gambar 2.3 di samping. Dapatkah siswa mengukur tinggi daratan? Pernahkah siswa mendengar pernyataan “Tinggi bukit X berada 500 m di atas permukaan laut. Untuk menentukan letak suatu tempat digunakan permukaan laut sebagai titik acuan. Sehingga tinggi permukaan laut adalah 0 m dan dengan mudah kita mengukur berapa tinggi bukit atau daratan yang hendak kita ketahui. Dan untuk kedalaman laut juga menggunakan permukaan laut sebagai titik acuan.



Ajak siswa mencermati ketiga contoh di atas dan presentasikan untuk menggambarkan bilangan-bilangan ke dalam garis bilangan sebagai berikut.



Gambar 2.4 Garis Bilangan

Pada gambar garis bilangan dapat dilihat terdapat bilangan-bilangan yang memiliki sifat dan konsep yang berbeda, yakni:

1. Bilangan Asli dituliskan: $A = \{1,2,3,4,\dots\}$
2. Bilangan Cacah dituliskan: $C = \{0,1,2,3,4,\dots\}$

Himpunan bilangan cacah adalah gabungan Himpunan Bilangan Asli dan himpunan yang anggotanya bilangan nol. Itu sama halnya dengan gabungan himpunan bilangan bulat positif dan himpunan yang anggotanya bilangan nol.

3. Himpunan Bilangan Bulat dituliskan $Z = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

Dengan kata lain Himpunan Bilangan Bulat adalah gabungan himpunan bilangan bulat positif dan Himpunan Bilangan Bulat Negatif serta himpunan yang anggotanya bilangan nol.



Arahkan siswa berdiskusi untuk menjawab beberapa pertanyaan berikut. Tujuan pertanyaan-pertanyaan ini adalah untuk lebih melatih siswa berpikir dan memberi kesempatan untuk mengajukan pendapat, berkomunikasi dengan memberikan argument-argumen.



Pertanyaan Kritis

Dari konsep bilangan di atas minta siswa diskusikan dengan teman kelompoknya!

1. Himpunan Bilangan Asli adalah himpunan bagian dari Himpunan Bilangan Cacah dan Himpunan Bilangan Cacah adalah himpunan bagian dari Himpunan Bilangan Bulat. Apakah Himpunan Bilangan Asli adalah himpunan bagian dari Himpunan Bilangan Bulat?
2. Berapa banyak bilangan Asli dan berapa banyak bilangan Bulat?

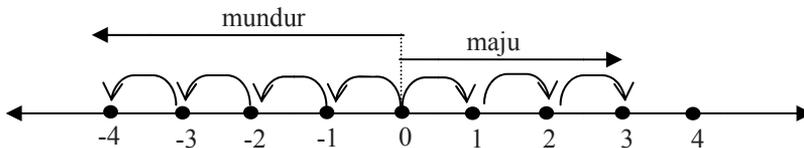
2. OPERASI BILANGAN BULAT

a) Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat.

Aplikasi penjumlahan bilangan bulat banyak ditemukan dalam aktivitas kehidupan atau dalam masalah nyata. Mari kita perhatikan ilustrasi berikut.

Setiap hari Sabtu Widodo selalu mengikuti kegiatan ekstrakurikuler pramuka yang diadakan di lapangan sekolah. Pada saat latihan baris berbaris diperintahkan dari komandan regu: “Maju 3 langkah”, hal ini berarti jarak pergerakan barisan adalah 3 langkah ke depan. Jika perintah pimpinan pasukan: “Mundur 4 langkah”, hal ini berarti bahwa pasukan akan bergerak melawan arah sejauh 4 langkah, demikian seterusnya. Secara matematis dapat ditulis mundur 4 langkah = -4, dan maju 3 langkah = 3.

Jika digambarkan dalam garis bilangan maka:



Gambar 2.6 Sketsa Maju-Mundur

Pemanfaatan pola bilangan lebih memudahkan kita untuk menjumlahkan dan mengurangi bilangan-bilangan bulat yang cukup banyak. Perhatikan contoh berikut.

Contoh 2.1

Tentukanlah hasil penjumlahan $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots + 48 + 49 + 50 = \dots$



Alternatif Penyelesaian

Diketahui $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots + 48 + 49 + 50$

Kita bangun pola bilangan dengan menjumlahkan 1 dengan 49, 2 dengan 48 dan seterusnya. Bilangan mana di antara bilangan 1 sampai 50, yang tidak punya pasangan sehingga jumlahnya 50?

$$1 + 49 = 50$$

$$2 + 48 = 50$$

$$3 + 47 = 50$$

dan seterusnya dapat siswa lanjutkan sehingga kita peroleh 25 buah bilangan 50 dan angka 25 adalah bilangan yang tidak punya pasangan.

$$50 + 50 + \underbrace{50 + 50 + \dots + 50 + 25}_{25 \text{ suku}} = 25 (50) + 25 = 1.250 + 25 = 1.275$$

Jadi hasil penjumlahan $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots + 48 + 49 + 50 = 1.275$



Beri kesempatan pada siswa untuk mencoba cara lain untuk menjumlahkan bilangan 1 sampai 50. Minta mereka membandingkan hasilnya dalam kelompok dan meminta salah satu kelompok untuk menyajikan hasil kerjanya di depan kelas. Ajak kelompok lain untuk mengkritisi hasil kerja kelompok penyaji dan ujilah kebenaran hasil kerja siswa.

Contoh 2.2

Tentukan hasil $7 + 8 + 9 + 10 + \dots + 56$.



Alternatif Penyelesaian

Pola yang diperoleh dari penjumlahan $7 + 8 + 9 + 10 + \dots + 56$, dapat dinyatakan dalam bentuk

$$(6+1) + (6+2) + (6+3) + (6+4) + \dots + (6+50).$$

Misalkan $p = (6+1) + (6+2) + (6+3) + (6+4) + \dots + (6+50)$.

Ditanya: tentukan nilai p !

$$p = (6+1) + (6+2) + (6+3) + (6+4) + \dots + (6+50).$$

$$= 6 \times (50) + (1 + 2 + 3 + \dots + 50)$$

$$= 300 + 1275 \text{ (manfaatkan jawaban soal contoh 2.1 di atas)}$$

$$p = (6+1) + (6+2) + (6+3) + (6+4) + \dots + (6+50) = 300 + 1.275 = 1.575.$$

$$\text{Jadi } 7 + 8 + 9 + 10 + \dots + 56 = 1.575.$$

Aplikasi penjumlahan bilangan bulat banyak ditemukan dalam aktivitas kehidupan atau dalam masalah nyata. Mari kita perhatikan ilustrasi berikut.

Masalah-2.1

Sebuah pesawat Garuda, mula-mula terbang pada ketinggian 3.000 kaki di atas permukaan laut, karena gumpalan awan dekat maka pesawat terbang naik sampai ketinggian 7.000 kaki. Coba tentukan kenaikan posisi pesawat dengan penjumlahan bilangan bulat!



Gambar 2.6: Pesawat Terbang



Alternatif Penyelesaian

Ketinggian pesawat mula-mula 3.000 kaki.

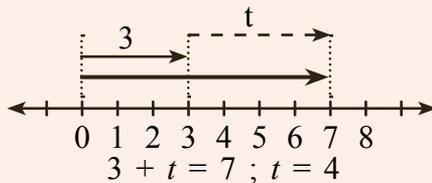
Ketinggian akhir pesawat 7.000 kaki.

Misalkan pertambahan ketinggian pesawat adalah t .

Kita peroleh persamaan :

$$3000 + t = 7000$$

$$t = 4000$$



Penjumlahan bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif

Berarti kenaikan pesawat dari posisi semula adalah 4.000 kaki.

Permasalahan menentukan nilai t dapat dibantu dengan garis bilangan dengan mengambil 1 skala = 1.000 kaki.



Arahkan siswa menentukan hasil penjumlahan bilangan bulat negatif dan bilangan bulat positif atau sebaliknya dengan menggunakan garis bilangan. Gunakan pengetahuan yang dimiliki siswa terkait penjumlahan bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif untuk meyakini kebenaran hasil penjumlahan bilangan bulat negatif dan bilangan bulat positif dengan mencermati pola dari hasil pengurangan bilangan bulat.

Perhatikan Masalah-2.2, Masalah-2.3 dan Masalah-2.4 untuk menentukan hasil penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif, penjumlahan bilangan bulat negatif dan bilangan bulat positif, serta penjumlahan bilangan bulat negatif dan bilangan bulat negatif.

Masalah-2.2



Gambar 2.7: Alpukat

Harga satu 1 kg alpukat satu bulan yang lalu Rp6.000,00. Karena musim alpukat, harganya turun dipasaran hingga Rp2.000 ,00 per kg. Coba tentukan harga penurunan alpukat dengan penjumlahan bilangan bulat

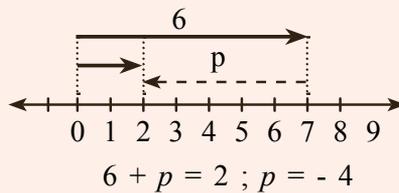
Harga alpukat mula-mula Rp..

Harga alpukat setelah turun Rp...

Misalkan p penurunan harga 1 kg alpukat

Kita peroleh persamaan: $6000 + p = 2000$
 $p = - 4000$

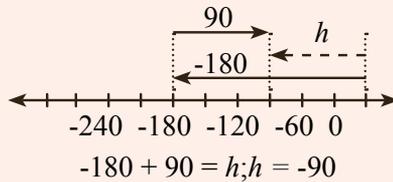
Berarti harga alpukat turun Rp4.000,00 per kg.



Penjumlahan bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif

Masalah-2.3

Pada kedalaman 180 m, kapal selam harus naik ke permukaan 90 m, karena ditemukan batu karang yang besar. Di mana posisi kapal selam setelah naik? Coba anda selesaikan sendiri. Lihat garis bilangan di bawah untuk membantu siswa!

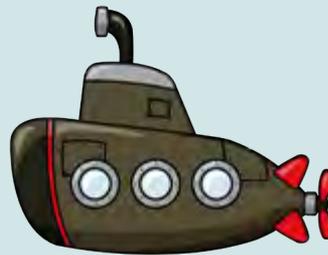


Penjumlahan bilangan bulat negatif dan bilangan bulat positif

Perhatikan masalah 2.4 berikut!

Masalah-2.4

Sebuah kapal selam, mula-mula menyelam 120 m di bawah permukaan laut, kemudian kapal bergerak ke bawah sejauh 60 m. Coba nyatakan posisi kapal selam dari permukaan laut dengan penjumlahan bilangan bulat!



Gambar 2.7 Kapal Selam



Alternatif Penyelesaian

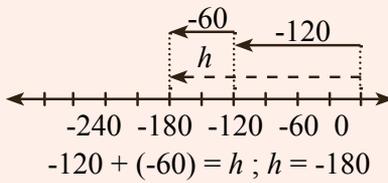
Posisi mula-mula kapal selam 120 m di bawah permukaan laut.

Bergerak ke bawah 60 m dari posisi semula.

Misalkan posisi akhir kapal selam di bawah permukaan laut adalah h .

Kita peroleh persamaan : $-120 + (-60) = h$, maka $h = -180$

Berarti kapal selam telah berada pada posisi 180 m di bawah permukaan laut. Permasalahan menentukan nilai h dapat dibantu dengan garis bilangan. Lihat gambar garis bilangan di bawah ini.



Penjumlahan bilangan bulat negatif dan bilangan bulat negatif

Sekarang mari kita perhatikan pola penjumlahan bilangan di bawah ini. Cermati hal berikut ini dan isilah titik-titik yang tersedia! Apakah ada sifat penjumlahan bilangan bulat yang siswa tarik dari pola tersebut?

Tabel 2.1 Penambahan

Bagian I	Bagian II
$5 + 4 = 9$	$-5 + 4 = -1$
$5 + 3 = 8$	$-5 + 3 = -2$
$5 + 2 = 7$	$-5 + 2 = -3$
$5 + 1 = 6$	$-5 + 1 = -4$
$5 + 0 = 5$	$-5 + 0 = -5$
$5 + (-1) = 4 = 5 - 1$	$-5 + (-1) = -6 = -5 - 1$
$5 + (-2) = 3 = 5 - 2$	$-5 + (-2) = -7 = -5 - 2$
$5 + (-3) = 2 = 5 - 3$	$-5 + (-3) = \dots = -5 + \dots$
$5 + (-4) = 1 = 5 - 4$	$-5 + (-4) = \dots = -5 + \dots$

Masalah-2.5

Pak Agum memiliki usaha penjualan ayam potong di pasar. Pada bulan pertama ia mendapat untung 4 juta rupiah, bulan kedua mengalami kerugian sebesar 6 juta rupiah. Pada bulan ketiga dan keempat, hasil penjualan Pak Agum mengalami kerugian sebesar 2 juta rupiah dan 3 juta rupiah.

- Apakah Pak Agum mengalami untung atau rugi dari hasil penjualan pada bulan pertama dan kedua?
- Hitunglah total kerugian Pak Agum untuk bulan ketiga dan keempat?



Alternatif Penyelesaian

- Pak Agum memperoleh untung dari hasil penjualan ayam pada bulan I sebesar 4 juta rupiah dan mengalami kerugian pada bulan ke-II sebesar 6 juta rupiah.

Dalam perhitungan untung dan rugi dari hasil penjualan, kita menggunakan tanda negatif ketika mengalami kerugian dan tanda positif ketika mengalami keuntungan. Jadi untuk mengetahui apakah Pak Agum memperoleh keuntungan atau kerugian dari hasil penjualan ayamnya, kita jumlahkan hasil keuntungan dan kerugian yang diperoleh sebagai berikut.

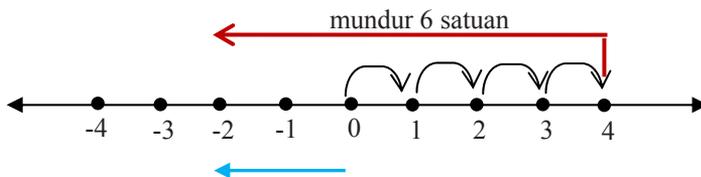
$$\begin{array}{ll} \text{Untung} & = 4 \text{ juta} \\ \text{Rugi} & = 6 \text{ juta} \\ \text{Untung} + \text{Rugi} & = 4 + (-6) = \dots \end{array}$$

mari kita selesaikan menggunakan garis bilangan:

Langkah-langkah:

- Ambil titik nol sebagai titik acuan kemudian bergeraklah (arah kanan dari titik nol) menuju ke titik 4.
- Karena bilangan 4 dijumlahkan dengan bilangan bulat negatif 6 maka mundurlah ke kiri sebanyak 6 satuan dari titik 4..

3. Pandanglah titik acuan hingga ke titik berhenti setelah mundur sebanyak 6 satuan.



4. Dari gambar di atas, hasil penjumlahan $4 + (-6) = -2$. Dengan demikian dari hasil penjualan ayam pada bulan I dan II, Pak Agum mengalami kerugian sebesar 2 juta rupiah.

Mari kita coba menentukan hasil penjumlahan $4 + (-6)$ dengan melihat pola hasil penjumlahan bilangan bulat sebagai berikut.

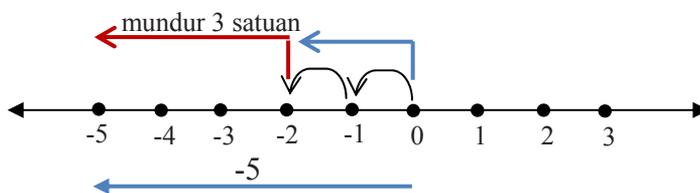
$4 + 2 = 6$	$4 + (-3) = 1$
$4 + 1 = 5$	$4 + (-4) = 0$
$4 + 0 = 4$	$4 + (-5) = -1$
$4 + (-1) = 3$	$4 + (-6) = -2$
$4 + (-2) = 2$	Jadi $4 + (-6) = -2$

- b. Penjualan ayam Pak Agum mengalami kerugian pada bulan ke-III sebesar 2 juta rupiah, dan kerugian pada bulan ke-IV adalah 3 juta rupiah, maka total kerugian Pak Agum pada bulan ke III dan IV menjadi:

$$(-2) + (-3) = \dots$$

Dengan langkah-langkah yang sama dapat kita peroleh hasil $(-2) + (-3)$

1. Ambil titik nol sebagai titik acuan kemudian bergeraklah ketitik -2
2. Karena operasi penjumlahan bertanda negatif maka mundurlah sebanyak 3 satuan.
3. Pandanglah titik acuan hingga ke titik berhenti setelah mundur sebanyak 3 satuan. Hal ini dapat digambarkan dalam garis bilangan:



Dari gambar diperoleh $(-2) + (-3) = -5$



Arahkan siswa menentukan hasil penjumlahan bilangan bulat negatif dengan melihat pola. Gunakan pengetahuan yang dimiliki siswa terkait penjumlahan bilangan bulat positif untuk meyakini kebenaran hasil penjumlahan bilangan bulat negatif dengan mencermati pola dari hasil pengurangan bilangan bulat.

Coba perhatikan cara menentukan $(-2) + (-3)$ dengan pola hasil penjumlahan bilangan berikut.

$$\begin{array}{rcl}
 2 + 3 & = & 5 \\
 1 + 3 & = & 4 \\
 0 + 3 & = & 3 \\
 -1 + 3 & = & 2 \\
 -2 + 3 & = & 1 \\
 -3 + 3 & = & 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 -2 + 2 & = & 0 \\
 -2 + 1 & = & -1 \\
 -2 + (0) & = & -2 \\
 -2 + (-1) & = & -3 \\
 -2 + (-2) & = & -4 \\
 -2 + (-3) & = & -5
 \end{array}$$

Dari pola di tersebut dapat kita tuliskan:

- Pola yang tampak pada hasil penjumlahan dua bilangan di atas adalah “berkurang 1”
- Jika kedua bilangan bertanda sama (sama-sama positif atau sama-sama negatif), maka jumlahkan lebih dahulu kedua bilangan tersebut kemudian kembalikan tanda pada hasilnya.
 - $2 + 3 = 5$
 - $-2 + (-3) = -(2+3) = -5$

- Jika kedua bilangan berlawanan tanda (bilangan positif dan bilangan negatif), kurangi bilangan yang bernilai lebih besar dengan bilangan yang bernilai lebih kecil tanpa memperhatikan tanda. Hasilnya, berilah tanda sesuai bilangan yang bernilai lebih besar.

$$- 45 + 30 = - (40 - 35) = -5$$

$$- 75 - 125 = - (125 - 75) = -50$$

Aplikasi pengurangan bilangan bulat banyak ditemukan dalam aktivitas kehidupan atau dalam masalah kehidupan sehari-hari. Mari kita cermati ilustrasi berikut.

Masalah-2.6

Seekor katak mula-mula di titik 0. Katak itu dapat melompat ke kiri atau ke kanan. Sekali melompat jauhnya 4 satuan. Jika katak melompat dua kali ke kanan, kemudian 3 kali ke kiri, maka katak itu sampai di titik...



Gambar 2.9: Katak Melompat



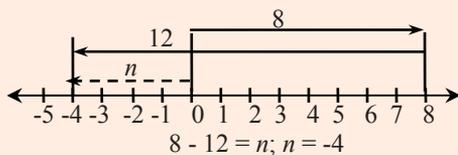
Alternatif Penyelesaian

Katak berangkat dari titik nol.

Karena satu kali lompat, katak berada pada 4 satuan maka untuk dua kali melompat ke kanan, katak berada pada titik $(2 \times 4 = 8)$.

Kemudian katak melompat 3 kali arah kiri dari titik 8, maka katak berada pada titik $(8 - (3 \times 4) = 8 - 12 = - 4)$.

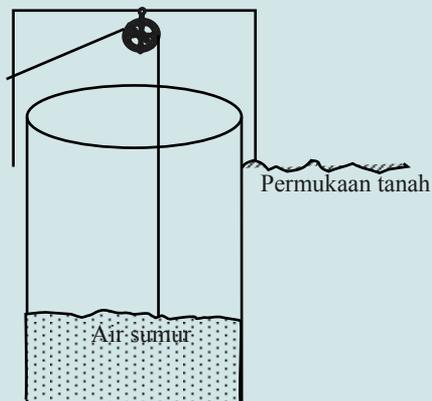
Untuk lebih memahami perhatikan garis bilangan berikut.



Pengurangan bilangan positif dan bilangan negatif

Masalah-2.7

Edward ingin membuat katrol timba air. Ketinggian katrol di atas permukaan tanah 2 m dan permukaan air 3 m di bawah permukaan tanah. Berapa panjang tali dari permukaan air ke katrol?



Gambar-2.10: Sumur



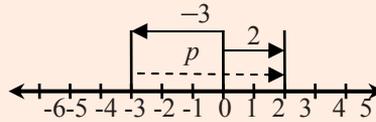
Alternatif Penyelesaian

Ketinggian katrol dari permukaan tanah 2 m, dan permukaan air di bawah permukaan tanah 3 m.

Misalkan p panjang tali dari permukaan air ke katrol, sehingga $p = 2 - (-3) = 2 + 3 = 5$.

Jadi, panjang tali dari katrol ke permukaan air 5 m.

Untuk lebih memahami bagaimana cara memperoleh nilai p perhatikan garis bilangan, yang disajikan pada gambar di bawah ini.



$$2 - (-3) = 2 + 3 = p; p = 5$$

Pengurangan bilangan positif dan bilangan negatif

Masalah-2.8

Budi bermain kelereng dengan Ali. Mula-mula Ia kalah 3 kelereng. Kemudian Budi bermain dengan Ati, ternyata Budi kalah 2 kelereng. Berapa kelereng kekalahan Budi seluruhnya?



Gambar-2.11: Anak Bermain



Alternatif Penyelesaian

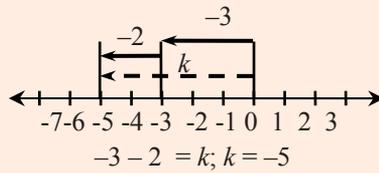
Mula-mula Budi kalah 3 kelereng, kemudian kalah lagi 2 kelereng.

Misalkan k adalah banyak kelereng kekalahan Budi, maka

$$k = -3 - 2 = -5.$$

Banyak kelereng kekalahan budi adalah 5 kelereng.

Perhatikan garis bilangan berikut untuk membantu siswa menentukan banyaknya kelereng kekalahan Budi!



Pengurangan bilangan negatif dan bilangan positif

Masalah-2.9

Dua ekor ikan mas berada di dalam aquarium. Ikan yang besar 15 cm berada di bawah permukaan air dan ikan yang kecil 9 cm berada di bawah permukaan air. Berapa perbedaan jarak kedua ekor ikan dari permukaan air?



Gambar-2.12: Aquarium



Alternatif Penyelesaian

Posisi ikan yang besar 15 cm di bawah permukaan air, dan posisi ikan kecil 9 cm di bawah permukaan air.

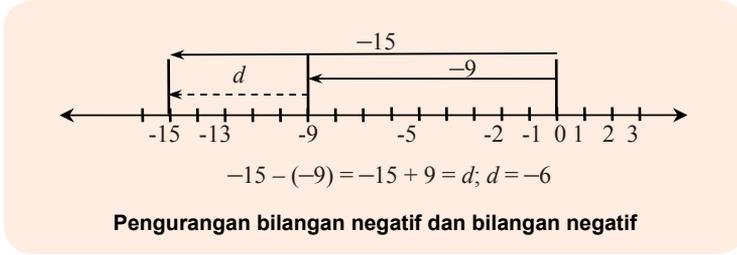
Misal d adalah perbedaan jarak kedua ikan dari permukaan air, maka:

$$d = -15 - (-9) = -15 + 9 = -6.$$

Karena ukuran jarak selalu positif maka nilai $d = 6$

Jadi perbedaan jarak kedua ikan di bawah permukaan air adalah 6 cm.

Untuk lebih memahami bagaimana cara memperoleh nilai d perhatikan garis bilangan berikut.



Arahkan siswa untuk menemukan berbagai sifat operasi penjumlahan dan pengurangan pada bilangan bulat. Ajukan berbagai pertanyaan untuk menguji pemahaman siswa dan ajukan masalah untuk lebih mendalami sifat-sifat tersebut.

Sekarang mari kita tentukan pola untuk menentukan hasil pengurangan dua bilangan bulat. Cermati hal berikut ini dan isilah titik-titik yang tersedia.

Tabel 2.2 Pengurangan

Bagian I	Bagian II
$5 - 4 = 1 = 5 + (-4)$	$-5 - 4 = -9 = -5 + (-4)$
$5 - 3 = 2 = 5 + (-3)$	$-5 - 3 = -8 = -5 + (-3)$
$5 - 2 = 3 = 5 + (-2)$	$-5 - 2 = -7 = -5 + (-2)$
$5 - 1 = 4 = 5 + (-1)$	$-5 - 1 = -6 = -5 + (-1)$
$5 - 0 = 5 = 5 + 0$	$-5 - 0 = -5 = -5 + 0$
$5 - (-1) = 6 = 5 + 1$	$-5 - (-1) = -4 = -5 + 1$
$5 - (-2) = 7 = 5 + 2$	$-5 - (-2) = -3 = -5 + 2$

$$5 - (-3) = \dots = \dots + \dots$$

$$-5 - (-3) = \dots = \dots + \dots$$

$$5 - (-4) = \dots = \dots + \dots$$

$$-5 - (-4) = \dots = \dots + \dots$$

Berdasarkan beberapa pemecahan masalah nyata dan pola pengurangan bilangan bulat pada bagian I dan bagian II di atas, diperoleh sifat berikut ini.



Sifat -2.1

Misalkan a, b bilangan bulat.

- Mengurangkan b dari a sama halnya dengan menjumlahkan a dengan lawan dari b , ditulis, $a - b = a + (-b)$
- Setiap bilangan bulat dikurangkan atau dijumlahkan dengan 0 hasilnya bilangan itu sendiri.

Dari berbagai hasil penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif atau bilangan bulat negatif serta hasil pengurangan bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif atau bilangan bulat negatif, hasilnya selalu bilangan bulat. Dari hal ini dapat disimpulkan sifat ketertutupan himpunan bilangan bulat terhadap operasi penjumlahan dan pengurangan sebagai berikut.



Sifat -2.2

Himpunan Bilangan Bulat bersifat tertutup terhadap operasi penjumlahan atau pengurangan; artinya, jumlah atau selisih dua bilangan bulat, pasti bilangan bulat.

Ditulis:

$a + b = c$, dengan a, b , dan c bilangan-bilangan bulat

$a - b = d$, dengan a, b , dan d bilangan-bilangan bulat

Cermati kembali sifat penjumlahan sebarang bilangan bulat dengan bilangan nol. Bagaimana hasilnya?

Contoh 2.3

- a. $2 + 0 = 0 + 2 = 2$
- b. $-5 + 0 = 0 + (-5) = -5$
- c. $15 + 0 = 0 + 15 = 15$

Dari ketiga contoh tersebut dapat kita simpulkan bahwa:



Sifat -2.3

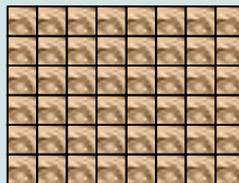
Himpunan Bilangan Bulat memiliki unsur identitas penjumlahan, yaitu 0, artinya jumlah bilangan bulat dengan nol adalah bilangan itu sendiri.

Ditulis $a + 0 = 0 + a = a$, dengan a bilangan bulat.

Masalah-2.10

Wira dan Wiri kakak beradik sedang membantu ayahnya memasang ubin rumah seperti yang tampak pada gambar. Berapakah kotak ubin yang mereka pasang?

Hasil Pemasangan Wira



Hasil Pemasangan Wiri





Alternatif Penyelesaian

Banyak ubin yang terpasang adalah banyak ubin hasil pemasangan Wira ditambah banyaknya ubin hasil pemasangan Wiri yakni:

$$\begin{aligned} \text{Hasil pemasangan Wira} + \text{Hasil pemasangan Wiri} = \\ 48 \text{ ubin} + 35 \text{ Ubin} \end{aligned}$$

Jika di pertukarkan maka:

$$\begin{aligned} \text{Hasil pemasangan Wiri} + \text{Hasil pemasangan Wira} = \\ 35 \text{ ubin} + 48 \text{ Ubin} \end{aligned}$$

Menurut siswa apakah $48 + 35 = 35 + 48$. Jika sama, coba pikirkan alasan siswa berdasarkan gambar di atas, mengapa demikian?

Dari hasil ilustrasi di atas, kita misalkan banyak ubin hasil pemasangan Wira adalah a dan banyaknya ubin hasil pemasangan Wiri adalah b .

Coba cermati: apakah $a + b = b + a$?

Ternyata pertukaran tempat (*sifat komutatif*) terhadap operasi penjumlahan a dan b tidak merubah hasil perhitungan.

Perhatikan beberapa contoh berikut!

Contoh 2.4

- $34 + 2 = 2 + 34 = 36$
- $-21 + (-54) = -75$
 $-54 + (-21) = -75$
Perhatikan $-21 + (-54) = -54 + (-21) = -75$
- $37 + 25 = 25 + (-37) = -12$

Berdasarkan masalah dan contoh di atas dapat ditetapkan sifat berikut.



Sifat -2.4

Misalkan a dan b bilangan-bilangan bulat.
Operasi penjumlahan pada bilangan bulat memenuhi sifat komutatif (pertukaran), ditulis dengan: $a + b = b + a$



Minta siswa mengisi kotak sebagai hasil penjumlahan bilangan bulat dengan menerapkan sifat komutatif penjumlahan bilangan bulat. Ajukan pertanyaan untuk menguji pemahaman siswa terkait sifat komutatif tersebut.

Contoh 2.5

Isilah kotak-kotak berikut yang masih kosong dengan hasil penjumlahan bilangan-bilangan bulat

+	7	8	9	10	-10	-11
7	14				-3	-4
8		16		18		
9			18			
10		18		20		
-10	-3			0	-20	
-11				-1		-22

- Apakah $8 + 9 = 9 + 8$?
- Apakah $-10 + 9 = 9 + (-10)$?

Dapatkan siswa menunjukkan contoh yang lain ?

Perhatikan beberapa contoh berikut.

Contoh 2.6

a. $1 + (3 + 4) = (1 + 3) + 4$

$$1 + 7 = 4 + 4$$

$$8 = 8$$

Ternyata: $1 + (3 + 4) = (1 + 3) + 4$

b. $2 + (-10 + 8) = 2 + (-2) = 0$

$$(2 + (-10)) + 8 = (2 - 10) + 8 = -8 + 8 = 0$$

Perhatikan $2 + (-10 + 8) = (2 + (-10)) + 8 = 0$

c. $(-5 + 3) + 7 = -2 + 7 = 5$

$$-5 + (3 + 7) = -5 + 10 = 5$$

Perhatikan $(-5 + 3) + 7 = -5 + (3 + 7) = 5$

d. $-3 + (2 + (-3)) = -3 + (-1) = -4$

$$(-3 + 2) + (-3) = -1 + (-3) = -4$$

Perhatikan $-3 + (2 + (-3)) = (-3 + 2) + (-3) = -4$

Berdasarkan contoh di atas dapat kita tetapkan sifat asosiatif pada bilangan bulat terhadap operasi penjumlahan sebagai berikut.



Sifat -2.5

Misalkan a , b , dan c bilangan-bilangan bulat.

Operasi penjumlahan pada bilangan bulat memenuhi sifat asosiatif (pengelompokan), ditulis: $a + (b + c) = (a + b) + c$.



Meminta siswa berdiskusi dengan temannya, apakah berlaku sifat komutatif dan asosiatif terhadap operasi pengurangan pada bilangan bulat? Tentu kedua sifat ini tidak berlaku pada operasi pengurangan pada bilangan bulat.



Uji Kompetensi - 2.1

1. Pak Manupati adalah seorang peternak ayam potong dan ayam kampung. Ia memelihara 650 ekor ayam potong dan 135 ekor ayam kampung. Akibat terjangkit flu burung, dalam minggu yang sama terdapat 65 ayam potong dan 45 ayam kampung yang mati.
 - a. Berapa banyak ayam potong yang masih hidup?
 - b. Berapa selisih banyak ayam potong dan ayam kampung yang mati?
2. Abdul mempunyai hutang pada Boas sebesar Rp700.000,00. Karena anak pak Abdul mengalami

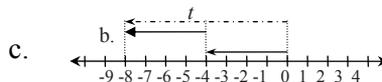
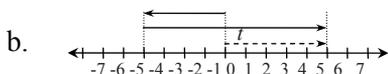
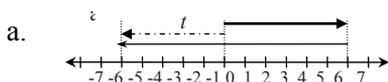
kecelakaan, Ia terpaksa meminjam uang lagi pada Boas sebesar Rp200.000,00. Gambarkanlah permasalahan ini pada garis bilangan dan tentukan berapa hutang Abdul seluruhnya pada Boas!

- Seorang turis di selat Sunda melihat seekor ikan paus meloncat kegirangan sampai 4 m di atas permukaan laut. Kemudian ia kembali ke laut menyelam sampai 9 m di bawah permukaan laut. Gambarkanlah dalam garis bilangan posisi ikan paus dari mulai meloncat sampai menyelam untuk menentukan lintasan yang dilalui ikan tersebut!

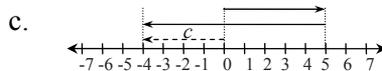
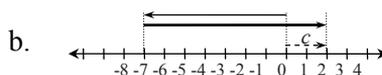
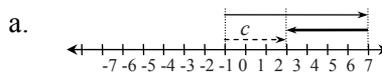
- Diketahui suhu di Puncak Jaya Wijaya -4°C , sedangkan suhu di Kota Mekah 48°C . Hitunglah selisih suhu kedua tempat tersebut!

- Jarak Kota A dan Kota B 40 km. Jika Kota C terletak di antara Kota A dan B, sedangkan jaraknya 25 km dari Kota B, berapakah jarak Kota C dari Kota A?

- Tulislah sebuah persamaan dengan operasi penjumlahan untuk menentukan nilai t !



- Tulis sebuah persamaan dengan operasi pengurangan untuk menentukan nilai c !



- Hitunglah!

a. $-9 + 2 + (-8) =$

b. $-24 + (-11) + 24 =$

c. $-21 + 5 + (-14) =$

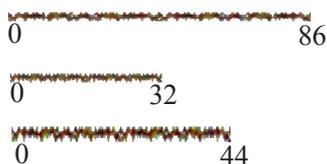
d. $-7 + (-3) + 6 =$

- Leonardo menyusun karung berisi beras di dalam gudang. Lantai gudang berbentuk persegi panjang, panjang lantai 10 m dan lebar 8 m. Banyak beras adalah 80 karung. Berapa lapis susunan karung menurut panjang dan lebar, jika ukuran panjang karung 1 m dan lebarnya 1 m?

10. Apakah sifat komutatif berlaku untuk operasi pengurangan bilangan bulat? Uji pada dua soal berikut:

a. $897 - 666 = \dots$ b. $-64 + 16 = \dots$

11. Diberikan 3 utas tali, tali I memiliki ukuran 86 m, tali II memiliki ukuran 32 m, tali III berukuran 44 m. Jika kita sambung tali I, tali II, dan tali III, berapakah panjang tali keseluruhan!



Gambar-2.12: Utas Tali

- i) Coba sambung tali II dengan tali III. Kemudian sambung tali I dengan hasil sambungan tali II dan tali III. Catat berapa panjang tali keseluruhannya!
- ii) Coba sambung tali I dan tali II. Kemudian hasil sambungan tali I dan tali II, sambung dengan tali III. Catat berapa panjang tali keseluruhannya!
- iii) Misalkan panjang tali I adalah a , panjang tali II adalah b dan panjang tali III adalah c . Apakah $a + (b + c) = (a + b) + c$?

12. Jelaskan arti pengurangan dengan bilangan negatif berikut dan hitunglah:

- a. $2 - (-3) =$
- b. $4 - (-6) =$

b) Perkalian dan Pembagian Bilangan Bulat

1) Perkalian Bilangan Bulat

Apakah ada hubungan operasi perkalian dengan operasi penjumlahan dan apakah ada hubungan operasi pembagian dengan operasi pengurangan? Mari kita temukan konsep perkalian dari konsep penjumlahan dengan memecahkan masalah nyata.

Masalah-2.11

Satu batang tebu memiliki 15 ruas dengan panjang yang sama. Setiap satu ruas panjangnya 20 cm. Berapa meter panjang batang tebu tersebut?





Alternatif Penyelesaian

Diketahui banyak ruas tebu adalah 15 ruas

Panjang satu ruas tebu adalah 20 cm

Misalkan panjang tebu adalah x

$$x = 15 \times 20 = 300 \text{ cm.}$$

1 m = 100 cm, maka 300 cm = 3 m.

Jadi panjang tebu adalah 3 m.



Ingatkan kembali pada siswa tentang materi pengukuran yang dipelajari di Sekolah Dasar, bagaimana mengubah satuan pengukuran dari centi meter ke meter.

Masalah-2.12

Hana sedang sakit flu berat dan diberi obat oleh dokter. Untuk *antibiotik* 3×1 sehari dan *paracetamol* 3×2 sehari. Berapa banyak obat yang dimakan Hana dalam 3 hari?



Alternatif Penyelesaian

Untuk obat antibiotik banyak obat yang diminum dalam sehari yakni pagi, siang, dan malam satu tablet, maka obat yang diminum adalah:

3×1 berarti: 1 tablet diminum pagi hari, 1 tablet tablet diminum siang hari, dan 1 tablet diminum malam hari.

Maka banyak obat antibiotik yang dimakan Hana adalah 3 tablet.

Dapat ditulis menjadi: $3 \times 1 = 1 + 1 + 1 = 3$.

Untuk obat paracetamol:

3×2 berarti: 2 tablet diminum pagi hari, 2 tablet tablet diminum siang hari, dan 2 tablet diminum malam hari.

Dapat ditulis menjadi : $3 \times 2 = 2 + 2 + 2 = 6$.

Banyak obat paracetamol yang diminum Hana dalam sehari adalah 9 tablet, sehingga untuk 3 hari ke depan, Hana meminum obat paracetamol sebanyak:

$$9 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 27 \text{ tablet.}$$



Definisi 2.1

Misalkan a , b bilangan bulat positif.

- Perkalian bilangan a dan b adalah penjumlahan berulang bilangan b sebanyak a suku, dapat ditulis $a \times b = \underbrace{b + b + b + \dots + b}_{\text{sebanyak } a \text{ suku}}$
- Perkalian bilangan b dan a adalah penjumlahan berulang bilangan a sebanyak b suku, dapat ditulis $b \times a = \underbrace{a + a + a + \dots + a}_{\text{sebanyak } b \text{ suku}}$

Perhatikan beberapa contoh berikut!

Contoh 2.7

1) $4 \times (-9) = (-9) + (-9) + (-9) + (-9) = -36$

2) $3 \times (-8) = (-8) + (-8) + (-8) = -24$

Selain Contoh 2.7, perhatikan pola hasil perkalian dua bilangan bulat di bawah ini.

Bagian I	Bagian II
$2 \times 6 = 12$	$6 \times 2 = 12$
$2 \times 5 = 10$	$5 \times 2 = 10$
$2 \times 4 = 8$	$4 \times 2 = 8$
$2 \times 3 = 6$	$3 \times 2 = 6$
$2 \times 2 = 4$	$2 \times 2 = 4$
$2 \times 1 = 2$	$1 \times 2 = 2$

$2 \times 0 = 0$	$0 \times 2 = 0$
$2 \times (-1) = -2$	$(-1) \times 2 = -2$
$2 \times (-2) = -4$	$(-2) \times 2 = -4$
$2 \times (-3) = \dots$	$(-3) \times 2 = \dots$
$2 \times (-4) = \dots$	$(-4) \times 2 = \dots$
$2 \times (-5) = \dots$	$(-5) \times 2 = \dots$

Pada bagian I, dengan menggunakan pola hasil kali dua bilangan bulat positif, membantu kita menemukan pola hasil kali bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif. Sedangkan pada bagian II, penerapan pola hasil kali dua bilangan bulat positif, mengarahkan kita menemukan pola hasil kali bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif.

Berdasarkan data pada tabel di atas, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini agar siswa dapat melihat beberapa pola yang terjadi sehingga melahirkan sifat-sifat operasi perkalian pada bilangan bulat.

- Pada tabel bagian I dan II, perhatikan hasil kali yang diberikan, naik atau turun? Ada berapa selisihnya?
- Pada tabel bagian I, hasil kali bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif adalah
- Pada tabel bagian II, hasil kali bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif adalah
- Bagaimana hasil kali pada bagian I dan II, apakah sama? coba pikirkan sifat apa yang terjadi?

Hasil kali bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif menghasilkan bilangan negatif dan hasil kali bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif juga menghasilkan bilangan negatif. Perhatikan sifat berikut.



Sifat -2.6

a). Jika a bilangan bulat positif dan b bilangan bulat negatif, maka

$$a \times (-b) = -(ab).$$

b). Jika a bilangan bulat negatif dan b bilangan bulat positif, maka

$$(-a) \times b = -(ab).$$

Selanjutnya, cermati perkalian dua bilangan bulat berikut.

Bagian III	Bagian IV
$2 \times (-4) = -8$	$(-4) \times 2 = -8$
$1 \times (-4) = -4$	$(-4) \times 1 = -4$
$0 \times (-4) = 0$	$(-4) \times 0 = 0$
$(-1) \times (-4) = 4$	$(-4) \times (-1) = 4$
$(-2) \times (-4) = 8$	$(-4) \times (-2) = 8$
$(-3) \times (-4) = 12$	$(-4) \times (-3) = 12$
$(-4) \times (-4) = 16$	$(-4) \times (-4) = 16$
$(-5) \times (-4) = 20$	$(-4) \times (-5) = 20$
$(-6) \times (-4) = 24$	$(-4) \times (-6) = 24$

Bagian III, menunjukkan hasil kali bilangan bulat positif dengan bilangan negatif dan hasil kali bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif, dapat digunakan untuk menunjukkan pola hasil kali bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif adalah bilangan bulat positif.

Berdasarkan data pada tabel di atas, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini agar siswa dapat melihat beberapa pola yang terjadi sehingga melahirkan sifat-sifat operasi perkalian pada bilangan bulat.

- Pada tabel bagian III dan IV, perhatikan hasil kali yang diberikan, naik atau turun? Ada berapa selisihnya?
- Pada tabel bagian III dan IV, hasil kali bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif adalah
- Bagaimana hasil kali pada bagian III dan IV, apakah sama? coba pikirkan sifat apa yang terjadi?
- Perhatikan tabel bagian I, II, III, dan IV, hasil kali bilangan 0 dan bilangan bulat lainnya adalah Hasil kali bilangan 1 dengan bilangan bulat lainnya adalah



Sifat -2.7

Jika a bilangan bulat negatif dan b bilangan bulat negatif, maka $(-a) \times (-b) = a.b$.

Berdasarkan Definisi-2.1, sifat 2.6 dan sifat 2.7, ditemukan bahwa hasil kali dua bilangan bulat selalu merupakan bilangan bulat, seperti disajikan pada sifat berikut ini.



Sifat -2.8

Himpunan Bilangan Bulat bersifat tertutup terhadap operasi perkalian, artinya hasil perkalian dua atau lebih bilangan bulat pasti hasilnya bilangan bulat. Ditulis $a \times b = c$, dengan a , b , dan c bilangan-bilangan bulat.

Untuk melengkapi Sifat 2.5, 2.6, dan 2.7, berikut ini diberikan sifat-sifat lain yang muncul dalam perkalian dua bilangan bulat.



Sifat -2.9

Beberapa sifat hasil operasi perkalian pada bilangan bulat

1. Setiap bilangan bulat dikalikan dengan 0 (nol) hasilnya nol.
2. Setiap bilangan bulat dikalikan dengan 1 hasilnya bilangan bulat itu sendiri.
3. Bilangan bulat positif dikalikan dengan bilangan bulat positif hasilnya bilangan bulat positif dapat ditulis $(+ \times + = +)$.
4. Bilangan bulat positif dikalikan dengan bilangan bulat negatif hasilnya bilangan bulat negatif, dapat ditulis $(+ \times - = -)$.
5. Bilangan bulat negatif dikalikan dengan bilangan bulat positif hasilnya bilangan bulat negatif dapat ditulis $(- \times + = -)$.
6. Bilangan bulat negatif dikalikan dengan bilangan bulat negatif hasilnya bilangan bulat positif dapat ditulis $(- \times - = +)$

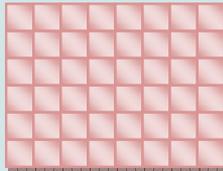


Arahkan siswa menemukan sifat-sifat yang dimiliki bilangan bulat terhadap operasi perkalian melalui pemecahan masalah dan contoh-contoh soal. Minta siswa memecahkan masalah berikut dan menyajikan hasilnya di depan kelas serta menguji pemahaman siswa dengan mengajukan pertanyaan-pertanyaan beserta alasan-alasan logis dari suatu pernyataan.

Masalah-2.13

Pekerjaan Amin dan Surya adalah buruh tukang bangunan. Mereka berdua sedang memasang ubin di suatu rumah. Hasil pemasangannya dapat dilihat pada gambar di bawah ini. Berapakah ubin yang terpasang oleh Amin dan Surya?

Hasil Pemasangan Amin



Gambar-2.12a

Hasil Pemasangan Surya



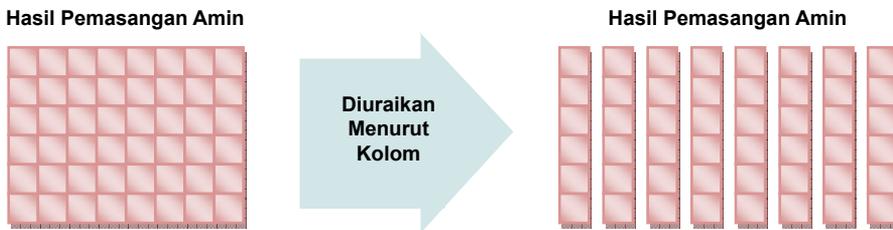
Gambar-2.12b

Gambar 2.12: Pemasangan Ubin



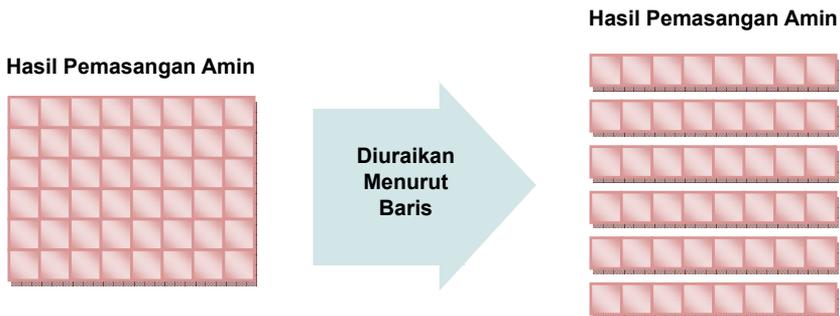
Alternatif Penyelesaian

Banyak ubin hasil pemasangan Amin dapat dinyatakan hasil perkalian bilangan cacah, cermati hal berikut.



Gambar 2.12: Pemasangan Ubin Amin

Perhatikan di atas, banyaknya ubin hasil pemasangan Amin adalah
 $8 \times 6 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 48$



Gambar 2.13: Pemasangan Ubin Amin

Perhatikan Gambar 2.13 di atas, banyaknya ubin hasil pemasangan Amin adalah:
 $6 \times 8 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 48$

Berdasarkan Gambar 2.12 dan Gambar 2.13, dapat disimpulkan bahwa:
 $8 \times 6 = 6 \times 8 = 48$.



Minta siswa berdiskusi dengan teman mu untuk menentukan berapa banyak ubin yang dipasang Surya? Terapkan cara di atas seperti penentuan banyak ubin yang dipasang Amin. Selanjutnya minta siswa mengisi tabel berikut dan memperhatikan sifat-sifat yang muncul.

Contoh 2.8

a. Lengkapilah tabel berikut!

x	7	8	9	10	-10	-11
7	49	56	63	70	-70	-77
8	56	64	72	80	-80	-88
9	63		81			-99
10	70	80		100		
-10	-70			-100	100	110
-11	-77		-99	-110	110	-121

Berdasarkan hasil perkalian bilangan bulat pada tabel di atas diperoleh bahwa:

- $7 \times 8 = 8 \times 7 = 56$
- $7 \times (-10) = -10 \times 7 = -70$
- $-11 \times (-10) = (-11) \times (-10) = 110$
- $-11 \times 9 = 9 \times (-11) = -99$

Berdasarkan masalah dan contoh perkalian bilangan bulat di atas, ditemukan sifat berikut.



Sifat -2.10

Misalkan a dan b bilangan-bilangan bulat,
Operasi perkalian pada bilangan bulat memenuhi sifat komutatif,
dapat ditulis

$$a \times b = b \times a.$$

Perhatikan contoh berikut!

Contoh 2.9

- a. $4 \times (3 \times 5) = 4 \times 15 = 60$
 $(4 \times 3) \times 5 = 12 \times 5 = 60$
Perhatikan bahwa $4 \times (3 \times 5) = (4 \times 3) \times 5 = 60$.
- b. $-3 \times (-5 \times 6) = -3 \times (-30) = 90$
 $(-3 \times (-5)) \times 6 = 15 \times 6 = 90$
Perhatikan bahwa $-3 \times (-5 \times 6) = (-3 \times (-5)) \times 6 = 90$.
- c. $(-5 \times 5) \times 4 = -25 \times 4 = -100$
 $-5 \times (5 \times 4) = -5 \times 20 = -100$
Jadi $(-5 \times 5) \times 4 = -5 \times (5 \times 4) = -5 \times 20 = -100$.

Berdasarkan contoh di atas dapat kita tetapkan sifat assosiatif operasi perkalian pada bilangan bulat sebagai berikut.



Sifat -2.11

Misalkan a , b , dan c bilangan-bilangan bulat.

Operasi perkalian pada bilangan bulat berlaku sifat assosiatif, dapat ditulis

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$$

2) Sifat distributif (penyebaran) pada bilangan bulat

Dalam sifat distributif kita menggunakan operasi penjumlahan dan perkalian sekaligus. Perhatikan permasalahan berikut.

Masalah-2.14

Ibu Lena adalah seorang pedagang buah apel. Ia memasukkan buah apel ke dalam keranjang sebanyak 8 karung dengan setiap karung berisi 100 buah apel. Ternyata keranjang tersebut belum penuh, sehingga Ibu Lena menambahkan 12 buah apel lagi pada setiap karung. Berapa buah apel di dalam keranjang tersebut?



Gambar-2.14: Apel



Alternatif Penyelesaian

Banyak karung dalam keranjang adalah 8 buah.

Masing-masing karung berisi 100 apel.

Banyak buah apel dalam keranjang mula-mula = 8×100 apel.

Setiap karung ditambahkan 12 buah apel.

Berarti banyak apel yang ditambahkan = 8×12 buah.

Banyak apel dalam keranjang setelah ditambahkan 12 apel pada setiap karung adalah $8 \times 100 + 8 \times 12 = 800 + 96 = 896$ apel.



Tanyakan kepada siswa, apakah ada cara lain menentukan banyak buah apel dalam keranjang?

Diskusi

Misalkan: banyak karung dalam keranjang adalah a .
banyak buah apel dalam setiap karung adalah b .
banyak buah apel yang ditambahkan pada setiap karung adalah c .

Coba cermati

Apakah $a(b + c) = (a.b) + (a.c)$?

Jika sama, berikan penjelasan mengapa demikian!



Masalah-2.15

Pak Rahmat mendapat paket hari raya terdiri atas beberapa bungkus. Ada 5 bungkus yang masing-masing berisi 10 kue Wafer dan 5 bungkus lagi yang masing-masing berisi 6 Wafer. Berapa banyaknya Wafer yang diterima Pak Rahmat?

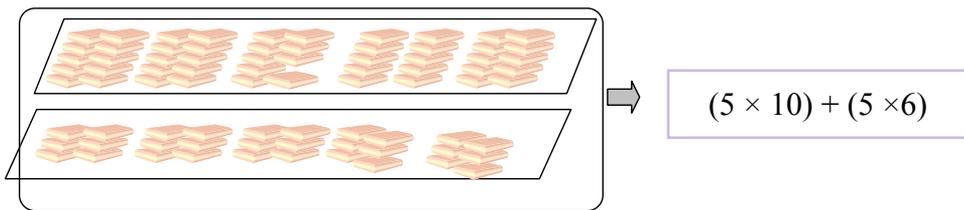


Alternatif Penyelesaian

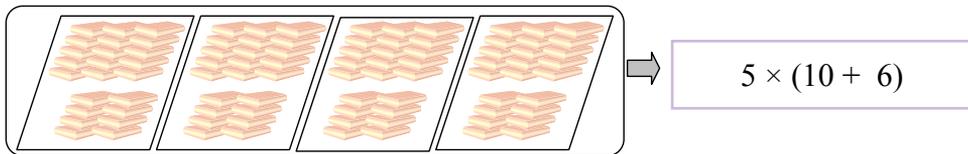
Dari soal cerita tersebut dapat dituliskan menjadi:

$$\begin{aligned}(5 \times 10) + (5 \times 6) &= \dots & \text{atau} & \quad 5 \times (10 + 6) = \dots \\ 50 + 30 &= 80 & \text{atau} & \quad 5 \times 16 = 80\end{aligned}$$

Untuk jelasnya perhatikan gambar di bawah ini!



Gambar-15a: Dua Bungkusan Roti Wafer



Gambar-15b: Modifikasi Dua Bungkusan Roti Wafer

Banyak roti Wafer pada Gambar-15a sama dengan banyak roti Wafer pada Gambar-15b sehingga dapat ditulis $4 \times (15 + 8) = (4 \times 15) + (4 \times 8)$.

Pengerjaan hitung tersebut menggunakan sifat distributif (penyebaran) perkalian terhadap penjumlahan.

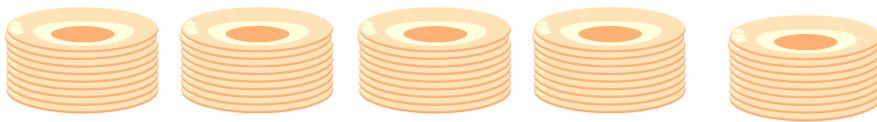
Masalah -2.16

Tuti sedang menyusun piring-piring. Piring-piring tersebut disusun dalam 5 tumpukan. Setiap satu tumpukan terdiri dari 9 piring. Kemudian Tuti mengambil 4 piring dari setiap tumpukan. Berapa banyak piring yang tersisa?



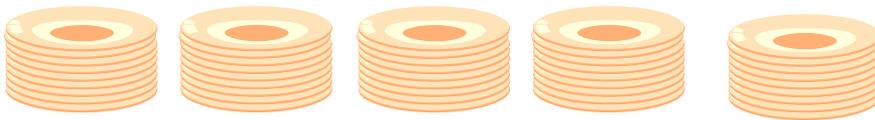
Alternatif Penyelesaian

Pengerjaan menentukan banyak piring yang tersisa dapat diilustrasikan pada gambar di bawah ini!

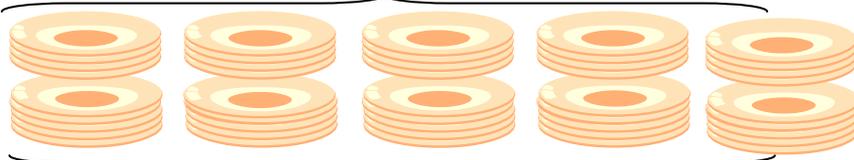


$$\text{Banyak piring} = 5 \times 9$$

Gambar-16a: Susunan Piring



$$\text{Banyak piring yang diambil} = 5 \times 4$$



$$\text{Banyak piring sisa} = 5 \times (9 - 4)$$

Gambar-16b: Susunan Piring

Diskusi

Coba cermati!

Apakah $5 \times (9 - 4) = (5 \times 9) - (5 \times 4)$? Jelaskan apa alasanmu!

Misalkan: Banyak tumpukan piring adalah a .

Banyak piring dalam satu tumpukan mula-mula adalah b .

Banyak piring yang diambil dari tiap tumpukan adalah c .

Apakah $a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$? Jika sama, berikan penjelasanmu mengapa demikian!



Berdasarkan ilustrasi permasalahan tersebut, sifat distributif (penyebaran) operasi perkalian terhadap penjumlahan dan sifat distributif operasi perkalian terhadap pengurangan pada bilangan cacah dapat dinyatakan sebagai berikut!



Sifat -2.12

Untuk a , b , dan c bilangan bulat, berlaku sifat:

(i) $a(b + c) = (a \times b) + (a \times c)$

(ii) $a(b - c) = (a \times b) - (a \times c)$

Kedua sifat ini disebut sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan dan sifat distributif perkalian terhadap pengurangan pada bilangan bulat.

Contoh 2.10

1. $8 \times (5 + 7) = (8 \times 5) + (8 \times 7)$
2. $26 \times (25 - 20) = (26 \times 25) - (26 \times 20)$
3. $35 + 20 = (5 \times 7) + (5 \times 4) = 5 \times (7 + 4)$
4. $54 - 36 = (6 \times 9) - (6 \times 6) = 6 \times (9 - 6)$

5. $n \times (27 - 23) = (16 \times 27) - (16 \times 23)$. Berdasarkan sifat distributif perkalian terhadap pengurangan diperoleh $n = 16$.
6. $28 \times (m + 29) = (28 \times (-12)) + (28 \times 29)$. Berdasarkan sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan diperoleh $m = -12$.

3) Pembagian Bilangan Bulat

Masalah -2.17



Gambar 2.17 Kelinci

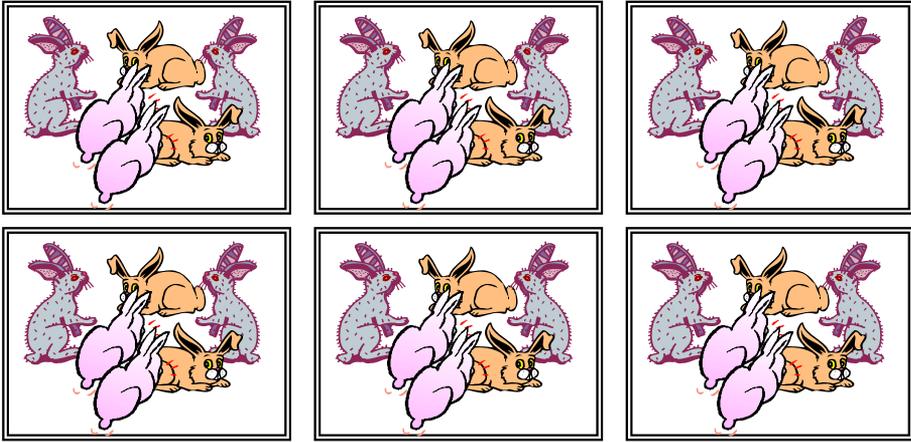
Hadi memiliki 36 ekor kelinci. Ia menempatkannya pada 6 kandang dan banyaknya kelinci pada setiap kandang adalah sama.

- Berapa ekor kelinci ada pada setiap kandang?
- Dari tiap kandang diambil 2 ekor kelinci untuk dijual oleh Hadi. Berapa ekor kelinci yang tersisa seluruhnya?
- Berapa ekor kelinci yang dijual oleh Hadi?



Alternatif Penyelesaian

Banyak kelinci Hadi adalah 36 ekor, dan banyak kandang kelinci adalah 6 buah. Karena banyak kelinci setiap kandang adalah sama, maka pembagian kelinci dapat dilakukan sebagai berikut!



Setiap kandang berisi berapa ekor kelinci? Nyatakan banyak kelinci dalam tiap kandang menggunakan operasi pembagian.

Dari setiap kandang diambil dua kelinci untuk dijual, berapa kelinci yang tersisa setiap kandang?

Berapa seluruhnya kelinci yang tersisa?

Banyak kelinci yang dijual oleh Hadi = \times =

Misalkan banyak kelinci untuk tiap kandang adalah k .

$$k = 36 : 6 = 6 \text{ atau } 36 = 6 \times k \Rightarrow k = 6.$$

Masalah -2.18

Untuk keperluan ongkos dan uang jajan Alfon ke sekolah, orangtuanya memberikan uang sebanyak Rp50.000,00. Jika setiap hari ongkos dan uang jajannya adalah Rp10.000,00, berapa harikah uang itu akan habis?



Alternatif Penyelesaian

Uang yang diberi orangtua Alfon adalah Rp50.000,00

Biaya ongkos dan jajan setiap hari Rp10.000,00

Ongkos dan uang jajan hari pertama Rp10.000,00 maka sisa uangnya adalah:

$$\text{Rp}50.000,00 - \text{Rp}10.000,00 = \text{Rp}40.000,00$$

Ongkos dan uang jajan hari kedua Rp 10.000,- maka sisa uangnya adalah:

$$\text{Rp}40.000,00 - \text{Rp}10.000,00 = \text{Rp}30.000,00$$

Ongkos dan uang jajan hari ketiga Rp 10.000,- maka sisa uangnya adalah:

$$\text{Rp}30.000,00 - \text{Rp}10.000,00 = \text{Rp}20.000,00$$

Ongkos dan uang jajan hari keempat Rp. 10.000,- maka sisa uangnya adalah:

$$\text{Rp}20.000,00 - \text{Rp}10.000,00 = \text{Rp}10.000,00$$

Ongkos dan uang jajan hari kelima Rp10.000,00 maka sisa uangnya adalah:

$$\text{Rp}10.000,00 - \text{Rp}10.000,00 = 0$$

Maka uang yang diberi orang tua Alfon akan habis selama 5 hari.

Proses perhitungan ongkos dan uang jajan Alfon di atas sama artinya dengan mengurangkan Rp10.000,00 secara berulang dari uang yang diberikan orangtuanya.

Perhitungannya kita lakukan sebagai berikut:

$$\text{Rp}50.000,00 - \text{Rp}10.000,00 - \text{Rp}10.000,00 - \text{Rp}10.000,00 - \text{Rp}10.000,00 - \text{Rp}10.000,00 = 0, \text{ artinya bahwa}$$

Rp10.000,00 di kurangkan dari Rp50.000,00 sebanyak 5 kali sehingga hasilnya menjadi 0.



Ingat kembali konsep pembagian sewaktu siswa duduk di bangku sekolah dasar.

Proses pengerjaan ini dapat juga di lakukan dengan menggunakan konsep pembagian, yaitu: $50.000 : 10.000 = 5$. (dibaca: lima puluh ribu dibagi dengan sepuluh ribu hasilnya 5).

Perhatikan lagi contoh berikut!

- Enam dibagi dengan tiga ($6 : 3$), sama artinya dengan pengurangan 3 dari 6 secara berulang, maka agar sisanya 0 kita harus mengurangi 3 dari 6 sebanyak 2 kali, yaitu: $6 - 3 - 3 = 0$. Sehingga kita sebut bahwa $6 : 3 = 2$.
- Negatif delapan dibagi dengan dua ($-8 : 2$), sama artinya dengan pengurangan 2 dari -8 secara berulang, maka agar sisanya 0 kita harus mengurangi 2 dari -8 sebanyak -4 kali, yaitu: $-8 - (-2 - 2 - 2 - 2) = 0$. Sehingga kita sebut $-8 : 2 = -4$.
- Sebagai latihanmu, apa maksudnya $10 : 5$? Berapa hasil pembagiannya?

Berdasarkan alternatif penyelesaian Masalah-2.18 dan contoh-contoh di atas, maka dapat kita nyatakan pembagian sebagai lawan dari perkalian, perhatikan contoh berikut.

Contoh 2.11

- 1) $3 \times 2 = 6 \Rightarrow 3 = \frac{6}{2}$ atau $2 = \frac{6}{3}$
- 2) $5 \times 3 = 15 \Rightarrow 5 = \frac{15}{3}$ atau $3 = \frac{15}{5}$

Berdasarkan beberapa contoh dan masalah di atas, ditetapkan pengertian pembagian sebagai lawan perkalian sebagai berikut.



Definisi 2.2

Misalkan a , b , dan c bilangan bulat dengan $b \neq 0$.

Jika $a \times b = c$, maka $a = \frac{c}{b}$, atau $b = \frac{c}{a}$, untuk $a \neq 0$

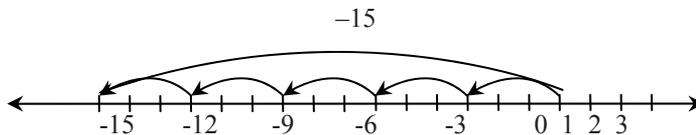
Masalah -2.19

Seekor Tupai mula-mula berdiri di titik 0, Tupai itu dapat melompat ke kiri atau ke kanan. Sekali melompat jauhnya 3 satuan. Tupai telah melompat ke kiri dan berada di titik 15 sebelah kiri nol. Berapa kali Tupai telah melompat.



Alternatif Penyelesaian

Tupai melompat ke arah kiri (ke arah kiri titik nol artinya daerah bilangan negatif). Gerakan Tupai dapat digambarkan pada garis bilangan berikut ini.



Jarak yang ditempuh tupai untuk satu kali melompat 3 satuan.

Untuk menempuh titik -15 (-15 artinya titik 15 di sebelah kiri nol), tupai harus melompat berapa kali?

Misal banyak lompatan tupai adalah t .

$$t = -15 : 3 = -5 \quad \text{atau} \quad -15 = 3 \times t \Rightarrow t = -5.$$

(lihat garis bilangan di atas, -5 adalah banyak anak panah 3 satuan arah ke kiri).

Cermati

- | | |
|---|--|
| i) $24 : 4 = 6$ sebab $24 = 4 \times 6$ | iv) $-15 : (-5) = 3$ sebab $-15 = -5 \times 3$ |
| ii) $-15 : 3 = -5$ sebab $-15 = 3 \times -5$ | v) $-10 : (-2) = 5$ sebab $-10 = -2 \times 5$ |
| iii) $10 : (-5) = -2$ sebab $10 = -5 \times -2$ | vi) $7 : 1 = 7$ sebab $7 = 1 \times 7$ |

Berdasarkan hasil pengamatan di atas dapat dirumuskan beberapa sifat-sifat dalam pembagian:



Sifat -2.13

Beberapa sifat hasil operasi pembagian pada bilangan-bilangan bulat.

- 1) Bilangan bulat positif dibagi bilangan bulat positif hasilnya adalah bilangan bulat positif, dapat ditulis $\{ + : + = + \}$.
- 2) Bilangan bulat positif dibagi bilangan bulat negatif hasilnya adalah bilangan bulat negatif, dapat ditulis $\{ + : - = - \}$.
- 3) Bilangan bulat negatif dibagi bilangan bulat positif hasilnya adalah bilangan bulat negatif, dapat ditulis $\{ - : + = - \}$.
- 4) Bilangan bulat negatif dibagi bilangan bulat negatif hasilnya adalah bilangan bulat positif, dapat ditulis $\{ - : - = + \}$.
- 5) Setiap bilangan bulat dibagi 1 hasilnya bilangan itu sendiri.



Uji Kompetensi - 2.2

Perkalian dan pembagian bilangan bulat

1. Sebidang tanah berbentuk persegi panjang panjangnya 28 m dan lebarnya 12 m. Tanah itu ditanami jagung. Jarak setiap pohon jagung 50 cm.
 - a. Berapa banyak pohon jagung yang dapat ditanam di atas tanah tersebut?
 - b. Berapa banyak pohon jagung yang ditanam jika 1 m keliling tanah tidak ditanami?
2. Sebuah mobil bergerak maju dari titik start dengan kecepatan 75 km per jam untuk menempuh titik finish jarak 600 km. Kemudian mobil itu bergerak mundur dari titik finish menuju titik start dengan kecepatan 25 km per jam.
 - a. Berapa waktu yang dibutuhkan untuk mencapai titik finish?
 - b. Berapa waktu yang dibutuhkan untuk mencapai titik start dari titik finish?
 - c. Berapa rata-rata waktu yang digunakan untuk mencapai titik finish dan kembali ke titik start?
3. Seorang petani bawang dari Brebes membawa 70 karung bawang

merah hasil panennya untuk dijual pada seorang Agen di Bekasi. Masing-masing karung berisi 30 kg bawang. Setelah setiap karung dibuka, ternyata 15% bawang itu sudah busuk. Berapa kg bawang yang masih tidak busuk?

4. Amos dan Sudrajat punya keinginan yang sama yaitu memelihara ayam. Ayam Amos dibagi dalam 5 kandang dan setiap kandang berisi 30 ekor. Ayam sudrajat sebanyak 3 kali ayam Amos setelah dikurangi 2 ekor setiap kandang.
 - a. Berapa banyak ayam Amos seluruhnya ?
 - b. Jika ayam Amos dan Sudrajat digabung, berapa banyak ayam seluruhnya?
 - c. Ayam siapakah yang lebih banyak?
5. Hari pertama Bu Wilda berdagang di pasar rugi Rp75.500,00. Hari kedua masih merugi Rp65.750,00. Pada hari ketiga rugi lagi Rp75.500,00 tetapi Ia mendapat uang di jalanan Rp350.000,00. Hasil penjualan hari keempat mendapat untung Rp32.750,00. Selama Bu Wilda berdagang 4 hari itu untung atau rugi? Berapa jumlah untung atau ruginya?
6. Seorang pedagang semangka membeli 6 keranjang semangka, masing-masing berisi 25 buah semangka. Rata-rata berat satu buah semangka 5 kg. Harga pembelian tiap keranjang Rp160.000,00. Kemudian keranjang dibuka, ternyata 4% dari keseluruhan semangka itu busuk. Sisanya kemudian dijual dengan harga Rp1.500,00 per kilo. Untung atau rugikah pedagang itu.
7. Umur Paramitha 5 tahun lebih tua dari pada umur Suaminya. Sedangkan umur suaminya 23 tahun lebih muda dari pada umur Ibunya. Umur Ibu Paramitha sekarang 60 tahun. Berapa beda umur Paramitha dan Suaminya terhadap umur Ibu Paramitha
8. Ganti nilai s dengan bilangan yang tepat.
 - a. $9 \times -s = -54$
 - b. $-120 : s = -5$
 - c. $s : 14 = -3$
 - d. $(-4 + 4) \times 5 = s \times (-5 + 5)$
 - e. $-s : (-35) : 7 = 5$
9. Tentukan nilai p dengan menggunakan sifat-sifat operasi pada bilangan bulat.
 - a. $p \times 6 = 89 \times (-18 + 18)$
 - b. $(-4 \times 62) \times p = (-4 \times 62)$
 - c. $6 \times (21 - 7) = (6 \times 21) - (5 \times p)$
 - d. $-8 \times -9 = (-8 \times 12) + (p \times -8)$

3. MENGGUNAKAN FAKTOR PRIMA DAN FAKTORISASI UNTUK MEMECAHKAN MASALAH SEHARI-HARI YANG BERKAITAN DENGAN FPB DAN KPK



Memberikan motivasi kepada siswa dalam mempelajari Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) melalui permainan Ular Tangga. Proses penemuan FPB dan KPK diawali dengan menentukan faktor-faktor dan kelipatan-kelipatan suatu bilangan. Di antara faktor-faktor tersebut mana di antaranya merupakan bilangan-bilangan prima. Bantu siswa dengan mengingat kembali sifat-sifat bilangan prima yang telah dipelajari di Sekolah Dasar.

a. Menemukan Konsep Bilangan Bulat Habis Dibagi Bilangan Bulat.

Perhatikan pembagian bilangan bulat berikut.

- $12 : 3 = 4$

Dari pembagian bilangan bulat ini kita dapat menyebut:

- 12 adalah bilangan yang dibagi
- 3 adalah bilangan pembagi
- 4 adalah bilangan hasil pembagian
- 3 habis membagi 12
- 12 habis dibagi 3

- $20 : 2 = 10$

Dari pembagian bilangan bulat ini kita dapat menyebut:

- 20 adalah bilangan yang dibagi
- 2 adalah bilangan pembagi

- 10 adalah bilangan hasil pembagian
- 2 habis membagi 20
- 20 habis dibagi 2

Berdasarkan kedua contoh pembagian ini, kita temukan definisi berikut.



Definisi 2.3

Misalkan a dan b bilangan bulat! Bilangan a dikatakan habis dibagi b dengan $b \neq 0$ jika ada bilangan bulat k sehingga berlaku $a = k \times b$ atau a merupakan kelipatan dari b

Contoh 2.12

- 12 habis dibagi 3, karena ada bilangan bulat, yaitu 4 sehingga berlaku $4 \times 3 = 12$.
- 20 habis membagi 100, karena ada bilangan bulat, yaitu 5 sehingga berlaku $100 = 5 \times 20$.
- Tentukanlah bilangan bulat yang habis membagi 8!

Penyelesaian:

Bilangan-bilangan bulat yang habis membagi 8 adalah:

- 1, karena ada bilangan bulat 8 sehingga berlaku $8 = 8 \times 1$.
- 2, karena ada bilangan bulat 4 sehingga berlaku $8 = 4 \times 2$.
- 4, karena ada bilangan bulat 2 sehingga berlaku $8 = 2 \times 4$.
- 8, karena ada bilangan bulat 1 sehingga berlaku $8 = 1 \times 8$.

Maka bilangan bulat yang habis membagi 8 adalah bilangan 1, 2, 4, dan 8.



Latihan

Sebagai latihan siswa:

- Apakah 9 habis dibagi 3? Berikan alasanmu!
- Apakah 10 habis dibagi 4? Berikan alasanmu!
- Tentukanlah bilangan bulat yang habis membagi 10!

b. Menemukan Konsep Faktor-Faktor Bilangan Bulat.

Perhatikan perkalian bilangan bulat berikut!

- $12 = 3 \times 4$

Dari perkalian bilangan bulat ini kita dapat menyebut:

- 12 adalah bilangan hasil perkalian
- 3 adalah bilangan yang dikalikan
- 4 adalah bilangan pengali
- 3 faktor dari 12
- 4 faktor dari 12

- $30 = 6 \times 5$

Dari perkalian bilangan bulat ini kita dapat menyebut:

- 30 adalah bilangan hasil perkalian
- 6 adalah bilangan yang dikalikan
- 5 adalah bilangan pengali
- 6 faktor dari 30
- 5 faktor dari 30

Berdasarkan kedua contoh perkalian ini, kita temukan definisi berikut.



Definisi 2.4

Misalkan a dan b bilangan bulat! Bilangan b dikatakan faktor dari a jika dan hanya jika a habis dibagi b .

Contoh 2.13

- 2 faktor dari 4, karena 2 habis membagi 4 atau 4 habis dibagi 2.
- 10 faktor dari 50, karena 10 habis membagi 50 atau 50 habis dibagi 10.
- Tentukanlah bilangan bulat yang merupakan faktor dari 10!

Penyelesaian:

Bilangan-bilangan bulat yang merupakan faktor dari 10 adalah:

- 1, karena 1 merupakan faktor dari 10.
- 2, karena 2 merupakan faktor dari 10.
- 5, karena 5 merupakan faktor dari 10.
- 10, karena 10 merupakan faktor dari 10.

Maka bilangan bulat yang merupakan faktor dari 10 adalah bilangan 1, 2, 5, dan 10.



Latihan

Sebagai latihan siswa:

- Apakah 3 faktor dari 9? Berikan alasan!
- Apakah 4 faktor dari 10? Berikan alasan!
- Tentukanlah himpunan bilangan bulat yang merupakan faktor dari 15!

c. Menemukan Konsep Bilangan Prima.

Perhatikan tabel bilangan bulat positif yang kurang dari atau sama dengan 100 berikut.

100	99	98	97	96	95	94	93	92	91
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
80	79	78	77	76	75	74	73	72	71
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
60	59	58	57	56	55	54	53	52	51
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
40	39	38	37	36	35	34	33	32	31
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Lakukan kegiatan berikut.

- Coret bilangan 1!
- Coret semua bilangan yang habis dibagi 2 kecuali 2!
- Coret semua bilangan yang habis dibagi 3 kecuali 3!
- Coret semua bilangan yang habis dibagi 5 kecuali 5!
- Coret semua bilangan yang habis dibagi 7 kecuali 7!

Jika kegiatan di atas siswa lakukan dengan benar, maka akan kita peroleh bilangan-bilangan yang tidak dicoret seperti tabel berikut.

100	99	98	97	96	95	94	93	92	91
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
80	79	78	77	76	75	74	73	72	71
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
60	59	58	57	56	55	54	53	52	51
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
40	39	38	37	36	35	34	33	32	31
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Perhatikan kembali bilangan-bilangan yang tidak di coret pada tabel di atas, ternyata bilangan-bilangan tersebut memiliki kesamaan, yaitu bahwa bilangan tersebut hanya habis dibagi oleh dua bilangan, yaitu bilangan 1 dan bilangan itu sendiri. Bilangan-bilangan tersebut merupakan bilangan prima.

Berdasarkan hal di atas, maka diberikan definisi bilangan prima sebagai berikut.



Definisi 2.5

Bilangan prima adalah bilangan bulat positif yang memiliki tepat dua faktor, yaitu bilangan 1 dan bilangan itu sendiri.

Contoh 2.14

- 3 merupakan bilangan prima, karena bilangan 3 hanya habis dibagi oleh 1 dan 3.
- 5 merupakan bilangan prima, karena bilangan 5 hanya habis dibagi oleh 1 dan 5.
- 4 bukan merupakan bilangan prima, karena 4 habis dibagi 2.



Latihan

Sebagai latihan siswa:

Tentukanlah semua bilangan prima yang lebih dari 100 dan kurang dari 150!

d. Faktor Prima dan Faktorisasi Prima dari Bilangan Bulat

Perhatikan pernyataan berikut!

- Bilangan-bilangan bulat yang merupakan faktor dari bilangan 10 adalah bilangan 1, 2, 5, dan 10. Faktor dari bilangan 10 yang merupakan bilangan prima, yaitu bilangan 2 dan 5, dapat dinyatakan sebagai berikut.
 - 2 merupakan faktor dari 10 dan 2 adalah bilangan prima, sehingga dikatakan bahwa 2 adalah faktor prima dari 10.
 - 5 merupakan faktor dari 10 dan 5 adalah bilangan prima, sehingga dikatakan bahwa 5 adalah faktor prima dari 10.
 - 1 merupakan faktor dari 10 dan 1 bukan bilangan prima, sehingga dikatakan bahwa 1 bukan faktor prima dari 10.
 - Himpunan yang anggotanya faktor prima dari 10 adalah $\{2, 5\}$.
- Bilangan-bilangan bulat yang merupakan faktor dari 12 adalah bilangan 1, 2, 3, 4, 6, dan 12. Faktor dari bilangan 12 yang merupakan anggota himpunan bilangan prima, yaitu bilangan 2 dan 3, dapat dinyatakan sebagai berikut.

- 2 merupakan faktor dari 12 dan 2 adalah bilangan prima, sehingga dikatakan bahwa 2 adalah faktor prima dari 12.
- 3 merupakan faktor dari 12 dan 3 adalah bilangan prima, sehingga dikatakan bahwa 3 adalah faktor prima dari 12.
- Himpunan yang anggotanya faktor prima dari 12 adalah $\{2, 3\}$.

Dari kedua pernyataan di atas, ditemukan definisi faktor prima sebagai berikut.



Definisi 2.6

Misalkan a dan b anggota himpunan bilangan bulat. Bilangan b disebut faktor prima dari a , apabila b merupakan faktor dari a dan b merupakan bilangan prima.

Contoh 2.15

- 3 merupakan faktor prima dari 6, karena 3 merupakan faktor dari 6 dan 3 adalah bilangan prima.
- 2 merupakan faktor prima dari 100, karena 2 merupakan faktor dari 100 dan 2 adalah bilangan prima.
- 4 bukan merupakan faktor prima dari 100, karena 4 bukan bilangan prima.



Minta siswa menyelesaikan soal berikut. Beberapa siswa diminta menyajikan hasil kerjanya di depan kelas.



Latihan

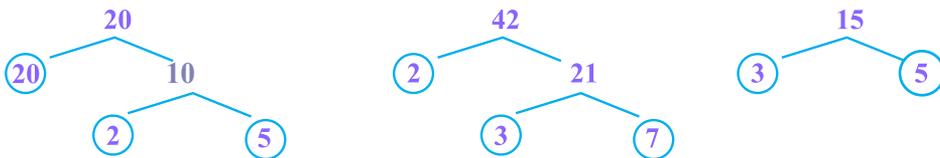
Sebagai latihan siswa:

Tentukanlah bilangan bulat yang merupakan faktor prima dari 30!

Bilangan bulat positif dapat dinyatakan sebagai hasil perkalian dari faktor-faktor prima bilangan tersebut.

- $6 = 2 \times 3$ (2 dan 3 adalah bilangan prima)
- $8 = 2 \times 2 \times 2$ (2 adalah bilangan prima)
- $15 = 3 \times 5$ (3 dan 5 adalah bilangan prima)

Proses menyatakan suatu bilangan bulat sebagai hasil perkalian dari faktor-faktor prima bilangan disebut dengan faktorisasi prima bilangan tersebut. Untuk menentukan faktorisasi prima dari suatu bilangan bulat dapat dilakukan dengan menggunakan pohon faktor sebagai berikut.



Berdasarkan pohon faktor di atas, diperoleh:

- Faktorisasi prima dari 20 adalah $2 \times 2 \times 5$
- Faktorisasi prima dari 42 adalah $2 \times 3 \times 7$
- Faktorisasi prima dari 15 adalah 3×5



Latihan

Sebagai latihan siswa:

Tentukanlah faktorisasi prima dari 25, 50, dan 60!

e. Kelipatan Bilangan Bulat

Perhatikan perkalian bilangan bulat berikut!

- $15 = 3 \times 5$

Dari perkalian bilangan bulat ini, kita dapat menyebut:

- 3 faktor dari 15
- 4 faktor dari 15
- 15 kelipatan dari 3
- 15 kelipatan dari 5

- $30 = 6 \times 5$

Dari perkalian bilangan bulat ini kita dapat menyebut:

- 6 faktor dari 30
- 5 faktor dari 30
- 30 kelipatan dari 6
- 30 kelipatan dari 5

f. Faktor Persekutuan dan Kelipatan Persekutuan Bilangan Bulat

Faktor-faktor suatu bilangan diberikan sebagai berikut.

- Faktor dari 8 adalah 1, 2, 4, 8.
- Faktor dari 10 adalah 1, 2, 5, 10.
- Faktor dari 15 adalah 1, 3, 5, 15.

Dari faktor-faktor bilangan di atas ditemukan:

- Faktor bilangan 8 yang sama dengan faktor bilangan 10 yaitu 1 dan 2.
- Faktor bilangan 8 yang sama dengan faktor bilangan 15 yaitu 1.
- Faktor bilangan 10 yang sama dengan faktor bilangan 15 yaitu 1 dan 5.

Faktor yang sama dari dua bilangan atau lebih sering disebut dengan faktor persekutuan bilangan, berdasarkan faktor-faktor bilangan 8, 10, dan 15 di atas kita sebut:

- Faktor persekutuan bilangan 8 dan 10 yaitu 1 dan 2.
- Faktor persekutuan bilangan 8 dan 15 yaitu 1.
- Faktor persekutuan bilangan 10 dan 15 yaitu 1 dan 5.

Dari uraian di atas kita temukan definisi berikut.



Definisi 2.7

Misalkan a , b , dan c bilangan-bilangan bulat.

a adalah faktor persekutuan dari b dan c , jika a merupakan faktor dari b dan a juga faktor dari c .



Latihan

Sebagai latihan siswa:

Tentukanlah faktor persekutuan dari 20 dan 42!

Diberikan kelipatan suatu bilangan sebagai berikut.

- Kelipatan dari bilangan 2 adalah 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...
- Kelipatan dari bilangan 3 adalah 3, 6, 9, 12, 15, 18, ...
- Kelipatan dari bilangan 4 adalah 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...

Dari kelipatan bilangan di atas ditemukan:

- Kelipatan bilangan 2 yang sama dengan kelipatan bilangan 3 yaitu 6, 12, 24, 30, ...
- Kelipatan bilangan 2 yang sama dengan kelipatan bilangan 4 yaitu 4, 8, 12, 16, 20, ...
- Kelipatan bilangan 3 yang sama dengan kelipatan bilangan 4 yaitu 12, 24, 48, 96, ...

Kelipatan yang sama dari dua bilangan atau lebih sering disebut dengan kelipatan persekutuan bilangan, berdasarkan kelipatan bilangan 2, 3, dan 4 di atas kita sebut:

- Kelipatan persekutuan bilangan 2 dan 3 adalah bilangan 6, 12, 24, 30, ...
- Kelipatan persekutuan bilangan 2 dan 4 adalah bilangan 4, 8, 12, 16, ...
- Kelipatan persekutuan bilangan 3 dan 4 adalah bilangan 12, 24, 48, ...

Dari uraian di atas kita temukan definisi berikut.



Definisi 2.8

Misalkan a , b , dan c bilangan-bilangan bulat.

a adalah kelipatan persekutuan dari b dan c , jika a merupakan kelipatan dari b dan a juga merupakan kelipatan dari c .



Latihan

Sebagai latihan siswa:

Tentukanlah kelipatan persekutuan dari 25 dan 36!

g. Faktor Persekutuan Terbesar (FPB)

Masalah -2.20

Utusan anggota pramuka dari kelas 7, 8 dan 9 sebuah SMP untuk mengikuti perkemahan sabtu minggu (persami) sebanyak 110 orang. Utusan dari kelas 7 sebanyak 32 orang, kelas 8 sebanyak 36 orang dan dari kelas 9 sebanyak 42 orang. Untuk acara baris-berbaris semua utusan dibagi dalam beberapa kelompok. Tiap kelompok merupakan campuran dari kelas 7, 8 dan kelas 9, dengan jumlah anggota tiap kelompok adalah sama.

- 1) Berapa sebanyak-banyaknya kelompok yang dapat dibentuk?
- 2) Berapa banyak anggota tiap kelompok?



Alternatif Penyelesaian

Banyak utusan dari kelas 7 adalah 32.

Banyak utusan dari kelas 8 adalah 36.

Banyak utusan dari kelas 9 adalah 42.

- Menentukan sebanyak-banyaknya kelompok yang dapat dibentuk.

Untuk menentukan sebanyak-banyaknya kelompok yang dapat dibentuk dengan syarat anggota kelompok adalah campuran dari siswa kelas 7, 8 dan 9, serta setiap kelompok memiliki banyak anggota yang sama, kita terlebih dahulu menentukan faktor dari bilangan 32, 36, dan 42

Faktor dari 32 adalah bilangan 1, 2, 4, 8, 16, 32

Faktor dari 36 adalah bilangan 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

Faktor dari 42 adalah bilangan 1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 21, 42

Kita perhatikan ketiga bilangan memiliki faktor yang sama, yaitu 1, 2. Jadi sebanyak-banyaknya kelompok yang dapat dibentuk adalah 2 kelompok sebab bilangan 2 adalah faktor bersama terbesar yang dimiliki oleh bilangan 32, 36 dan 42.

- Menentukan banyak anggota tiap kelompok

Karena anggota kelompok harus memenuhi syarat bahwa anggota harus campuran siswa kelas 7, 8 dan 9, serta banyak anggota harus sama maka untuk satu kelompok terdiri dari 16 orang siswa kelas 7, yaitu hasil bagi 36 dengan 2, 18 orang siswa dari kelas 8, yaitu hasil bagi 36 dengan 2, dan 21 orang dari kelas 9, yaitu hasil bagi 42 dengan 2.

Jadi, sebanyak-banyaknya kelompok yang dapat dibentuk adalah 2 kelompok (baris) dan setiap kelompok (baris) memiliki banyak anggota 55 orang yang terdiri dari 16 orang dari kelas 7, 18 orang siswa dari kelas 8, dan 21 orang dari kelas 9.

Cermati kembali langkah pemecahan masalah di atas. Ternyata sebanyak-banyaknya kelompok yang dapat dibentuk sama dengan faktor bersama terbesar dari bilangan 32, 36, dan 42. Faktor bersama terbesar inilah yang disebut faktor persekutuan terbesar atau FPB. Sehingga dapat ditetapkan bahwa:



Definisi 2.9

Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dari dua bilangan bulat atau lebih adalah bilangan terbesar di antara faktor-faktor persekutuannya.

Cermati: hanya ada tepat satu FPB dari beberapa bilangan bulat.

Ada beberapa cara menentukan faktor persekutuan terbesar (FPB) dari dua atau lebih bilangan cacah. Untuk itu perhatikan beberapa contoh berikut.

Contoh 2.16

Tentukan FPB dari bilangan 72, 48, dan 40.

Cara I

Menentukan FPB melalui penentuan seluruh faktor dari bilangan 72, 48 dan 40.

Faktor dari 72 adalah bilangan 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72.

Faktor dari 48 adalah bilangan 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 48.

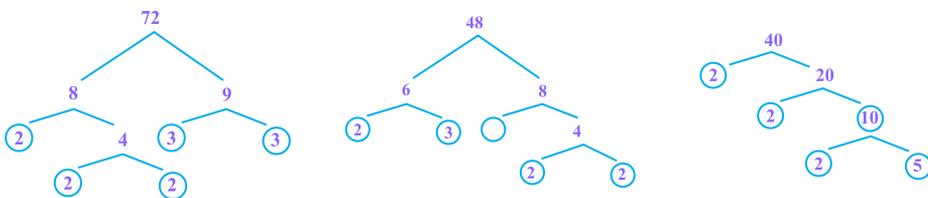
Faktor dari 40 adalah bilangan 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40

Faktor Persekutuan dari 72, 48 dan 40 adalah 1, 2, 4, 8

Berarti Faktor Persekutuan Terbesar dari 72, 48, dan 40 adalah 8

Cara II

Menentukan FPB melalui penentuan faktor-faktor prima dari bilangan 72, 48 dan 40 atau dengan menggambarkan pohon faktor dari bilangan 72, 48 dan 40.



Berdasarkan pohon faktor di atas, bilangan 72, 48 dan 40 dapat dinyatakan sebagai hasil kali faktor-faktor primanya

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$$

$$48 = 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 3 \times 2^4$$

$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 2^3 \times 5$$

Perhatikan berapa banyak faktor prima yang sama dan dimiliki oleh kedua bilangan itu. Ternyata faktor prima yang sama adalah bilangan 2 sebanyak 3. Sehingga FPB dari 72, 48 dan 40 adalah $2^3 = 8$

Cara III

Menentukan FPB melalui pembagian bilangan 72, 48 dan 40 dengan bilangan-bilangan prima.

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{2} \quad \underline{48} \quad \underline{40} \\
 \textcircled{2} \quad \underline{24} \quad \underline{20} \\
 \textcircled{2} \quad \underline{12} \quad \underline{10} \\
 3 \quad \underline{6} \quad \underline{5} \\
 3 \quad \underline{3} \quad \underline{5} \\
 5 \quad \underline{1} \quad \underline{5} \\
 1 \quad \quad 1
 \end{array}$$

FPB dari 48 dan 40
adalah $2 \times 2 \times 2 = 8$

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{2} \quad \underline{72} \quad \underline{48} \quad \underline{40} \\
 \textcircled{2} \quad \underline{36} \quad \underline{24} \quad \underline{20} \\
 \textcircled{2} \quad \underline{18} \quad \underline{12} \quad \underline{10} \\
 2 \quad \underline{9} \quad \underline{6} \quad \underline{5} \\
 3 \quad \underline{9} \quad \underline{3} \quad \underline{5} \\
 3 \quad \underline{3} \quad \underline{1} \quad \underline{5} \\
 5 \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{5} \\
 1 \quad \quad 1 \quad \quad 1
 \end{array}$$

Sedangkan FPB dari bilangan 18 dan 24 adalah sebagai berikut:

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{2} \quad \underline{18} \quad \underline{24} \\
 2 \quad \underline{9} \quad \underline{12} \\
 2 \quad \underline{9} \quad \underline{6} \\
 \textcircled{3} \quad \underline{9} \quad \underline{3} \\
 3 \quad \underline{3} \quad \underline{1} \\
 1 \quad \quad 1
 \end{array}$$

FPB dari 18 dan 24
adalah $2 \times 3 = 6$

FPB dari 45, 25, dan 35
adalah 5

$$\begin{array}{r}
 3 \quad \underline{45} \quad \underline{25} \quad \underline{35} \\
 3 \quad \underline{15} \quad \underline{25} \quad \underline{35} \\
 \textcircled{5} \quad \underline{5} \quad \underline{25} \quad \underline{35} \\
 5 \quad \underline{1} \quad \underline{5} \quad \underline{7} \\
 7 \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{7} \\
 1 \quad \quad 1 \quad \quad 1
 \end{array}$$

Dari hasil pembagian dua bilangan atau lebih dengan faktor-faktor prima dan faktor prima yang dapat membagi habis seluruh bilangan dilingkari. Pengerjaan selesai apabila hasil pembagian seluruhnya 1. FPB dari bilangan-bilangan itu adalah hasil kali bilangan-bilangan prima yang dilingkari.

Diperoleh cara menentukan FPB sebagai berikut:

Cara I

- i. Tulis semua faktor dari bilangan-bilangan yang diberikan
- ii. Tulis semua faktor yang sama (faktor persekutuan) yang dimiliki keseluruhan bilangan
- iii. Diantara faktor-faktor yang sama, lihat mana faktor yang terbesar yang dimiliki keseluruhan bilangan. Faktor yang terbesar itu disebut *FPB* dari bilangan-bilangan yang diberikan.

Cara II

- i. Nyatakan setiap bilangan yang diberikan sebagai hasil kali faktor-faktor prima. Untuk menentukan faktor-faktor prima dari masing-masing bilangan, siswa dapat menggunakan pohon faktor.
- ii. Perhatikan faktor-faktor prima yang dimiliki bersama. Jika faktor yang sama itu pangkatnya berbeda, ambil faktor yang pangkatnya terkecil.
- iii. *FPB* dari bilangan-bilangan yang diberikan adalah hasil kali faktor-faktor prima yang sama.

Cara III

- i. Lakukan pembagian terhadap bilangan-bilangan yang diberikan dengan bilangan-bilangan prima.
- ii. Jika salah satu bilangan tidak habis dibagi dengan suatu bilangan prima, sementara bilangan yang lain habis dibagi, itu menunjukkan bahwa bilangan prima tersebut bukan faktor prima bersama. Jika keseluruhan bilangan yang diberikan habis dibagi suatu bilangan prima maka bilangan prima pembagi itu dilingkari.
- iii. Lakukan pembagian dengan bilangan prima berikutnya sampai hasil pembagian terakhir, seluruhnya adalah 1.
- iv. *FPB* dari bilangan-bilangan yang diberikan adalah hasil kali bilangan-bilangan prima yang dilingkari.

h. Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK)

Setiap bilangan cacah memiliki kelipatan. Kelipatan dapat diartikan sebagai perkalian. Suatu bilangan untuk mendapatkan bilangan tertentu dari bilangan yang diberikan. Permasalahannya adalah berapa kali lipat suatu bilangan mendapatkan bilangan tertentu, yaitu bilangan-bilangan yang dapat membagi habis bilangan tersebut. Untuk lebih memahami kita mencoba memecahkan permasalahan berikut.

Masalah -2.21

Pada suatu hari Vera dan Veronika belanja bersamaan di sebuah swalayan. Vera belanja setiap 12 hari sekali, sedangkan Veronika belanja setiap 14 hari sekali. Setelah berapa hari, Vera dan Veronika akan bersamaan belanja di Swalayan tersebut?



Alternatif Penyelesaian

Vera belanja setiap 12 hari sekali

Veronika belanja setiap 14 hari sekali

Untuk menentukan berapa hari kemudian Vera dan Veronika belanja bersamaan di Swalayan itu, ditentukan dengan cara mencari kelipatan dari bilangan 12 dan 14 sebagai berikut.

Kelipatan bilangan 6, yaitu bilangan

12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, 156, 168, 180....

Kelipatan bilangan 14, yaitu bilangan

14, 28, 42, 56, 70, 84, 98, 112, 126, 140, 154, 168, 182,

Perhatikan: diantara kelipatan bilangan 6 dan 7 ada yang sama yaitu 84, dan seterusnya. Permasalahan kita adalah berapa hari kemudian Vera dan Veronika akan bertemu kembali di Swalayan itu. Berarti yang diinginkan adalah pertemuan tercepat atau kelipatan bersama terkecil dari bilangan 12 dan 14. Jadi Vera dan Veronika akan bertemu kembali (belanja bersama) di Swalayan itu, 84 hari kemudian.

Permasalahan kelipatan persekutuan terkecil untuk tiga buah bilangan cacah banyak ditemukan dalam permasalahan kehidupan nyata. Perhatikan masalah berikut.

Masalah -2.22

Pada sebuah pertunjukan sirkus, terdapat 3 buah lampu, yaitu lampu warna merah, kuning, dan hijau. Mula-mula ketiga lampu itu menyala bersamaan. Kemudian lampu merah menyala setiap 5 detik, lampu kuning menyala setiap 4 detik, dan lampu hijau menyala setiap 8 detik. Tiap berapa detik ketiga lampu itu menyala bersamaan?



Alternatif Penyelesaian

Untuk menentukan tiap berapa detik ketiga lampu menyala bersamaan, ditentukan dengan cara yang sama pada permasalahan sebelumnya. Kita tentukan kelipatan dari bilangan 5, 4, dan 8, yaitu:

Kelipatan 5 adalah bilangan 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, ...

Kelipatan 4 adalah bilangan 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, ...

Kelipatan 8 adalah bilangan 8, 16, 24, 32, 40, 48, ...

Coba cermati: diantara kelipatan bilangan 5, 4, dan 8 ada yang sama yaitu 40, 80, 120, dan seterusnya. Permasalahan kita adalah tiap berapa detik ketiga lampu menyala bersamaan. Berarti yang diinginkan adalah berapa detik kemudian ketiga lampu menyala bersama atau kelipatan bersama terkecil dari bilangan 5, 4, dan 8.

Jadi ketiga lampu menyala bersama tiap 40 detik.

Di dalam matematika, bilangan 42 adalah kelipatan persekutuan terkecil dari bilangan 6 dan 7. Bilangan 40 adalah kelipatan persekutuan terkecil dari bilangan 5, 4, dan 8. Sekarang kita dapat membuat pengertian kelipatan persekutuan terkecil dari dua atau lebih bilangan bulat sebagai berikut.



Definisi 2.10

Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dua bilangan bulat positif atau lebih adalah bilangan terkecil di antara kelipatannya.

Cermati: hanya ada tepat satu KPK dari beberapa bilangan bulat

Ada beberapa cara menentukan Kelipatan Persekutuan Terkecil (*KPK*) dari dua atau lebih bilangan. Untuk itu perhatikan beberapa contoh berikut!

Untuk dua bilangan

1). Tentukan KPK dari bilangan 8 dan 12!

Cara I

Kelipatan 8 = 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, ...

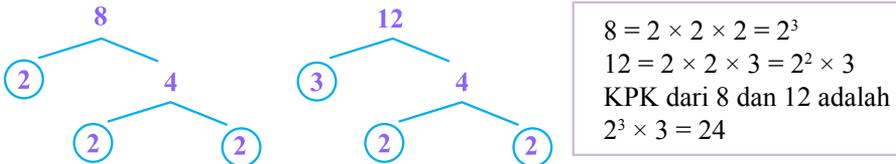
Kelipatan 12 = 12, 24, 36, 48, 60, 72, ...

Kelipatan persekutuan dari 8 dan 12 adalah 24, 48, ...

Kelipatan persekutuan terkecil (*KPK*) dari 8 dan 12 adalah 24.

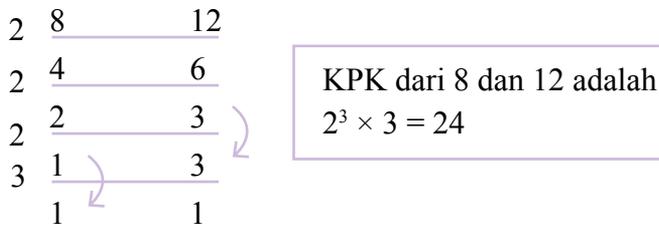
Cara II

Menentukan KPK sebagai hasil kali faktor-faktor prima dari bilangan 8 dan 12 melalui pohon faktor.



Cara III

Melakukan pembagian terhadap bilangan-bilangan prima dengan bilangan-bilangan prima. Perhatikan langkah-langkah berikut.



Untuk tiga bilangan

2). Tentukan *KPK* dari bilangan 8, 12 dan 16!

Cara I

Kelipatan 8 = 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96, 102, ...

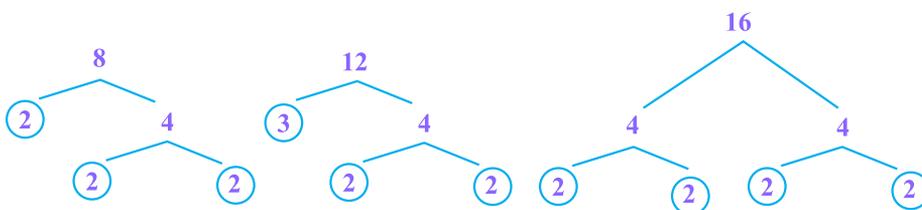
Kelipatan 12 = 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, ...

Kelipatan 16 = 16, 32, 48, 64, 80, 96, 112, 128, ...

Kelipatan persekutuan dari 8, 12, dan 16 adalah 48, 96, ...

Kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dari 8, 12, dan 16 adalah 48.

Cara II



$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

KPK dari 8, 12, dan 16 adalah

$$2^4 \times 3 = 48$$

Cara III

Melakukan pembagian terhadap bilangan-bilangan prima dengan bilangan-bilangan prima. Perhatikan langkah-langkah berikut.

	8	12	16
2	4	6	8
2	2	3	4
2	1	3	2
2	1	3	1
3	1	1	1

KPK dari 8, 12, dan 16 adalah

$$2^4 \times 3 = 48$$

Diperoleh cara menentukan KPK sebagai berikut:

Cara I

- 1) Tulis kelipatan dari bilangan-bilangan yang diberikan!
- 2) Tulis beberapa kelipatan yang sama yang dimiliki keseluruhan bilangan mulai dari yang terkecil!
- 3) Diantara kelipatan yang sama, KPK dari bilangan-bilangan yang diberikan adalah kelipatan bersama terkecil.

Cara II

- 1) Nyatakan setiap bilangan yang diberikan sebagai hasil kali faktor-faktor prima. Untuk menentukan faktor-faktor prima dari masing-masing bilangan, siswa dapat menggunakan pohon faktor
- 2) Perhatikan faktor-faktor prima yang berbeda. Jika faktor yang sama itu pangkatnya berbeda, ambil faktor yang pangkatnya terbesar.
- 3) *KPK* dari bilangan-bilangan yang diberikan adalah hasil kali faktor-faktor prima yang berbeda.

Cara III

- 1) Lakukan pembagian terhadap bilangan-bilangan yang diberikan dengan bilangan-bilangan prima!
- 2) Jika salah satu bilangan tidak habis dibagi dengan suatu bilangan prima, maka pindahkan pada langkah berikutnya.
- 3) Lakukan pembagian dengan bilangan prima berikutnya sampai hasil pembagian terakhir, seluruhnya adalah 1.
- 4) *KPK* dari bilangan-bilangan yang diberikan adalah hasil kali bilangan-bilangan prima sebagai pembagi.

Disamping 3 cara di atas terdapat cara lain untuk menentukan *KPK*. Cara ini dianggap sangat cepat. Caranya adalah, kalikan bilangan-bilangan yang diberikan secara serentak dengan bilangan 1, 2, 3, ... sampai diperoleh hasil kali yang sama. Hasil kali yang sama inilah yang merupakan *KPK* dari bilangan-bilangan yang diberikan.

Contoh 2.17

Tentukan *KPK* dari bilangan 3, 5, dan 6!

Cara IV

×	3	5	6
1	3	5	6
2	6	10	12
3	9	15	18
4	12	20	24
5	15	25	30
6	18	30	36
7	21	35	42
8	24	40	48
9	27	45	54
10	30	50	60

Perhatikan hasil perkalian yang sama di dalam kolom 2, 3, dan 4 adalah bilangan 30. Jadi *KPK* dari bilangan 3, 5, dan 6 adalah 30.

i. Menentukan *FPB* dan *KPK* Beberapa Bilangan

Perhatikan cara kedua dan ketiga dalam penentuan *FPB* dan *KPK* dari dua bilangan atau lebih di atas. Perbedaannya terletak pada pemanfaatan faktor-faktor prima dari masing-masing bilangan yang diberikan. Perhatikan untuk contoh sebelumnya.

Contoh 2.18

1. Tentukan *FPB* dan *KPK* dari 16 dan 18!

Penyelesaian: $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

$$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$$

FPB dari 16 dan 18 adalah $2^1 = 2$

KPK dari 16 dan 18 adalah $2^4 \times 3^2 = 144$

2. Tentukan *FPB* dan *KPK* dari 15, 24, dan 32!

Penyelesaian: $14 = 2 \times 7$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$$

$$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$$

FPB dari 14, 24, dan 32 adalah 2

KPK dari 14, 24, dan 32 adalah $2^5 \times 3 \times 7 = 32 \times 3 \times 7$
 $= 672$



Uji Kompetensi - 2.3

A. Tentukanlah *FPB* dan *KPK* dari bilangan-bilangan berikut!

- 1) 15, 20, dan 25
- 2) 12, 15, dan 20
- 3) 12, 14, dan 16
- 4) 18, 24, dan 32
- 5) 24, 32, dan 36
- 6) 20, 25, dan 40
- 7) 15, 30, dan 45
- 8) 32, 42, dan 36
- 9) 24, 30, dan 60
- 10) 15, 30, dan 45

B. Soal Cerita

1. Ibu Mona memiliki kelinci sebanyak 80 ekor. Ia ingin membagi kelinci tersebut dalam beberapa
2. Diberikan bilangan 37, 41, 51.

kandang. Banyak kandang sama dengan banyak faktor bilangan 80 dan banyak kelinci dalam setiap kandang adalah hasil bagi banyak kelinci dengan banyak kandang.

- a. Berapakah banyak kandang yang harus dibuat Ibu Mona?
- b. Berapakah banyak kelinci dalam setiap kandang?
- c. Apakah banyak kelinci dalam setiap kandang juga merupakan faktor dari banyaknya kelinci keseluruhan? Berikan alasan anda.

- a. Tentukan faktor dan faktor prima bilangan tersebut.
- b. Apakah berbeda faktor bilangan

- dengan faktor primanya?.
Jelaskan apa alasannya.
3. Diberikan bilangan 30 dan 60
 - a. Tentukan faktor-faktor kedua bilangan tersebut
 - b. Apakah ada faktor bilangan yang sama diantara faktor-faktor bilangan itu? Sebutkan.
 - c. Berapa banyak faktor prima yang sama diantara faktor-faktor bilangan itu.
 4. Yanto pergi ke kolam renang setiap 4 hari sekali. Yansen pergi ke kolam renang setiap 5 hari sekali. Yanwar pergi ke kolam renang setiap 6 hari sekali. Pada hari Sabtu mereka pergi bersama-sama ke kolam renang. Setelah berapa harikah mereka akan pergi ke kolam bersama-sama lagi? Pada hari apakah itu?
 5. Rina, Rini, dan Reni bekerja di percetakan. Setiap 45 menit Rina minum segelas air. Rini minum air setiap 60 menit, dan Reni minum setiap 90 menit. Jika mereka minum bersama pada jam 08.00, setelah berapa menitkah mereka akan minum bersama lagi? Jam berapakah itu?
 6. Tedy, Saleh, dan Aris sedang menanam benih di kebun. Setiap memasukkan benih ke dalam tiga lubang Tedy merogoh kantong benih di pinggangnya. Saleh merogoh kantongnya setiap mengisi 4 lubang, sementara Aris merogoh kantongnya setelah mengisi 5 lubang. Jika pada lubang pertama mereka mengisi bersamaan setiap berapa lubangkah mereka akan mengisi bersama lagi?
 7. Pak Amin mempunyai 20 ekor ayam, 16 ekor itik, dan 12 ekor angsa. Pak Amin akan memasukkan ternak ini ke dalam beberapa kandang dengan jumlah masing-masing ternak dalam tiap kandang sama. Berapa kandang yang harus dibuat Pak Amin?
 8. Bu guru mempunyai 18 kue, 24 kerupuk, dan 30 permen. Makanan itu akan dibagikan kepada sejumlah anak dengan jumlah yang sama untuk masing-masing makanan yang diterima tiap anak. Berapa maksimal anak yang dapat menerima ketiga jenis makanan itu?
 9. Toko buah “Harum Manis” menerima 3 peti buah. Peti pertama berisi 144 kg apel, 84 kg mangga, dan 72 kg jeruk. Buah itu akan ditumpuk di dalam lemari es besar. Banyak buah dalam tiap tumpukan harus sama.
 - a. Berapa sebanyak-banyaknya tumpukan buah ada di dalam lemari es?
 - b. Berapa banyak buah dari ketiga jenis buah pada setiap tumpukan?
 10. Pada suatu hari Domu, Beny, dan Mangara bersamaan memotong rambutnya pada seorang tukang cukur. Domu memotong rambutnya setiap 20 hari di tempat itu. Beni mencukur rambutnya setiap 25 hari di tempat itu pula. Sedangkan Mangara mencukur rambutnya setiap 30 hari. Setiap berapa bulan mereka bersamaan potong rambut pada tukang cukur itu?

4. PERPANGKATAN BILANGAN BULAT

Masalah -2.23

Diberikan selembar kertas berbentuk persegi panjang. Kemudian lipatlah kertas tersebut di tengah-tengah sehingga garis lipatan membagi dua bidang kertas menjadi dua bagian yang sama. Temukanlah pola yang menyatakan hubungan banyak lipatan dengan banyak bidang kertas yang terbentuk dengan syarat garis lipatan harus membagi bidang kertas menjadi dua bagian yang sama.



Alternatif Penyelesaian

Buat tabel keterkaitan antara banyak lipatan dengan banyak bidang kertas yang terbentuk. Temukan model matematika yang menyatakan hubungan banyak lipatan kertas dan banyak bidang kertas yang terbentuk. Minta siswa mendiskusikan dengan temannya mengenai hasil yang diperoleh.

Banyak Lipatan	Banyak Bidang Kertas	Pola Perkalian
1	2	$2 = 2$
2	4	$4 = 2 \times 2$
3	8	$8 = 2 \times 2 \times 2$
4
5
dan seterusnya

Pada lipatan kertas pertama diperoleh 2 bidang kertas pada lipatan kedua diperoleh 4 lipatan, untuk selanjutnya dapat dituliskan:

$$2^1=2$$

Dibaca pangkat satu

$$2^2=4$$

Dibaca pangkat dua (kuadrat)

$$2^3=8$$

Dibaca pangkat tiga

$$2^4=16$$

Dibaca pangkat empat

Dari pola di atas diperoleh bilangan berpangkat adalah perkalian bilangan yang berulang.



Definisi 2.11

Misalkan a bilangan real dan n bilangan bulat positif, a^n disebut bilangan berpangkat jika dan hanya jika dengan a sebagai bilangan pokok (basis) dan n adalah pangkat.

Cermati:

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$15^2 = 15 \times 15 = 225$$

$$30^2 = 30 \times 30 = 900$$

$$(-21)^2 = (-21) \times (-21) = 441$$

$$(-50)^2 = (-50) \times (-50) = 2.500$$

$$(-13)^2 = (-13) \times (-13) = 169$$



Pertanyaan Kritis

- Apakah hasil perpangkatan bilangan bulat selalu positif?
- Bagaimana dengan pangkat tiga bilangan bulat?

Cermati hal berikut:

$$\begin{aligned}3^2 \times 3^3 &= (3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3) \\ &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\ &= 3^5 \\ &= 3^{2+3}\end{aligned}$$

a. Pangkat Bulat Negatif



Definisi 2.12

Misalkan a adalah bilangan real dan $a \neq 0$, m adalah bilangan bulat positif.

$$a^{-m} = \left(\frac{1}{a}\right)^m$$

- **Sifat-1:** Jika a adalah bilangan real dan $a \neq 0$, m adalah bilangan bulat positif maka $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

Bukti.

$$\begin{aligned}a^{-m} &= \underbrace{\left(\frac{1}{a}\right)\left(\frac{1}{a}\right)\left(\frac{1}{a}\right)\dots\left(\frac{1}{a}\right)}_{\text{sebanyak } m \text{ faktor}} \\ &= \frac{1}{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{m \text{ faktor}}} \\ &= \frac{1}{a^m}\end{aligned}$$

Jadi jika a adalah bilangan real dan $a \neq 0$, m adalah bilangan bulat positif maka

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

Perhatikan contoh berikut.

Jika nilai $x = -2$ dan $y = 2$ tentukan nilai $x^{-3}(y^4) = \dots$

Penyelesaian:

$$x^{-3}(y^4) = \frac{y^4}{x^3} = \frac{2^4}{(-2)^3} = \frac{16}{-8} = -2$$

b. Pangkat Nol



Definisi 2.13

Misalkan a adalah bilangan real dan $a \neq 0$, maka $a^0 = 1$

Untuk lebih memahami definisi di samping, perhatikan pola hasil pemangkatan bilangan-bilangan berikut dengan bilangan 0.

$$2^3 = 8 \qquad 3^3 = 27$$

$$2^2 = 4 \qquad 3^2 = 9$$

$$2^1 = 2 \qquad 3^1 = 3$$

$$2^0 = 1 \qquad 3^0 = 1$$

Perhatikan hasil pemangkatan 2 dengan 0, dan hasil pemangkatan 3 dengan 0, hasilnya pemangkatannya adalah 1.

c. Sifat-sifat Pangkat Bulat Positif

Coba buktikan sifat-sifat pangkat bulat positif menggunakan definisi bilangan berpangkat yang telah dipelajari sebelumnya.



Sifat -2.1

Jika a adalah bilangan real, m dan n adalah bilangan bulat positif, maka $a^m \times a^n = a^{m+n}$

Bukti:

$$\begin{aligned} a^m \times a^n &= \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_m \times \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n \\ &= \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{m+n} \\ &= a^{m+n} \end{aligned}$$

(terbukti)

Diskusi

- Perhatikan

$$\begin{aligned} a^m \times a^n &= \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_m \times \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n \\ &= \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{m+n} \end{aligned}$$

Diskusikan dalam kelompokmu, apakah benar perpangkatan adalah perkalian berulang?

- Bagaimana jika a bukan bilangan?
- Bagaimana jika m dan n bukan bilangan bulat positif?



Sifat -2.2

Jika a bilangan real dan $a \neq 0$, m dan n adalah bilangan bulat positif, maka $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Bukti:

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_m}{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n} \quad (\text{sesuai definisi})$$

Diskusi

- Pada persyaratan sifat-2, Apa arti $a \neq 0$?
- Bagaimana jika $a = 0$? Apa dampaknya pada hasil pembagian $\frac{a^m}{a^n}$? Jika anda tidak tahu tanya pada guru!



Pada sifat-2 di atas, terkait bilangan bulat positif m dan n , ada 3 (tiga) kemungkinan kasus, yaitu (a) $m > n$, (b) $m = n$, dan (c) $m < n$.

- Kasus (a) $m > n$
Jika m dan n bilangan bulat positif dan $m > n$ maka $m - n > 0$. Dengan demikian

$$\begin{aligned} \frac{a^m}{a^n} &= \frac{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{m \text{ faktor}}}{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}} = \frac{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}}{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}} \left(\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{m-n \text{ faktor}} \right) \\ &= \frac{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{(m-n) \text{ faktor}}}{1} \\ &= a^{m-n} \end{aligned}$$

Jadi $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, dengan m, n bilangan bulat positif dan $m > n$ (terbukti)

- Kasus (b) jika $m = n$, maka $\frac{a^m}{a^n} = 1$. Untuk pembuktiannya perhatikan sifat-3 berikut.



Sifat -2.3

Jika a bilangan real dan $a \neq 0$, m dan n adalah bilangan bulat positif dengan $m = n$, maka $\frac{a^m}{a^n} = 1$

Bukti:

$$\begin{aligned} \frac{a^m}{a^n} &= \frac{a^m}{a^m}, \text{ sebab } m = n \\ &= \frac{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{m \text{ faktor}}}{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{m \text{ faktor}}} \\ &= 1 \text{ (terbukti)} \end{aligned}$$

- Kasus (c) jika $m < n$. Minta siswa untuk membuktikan.



Sifat -2.4

Jika a bilangan real dan $a \neq 0$, m dan n adalah bilangan bulat positif, maka $(a^m)^n = a^{m \times n}$.

Bukti:

$$\begin{aligned} (a^m)^n &= \underbrace{a^m \times a^m \times a^m \times \dots \times a^m}_{n \text{ faktor}} \\ &= \underbrace{\left(\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{m \text{ faktor}} \right) \left(\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{m \text{ faktor}} \right) \left(\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{m \text{ faktor}} \right) \dots \left(\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{m \text{ faktor}} \right)}_{n \text{ faktor}} \\ &= \left(\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{m \times n \text{ faktor}} \right) \\ &= (a^m)^n = a^{m \times n} \text{ (terbukti)} \end{aligned}$$



Sifat -2.5

Jika a bilangan real dan $a \neq 0$, m adalah bilangan bulat positif,

maka $a^{\frac{1}{m}}$ adalah bilangan real positif dan $\left(a^{\frac{1}{m}}\right)^m = a$

Bukti:

- Karena m bilangan bulat positif, maka $\frac{1}{m} > 0$. Karena m dan $\frac{1}{m} > 0$, maka berdasarkan sifat 5 berlaku $\left(a^{\frac{1}{m}}\right)^m = a^{\frac{1}{m} \times m} = a^1 = a$.



Pertanyaan Kritis

Apa arti $a \neq 0$?

Bagaimana jika $a = 0$? Apa dampaknya pada hasil pembagian =.....?



Mengajak siswa menyelesaikan berbagai masalah untuk melatih berpikir kreatif dan tangguh menghadapi masalah. Siswa diberi kesempatan mencoba menemukan penyelesaian soal-soal pemanfaatan sifat-sifat bilangan berpangkat. Ajukan beberapa soal berikut untuk diselesaikan oleh siswa secara kelompok.

Contoh 2.19

- i) Tentukanlah nilai $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100!$

Jawab

Mari kita temukan pola penjumlahannya. Perhatikan tabel berikut!

Banyak suku	Penjumlahan	Nilai	Pola
1	1	1	$\frac{1}{2} \times 1 \times 2$
2	1+2	3	$\frac{1}{2} \times 2 \times 3$
3	1+2+3	6	$\frac{1}{2} \times 3 \times 4$
4	1+2+3+4	10	$\frac{1}{2} \times 4 \times 5$
...
100	1+2+3+4+...+100	?	$\frac{1}{2} \times 100 \times 101$

Dengan mengikuti pola penjumlahan di atas, kita dapat menentukan bahwa:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100 = \frac{1}{2} \times 100 \times 101 = 5050$$

- ii) Tentukan nilai $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 98^3 + 100^3$.

Jawab

Kita perhatikan pola penjumlahan bilangan tersebut.

$$1^3 = 1$$

$$1^3 + 2^3 = 9 = 3^2 = (1+2)^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 = 36 = 6^2 = (1 + 2 + 3)^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 100 = 10^2 = (1 + 2 + 3 + 4)^2$$

...

$$\begin{aligned}
 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 98^3 + 99^3 + 100^3 &= (1 + 2 + 3 + \dots + 100)^2 \\
 &= (5050)^2 \\
 &= 25.502.500
 \end{aligned}$$

iii) B adalah himpunan bilangan bulat positif, x dan y adalah suatu bilangan dengan $x \in B, y \in B$.

Jika $2x + y = 9$ dan $\frac{x^2 + y^2}{xy} \in B$ maka nilai $(x^2 - 2xy)$ adalah ...

Jawab

Mari kita tampilkan dalam bentuk tabel nilai-nilai dari x dan y tersebut.

Nilai x	Nilai $y = 9 - 2x$	Nilai $\frac{x^2 + y^2}{xy}$	Nilai $x^2 - 2xy$
1	7	$\frac{50}{7} \notin B$	-13
2	5	$\frac{29}{10} \notin B$	-16
3	3	$2 \in B$	-9
4	1	$\frac{17}{4} \notin B$	8

Dari tabel dapat kita lihat pasangan x dan y yang membuat $\frac{x^2 + y^2}{xy} \in B$ adalah $x = 3$ dan $y = 3$ sehingga jumlah nilai $(x^2 - 2xy)$ adalah -9.

iv) xy dan yx adalah dua buah bilangan puluhan dengan x dan y adalah bilangan bulat positif. Jika $xy = yx + 3(x + y)$ dan $x - y = 1$ maka $xy + yx$ adalah ...

Jawab

Ingat: $27 = 2 \times 10 + 7$ sehingga $xy = 10x + y$ dan $yx = 10y + x$

$$xy = yx + 3(x + y) \Leftrightarrow 10x + y = 10y + x + 3(x + y)$$

$$\Leftrightarrow 10x + y = 10y + x + 3x + 3y$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 10x + y &= 10y + 4x + 3y \\ \Leftrightarrow 10x + y - y &= 10y + 4x = 3y - y \\ \Leftrightarrow 10x &= 12y + 4x \\ \Leftrightarrow 10x - 4 &= 12y + 4x - 4x \\ \Leftrightarrow 6x &= 12y \text{ (kalikan kedua ruas dengan } 1/6) \\ \Leftrightarrow x &= 2y \end{aligned}$$

Karena $x - y = 1$ dan $x = 2y$, maka $2y - y = 1$ atau $y = 1$. Substitusi $y = 1$ ke $x = 2y$, diperoleh $x = 2$.

Bilangan puluhan yang dimaksud adalah 21 dan 12.

Nilai $xy + yx = 21 + 12 = 33$.

- v) Dapatkan siswa menentukan bilangan satuan dari 7^{777} , tanpa terlebih dahulu menentukan hasil perpangkatan bilangan 7 secara lengkap.

Jawab

Perhatikan pola bilangan satuan dari perpangkatan bilangan tujuh berikut.

Perpangkatan 7	Operasi Perkalian	Nilai	Satuan
7^1	7	7	7
7^2	7×7	49	9
7^3	$7 \times 7 \times 7$	343	3
7^4	$7 \times 7 \times 7 \times 7$	2401	1
7^5	$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$	16807	7
7^6	$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$	117649	9
7^7	$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$	823543	3
7^8	$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$	5764801	1

Tentu siswa bisa melihat pola satuan dari perpangkatan tujuh di atas bukan? Perhatikanlah, satuannya berulang setiap perpangkatan dengan kelipatan 4 yaitu $7^4 = 1$, $7^8 = 1$ sehingga satuan untuk 7^{777} dapat kita tunjukkan dengan proses berikut.

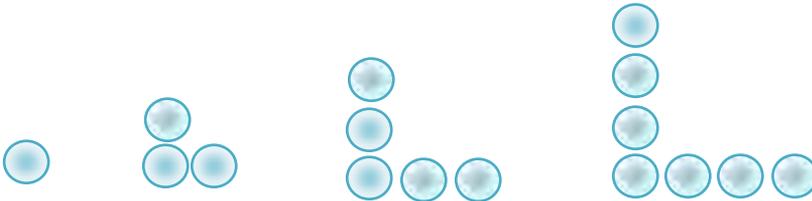
$$\begin{aligned}
 7^{777} &= 7^{776} \times 7 \\
 &= 7^4 \times 194 \times 7
 \end{aligned}$$

sehingga satuan $7^4 \times 194 = 1$ (karena pangkatnya adalah kelipatan 4 sesuai pola di atas).

Satuan dari $7^{777} = 1 \times 7 = 7$.

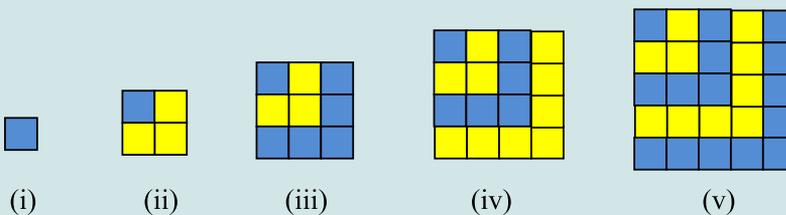
5. POLA BILANGAN BULAT

1. Perhatikan gambar noktah-noktah berikut.



- Apakah gambar di atas membentuk suatu pola? Jelaskan!
 - Hubungkan masing-masing pola di atas dengan suatu bilangan yang ditunjukkan dengan banyaknya noktah dalam pola itu. Pola bilangan apakah yang kalian dapat? Jelaskan!
2. Perhatikan gambar persegi di samping. Apakah antara persegi yang *berwarna biru* dengan yang berwarna kuning membentuk pola bilangan yang sama dengan pola pada soal no.1? Jelaskan!

Masalah -2.24





Alternatif Penyelesaian

Dari pola-pola tersebut dapat kita buat tabel berikut:

Pola	Penjumlahan Bilangan Ganjil	Banyaknya Bilangan	Luas persegi
(i)	$1 = 1$	1	$1 \times 1 = 1$
(ii)	$1 + 3 = 4$	2	$2 \times 2 = 4$
(iii)	$1 + 3 + 5 = 9$	3	$3 \times 3 = 9$
(iv)	$1 + 3 + 5 + 7 = 16$	4	$4 \times 4 = 16$
(v)	$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$	5	$5 \times 5 = 25$

Bagaimanakah hubungan antara hasil penjumlahan bilangan-bilangan yang pertama dan terurut ganjil dengan luas persegi?

Dengan demikian, bagaimanakah rumus jumlah dari n bilangan ganjil yang pertama?

$$1) \quad 1 = \left(\frac{1+1}{2}\right)^2 = \left(\frac{2}{2}\right)^2 = 1^2 = 1$$

$$2) \quad 1 + 3 = \left(\frac{1+3}{2}\right)^2 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 2^2 = 4$$

$$3) \quad 1 + 3 + 5 = \left(\frac{1+5}{2}\right)^2 = \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 3^2 = 9$$

$$4) \quad 1 + 3 + 5 + 7 = \left(\frac{1+7}{2}\right)^2 = \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 4^2 = 16$$

$$5) \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \left(\frac{1+9}{2}\right)^2 = \left(\frac{10}{2}\right)^2 = 5^2 = 25$$

$$6) \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = \left(\frac{1+15}{2}\right)^2 = \left(\frac{16}{2}\right)^2 = 8^2 = 64$$

$$7) \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 = \left(\frac{1+17}{2}\right)^2 = \left(\frac{18}{2}\right)^2 = 9^2 = 81$$

$$8) \quad 1 + 3 + 5 + \dots + n = \left(\frac{n+1}{2}\right)^2, \quad n \in A \text{ dengan } n \text{ ganjil}$$

Cermati

$$1 = 1 - 0 = 1^2 - 0^2$$

$$9 = 25 - 16 = \dots - \dots$$

$$3 = 4 - 1 = 2^2 - 1^2$$

$$11 = 36 - 25 = \dots - \dots$$

$$5 = 9 - 4 = 3^2 - 2^2$$

$$13 = 49 - 36 = \dots - \dots$$

$$7 = 16 - 9 = 4^2 - 3^2$$

$$15 = 64 - 49 = \dots - \dots$$

Coba teruskan!

Cermati bilangan-bilangan kuadrat berikut.

0	1	4	9	16	25	169	256
100	81	64	49	36	225	625	441

Jika kita amati bilangan-bilangan kuadrat di atas dapat dipastikan bahwa bilangan-bilangan satuannya di antara bilangan 0, 1, 4, 5, 6, dan 9. Dengan demikian bilangan-bilangan yang satuannya 2, 3, 7, dan 8 dipastikan bukan bilangan kuadrat.

Masalah -2.25

Pak Margono memiliki ladang salak pondoh yang sudah ditanam mulai ia berumur 15 tahun. Produksi salaknya selalu meningkat setiap tahun. Pada tahun pertama ladang tersebut menghasilkan 1 ton buah salak, Tahun kedua menghasilkan 2 ton buah begitu seterusnya setiap tahun. Dapatkah siswa menemukan total hasil produksi salak Pak Margono hingga tahun ke 50 ?



Alternatif Penyelesaian

Hasil produksi salak pondoh dapat kita lihat pada tabel berikut.

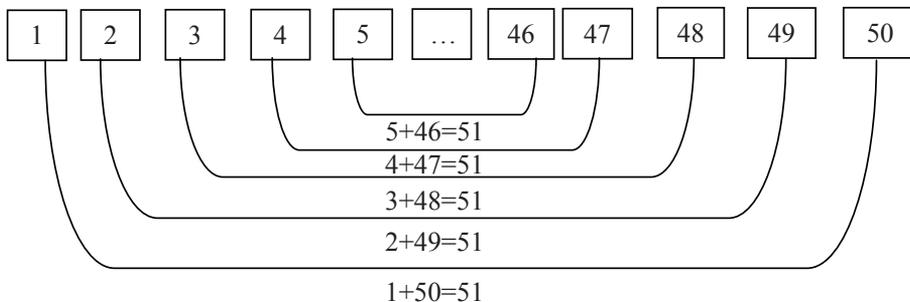
Tahun	1	2	3	...	50
Produksi	1	2	3	...	50

Tabel 2.1 Produksi salak

Dengan demikian maka total produksi salak dapat kita bentuk menjadi:

$$\text{Total produksi} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 46 + 47 + 48 + 49 + 50$$

Pandang jumlahan bilangan awal dan akhir yang saling berpasangan pada urutan bilangan diatas:



Pandang bilangan awal dan akhir yang berurutan, maka kita akan peroleh:

- $1 + 50 = 51$
 - $2 + 49 = 51$
 - $3 + 48 = 51$
 - \vdots
 - \vdots
 - \vdots
 - $25 + 26 = 51$
- $\left. \vphantom{\begin{matrix} 1 + 50 = 51 \\ 2 + 49 = 51 \\ 3 + 48 = 51 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 25 + 26 = 51 \end{matrix}} \right\} \frac{50}{2} = 25 \text{ kelompok}$

total produksi salak tersebut menjadi:

$$\begin{aligned} \text{Total} &= (1 + 50) \times \frac{50}{2} = 25 \text{ kelompok} \\ &= 50 \times 25 \\ &= 1275 \end{aligned}$$

maka diperoleh total produksi salak Pak Margono adalah: 1.275 ton

Siswa melaksanakan kegiatan berikut dengan bimbingan guru untuk mendalami pola bilangan.

Kegiatan 2.1

Bahan : Satu lembar kertas.

1. Lipatlah satu lembar kertas (berbentuk persegi panjang) sehingga menjadi 2 bagian yang sama. Guntinglah menurut lipatan tersebut. Ada berapa banyak potongan kertas?
2. Susunlah semua potongan kertas tersebut sehingga saling menutup. Lipatlah susunan kertas tersebut menjadi 2 bagian yang sama, kemudian guntinglah menurut lipatan tersebut. Ada berapa banyak potongan kertas sekarang? Catatlah banyaknya potongan kertas yang terjadi pada tabel di bawah.
3. Lakukan kegiatan tersebut sampai 6 kali.



Alternatif Penyelesaian

Setelah siswa melakukan kegiatan secara kelompok hasil kerjanya secara lengkap banyaknya lipatan dan banyaknya potongan kertas adalah sebagai berikut.

Banyaknya Lipatan Kertas	Banyaknya Potongan Kertas yang terjadi
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64

Masalah -2.26



Minta siswa mendiskusikan dengan temannya untuk menjawab pertanyaan berikut ini!

- Apakah banyaknya lembaran kertas yang terjadi mempunyai keteraturan? Jika ya, jelaskan keteraturannya!
- Apakah dapat ditentukan banyaknya lembaran kertas yang terjadi, jika dilipat sebanyak 8 kali seperti cara di atas? Berapakah banyaknya lembar kertas itu?



Alternatif Penyelesaian

- a. Ya, alternatif jawaban untuk pertanyaan bagian a adalah :

Banyaknya Lipatan Kertas	Banyaknya Potongan Kertas yang terjadi
1	$2^1 = 2$
2	$2^2 = 4$
3	$2^3 = 8$
4	$2^4 = 16$
5	$2^5 = 32$
6	$2^6 = 64$

Banyaknya lembaran kertas yang terjadi, jika dilipat dengan cara di atas membentuk *pola*.

2, 4, 8, 16, 32, 64, ..., 2^n merupakan salah satu contoh pola bilangan. atau

Banyaknya lembaran kertas berikutnya diperoleh dari dua kali banyaknya kertas sebelumnya. Jawaban tidak harus sama dengan ini siswa bisa membuat kalimat sendiri.

- b. Jika dilipat sebanyak 8 kali seperti cara di atas, banyaknya lembar kertas adalah $2^8 = 256$ lembar



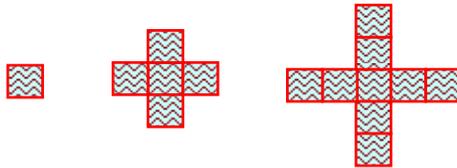
Siswa disuruh menjelaskan pengertian pola pada konteks bilangan, dengan bahasa sendiri, jawabannya adalah sebagai berikut.

Cermati

Pola adalah keteraturan sifat yang dimiliki oleh sederetan atau serangkaian objek.

Kegiatan 2.2

Perhatikan tiga rangkaian pola berikut.



a. Rangkaian keempat dan kelima dari gambar di atas adalah :



- b. Pada rangkaian keempat 13 buah dan pada rangkaian kelima 17 buah.
- c. Alternatif jawaban siswa menghitung banyaknya persegi pada rangkaian keenam diantaranya adalah :

$$\text{Rangkaian 1, jumlah persegi} = (4 \times 1) - 3 = 1$$

$$\text{Rangkaian 2, jumlah persegi} = (4 \times 2) - 3 = 5$$

$$\text{Rangkaian 3, jumlah persegi} = (4 \times 3) - 3 = 9$$

$$\text{Rangkaian 4, jumlah persegi} = (4 \times 4) - 3 = 13$$

$$\text{Rangkaian 5, jumlah persegi} = (4 \times 5) - 3 = 17$$

$$\text{Rangkaian 6, jumlah persegi} = (4 \times 6) - 3 = 21$$

Maka :

Pola bilangan yang terbentuk dari gambar di atas, yaitu 1, 5, 9, 13, 17, 21, ...

1. Bilangan 1 merupakan *suku pertama*, 5 merupakan *suku kedua*, 9 merupakan *suku ketiga*, dan seterusnya.

Untuk menentukan bilangan pada suku tertentu harus diketahui dahulu *aturan* yang digunakan untuk mendapatkan bilangan pada suku berikutnya.

2. Perhatikan pola bilangan 2, 4, 6, 8, ...

Tentukan bilangan-bilangan pada ketiga suku berikutnya!

Bagaimana aturan untuk mendapatkan suku berikutnya?

3. Untuk mencari ketiga suku berikutnya pada soal berikut dicari dengan cara berikut.

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & , & 4 & , & 6 & , & 8 & , & \underline{\quad} & , & \underline{\quad} & , & \underline{\quad} \\ \underbrace{\hspace{1.5em}} & & \underbrace{\hspace{1.5em}} & & \underbrace{\hspace{1.5em}} & & & & & & & & \\ +2 & & +2 & & +2 & & & & & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & , & 4 & , & 6 & , & 8 & , & \underline{10} & , & \underline{12} & , & \underline{14} \\ \underbrace{\hspace{1.5em}} & & \underbrace{\hspace{1.5em}} \\ +2 & & +2 & & +2 & & +2 & & +2 & & +2 & & +2 \end{array}$$

Jadi tiga suku berikutnya adalah 10, 12, dan 14.

Aturannya adalah dimulai dengan bilangan 2 dan suku-suku berikutnya didapat dengan menjumlahkan suku sebelumnya dengan 2.

Siswa disuruh untuk menemukan cara lain (caranya **sendiri**) selain dengan cara di atas.

4. Pola bilangan 1, 3, 9, 27, ...

Bilangan pada ketiga suku berikutnya adalah 81, 243, 729

Alternatif jawaban :

Suku berikutnya diperoleh dengan cara mengalikan suku sebelumnya dengan 3.

a. Pola Bilangan Segitiga

Pernahkah siswa menjumpai “pemandu sorak (*cheerleader*)” melakukan atraksinya dalam suatu pertandingan olahraga (misalnya basket)? Seringkali dalam atraksinya mereka membentuk piramida manusia, yaitu saling berdiri di antara pemain-pemainnya, sehingga pada puncaknya hanya berdiri seorang saja. Pada Gambar 2.18 ini dianggap bahwa piramida manusia tersebut belum mencapai puncak.

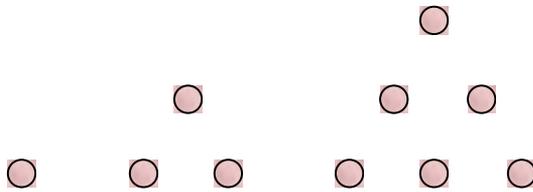


Gambar 2.18: Cheerleader

Piramida manusia tertinggi pernah dibuat pada tahun 1981 di Spanyol. Tingginya adalah 9 tingkat. Bagaimana cara mereka membuat piramida itu? Lakukan kegiatan berikut.

Diskusi

1. Apakah piramida manusia itu berbentuk limas? Sebutkan bentuk yang tepat untuk menjelaskannya!
2. Berapa banyak orang bila tingginya 2 tingkat dan 3 tingkat?
3. Misalkan satu orang dalam piramida tersebut digambarkan dengan tanda “” pada suatu piramida. Gambarlah pola banyaknya orang dalam piramida manusia itu.



Banyaknya tanda “  “ pada suatu piramida menunjuk pada bilangan 1, 3, 5, Karena bentuknya seperti segitiga, maka pola bilangan itu *dinamakan Pola bilangan segitiga*.

4. Buatlah tabel untuk menunjukkan banyaknya tingkat dan banyaknya orang dalam piramida itu. (Selesaikan tabel ini dengan mengisi bagian...).

Tingkat	1	2	3	4	5	6	7
Banyaknya orang	1	3	6

Alternatif jawaban :

Tingkat	1	2	3	4	5	6	7
Banyaknya orang	1	3	6	10	15	21	28

5. Perhatikan polanya. Bagaimanakah hubungan banyaknya orang dalam piramida manusia itu dengan banyaknya tingkat?

Alternatif Penyelesaian:

Banyaknya orang pada tingkat berikutnya diperoleh dari banyaknya tingkat yang dimaksud ditambah dengan banyaknya orang sebelumnya. Atau banyak orang sebelumnya ditambah dengan tingkat yang mau dibuat.

6. Lanjutkan tabel di atas. Berapa banyaknya orang bila tingkatnya 9?

Banyaknya adalah 45. Coba siswa diskusikan kenapa bisa dapat 45.





Pertanyaan Kritis

Minta siswa mencoba menentukan banyaknya orang pada tingkat tertentu, tanpa harus mengetahui banyak orang pada tingkat sebelumnya? Minta untuk menjelaskan jawabannya!



Alternatif Penyelesaian

Karena bentuk susunan orang adalah berbentuk segitiga maka banyaknya orang pada tingkat berikutnya diperoleh dari luas segitiga, yaitu $\frac{1}{2} n (n+1)$, dengan n bilangan asli.

b. Pola Bilangan Persegi

Setiap tahun suatu perusahaan penerbangan mengadakan pertunjukan dirgantara.



Gambar-2.19: Pesawat Terbang

Secara bergantian pesawat-pesawat terbang tinggal landas dan membentuk formasi-formasi tertentu. Pada grup pertama, sebuah pesawat tinggal landas, kemudian grup kedua dengan tiga pesawat yang tinggal landas. Berikutnya grup ketiga dengan lima pesawat yang tinggal landas, kemudian grup keempat dengan tujuh pesawat. Berapakah jumlah pesawat yang berada di angkasa, setelah penerbangan grup keempat, bila pesawat-pesawat pada grup-grup sebelumnya belum mendarat?

Untuk menjawabnya lakukan kegiatan berikut.

Kegiatan 2.3

- Perhatikan tabel berikut. Berapakah jumlah pesawat yang berada di angkasa, setelah penerbangan grup ketiga, kemudian sesudah penerbangan keempat, bila pesawat-pesawat pada grup-grup sebelumnya belum mendarat?

Grup ke-	Banyaknya Pesawat Baru	Jumlah pesawat di angkasa
1	1	1
2	3	4
3	5	9
4	7	16

- Jika pola penerbangan di atas dilanjutkan, berapa banyak pesawat yang diterbangkan pada penerbangan grup ke-5 dan ke-6?

Jawab : 9 pesawat dan 11 pesawat.

- Berapakah jumlah pesawat yang ada di angkasa setelah penerbangan grup ke-5 dan ke-6, bila pesawat-pesawat pada grup-grup sebelumnya belum mendarat?

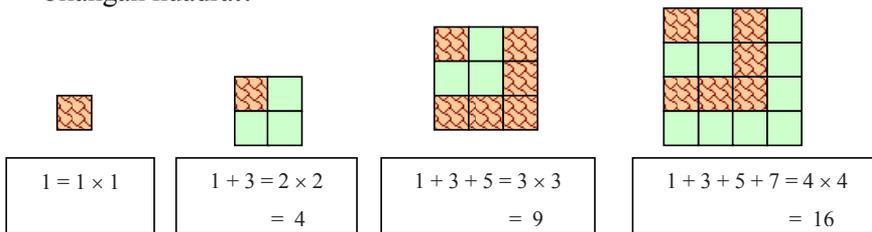
Jawab : 25 pesawat dan 36 pesawat.

4. Jelaskan dan diskusikan hubungan antara grup pesawat dan jumlah pesawat yang ada di angkasa?

Alternatif

Jawaban : grup pesawat dipangkatkan dua akan sama dengan jumlah pesawat diangkasa.

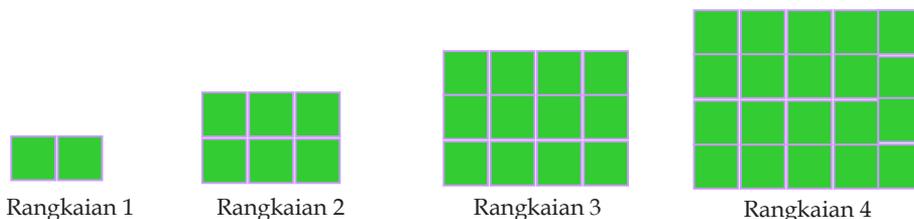
5. Bilangan-bilangan pada kolom jumlahpesawat diangkasa pada tabel di atas merupakan *bilangan kuadrat*.
6. Perhatikan model dari bilangan kuadrat berikut. Apakah membentuk pola bilangan kuadrat?



Karena bilangan-bilangan 1, 4, 9 dan 16 berhubungan dengan bentuk persegi, maka pola bilangan itu dinamakan juga *pola bilangan persegi*.

c. Pola Bilangan Persegi Panjang

Di kota-kota besar, lahan untuk berkebun sudah makin berkurang atau bahkan tidak ada lagi. Sehingga untuk berkebun atau menanam tanaman digunakan pot-pot yang berbentuk persegi dari kayu-kayu yang diisi dengan tanah. Berikut rangkaian pot-pot tersebut.



- Apakah banyaknya pot-pot tersebut membentuk suatu pola? Tuliskan pola itu.
Ya. Karena bilangan 2, 6, 12 dan 20 berhubungan dengan bentuk persegi panjang, maka pola bilangan ini dinamakan *pola bilangan persegi panjang*.
- Dapatkah siswa menunjukkan bilangan pada suku kelima?
Dari pola-pola di atas dapat dibuat tabel berikut.

Suku ke	Bilangan	Luas Persegipanjang
1	2	$1 \times (1 + 1) = 2$
2	6	$2 \times (2 + 1) = 6$
3	12	$3 \times (3 + 1) = 12$
4	20	$4 \times (4 + 1) = 20$
5	30	$5 \times (5 + 1) = 30$

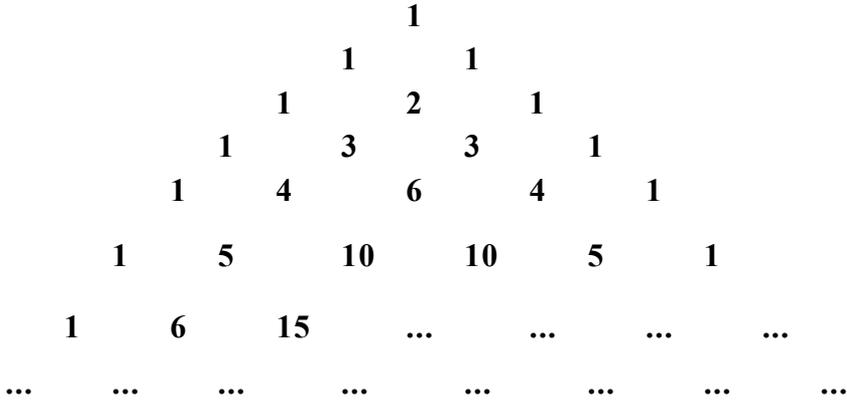
Apakah suku kelima sama dengan 30? ya

- Dari soal nomor 1, Berapa banyak pot yang ada pada suku ke-65 (rangkaian ke-65)? Coba siswa diskusikan

d. Pola Bilangan Pada Segitiga Pascal

Susunan bilangan berikut telah dikenal di Cina sekitar tahun 1300 M. Susunan bilangan itu dinamakan Segitiga Pascal, setelah matematikawan Perancis, Blaise Pascal mempublikasikan pola ini pada tahun 1.653.

Pola bilangan segitiga Pascal sebagai berikut:



1. Perhatikan pola bilangan Segitiga Pascal di atas. Isilah titik-titik pada susunan bilangan itu.
2. Bagaimanakah aturan untuk mengisi titik-titik itu?
3. Jika susunan bilangan 1 merupakan baris ke-1, susunan bilangan-bilangan 1 1 merupakan baris ke-2, susunan bilangan-bilangan 1 2 1 merupakan baris ke-3, bilangan berapa saja pada baris ke-6?
4. Berapakah jumlah bilangan pada baris ke-6?
5. Buatlah tabel yang menyatakan hasil penjumlahan bilangan pada tiap baris segitiga Pascal.

Ingat

$a^0 = 1,$
dengan a sebarang bi-
langan, yang tidak sama
dengan 0.

Baris ke-	Penjumlahan Bilangan	Hasil Penjumlahan
1	1	$1 = 2^{1-1} = 2^0$
2	$1 + 1$	$2 = 2^{2-1} = 2^1$
3	$1 + 2 + 1$	$4 = 2^{3-1} = 2^2$
4	$1 + 3 + 3 + 1$	$8 = 2^{4-1} = 2^3$
5	$1 + 4 + 6 + 4 + 1$	$\dots = 2\dots = \dots$
...

- 
6. Perhatikan dan amatilah suatu Segitiga Pascal.

Jumlah bilangan-bilangan pada baris ke-1 adalah 1.

Jumlah bilangan pada baris ke-2 adalah 2.

Jumlah bilangan pada baris ke-3 adalah 4.

Jumlah bilangan pada baris ke-4 adalah 8.

Berapa jumlah barisan ke-n dari pola bilangan segitiga Pascal itu?

7. Tahukah Siswa? Salah satu kegunaan dari barisan bilangan Segitiga Pascal adalah untuk menentukan koefisien-koefisien suku-suku hasil perpangkatan $(a+b)$.

$$(a+b)^1 = a + b$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$$

Perhatikan $(a+b)^3$ di atas.

Koefisien dari a^3 adalah 1, koefisien dari a^2b adalah 3, koefisien dari ab^2 adalah 3 dan koefisien dari b^3 adalah 1.

Sekarang perhatikan $(a+b)^5$, kemudian carilah koefisien dari a^5 , koefisien dari a^4b , koefisien dari $a^3 b^2$, dan koefisien dari $a^2 b^3$?



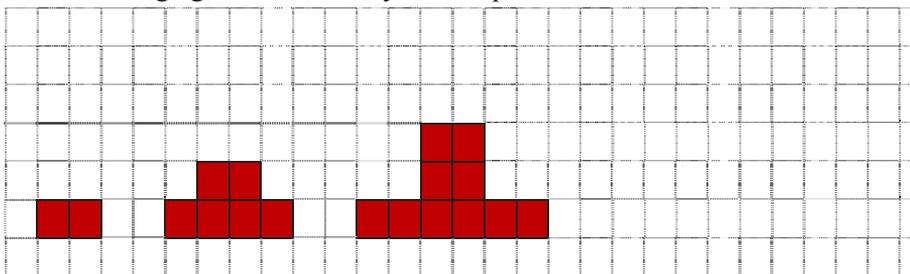
Uji Kompetensi - 2.4

- A. Sederhanakanlah operasi bilangan berpangkat berikut.
- $2^5 \times 2^9 \times 2^{12}$
 - $2^5 \times 3^6 \times 4^6$
 - $\frac{2^5 \times 3^5 \times 4^2}{12^2}$
- B. Dengan menggunakan sifat bilangan berpangkat, sederhanakanlah bentuk berikut.
- $2x^3 \cdot 7x^4 \cdot (3x)^2$
 - $\left(\frac{-2p}{q}\right)^3 \cdot (-q)^4 \cdot \frac{2}{5}p^2$
 - $y^5 (xz)^3 \left(\frac{1}{x^2y}\right)$
 - $(abc)^4 \times \frac{3}{(bc)^3} \times \frac{b^3}{27a^5}$
 - $\frac{-4a^3 \cdot 2b^5}{\left(\frac{8a}{b}\right)}$
 - $\frac{1}{x^2y} \div \frac{2x}{3y^2} \cdot \frac{5}{3x} \cdot (4y)^2$
- C. Bagaimana cara menuliskan hasil pengukuran yang sangat besar atau sangat kecil, misal massa elektron, massa atom, massa matahari, massa bumi, dsb ? Jelaskan !
- D. Hitunglah nilai dari operasi bilangan berpangkat berikut.
- $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right)^3$
 - $(-5)^4 \left(\frac{1}{15}\right)^2 \left(\frac{10}{3}\right)^4 \left(\frac{9}{5}\right)^5$
 - $\frac{3x^2 \cdot y^3}{24x} \cdot (2y)^2$;
untuk $x = 2$ dan $y = 3$
 - $\frac{3p^2 q(-3)^4}{(-2p)^2 (3q)^3} \times 4 \left(\frac{q}{p}\right)^2$: untuk $p = 4$ dan $q = 6$
 - Tentukan nilai dari $(2^{n+2})^2 - 2^2$
 - Misalkan anda diminta menghitung 7^{64} . Berapa banyak perkalian yang anda lakukan untuk mendapatkan nilai akhirnya? Bandingkan jawabanmu dengan temanmu. Pemenangnya di antara kalian adalah yang dapat mencari hasilnya dengan melakukan perkalian sesedikit mungkin. Coba tuliskan prosedur mengalikan yang paling sedikit banyak perkaliannya untuk menghitung 7^{64} . Apakah prosedur tersebut dapat dipergunakan untuk pangkat positif berapapun juga?

7. Berdasarkan sifat angka 7, tentukan angka terakhir (satuan) dari $7^{1234} + 7^{2341} + 7^{3412} + 7^{4123}$ tanpa menghitung tuntas.
8. Tentukan angka satuan dari $((7)^{26})^{62}$ berdasarkan sifat angka 7, tanpa menghitung tuntas. Selanjutnya berdasarkan sifat angka 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9.
9. Tunjukkan bahwa $1^{2001} + 2^{2001} + 3^{2001} + \dots + 2001^{2001}$ kelipatan 13.
10. Bagaimana cara termudah untuk mencari $\frac{3^{2008} (10^{2013} + 5^{2012} \times 2^{2011})}{5^{2012} (6^{2012} + 3^{2009} \times 2^{2008})}$

D. Temukan Pola Bilangan

1. Buatlah tiga gambar berikutnya untuk pola di bawah ini



2. Tentukan nilai dari $(1^3 + 2^3 + 4^3 + \dots + 10^3)$
3. Tulislah 5 suku pertama dari pola bilangan, jika aturannya adalah “dimulai dari 1 dan untuk suku berikutnya kalikan suku sebelumnya dengan 4”
4. **Astronomi.** Edmund Halley (1656-1742) adalah orang yang pertama kali melihat komet yang dinamakan Komet Halley pada tahun 1682. Ia dengan tepat memprediksi bahwa komet tersebut akan muncul setiap 76 tahun.
- Berdasar perhitungan Halley, tahun berapakah Komet Halley muncul di abad yang lalu?
 - Kapan Komet halley diharapkan muncul kembali?

- c. Apakah Edmund Halley dapat melihat komet tersebut untuk kedua kalinya? Jelaskan dalam tulisanmu.
5. Tentukanlah ketiga suku berikutnya dan tuliskan aturan dari masing-masing pola bilangan berikut.
- | | |
|------------------------|--------------------------|
| a. 2, 4, 6, 8, 10, ... | f. 6, 18, 54, 162, ... |
| b. 8, 16, 24, 32, ... | g. 1, 5, 25, 125, ... |
| c. 64, 32, 16, 8, ... | h. 2, 12, 22, 32, ... |
| d. 1, 7, 49, 343, ... | i. 24, 21, 18, 15, ... |
| e. 13, 19, 25, 31, ... | j. 120, 105, 90, 75, ... |

6. MENEMUKAN KONSEP BILANGAN PECAHAN

Masalah -2.26

Ibu Nunung memiliki selembar kain sepanjang 1 m yang akan dijahit menjadi sapu tangan. Kemudian ia memotong kain tersebut menjadi $\frac{1}{6}$ bagian. Berapa banyak sapu tangan yang dapat dihasilkan oleh Ibu Nunung?



Alternatif Penyelesaian

- Pertama-tama Bu Nunung membagi kain tersebut menjadi dua bagian sama.

$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$

pola di atas dapat kita maknai menjadi 1 dari dua bagian, yang dapat ditulis $\frac{1}{2}$

- Kemudian kembali bu Nunung membagi kain tersebut sehingga menghasilkan $\frac{1}{6}$ bagian

$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

- Dari hasil gambar diperoleh bahwa banyak sputangan yang terbentuk dari kain tersebut adalah 6 helai sputangan.



Definisi 2.14

Bilangan pecahan adalah suatu bilangan yang dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, a dan b bilangan bulat, $b \neq 0$ dan b bukan faktor dari a .



Pertanyaan Kritis

Menurut siswa apakah $\frac{0}{5}$ merupakan pecahan? Berikan alasan!

a. Penjumlahan dan Pengurangan Pecahan

1) Penjumlahan Pecahan

Masalah -2.27

Nina membeli $\frac{2}{5}$ kg buah jeruk, tetapi karena teman-temannya akan datang ke rumah, Nina membeli kembali $\frac{4}{3}$ kg buah manggis. Berapa kg berat buah keseluruhan



Alternatif Penyelesaian

Berat buah jeruk adalah $\frac{2}{5}$ kg.

Berat buah manggis adalah $\frac{4}{3}$ kg.

Berat keseluruhan buah = $\frac{2}{5} + \frac{4}{3} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} + \frac{4 \times 5}{3 \times 5} = \frac{6}{15} + \frac{20}{15} = \frac{26}{15}$.

Berat buah keseluruhan = $\frac{26}{15}$ kg.

Selanjutnya, perhatikan juga penjumlahan pecahan di bawah ini

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{8+9}{12} = \frac{17}{12}$$

Dari dua permasalahan di atas dapat kita tuliskan:



Sifat - 2.14

Misalkan a , b , c , dan d bilangan bulat dengan $b \neq 0$ dan $d \neq 0$.

Jika $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ adalah pecahan maka $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$

2) Pengurangan pecahan

Masalah -2.28

Setelah Robin pensiun dari pegawai negeri, Ia membeli satu hektar tanah. Diatas tanah itu, ia menanam berbagai jenis bunga seluas $\frac{4}{5}$ hektar dan di tanah yang masih kosong ia mendirikan pondok. Berapakah luas tanah tempat pondokan?



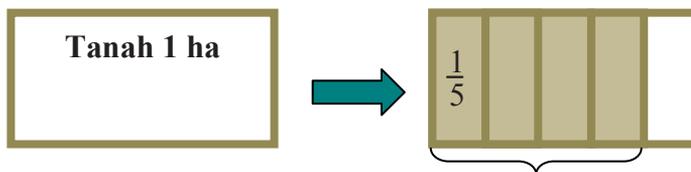
Alternatif Penyelesaian

Luas tanah keseluruhan = 1 ha.

Luas tanah yang ditanami bunga = $\frac{4}{5}$ ha.

Luas tanah tempat pondokan = $1 - \frac{4}{5} = \dots$

Untuk menyelesaikan $1 - \frac{4}{5}$ perhatikan daerah arsiran pada daerah persegi panjang dibawah ini



$$1 - \frac{4}{5} = \frac{5}{5} - \frac{4}{5} = \frac{5-4}{5} = \frac{1}{5}$$

Jadi luas tanah tempat pondokan seluas $\frac{1}{5}$ ha

Masalah -2.29

Ibu Sundari membeli 1 kg minyak goreng. Ditengah jalan minyak goreng itu tumpah $\frac{1}{3}$ kg. Berapa kg minyak goreng yang tersisa.



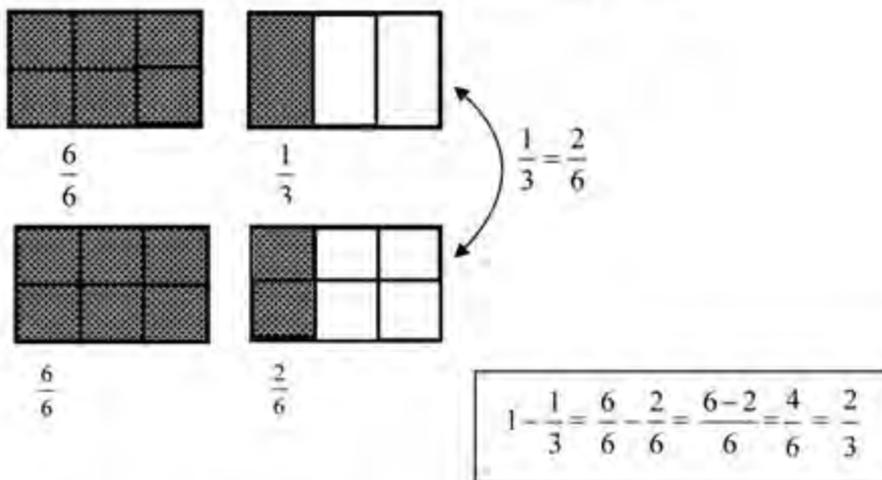
Alternatif Penyelesaian

Minyak goreng yang di beli adalah 1 kg

Minyak goreng yang tumpah $\frac{1}{3}$ kg

Minyak goreng yang tersisa = $1 - \frac{1}{3} = \dots$

Perhatikan cara menentukan selisih dua pecahan $\frac{2}{6}$ dan $\frac{1}{3}$



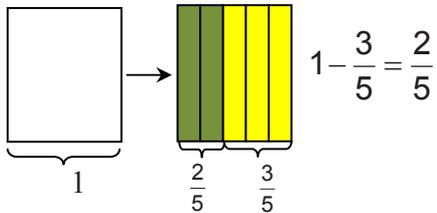
Jadi minyak goreng yang tersisa adalah $\frac{2}{3}$ kg.

Contoh 2.20

1) $1 - \frac{3}{5} = \dots$

Penyelesaian

Cara I



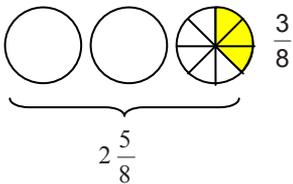
Cara II

$$\begin{aligned} 1 - \frac{3}{5} &= \frac{5}{5} - \frac{3}{5} \\ &= \frac{5-3}{5} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

2) $3 - \frac{3}{8} = \dots$

Penyelesaian

Cara I



Cara II

$$\begin{aligned} 3 - \frac{3}{8} &= 2 \frac{8}{8} - \frac{3}{8} \\ &= 2 \frac{8-3}{8} \\ &= 2 \frac{5}{8} \end{aligned}$$

3) $3 - \frac{1}{3} = 2 \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = 2 \frac{3-1}{3} = 2 \frac{2}{3}$

4) $5 - \frac{2}{5} = 4 \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = 4 \frac{5-2}{5} = 4 \frac{3}{5}$

5) $6 - \frac{2}{7} = 5 \frac{7}{7} - \frac{2}{7} = 5 \frac{7-2}{7} = 5 \frac{5}{7}$



Uji Kompetensi - 2.5

1. Ibu Sindy membeli dua ekor ayam. Satu ekor beratnya $1\frac{1}{4}$ kg dan satu ekor lainnya beratnya $2\frac{4}{5}$ kg. Berapa kg berat kedua ekor ayam?
2. Dua karung beras masing-masing beratnya $20\frac{3}{10}$ kg dan $31\frac{3}{4}$ kg. Berapa kilogram berat kedua karung beras itu seluruhnya?
3. Mula-mula Ati membeli $\frac{3}{4}$ liter minyak goreng. Kemudian, ia membeli lagi $1\frac{2}{3}$ liter. Berapa liter jumlah minyak goreng yang dibeli oleh Ati?
4. Bu Leksa membeli sepatu, baju, dan tas. Dari pembelian sepatu Ia mendapat diskon $5\frac{1}{2}\%$, dari baju $14\frac{2}{3}\%$, dan diskon dari tas $25\frac{3}{5}\%$. Harga penjualan sepatu, baju, dan tas adalah sama. Berapa persen diskon yang diperoleh Bu Leksa ?
5. Tiga buah truk mengangkut kelapa sawit. Truk I memuat $4\frac{2}{5}$ ton, truk II mengangkut $5\frac{1}{4}$ ton, dan truk III mengangkut $4\frac{5}{8}$ ton. Berapa kuintal kelapa sawit yang dapat diangkut oleh ketiga truk itu?
6. a. $\frac{1}{3} + \frac{3}{4} = \dots$
b. $\frac{2}{5} + 3\frac{4}{7} = \dots$
c. $\frac{2}{5} + \frac{2}{3} = \dots$
d. $\frac{7}{8} + \frac{5}{6} = \dots$
e. $\frac{4}{5} + 2\frac{1}{3} = \dots$



7. a. $2\frac{2}{3} + 1\frac{1}{4} = \dots$

b. $3\frac{4}{5} + 5\frac{3}{4} = \dots$

c. $3\frac{2}{7} + 2\frac{5}{6} = \dots$

d. $6\frac{3}{4} + 4\frac{3}{5} = \dots$

e. $3\frac{5}{6} + 1\frac{5}{8} = \dots$

3) Perkalian Bilangan Pecahan

Masalah -2.30

Karena tidak mengerjakan tugas, 9 orang siswa diberi hukuman menulis kata “tugas”. Masing-masing siswa harus menulis $\frac{2}{3}$ halaman buku. Berapa halaman buku, hasil menulis kata “tugas “ itu?



Alternatif Penyelesaian

Banyak siswa yang mendapat hukuman 9 orang.

Setiap siswa harus menulis $\frac{2}{3}$ halaman kata “tugas”.

$$\begin{aligned}
 \text{Banyak tulisan kata "tugas"} &= 9 \times \frac{2}{3} \\
 &= \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \\
 &= \frac{2+2+2+2+2+2+2+2+2+2}{3} \\
 &= \frac{9 \times 2}{3} = \frac{18}{3} = 6
 \end{aligned}$$

Jadi banyak tulisan kata "tugas" seluruhnya sebanyak 6 halaman.

Masalah -2.31

Pak Sani dan 3 orang temannya harus menyelesaikan panen tomatnya dalam minggu ini, karena minggu depan ia harus mempersiapkan pesta perkawinan putrinya. Agar panen dapat selesai, masing-masing mereka berempat harus dapat memanen $\frac{3}{5}$ petak tomat. Berapa petak keseluruhan tomat?



Alternatif Penyelesaian

Banyak pekerja adalah 4 orang.

Masing-masing mengerjakan $\frac{3}{5}$ petak tomat.

Banyak petak tomat yang harus dikerjakan

$$\begin{aligned}
 4 \times \frac{3}{5} &= \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} &= \frac{3+3+3+3}{5} \\
 &= \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}
 \end{aligned}$$

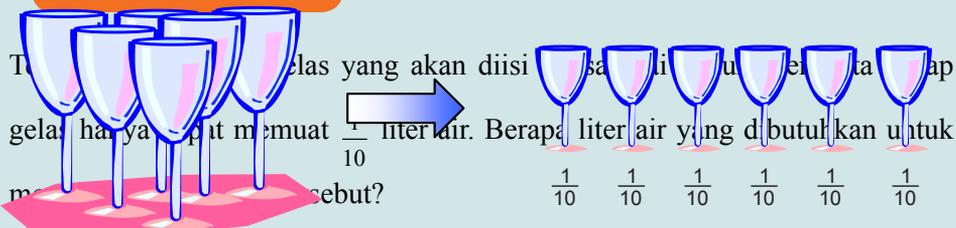
Jadi banyak petak tomat adalah $2\frac{2}{5}$ petak

Berdasarkan pemecahan masalah di atas, kita dapat temukan cara mengalikan bilangan asli dengan bilangan pecahan. Mari kita perhatikan lebih lanjut hal tersebut.

a. Perkalian bilangan asli dengan pecahan biasa dan sebaliknya.

Untuk lebih mudah memahami bagaimana cara mengalikan bilangan asli dengan sebuah pecahan atau perkalian sebuah pecahan dengan bilangan asli, perhatikan masalah-masalah berikut.

Masalah -2.32



Gambar-2.21: Gelas



Alternatif Penyelesaian

Banyak gelas 6 buah

Tiap satu gelas dapat memuat $\frac{1}{10}$ liter air.

Perhatikan keenam gelas di atas sebelah kanan pada Gambar 2.21. Banyak air yang dibutuhkan untuk mengisi semua gelas adalah penjumlahan banyak air pada setiap gelas. Karena ada 6 gelas dan setiap gelas berisi $\frac{1}{10}$ liter air,

Banyak air yang dibutuhkan adalah:

$$\begin{aligned} &= 6 \times \frac{1}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \\ &= \frac{1+1+1+1+1+1}{10} \\ &= \frac{6 \times 1}{10} = \frac{6}{10} \end{aligned}$$

Jadi banyak air yang dibutuhkan = $\frac{6}{10}$ liter

Disimpulkan $6 \times \frac{1}{10}$ sama dengan penjumlahan pecahan $\frac{1}{10}$ sebanyak 6 kali atau

$$6 \times \frac{1}{10} = \frac{6 \times 1}{10} = \frac{6}{10}$$

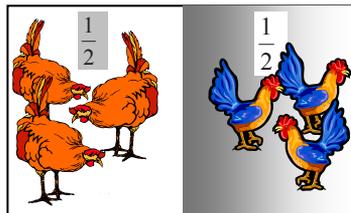
Masalah -2.33

Ali punya 6 ekor ayam. Setengah dari banyak ayam itu adalah ayam jantan. Berapa banyak ayam jantan milik Ali?



Alternatif Penyelesaian

Enam ekor ayam dibuat menjadi dua bagian satu bagian kumpulan ayam jantan dan satu bagian lagi kumpulan ayam betina. Coba perhatikan gambar di samping, berapa banyak ayam jantan? Ternyata banyak ayam jantan adalah 3 ekor. Dapatkah anda menyatakan banyak ayam jantan sebagai hasil perkalian pecahan dengan bilangan asli ?



Gambar 2.22 Ayam

$$\frac{1}{2} \text{ dari } 6 = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

Masalah -2.34

Santi mempunyai 2 roti. Tiga perempat bagian dari dua roti itu di beri kepada adiknya. Berapa bagian sisa roti pada Santi?

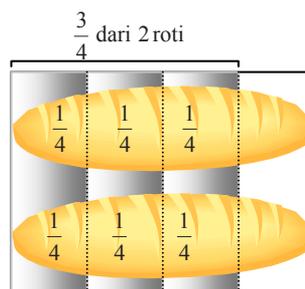


Alternatif Penyelesaian

Langkah pertama dua roti itu dibagi menjadi 4 bagian yang sama. Kemudian ambil 3 dari 4 bagian dari kedua roti. Cermati gambar di samping, Banyak roti yang diberikan pada adik Santi

$$= \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) = 3 \times \frac{2}{4}$$

$$= \frac{3 \times 2}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$



Gambar 2.23 Roti

Dengan demikian, banyak roti yang diberikan Santi pada adiknya adalah $1\frac{1}{2}$ roti.

$$\text{Sisa roti pada santi} = 2 - 1\frac{1}{2} = \frac{4}{2} - \frac{3}{2} = \frac{4-3}{2} = \frac{1}{2} \text{ roti.}$$

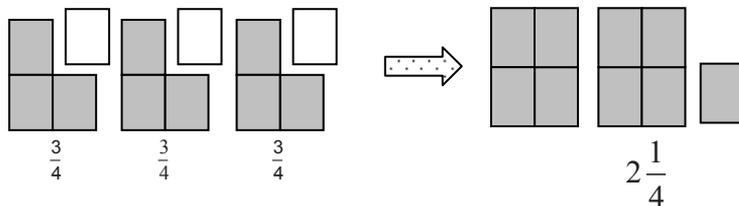
Berdasarkan contoh ini dapat kita simpulkan bahwa $\frac{3}{4}$ dari 2 = $\frac{3}{4} \times 2 = \frac{3 \times 2}{4} = \frac{6}{4}$
 $= \frac{3}{2}$

Contoh 2.21

1. Hitung $3 \times \frac{3}{4} = \dots ?$

Penyelesaian

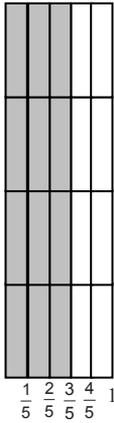
Perhatikan gambar berikut



Berdasarkan gambar di atas, $3 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3+3+3}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

2. Hitunglah $\frac{3}{5} \times 4 = \dots ?$

Penyelesaian



Perhatikan gambar disamping, banyak potongan daerah yang diarsir adalah 3×4

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \times 4 &= \frac{3 \times 4}{5} \\ &= \frac{12}{5} \\ &= 2\frac{2}{5} \end{aligned}$$

Coba cari dengan cara siswa sendiri!

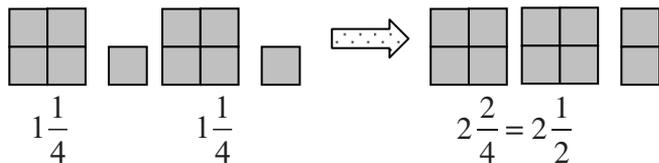
b. Perkalian bilangan asli dengan pecahan campuran.

Contoh 2.22

1) $2 \times 1\frac{1}{4} = \dots$

Penyelesaian

Cara I : $2 \times 1\frac{1}{4} = 2 \times \left(1 + \frac{1}{4}\right) = 2 \times \left(\frac{4}{4} + \frac{1}{4}\right) = \left(2 \times \frac{4}{4}\right) + \left(2 \times \frac{1}{4}\right)$

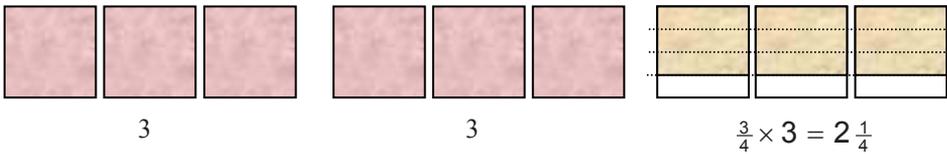


$$= \frac{8}{4} + \frac{2}{4} = \frac{10}{4} = 2\frac{2}{4} = 2\frac{1}{4}$$

Cara II : $2 \times 1\frac{1}{4} = 2 \times \frac{5}{4} = \frac{2 \times 5}{4} = \frac{10}{4} = 2\frac{1}{4}$

2) $2\frac{3}{4} \times 3 = \dots?$

Penyelesaian



$$2\frac{3}{4} \times 3 = \frac{8}{4} + \frac{2}{4} = \frac{10}{4} = 2\frac{2}{4} = 2\frac{1}{4}$$

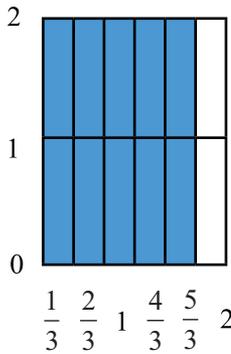
$$= \left(2 \times \frac{12}{4}\right) + \left(\frac{3}{4} \times 3\right) = \frac{24}{4} + \frac{9}{4} = \frac{33}{4} = 8\frac{1}{4}$$

3) $2 \times 1\frac{2}{3} = \dots$

Penyelesaian

Cara I. $2 \times 1\frac{2}{3} = 2 \times \left(1 + \frac{2}{3}\right) = 2 \times \left(\frac{3}{3} + \frac{2}{3}\right)$

$$= \left(2 \times \frac{3}{3}\right) + \left(2 \frac{3}{3}\right) = \frac{6}{3} + \frac{4}{3} = \frac{10}{3} = 3 \frac{1}{3}$$



Cara II. $2 \times 1 \frac{2}{3} = 2 \times \frac{5}{3} = \frac{2 \times 5}{3} = \frac{10}{3} = 3 \frac{1}{3}$

$$4) 5 \frac{1}{2} \times 2 = \left(5 + \frac{1}{2}\right) \times 2 = (5 \times 2) + \left(\frac{1}{2} \times 2\right) \\ = (10) + (1) = 11$$



Sifat - 2.15

Untuk a , b , dan c bilangan asli, berlaku

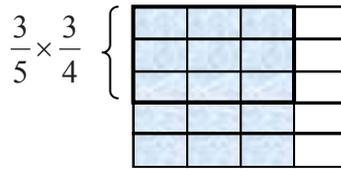
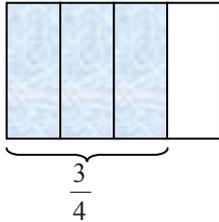
- 1) $a \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{c}$
- 2) $\frac{b}{c} \times a = \frac{b \times a}{c}$
- 3) $1 \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \times 1 = \frac{a}{b}$

3. Perkalian Pecahan Biasa dengan Pecahan Biasa.

Contoh 2.22

1) Hitung $\frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \dots$

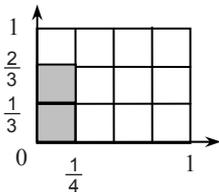
Penyelesaian



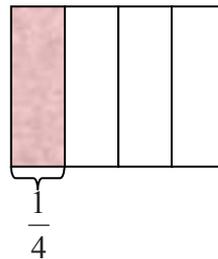
Berdasarkan gambar di atas $\frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{5 \times 4} = \frac{9}{20}$

2) Hitung $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \dots$

Penyelesaian



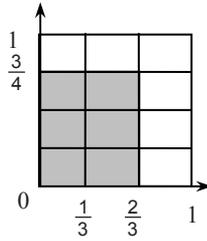
$$\begin{aligned} \times \frac{1}{4} &= \frac{2 \times 1}{3 \times 4} \\ &= \frac{2}{12} \end{aligned}$$



Jadi, $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12}$

3) Hitung $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \dots$

Penyelesaian

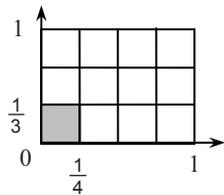


$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} &= \frac{3 \times 2}{4 \times 3} \\ &= \frac{6}{12} \end{aligned}$$

Jadi, $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{12}$

4) Hitung $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \dots$

Penyelesaian



$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} &= \frac{1 \times 1}{3 \times 4} \\ &= \frac{1}{12} \end{aligned}$$

Jadi, $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$



Sifat - 2.16

Misalkan a , b , c , dan d adalah bilangan asli, $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ adalah pecahan biasa, maka berlaku:

$$\text{pecahan} \times \text{pecahan} = \frac{\text{pembilang} \times \text{pembilang}}{\text{penyebut} \times \text{penyebut}}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

4. Perkalian pecahan biasa dengan pecahan campuran.

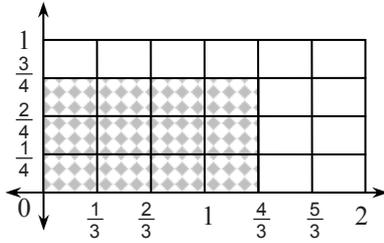
Masalah -2.35

Dalam memperingati hari kemerdekaan 17 Agustus, diadakan pertandingan melompat bagi anak-anak umur 12 tahun ke bawah. Dari hasil pertandingan diperoleh juara I mampu melompat sejauh $1\frac{1}{3}$ m dan juara II hanya mampu mencapai jarak $\frac{3}{4}$ dari lompatan juara I. Berapa meter hasil lompatan juara II ?



Alternatif Penyelesaian

- Jarak lompatan juara I adalah $1\frac{1}{3}$ m.
- Jarak lompatan juara II adalah $\frac{3}{4}$ dari $1\frac{1}{3}$ m
- Artinya jarak lompatan juara II adalah $\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{3}$



$$\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{3} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{3 \times 4}{4 \times 3} = \frac{12}{12} = 1$$

Masalah -2.36

Ibu menerima gaji untuk dua bulan sebesar Rp3.000.000,00. Untuk biaya sekolah anak-anaknya, Ibu harus menggunakan uang sebesar $\frac{4}{5}$ dari gaji satu bulan. Untuk kebutuhan belanja dapur, Ia harus mengeluarkan uang sebesar $1\frac{1}{2}$ dari biaya biaya sekolah. Berapa rupiah untuk keperluan dapur ?



Alternatif Penyelesaian

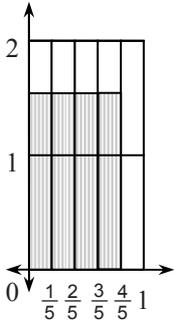
Gaji Ibu dalam dua bulan Rp3.000.000,00

Berarti gaji satu bulan = $\frac{1}{2} \times \text{Rp}3.000.000,00 = \text{Rp}1.500.000,00$

Biaya sekolah adalah $\frac{4}{5}$ dari gaji satu bulan

Biaya sekolah = $\frac{4}{5} \times \text{Rp}1.500.000,00 = \text{Rp}1.200.000,00$

Biaya belanja dapur adalah $1\frac{1}{2}$ dari biaya sekolah atau $1\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \times \text{Rp}1.500.000,00$



$$\begin{aligned} \text{Biaya belanja dapur} &= 1\frac{1}{5} \times \text{Rp}1.500.000,00 \\ &= \text{Rp}1.800.000,00 \end{aligned}$$

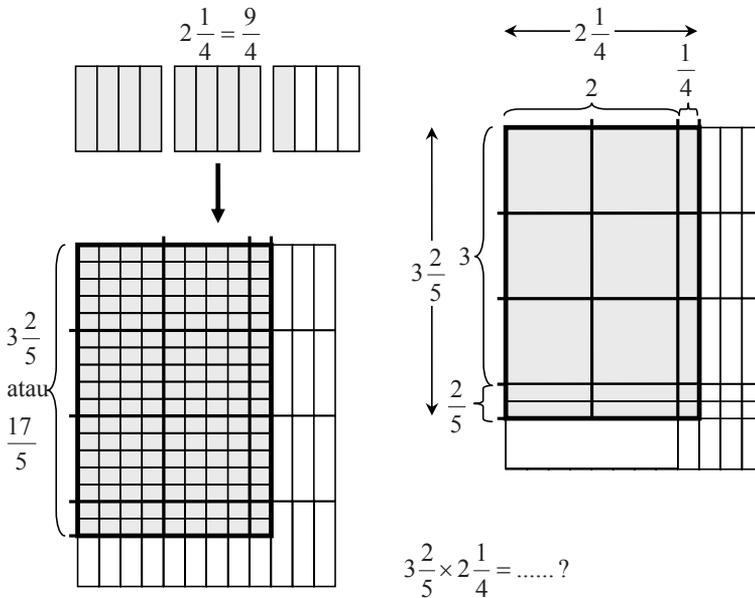
Jadi biaya sekolah adalah Rp1.200.000,00 dan biaya dapur adalah Rp1.800.000,00

5. Perkalian pecahan biasa dengan pecahan campuran.

Contoh 2.23

1. Hitung $3\frac{2}{5} \times 2\frac{1}{4} = \dots?$

Penyelesaian



Cara II

$$\begin{aligned}3\frac{2}{5} \times 2\frac{1}{4} &= \frac{17}{5} \times \frac{9}{4} \\ &= \frac{17 \times 9}{5 \times 4} \\ &= \frac{153}{20} \\ &= 7\frac{13}{20}\end{aligned}$$

2	$\frac{1}{4}$	
$\times 3$	$\frac{2}{5}$	
	$\frac{2}{20}$	$\frac{2}{5} \times \frac{1}{4}$
	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{5} \times 2$
3×2	6	$3 \times \frac{1}{4}$
	6	$\frac{33}{20} = 7\frac{13}{20}$

2. Hitung $2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{2} = \dots?$

Penyelesaian

$$2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{2} = \frac{7}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

3. Hitung $4\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{3} = \dots?$

Penyelesaian

$$4\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{3} = \frac{13}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{52}{9} = 5\frac{7}{9}$$

6. Mengalikan tiga pecahan berturut-turut.

Contoh 2.24

1) Hitunglah $\frac{5}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{12}{5} = \dots$

Penyelesaian

Cara I

$$\begin{aligned}\frac{5}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{12}{5} &= \left(\frac{5}{3} \times \frac{1}{4} \right) \times \frac{12}{5} \\ &= \frac{5}{12} \times \frac{12}{5} \\ &= 1\end{aligned}$$

Cara II

$$\frac{5}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{12}{5} = \frac{5^1}{3^1} \times \frac{1}{4^1} \times \frac{12^1}{5^1} = \frac{1}{1} = 1$$

2) Hitunglah $4\frac{4}{5} \times 2\frac{7}{3} \times 2\frac{1}{12} = \dots$

Penyelesaian

Cara I

$$\begin{aligned}4\frac{4}{5} \times 2\frac{7}{3} \times 2\frac{1}{12} &= \left(4\frac{4}{5} \times 2\frac{7}{3} \right) \times 2\frac{1}{12} \\ &= \left(\frac{24^8}{5} \times \frac{13}{3^1} \right) \times \frac{25}{12} \\ &= \frac{104^26}{3^1} \times \frac{23^5}{12_3} = \frac{130}{3} = 43\frac{1}{3}\end{aligned}$$

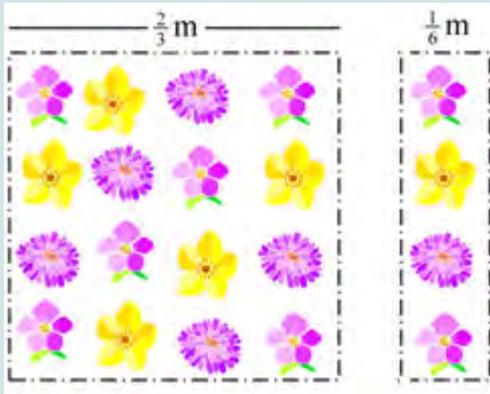
Cara II

$$\begin{aligned}4 \frac{4}{5} \times 2 \frac{7}{3} \times 2 \frac{1}{12} &= \frac{24^2}{5^1} \times \frac{13}{3} \times \frac{25^5}{12^1} \\ &= \frac{2 \times 13 \times 5}{3} = \frac{130}{3} = 43 \frac{1}{3}\end{aligned}$$

4) Pembagian Pecahan

Sebelumnya telah dijelaskan bahwa pembagian adalah pengurangan berulang dan operasi pembagian adalah lawan dari operasi perkalian. Untuk menemukan cara menentukan hasil pembagian dengan bilangan pecahan, coba cermati masalah berikut ini.

Masalah -2.37



Seorang penjahit menerima $\frac{2}{3}$ m kain putih berbunga-bunga untuk dijadikan saputangan. Untuk tiap saputangan memerlukan $\frac{1}{6}$ m. Berapa banyak saputangan yang dapat dibuat.



Alternatif Penyelesaian

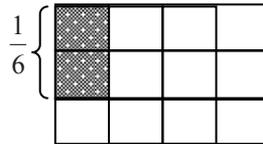
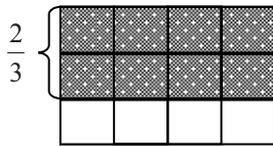
Diketahui: Kain yang tersedia $\frac{2}{3}$ m

Satu sapatangan memerlukan $\frac{1}{6}$ m

Ditanya: Banyak sapatangan yang dapat dibuat.

Karena untuk membuat tiap sapatangan diperlukan $\frac{1}{6}$ m, maka banyak sapatangan yang dapat dibuat adalah $\frac{2}{3}$ m

$$\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \dots ?$$



Berdasarkan gambar di atas, $\frac{2}{3}$ bagian = 8 kotak terarsir.

Sementara $\frac{1}{6}$ bagian = 2 kotak arsiran. Jadi $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = 8 : 2 = 4$. Untuk membuat sebuah sapatangan diperlukan 2 kotak. Sementara yang tersedia 8 kotak. Sehingga banyak sapatangan yang dapat dibuat adalah 8 kotak dibagi 2 kotak yang sama dengan 4 buah sapatangan.

Hal ini dapat juga dihitung dengan cara berikut

$$\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \times \frac{6}{1} = \frac{2 \times 6}{3 \times 1} = \frac{12}{3} = 4$$

Jadi banyak sapatangan yang dapat dibuat adalah 4 buah

Masalah -2.38



Gambar-2.25: Bermain Sirkus

Seorang pemain sirkus akan mempertunjukkan berjalan di atas tali yang panjangnya 10 meter. Sekali melangkah, ia mencapai $\frac{1}{2}$ m. Berapa langkah yang dibutuhkan agar sampai di ujung tali.



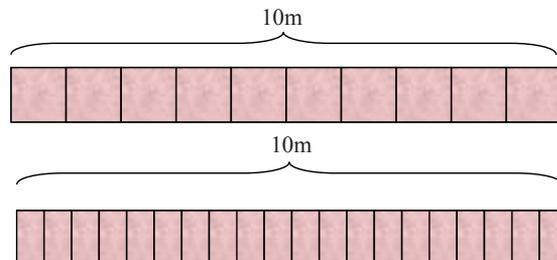
Alternatif Penyelesaian

Diketahui : Panjang tali 10 m
Satu kali melangkah diperoleh $\frac{1}{2}$ m
Ditanya : Banyak langkah yang dibutuhkan ?

Penyelesaian

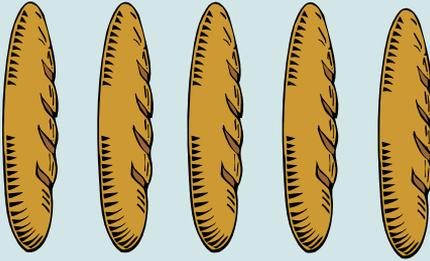
Satu kali melangkah, jarak yang ditempuh $\frac{1}{2}$ m. Karena panjang tali 10 m, maka banyak langkah yang dibutuhkan adalah: $10 : \frac{1}{2} = \dots ?$

Perhatikan gambar berikut!



Terlihat yang diperlukan adalah 20 langkah. Sehingga $10 : \frac{1}{2} = 20$ langkah.

Masalah -2.39



Gambar-2.27: Roti

Bu Vera memiliki 5 potong roti. Roti tersebut akan dibagikan pada 3 orang anaknya dan tiap anak mendapat bagian yang sama. Berapa potong yang diperoleh tiap anak ?



Alternatif Penyelesaian

Banyak roti yang dimiliki Bu Vera adalah 5 potong

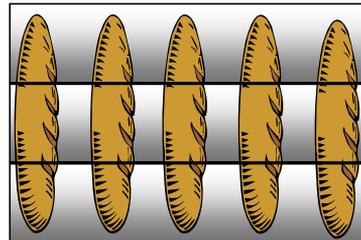
Banyak anak Bu Vera adalah 3 orang

Karena tiap anak mendapat bagian yang sama, maka banyak roti yang diperoleh masing-masing anak adalah $5 : 3 = \dots ?$

Perhatikan gambar berikut

Berdasarkan gambar di samping, banyak roti yang diperoleh masing-masing anak adalah

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} &= \frac{1+1+1+1+1}{3} = \frac{5}{3} \\ &= 1\frac{2}{3} \end{aligned}$$



Cara memperoleh

$$5 : 3 = (3 + 2) : 3 = (3 : 3) + (2 : 3)$$

$$= 1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$$

Masing-masing anak mendapat $1\frac{2}{3}$ potong roti.

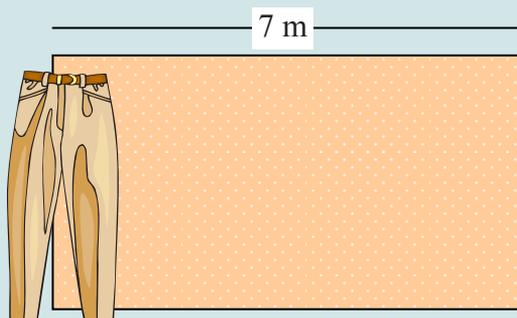
Hasil pembagian bilangan asli 5 dengan 3 menghasilkan pecahan $1\frac{2}{3}$.

Kemudian operasi pembagian dapat dijelaskan sebagai lawan dari operasi perkalian,

$$5 : 3 = \frac{5}{3}$$

$$\text{sebab } 3 \times \frac{5}{3} = \frac{3 \times 5}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

Masalah -2.40



Gambar-2.28: Bakal Celana

Seorang penjahit menerima 7 m kain bakal untuk dijadikan tiga buah celana. Tiap celana berukuran sama. Berapa meter kain yang dibutuhkan untuk satu celana ?



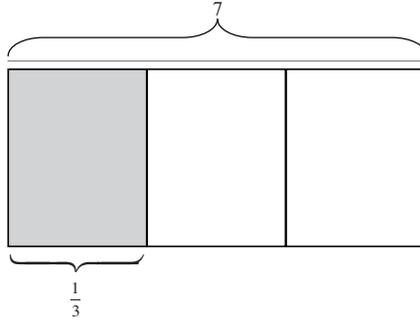
Alternatif Penyelesaian

Bahan yang tersedia 7 m kain bakal.

Banyak celana yang akan dibuat 3 potong.

Karena setiap celana berukuran sama, maka ukuran kain untuk satu potong celana adalah $7 : 3 = \dots ?$

Perhatikan gambar berikut



Berdasarkan gambar tersebut, 7 dibagi 3 adalah luas daerah persegi panjang yang panjangnya 7 m dan lebarnya $\frac{1}{3}$ m. Dapat ditulis

$$7 : 3 = 7 \times \frac{1}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

Jadi, kain yang dibutuhkan untuk membuat satu celana adalah $2\frac{1}{3}$ m
 Cara memperolehnya adaah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} 7 : 3 &= (6 + 1) : 3 \\ &= (6 : 3) + (1 : 3) = 2 + \frac{1}{3} = 2\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Jadi untuk membuat satu potong celana diperlukan $2\frac{1}{3}$ m kain. Hasil pembagian bilangan asli 7 dengan 3 menghasilkan pecahan $2\frac{1}{3}$. Operasi pembagian dapat dijelaskan sebagai lawan dari operasi perkalian,

$$7 : 3 = \frac{7}{3} \text{ sebab } 3 \times \frac{7}{3} = \frac{3 \times 7}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

Setiap bilangan pecahan jika dikalikan dengan 1 hasilnya bilangan pecahan itu sendiri. Demikian juga jika sebuah pecahan dibagi dengan bilangan 1 maka hasilnya bilangan pecahan itu sendiri. Perhatikan contoh berikut.

Contoh 2.25

$$1) \quad \frac{3}{4} \times 1 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{1} = \frac{3 \times 1}{4 \times 1} = \frac{3}{4}$$

$$2) \quad \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{3 \times 4}{4 \times 3} = \frac{12}{12} = 1$$

$$3) \quad \frac{3}{4} : 1 = \frac{3}{4} \text{ sebab } 1 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

$$4) \quad 1 : \frac{3}{4} = \frac{4}{3} \text{ sebab } \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$$

$$5) \quad 1 : \frac{4}{5} = \frac{5}{4} \text{ sebab } \frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{4 \times 5}{5 \times 4} = \frac{20}{20} = 1$$

Sebuah pecahan jika dikalikan dengan suatu pecahan, hasil kalinya adalah 1 maka pecahan itu saling berkebalikan. Kebalikan pecahan $\frac{4}{5}$ adalah $\frac{5}{4}$ sebab $\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = 1$. Pecahan $\frac{3}{4}$ kebalikannya adalah pecahan $\frac{4}{3}$, sebab $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$.



Sifat 2.17

Beberapa sifat yang perlu dicermati

1. Setiap pecahan dibagi dengan 1 hasilnya pecahan itu sendiri
2. Setiap pecahan memiliki kebalikan
3. Setiap pecahan dikalikan dengan kebalikannya hasilnya 1
4. hasil bagi bilangan 1 dengan sebuah pecahan, maka hasilnya adalah kebalikan pecahan itu.

Contoh 2.26

1) $t \times \frac{1}{7} = 1$. Tentukan nilai t

Penyelesaian

$$t = 1 : \frac{1}{7} = 1 \times \frac{7}{1}$$

$$t = \frac{7}{1} \quad (\text{kebalikan bilangan } \frac{1}{7})$$

$$t = 7$$

2) $\frac{6}{10} \times s = 1$. Tentukan nilai s

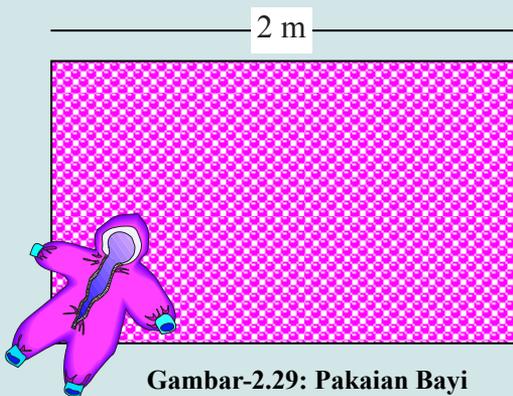
Penyelesaian

$$s = 1 : \frac{6}{10} = 1 \times \frac{10}{6}$$

$$s = \frac{10}{6} \quad (\text{kebalikan bilangan } \frac{6}{10})$$

$$s = 1\frac{4}{10}$$

Masalah -2.41



Gambar-2.29: Pakaian Bayi

Seorang Ibu hamil membeli 2 meter kain katun untuk dijadikan pakaian bayi. Satu pakaian bayi membutuhkan $\frac{1}{4}$ m kain katun. Berapa banyak pakaian bayi yang dapat dibuat.



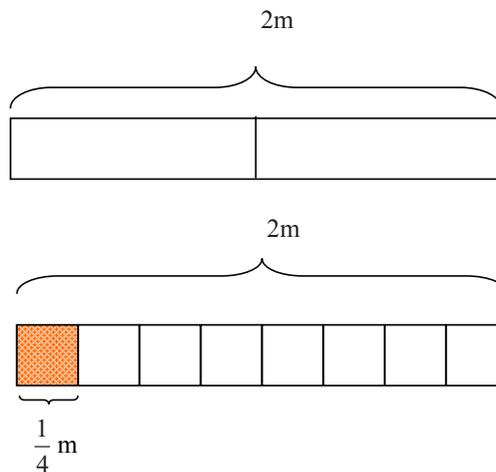
Alternatif Penyelesaian

Kain katun yang tersedia 2m

Satu pakaian bayi membutuhkan $\frac{1}{4}$ m kain katun

Berarti banyak pakaian bayi yang dapat dibuat adalah $2 : \frac{1}{4} = \dots ?$

Perhatikan gambar di bawah ini



Berdasarkan gambar di atas, dalam 2 m terdapat 8 kotak seperempatan. Jadi, banyak pakaian bayi (perhatikan kotak berwarna) yang dapat dibuat dari 2m kain katun adalah banyaknya kotak seperempatan, yaitu 8 potong.

Cara memperolehnya sebagai berikut

$$2 : \frac{1}{4} = 2 \times \frac{4}{1} = \frac{2 \times 4}{1} = \frac{8}{1} = 8$$

Jadi banyak pakaian bayi yang dapat dibuat adalah 8 potong.

Masalah -2.42



Gambar-2.30: Tukang Plafon

Seorang tukang ingin memasang plafon rumah dengan bahan triplek. Ukuran luas satu triplek adalah 5 m^2 . Triplek besar dipotong-potong pengganti asbes berbentuk persegi dengan panjang sisi $\frac{1}{2} \text{ m}$. Berapa banyak asbes yang dapat dibuat dari satu triplek besar ?



Alternatif Penyelesaian

Tersedia sebuah triplek besar ukuran dengan panjang $2,5 \text{ m}$ dan lebarnya 2 m .

Karena triplek berbentuk persegi panjang, maka luasnya adalah

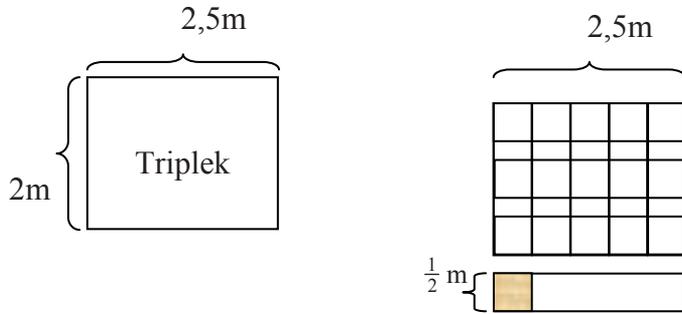
$$L = 2,5 \times 2 = 5 \text{ m}^2.$$

Karena asbes berbentuk persegi dengan panjang sisi $\frac{1}{2} \text{ m}$, maka dapat dihitung

$$\text{Luas satu asbes} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ m}^2.$$

Banyak asbes yang dapat dibentuk dari sebuah triplek adalah hasil bagi luas triplek dengan luas asbes, yaitu $5 : \frac{1}{4} = \dots?$

Perhatikan gambar di bawah ini



Berdasarkan gambar di atas, banyak petak yang luasnya $\frac{1}{4} \text{ m}^2$ yang dibentuk dari sebuah triplek yang luasnya 5 m^2 adalah sebanyak 20 petak. Jadi banyak asbes yang dapat dibuat adalah 20 potong

Cara memperolehnya sebagai berikut

$$5 : \frac{1}{4} = 5 \times \frac{4}{1} = \frac{5 \times 4}{1} = \frac{20}{1} = 20$$

Jadi banyak asbes yang dapat dibuat dari sebuah triplek adalah 20 buah.

Contoh 2.27

- 1) Hitung $4 : \frac{3}{7} = \dots ?$

Penyelesaian

$$4 : \frac{3}{7} = 4 \times \frac{7}{3} = \frac{4 \times 7}{3} = \frac{28}{3} = 9 \frac{1}{3}$$

- 2) Tentukan yang memenuhi $8 : \frac{3}{5} = p$

Penyelesaian

$$p = 8 \times \frac{5}{3}$$

$$p = \frac{8 \times 5}{3} = \frac{40}{3}$$

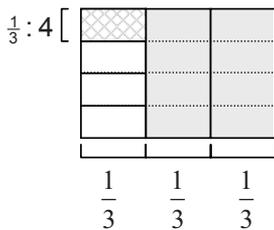
$$p = 13\frac{1}{3}$$

Sekarang perhatikan bagaimana cara membagi suatu pecahan dengan bilangan asli.

Contoh 2.28

- 1) Hitung $\frac{1}{3} : 4 = \dots$

Penyelesaian



$\frac{1}{3}$ satuan dibagi 4 sama besar, maka besar tiap bagian
 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$

adalah satuan.

$$\frac{1}{3} : 4 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

2) Tentukan nilai pada $\frac{2}{5} : 6 = p$

Penyelesaian

$$6 \times p = \frac{2}{5} \quad (\text{kaliat perkalian})$$

$$6 \times \frac{1}{6} = 1 \quad (\text{perkalian dengan kebalikan bilangan})$$

$$\frac{2}{5} \times \left(\frac{1}{6} \times 6 \right) = \frac{2}{5} \quad (\text{perkalian dengan 1})$$

$$\left(\frac{2}{5} \times \frac{1}{6} \right) \times 6 = \frac{2}{5}$$

$$\left(\frac{2}{5} \times \frac{1}{6} \right) = \frac{2}{5} : 6 \quad \text{atau} \quad \frac{2}{5} : 6 = \frac{2}{5} \times \frac{1}{6}$$

$$\text{jadi, } \frac{2}{5} : 6 = p \quad \rightarrow \quad p = \frac{2}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

Contoh 2.29

1) Tentukan nilai p dari $8 : 4\frac{2}{3} = p$

Penyelesaian

$$p = 8 : 4\frac{2}{3} = 8 : \frac{14}{3} = 8 \times \frac{3}{14} = \frac{24}{14} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$$

2) Tentukan nilai p dari $5\frac{3}{4} : 5 = p$

Penyelesaian

$$5\frac{3}{4} : 5 = \frac{23}{4} : 5 \quad \rightarrow \quad \frac{23}{4} : 5 = p$$

$$p \times 5 = \frac{23}{4}$$

Karena $\frac{1}{5} \times 5 = 1$ maka $\frac{23}{4} \times \left(\frac{1}{5} \times 5\right) = \frac{23}{4}$

$$\left(\frac{23}{4} \times \frac{1}{5}\right) \times 5 = \frac{23}{4}$$

$$\frac{23}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{23}{5} : 5$$

$$\frac{23}{5} : 5 = \frac{23}{4} \times \frac{5}{1}$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi, } p = 5\frac{3}{4} : 5 &= \frac{23}{4} \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{23}{20} = 1\frac{3}{20} \end{aligned}$$

Contoh 2.30

Tentukanlah hasil penjumlahan bilangan berikut:

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100} = \dots$$

ingatlah siswa pada perkalian berikut:

$$\begin{aligned}\frac{1}{n(n+1)} &= \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right) \\ &= 1 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(-\frac{1}{99} + \frac{1}{99}\right) - \frac{1}{100} \\ &= 1 + 0 + 0 + \dots + 0 - \frac{1}{100} \\ &= \left(1 - \frac{1}{100}\right) \\ &= \frac{99}{100}\end{aligned}$$



Uji Kompetensi - 2.6

A. Kerjakanlah soal-soal berikut ini

1. Bentuk sederhana dari $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2005(2005+1)}$ adalah
2. Pilih dan jelaskan cara terbaik membandingkan dua pecahan $\frac{2003}{2004}$ dengan $\frac{456}{457}$
3. Andi mempunyai 27 kelereng. Sebanyak $\frac{5}{9}$ dari kelereng itu diberi-

kannya kepada Rudi. Berapa banyak kelereng yang diberikan kepada Rudi? Berapa sisa kelereng pada Andi?

4. Dalam lomba tolak peluru Andika melempar sejauh $(10 \times \frac{1}{3})$ m, dan Budi sejauh $(10 \times \frac{2}{5})$ m. Siapakah antara kedua anak itu yang melempar paling jauh? Berapa selisihnya?

- 
5. Mana yang lebih banyak $\frac{3}{4}$ dari 5 ton atau $\frac{5}{6}$ dari 5 ton? Berapa ton bedanya?
 6. Bu Broto memiliki ladang gandum berbentuk persegi panjang. Panjangnya 20 m dan lebarnya $8\frac{2}{3}$ m. Tentukan luas ladang gandum tersebut!
 7. Hasil panen gandum Bu Broto adalah 15 ton per tahun. Bersamaan dengan musim panen, Ia harus membayar uang kuliah anaknya. Untuk Bu Broto harus menjual $\frac{2}{3}$ dari gandum itu. Berapa ton sisa gandum ?
 8. Suprpto melakukan perjalanan mudik dari kota Semarang ke kota Yogyakarta. Di perjalanan pengendara tersebut mengisi bensin tiga kali, yaitu $\frac{8}{5}$ liter, $\frac{3}{10}$ liter, dan $\frac{12}{5}$ terakhir liter. Berapa liter jumlah total bensin yang telah diisi oleh pengendara tersebut?
 9. Sonia membeli baju dengan harga Rp40.000,00 Ia mendapat potongan harga 0,25. Berapa harga yang harus dibayar?
 10. Harga sebuah tas Rp85.000,00 dengan discount 15%. Menjadi berapakah harga tas setelah diberi discount?
 11. Harga emas dua hari yang lewat Rp125.000,00 pergram. Hari ini harganya surut 2% dari harga itu. Berapa harga emas hari ini?
 12. Suatu supermarket memberi potongan harga sebesar 14% untuk setiap pembelian di atas Rp100.000,00. Jika Yanto berbelanja dengan total harga Rp180.000,00. Berapa harga yang akan di bayarnya?
 13. Ali membeli sebuah VCD Player dengan harga Rp450.000,00. Ia mendapat potongan harga 0,25. Berapa harga yang harus di bayar oleh Ali dengan potongan itu?
 14. Keuntungan yang diperoleh seorang pedagang dengan menjual sebuah topi seharga Rp14.000,00, adalah 0,20. Berapakah untung pedagang itu? Berapa modalnya?
 15. Seorang pedagang ternak menjual kambingnya dengan keuntungan 22%. Jika modalnya Rp525.000,00, berapakah harga jual kambing itu?

16. Bu Sri menjual sejumlah telur seharga Rp50.000,00. Pada penjualan itu ia mendapat keuntungan 12% berapakah modal Bu Sri?
17. Seorang pedagang berhasil menjual dagangannya dengan keuntungan 15%. Jika modalnya Rp620.000,00, berapa rupiahkah total penjualannya?
18. Pak Saleh membeli 5 ekor ayam seharga Rp120.000,00. Kemudian ia menjualnya dengan harga Rp150.000,00. Berapa untung Pak Saleh? Berapa persennkah itu?
19. Ibu Rina membeli 1 karung gula seberat 8 kg dengan harga Rp40.000,00. Jika Ibu Rina menjual tiap kg gula seharga Rp4.500,00. Untung atau rugikah Ibu Rina? Berapa persennkah itu?
20. Seorang pedagang membeli 20 kg buah dengan harga Rp75.000,00. Kemudian dijual seharga Rp4.000,00 per kg-nya. Berapa persen untung pedagang itu?
21. Karena ada kebutuhan yang mendesak, Pak Ali menjual Sepeda yang baru dibelinya. Dalam penjualan itu Pak Ali rugi 20%. Berapa harga jual sepeda jika Pak Ali membeli sepeda itu dengan harga Rp450.000,00?
22. Karena ingin membeli monitor yang lebih baik, Susi menjual monitornya dengan harga Rp700.000,00. Jika Susi membeli monitor itu Rp850.000,00, berapakah kerugian Susi terhadap pembelian? Berapa persennkah itu?
23. Dalam pelaksanaan tugas prakarya, Bu guru menyediakan kawat sepanjang $45\frac{3}{5}$ m. Kemudian, kawat itu dipotong-potong dengan panjang $1\frac{1}{5}$ m untuk dibagikan pada siswanya dan setiap siswa mendapat bagian yang sama. Berapa banyak siswa tersebut?
24. Ediaman akan memagari kebun bunganya. Untuk itu, ia memerlukan tiang-tiang yang tingginya $1\frac{1}{2}$ m. Berapa banyak tiang yang diperoleh dari sebatang besi yang panjangnya 12 m?
25. Seorang penggali sumur setiap $2\frac{1}{2}$ jam dapat menggali sedalam $2\frac{2}{3}$ m. Berapa dalam sumur tergal, jika penggali bekerja $\frac{1}{2}$ jam ?
26. Pada akhir hidupnya, Pak Usman meninggalkan warisan harta emas batangan seberat $2\frac{2}{5}$ kg. Pak usman

memiliki 3 orang anak, akan membagi warisan tersebut dengan bagian yang sama. Berapa gram emas yang diperoleh masing-masing anak ?

27. Selesaikanlah soal-soal berikut sesuai dengan contoh!

- a. $9,225 - 2,775 + 2,25 =$
- b. $3,445 + 2,555 - 2,15 =$
- c. $3,445 - 1,555 + 2,12 =$
- d. $-3,445 + 1,555 - 3,6 =$
- e. $-3,445 - 1,555 + 3,6 =$
- f. $82,45 + 19,55 - 3,75 =$
- g. $82,45 - 19,55 + 3,75 =$
- h. $82,45 + 19,55 + 3,75 =$
- i. $-82,45 - 19,55 + 4,75 =$
- j. $0,7463 + 0,4816 - 0,6814 =$

B. Selesaikanlah!

1. $4,8125 \times 32 - 48,2816 = \dots$
2. $1,6517 \times 25 + 36,4534 = \dots$
3. $0,5135 \times 65 + 1,4651 = \dots$
4. $0,8513 \times 27 - 17,5012 = \dots$
5. $2,5725 \times 18 + 1,4528 = \dots$
6. $0,96 \div 6 + 6,33 = \dots$
7. $1,69 \div 13 - 0,125 = \dots$
8. $6,34 \div 22 + 3,78 = \dots$
9. $0,422 + (0,652 \div 6) = \dots$
10. $0,888 - (0,425 \div 5) = \dots$
11. $0,248 \div 2 + 3,46 = \dots$
12. $1,562 + (0,620 \div 4) = \dots$
13. $0,812 - (0,218 \div 4) = \dots$
14. $0,421 \times 42 + 7,316 = \dots$
15. $1,612 \times 14 - 3,56 = \dots$

7. BILANGAN RASIONAL

Masalah -2.43

Pada pelajaran Fisika pokok bahasan pengukuran di laboratorium, guru memberikan tugas kepada 6 orang siswa untuk mengukur berat tepung yang telah tersedia pada masing-masing meja siswa. Hasil pengukuran keenam orang siswa itu adalah: 0.2 gram, 2 gram, 0.55 gram, 10 gram, 2.4 gram, dan 0.007 gram. Kemudian guru menyuruh salah seorang siswa menuliskan hasil pengukuran keenam siswa tersebut ke dalam satu lembar kertas.

- 1) Jika aturan pencatatan adalah hasil pengukuran yang diperoleh siswa dikurangi dengan 1 gram, bantulah siswa tersebut menuliskan hasil pengukuran keenam siswa tersebut!
- 2) Tuliskanlah hasil pengukuran berat tepung tersebut ke dalam bentuk pecahan biasa (bukan pecahan decimal)!



Alternatif Penyelesaian

- ✓ Hasil pengukuran berat tepung sebelum masing-masing ukuran di kurang 1 gram adalah:
 - Hasil pengukuran Siswa 1 adalah 0.2 gram
 - Hasil pengukuran Siswa 2 adalah 2 gram
 - Hasil pengukuran Siswa 3 adalah 0.55 gram
 - Hasil pengukuran Siswa 4 adalah 10 gram
 - Hasil pengukuran Siswa 5 adalah 2.4 gram
 - Hasil pengukuran Siswa 6 adalah 0.007 gram
- ✓ Hasil pengukuran berat tepung setelah masing-masing ukuran di kurang 1 gram adalah:
 - Siswa 1 = - 0.8 gram
 - Siswa 2 = 1 gram
 - Siswa 3 = -0.45 gram
 - Siswa 4 = 9 gram
 - Siswa 5 = 1.4 gram
 - Siswa 6 = - 0.997 gram

- ✓ Penulisan hasil pengukuran berat tepung tersebut ke dalam bentuk pecahan biasa (bukan pecahan desimal).

- Siswa 1 = $-\frac{8}{10}$ gram

gram

- Siswa 2 = $\frac{4}{2}$ gram

- Siswa 3 = $-\frac{45}{100}$ gram

- Siswa 4 = $\frac{27}{3}$

- Siswa 5 = $\frac{14}{10}$ gram

- Siswa 6 = $-\frac{997}{1000}$ gram



Latihan

Apakah siswa bisa menuliskan hasil-hasil pengukuran keenam siswa tersebut dengan angka-angka yang lain selain yang telah tertulis di atas? Minta siswa untuk mencoba.

Seluruh bilangan-bilangan yang tertulis pada alternatif pemecahan masalah di atas merupakan bilangan rasional.



Definisi 2.15

Bilangan rasional adalah suatu bilangan yang dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, a dan b bilangan bulat dan $b \neq 0$.

Masalah -2.44

Perhatikan definisi di atas, untuk a dan b bilangan bulat serta $b \neq 0$, bilangan apa yang dihasilkan $\frac{a}{b}$ jika:

- 1) $a = 0$
- 2) $a = b$
- 3) $a > b$, a dan b memiliki faktor prima
- 4) $a < b$, a dan b memiliki faktor prima
- 5) $a > b$, a kelipatan dari b
- 6) $a < b$, a faktor dari b



Alternatif Penyelesaian

- 1) Jika $a = 0$

Jika $a = 0$ (tentu $b \neq 0$)

maka $\frac{a}{b} = \frac{0}{b}$, kita ambil sembarang nilai b , maka

perhatikan

$$\frac{0}{1} = 0; \frac{0}{5} = 0; \frac{0}{20} = 0; \frac{0}{2013} = 0; \frac{0}{-2} = 0; \frac{0}{-100} = 0$$

Maka $\frac{a}{b}$ selalu menghasilkan bilangan 0

- 2) $a = b$

Silahkan coba sendiri, kemudian berikan kesimpulanmu

- 3) $a < b$, a dan b memiliki faktor prima

perhatikan

$$\frac{2}{3}; \frac{3}{7}; \frac{7}{11}$$

Maka $\frac{a}{b}$ selalu menghasilkan bilangan pecahan biasa

4) $a > b$, a dan b memiliki faktor prima
Silahkan coba sendiri dan berikan kesimpulanmu

5) $a > b$, a kelipatan dari b

$$\frac{4}{2} = 2; \quad \frac{99}{33} = 3; \quad \frac{10}{2} = 5$$

Maka selalu menghasilkan bilangan bulat

6) $a < b$, a faktor dari b ?

Silahkan coba sendiri dan berikan kesimpulanmu



Pertanyaan Kritis

1. Mana yang lebih, apakah banyak anggota himpunan bilangan pecahan atau anggota himpunan bilangan rasional?
2. Apakah bilangan bulat negatif merupakan bilangan rasional?
3. Apakah bilangan rasional merupakan bilangan pecahan?
4. Apakah bilangan pecahan pasti merupakan bilangan rasional?

Masalah -2.45

Diberikan 2 buah bilangan rasional yaitu $\frac{3}{-4}$ dan $\frac{-3}{4}$. Apakah kedua bilangan itu nilainya sama? Buktikanlah!



Alternatif Penyelesaian

Bukti:

Ingat kembali bahwa jika suatu bilangan dikali dengan 1 maka hasil perkaliannya adalah bilangan itu sendiri. Dapatkah siswa memberi contoh? Silahkan mencoba.

Jika 1 dikali dengan bilangan rasional $\frac{3}{-4}$ maka hasil perkaliannya adalah $\frac{3}{-4}$.

$$\frac{3}{-4} \times \frac{-1}{-1} = \frac{3x-1}{-4x-1} = \frac{-3}{4} \quad (\text{ingat bahwa } \frac{-1}{-1} = 1)$$



Latihan

1. Bandingkan mana lebih besar bilangan antara $\frac{2003}{2004}$ dan $\frac{2004}{2005}$!
2. Sebagai latihanmu buktikanlah bahwa $\frac{-43}{2013}$ sama dengan $\frac{43}{-2013}$!

Masalah -2.46

Perhatikan penjumlahan bilangan rasional berikut.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

Dapatkan siswa menentukan hasil penjumlahan dari bilangan-bilangan tersebut?



Alternatif Penyelesaian

Pertama, kita misalkan jumlah bilangan pecahan tersebut adalah x , kemudian kita tentukan pola penjumlahannya sebagai berikut:

$$x = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

Dengan memakai hukum distributif perkalian pecahan terhadap penjumlahan diperoleh

$$x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \right)$$

Perhatikan bahwa pola pertama berulang kembali

$$x =$$

$$x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x \quad \left(\text{tambahkan } -\frac{1}{2}x \text{ di kedua ruas} \right)$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \quad \left(\text{kalikan } 2 \text{ di kedua ruas} \right)$$

$$x = 1$$

Maka diperoleh $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 1$

Kita telah membahas bilangan-bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dengan a, b bilangan bulat dan $b \neq 0$. Namun banyak bilangan yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dengan a, b bilangan bulat dan $b \neq 0$. Seperti bilangan $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$, dan sebagainya. Bilangan-bilangan tersebut dinamakan bilangan irasional.



Uji Kompetensi - 2.7

- 1) Ubahlah bilangan-bilangan berikut ke dalam bentuk a/b , a , b , bilangan bulat dan $b \neq 0$.
 - a. 0,25
 - b. 3,50
 - c. 0,75
 - d. -5,2
 - e. 0,47
- 2) Buktikanlah $\sqrt{7}$ bukan bilangan rasional!
- 3) Misal a bilangan bulat. Buktikan jika a genap maka a^2 genap!
- 4) Tentukan nilai $p = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots$
- 5) Tentukan nilai $y = x + 1^3 + x + 2^3 + x + 3^3 + \dots + x + 100^3!$
- 6) Bilangan $23a23b$ habis dibagi 8 dan 9. Tentukan nilai dari $a + b$
- 7) Jika $0,201020102010\dots = \frac{x}{y}$ dengan x, y bilangan asli, maka nilai terkecil dari $x + y$ adalah...
- 8) Buktikan bahwa $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \dots \frac{2007}{2008} < \frac{1}{\sqrt{2009}}$

D. PENUTUP

Setelah kita bahas secara seksama seluruh materi pada bahasan dua ini, beberapa kesimpulan yang dapat diambil untuk pengangan siswa untuk mendalami materi tentang bilangan dan untuk mempelajari bahasan berikutnya. Beberapa hal penting sebagai kesimpulan disajikan sebagai berikut.

1. Konsep bilangan bulat, cacah, asli, pecahan, dan rasional dapat ditemukan dalam berbagai masalah nyata disekitar kita dan penggunaannya sangat luas dalam kehidupan.

2. Himpunan bilangan bulat dan himpunan bilangan pecahan adalah bagian dari himpunan bilangan rasional. Himpunan bilangan cacah dan himpunan bilangan asli adalah bagian dari himpunan bilangan bulat. Dengan demikian himpunan bilangan cacah dan himpunan bilangan asli, juga merupakan bagian dari himpunan bilangan rasional.
3. Setiap bilangan memenuhi berbagai sifat terhadap operasi hitung tertentu. Tetapi sifat-sifat yang dipenuhi suatu himpunan bilangan terhadap operasi tertentu belum tentu sifat tersebut dipenuhi terhadap operasi hitung yang lain. Misalnya anggota himpunan bilangan bulat memenuhi sifat komutatif terhadap operasi penjumlahan, tetapi sifat komutatif tidak dipenuhi dengan operasi pengurangan.
4. Untuk menentukan *FPB* dan *KPK* dua buah atau lebih bilangan dapat digunakan berbagai cara, antara lain (1) menggunakan pohon faktor, (2) menggunakan faktor-faktor prima dari bilangan-bilangan yang diketahui, dan (3) menentukan kelipatan-kelipatan bilangan yang diketahui.
5. Kita dapat menemukan dan menggunakan pola-pola dari sederetan bilangan untuk memecahkan suatu masalah. Berbagai pola yang telah kita pelajari dapat digunakan untuk menentukan atau memprediksi hasil pangkat dari sebuah bilangan, hasil jumlah dan hasil kali banyak bilangan yang diketahui, tanpa menghitung hasil operasi dengan satu persatu atau dengan menghitung secara tuntas.
6. Bilangan rasional dan bilangan pecahan sama-sama dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$ dengan a dan b bilangan bulat serta $b \neq 0$. Semua anggota himpunan pecahan adalah anggota himpunan bilangan rasional, tetapi terdapat anggota himpunan bilangan rasional yang bukan merupakan anggota himpunan bilangan pecahan. Misalnya semua bilangan bulat adalah bilangan rasional tetapi bilangan bulat bukan bilangan pecahan.
7. Dalam penggunaan operasi pembagian bilangan, misal $\frac{a}{b}$, nilai $b \neq 0$, sebab $\frac{a}{b}$ dengan $b = 0$ menghasilkan dua kemungkinan, yaitu (1) hasilnya tak tentu, apabila $a = 0$ dan (2) hasilnya tidak terdefinisi, apabila $a \neq 0$.
8. Dua himpunan bilangan dikatakan *ekuivalen*, apabila banyak anggotanya sama tetapi karakteristik anggotanya berbeda. Dua bilangan dikatakan *ekuivalen* jika dan hanya jika nilainya sama tetapi bentuknya berbeda.



Berbagai konsep, sifat-sifat dan aturan-aturan yang sudah kita pelajari pada bahasan dua ini sangat bermanfaat untuk melanjutkan bahasan kita pada bab berikutnya. Bahasan selanjutnya adalah tentang garis dan sudut yang dilanjutkan dengan penentuan luas dan keliling segiempat dan segitiga. Penggunaan bilangan dalam pengukuran sudut, jarak dua titik, jarak titik ke suatu bidang dan menentukan luas daerah segiempat dan segitiga, tentu penggunaan bilangan sangat banyak. Penggunaan konsep dan sifat-sifat bilangan dalam pemecahan masalah terkait garis dan sudut dan penentuan luas daerah segiempat, sangat luas cakupan dan manfaatnya.

BAB



Garis Dan Sudut

.A

KOMPETENSI DASAR DAN PENGALAMAN BELAJAR

Kompetensi Dasar	Pengalaman Belajar
<p>Melalui proses pembelajaran garis dan sudut, siswa mampu:</p> <ol style="list-style-type: none">1. Memiliki rasa ingin tahu, percaya diri, dan ketertarikan terhadap matematika serta memiliki rasa percaya pada daya dan kegunaan matematika yang tertentu melalui pengalaman belajar.2. Memahami berbagai konsep dan prinsip garis dan sudut dalam pemecahan masalah nyata.3. Menerapkan berbagai konsep dan sifat-sifat terkait garis dan sudut dalam pembuktian matematika serta pemecahan masalah nyata.	<p>Melalui proses pembelajaran, siswa memiliki pengalaman belajar.</p> <ol style="list-style-type: none">1. Terlatih berpikir kritis dan berpikir kreatif.2. Menemukan ilmu pengetahuan dari pemecahan masalah nyata3. Mengajak untuk melakukan penelitian dasar dalam membangun konsep.4. Dilatih bekerjasama dalam tim untuk menemukan solusi permasalahan.5. Dilatih mengajukan ide-ide secara bebas dan terbuka6. Merasakan manfaat matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Istilah Penting:

- Segmen garis
- Sudut Berpenyiku
- Sudut Berpelurus
- Sudut Sehadap
- Sudut Bertolak Belakang

B. PETA KONSEP

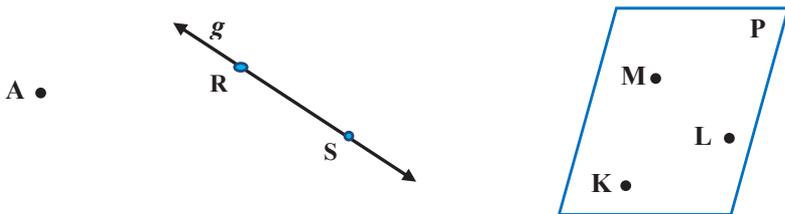


C. MATERI PEMBELAJARAN

1. MENEMUKAN KONSEP TITIK, GARIS, DAN BIDANG

Dalam ilmu Geometri, terdapat beberapa istilah atau sebutan yang tidak memiliki definisi. Misalnya, titik, garis, dan bidang merupakan istilah yang tidak didefinisikan (*undefined terms*). Meskipun ketiga istilah tersebut tidak secara formal didefinisikan, sangat penting disepakati tentang arti istilah tersebut.

perhatikan gambar berikut ini !



Titik A

Garis g melalui titik R dan S

Bidang P atau bidang KLM

.Gambar 3.1 : Representasi titik A, garis g dan bidang P

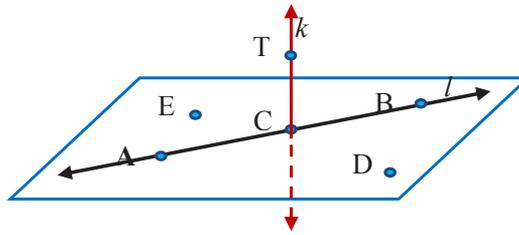
Suatu titik tidak memiliki ukuran, biasanya dideskripsikan menggunakan tanda noktah. Misalnya titik A pada gambar di atas.

Suatu garis direpresentasikan oleh suatu garis lurus dengan dua tanda panah di setiap ujungnya yang mengindikasikan bahwa garis tersebut dapat diperpanjang tanpa batas. Perhatikan garis g pada gambar di atas.

Suatu bidang direpresentasikan oleh permukaan meja atau dinding. Tentunya, bidang tersebut dapat kita perbesar dengan memperpanjang sisi-sisi yang membentuk bidang tersebut. Perhatikan bidang P pada gambar di atas.

Selanjutnya, beberapa konsep dasar dalam geometri juga harus dipahami tanpa didefinisikan. Salah satu diantaranya, konsep letak suatu titik pada suatu garis atau pada suatu bidang.

Perhatikan Gambar 3.2.



Gambar 3.2 : Titik-titik yang terletak pada satu garis dan satu bidang.

Titik A , B , dan C sama-sama terletak pada garis l . Semua titik-titik yang terletak pada garis yang sama disebut titik *kolinear*.

Dari gambar di samping, masih ada pasangan titik-titik yang *kolinear*? Sebutkan titik tersebut dan tentukan terletak pada garis apa!

Selanjutnya, dari gambar tersebut juga dapat kita pahami bahwa selain titik T , titik A , B , C , D , dan E terletak pada satu bidang datar yang sama. Semua titik yang terletak pada suatu bidang yang sama disebut titik *koplanar*.

Jika terdapat titik-titik *kolinear*, maka ada titik-titik yang tidak *kolinear*.



Latihan

Sebagai latihanmu:

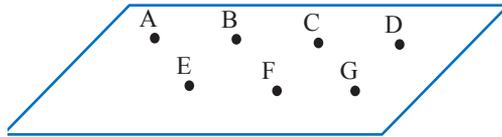
Selidiki pasangan titik-titik yang tidak *kolinear* pada garis l dan k , dan pasangan titik yang tidak *koplanar*!



Guru mengarahkan siswa untuk menyelidiki pasangan titik-titik yang tidak kolinear pada garis l dan k , dan pasangan titik yang tidak koplanar.

Contoh 3.1

Perhatikan letak titik-titik pada gambar di samping!

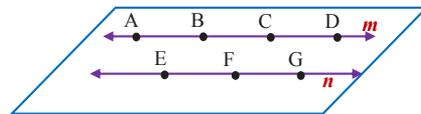


Gambar 3.3 : Titik-titik $A, B, C, D, E, F,$ dan G pada bidang

Berapa banyak garis lurus yang dapat dibentuk jika satu garis minimal melalui tiga titik?

PENYELESAIAN :

Garis lurus yang dapat dibentuk minimal harus melalui tiga titik. Oleh karena itu, hanya dua garis lurus yang dapat dibentuk, misalkan garis m dan garis n .



Jadi titik $A, B, C,$ dan D merupakan pasangan titik-titik segaris, atau terletak pada garis yang sama, garis m . Sama halnya dengan titik $E, F,$ dan G .

Selain itu, dari Gambar 3.3 juga dapat kita pahami bahwa ketujuh titik tersebut merupakan titik *koplanar*, yaitu terletak pada bidang yang sama.

Gambar 3.4 adalah kondisi daerah yang dihubungkan oleh sebuah jembatan. Jembatan merupakan struktur penghubung antara dua tempat yang terpisah.



Gambar 3.4: Jembatan sebagai penghubung dua daerah yang terpisah

Jembatan berperan sebagai penghubung dua daerah yang dipisahkan oleh sungai. Kita dapat mengandaikan sisi kiri sungai sebagai titik A , titik B merepresentasikan sisi kanan sungai, dan ruas garis AB merepresentasi jembatan itu sendiri. Adanya penggalan (segmen) garis AB menjadikan dua titik A dan B terhubung. Jika titik A merupakan titik pangkal ruas segmen garis AB , maka titik B merupakan titik ujung ruas segmen garis AB .



Ajak siswa berdiskusi dengan teman sekelasnya untuk melihat beberapa masalah yang memiliki sifat-sifat seperti garis!

Masalah lain yang akan kita pahami berikutnya adalah cahaya yang dihasilkan sebuah senter. Cermati Gambar 3.5!



Senter menyala pada malam hari : Gambar 3.5

Kita fokus pada cahaya yang memancar lurus dan besar (garis kuning). Tentunya, pangkal dari cahaya tersebut adalah senter. Jika hanya memperhatikan Gambar 3.5, kita dapat menentukan ujung cahaya, tetapi pada kejadian sebenarnya cahaya tersebut tidak memiliki ujung. Jadi pada fenomena ini, kita menemukan suatu pengamatan terhadap objek yang memiliki titik awal, tetapi tidak memiliki ujung.

Dari tiga kajian di atas, terdapat dua pemahaman yang berkaitan dengan garis, segmen garis, dan sinar garis (sinar).

Secara geometri, ketiga terminologi tersebut kita deskripsikan sebagai berikut.

Perhatikan suatu garis AB , disimbolkan \overleftrightarrow{AB} seperti gambar di bawah ini.



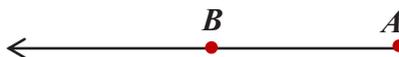
Segmen garis atau segmen AB , disimbolkan \overline{AB} , dengan titik A dan B merupakan titik ujung segmen garis.



Sinar AB , disimbolkan \overrightarrow{AB} , memiliki titik pangkal A , tetapi tidak memiliki titik ujung.



Perlu kamu ingat bahwa garis \overleftrightarrow{AB} sama dengan garis \overleftrightarrow{BA} , segmen garis \overline{AB} sama dengan segmen garis \overline{BA} , tetapi sinar \overrightarrow{AB} tidak sama dengan \overrightarrow{BA} .



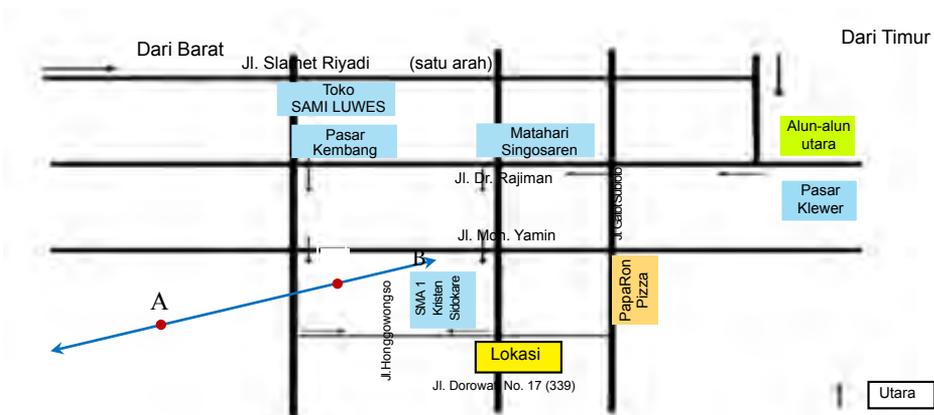
Jika titik C terdapat di antara titik A dan B , maka \overrightarrow{CA} dan \overrightarrow{CB} merupakan dua sinar yang berlawanan.

2. KEDUDUKAN GARIS

Pembahasan pada buku ini, kita akan lebih banyak menggunakan garis daripada dua yang lain. Alasannya, semua kajian Matematika harus berlaku secara umum, bukan hanya pada sebagian. Selanjutnya kita akan mengkaji posisi satu garis dengan garis yang lain.

Masalah -3.1

Dayu dan Risky, dua remaja yang tinggal di kota Solo, berencana mengikuti kegiatan sekolah yang diadakan di Jl. Dorowati No. 17. Mereka masih tergolong orang baru di kota ini. Dayu tinggal di Jl. Slamet Riyadi, sedangkan Risky tinggal tidak jauh dari alun-alun utara. Dengan diberikan peta seperti pada Gambar 3.6, bagaimana pilihan rute perjalanan Dayu dan Risky untuk menuju lokasi kegiatan, dengan anggapan mereka menggunakan sepeda motor?



.Gambar 3.6: Denah Jalan Sekitar Jl. Gatot Subroto di Kota Solo



Alternatif Penyelesaian

Misalnya, kita sebut garis 1: melalui Jl. Gatot Subroto, garis 2: melalui Jl. Hongowongso, garis 3: melalui Jl. Dr. Rajiman, dan garis 4: Jl. Moh. Yamin, garis 5: Jl. Dorowati.

Dengan memperhatikan denah di atas, Dayu dapat melewati Jl. Pasar Kembang, terus ke Jl. Hongowongso, selanjutnya belok ke kiri untuk masuk ke Jl. Dorowati. Sebenarnya, Dayu dapat memilih rute melewati Jl. Gatot Subroto untuk mencapai lokasi. Kedua rute tersebut merupakan dua rute yang saling sejajar untuk mencapai Jl. Dorowati.

Demikian halnya, rute yang dipilih oleh Risky, dia melewati Jl. Gatot Subroto, terus melalui PapaRon Pizza, hingga sampai ke Jl. Dorowati. Risky juga bisa melalui rute yang dilalui oleh Dayu.

Jika kita memperhatikan setiap garis pada denah di atas, maka dapat ditunjukkan posisi setiap garis dengan garis yang lain, sebagai berikut.

- a. Jl. Gatot Subroto sejajar dengan Jl. Hongowongso, artinya garis 1 sejajar dengan garis 2. Dua garis sejajar disimbolkan ‘//’. Pemahaman dua garis sejajar dalam hal ini, harus berlaku juga jika kedua garis diperpanjang sejauh mungkin.
- b. Moh. Yamin berpotongan dengan Jl. Gatot Subroto, artinya garis 4 berpotongan dengan garis 1. Lebih tepatnya, kedua garis tersebut berpotongan tegak lurus. Dua garis yang berpotongan tegak lurus, disimbolkan dengan “ \perp ”.



- ***Guru meminta siswa untuk memperhatikan denah di atas, dan menyebutkan ada berapa banyak pasangan garis yang saling sejajar, saling berpotongan (tegak lurus atau tidak tegak lurus)?***
- ***Guru meminta siswa untuk meuliskan ciri-ciri dua garis sejajar, dan dua garis yang berpotongan. Kemudian mendiskusikan dengan teman sekelas.***

Gambar 3.2 menunjukkan jam pada pukul 12.00. Posisi jarum detik, menit, dan jam berada pada satu posisi yang sama.



Gambar 3.2 : Jam menunjukkan Pukul 12.00

Misalkan setiap jarum tersebut sebagai garis, hubungan antara ketiga garis itu disebut berimpit. Pemahaman berimpit dalam hal ini adalah terdapat satu garis yang menjadi tempat terletakinya garis yang lain.

Cermati kembali Gambar 3.7, untuk satuan waktu 24 jam!



- *Guru meminta siswa untuk menjawab, ada berapa kali dapat ditemukan garis (jarum jam, menit dan detik) berimpit?*
- *Guru meminta siswa untuk menjawab, ada berapa kali terbentuk sudut siku-siku antara jarum menit dan jarum jam?*

Dari Masalah 3.1 dan Contoh 3.2 di atas, mari kita definisikan posisi kedudukan satu garis dengan garis yang lain.



Definisi 3.1

1. Garis m dikatakan memotong garis k , jika kedua garis terletak pada satu bidang datar dan bertemu pada satu titik.
2. Garis m dikatakan sejajar dengan garis k , jika kedua garis terletak pada satu bidang datar dan kedua garis tidak akan berpotongan.
3. Garis m dan garis k dikatakan berimpit, jika garis m terletak pada garis k (atau sebaliknya).

Garis m dan garis k dikatakan berimpit, dalam sajian geometri, direpresentasikan sebagai garis yang sama (identik).



Arahkan siswa berdiskusi dalam kelompok untuk menjawab beberapa pertanyaan berikut. Minta salah satu kelompok menjelaskan hasil diskusinya di depan kelas.

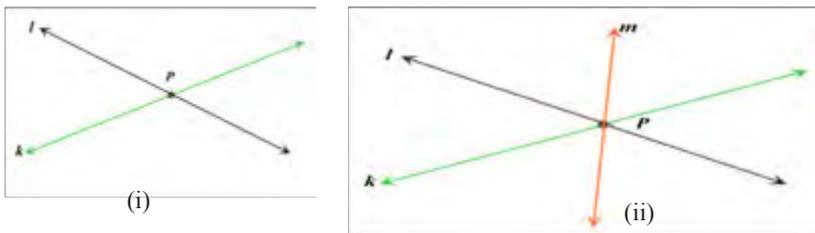
Diskusi

Guru mengajak siswa untuk berdiskusi mengenai:

- Jika dua garis berpotongan menghasilkan satu titik, maka apakah yang dihasilkan dua garis berimpit? Jika yang dihasilkan adalah titik, berapa titik yang dihasilkan?
- Jika kita menempatkan dua garis pada suatu ruang, bisakah kamu deskripsikan kedua garis tersebut berpotongan?
- Menurut kamu, dapatkah sebuah garis merupakan hasil perpotongan? Hasil perpotongan apa? Jelaskan!



Untuk membantu kita memahami lebih mudah tentang kedudukan garis, mari cermati setiap gambar di bawah ini.



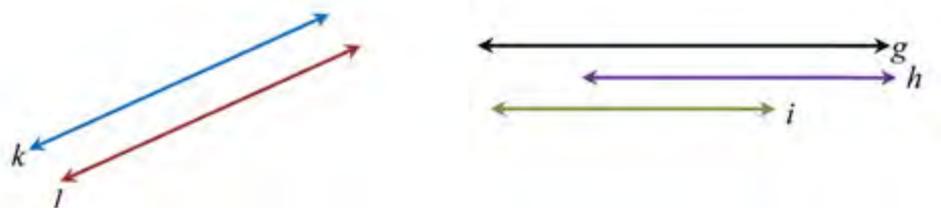
Gambar 3.8 : Garis-garis Saling Berpotongan Menghasilkan Satu Titik Potong

Pada Gambar 3.8 (i), titik P merupakan hasil perpotongan garis l dan garis k . Sedangkan pada Gambar 3.8 (ii), titik P merupakan hasil perpotongan garis k , l , dan m . Selain titik, terdapat juga daerah-daerah yang terbentuk oleh garis-garis yang berpotongan tersebut. Untuk Gambar 3.8 (i) terdapat 4 daerah yang terbentuk oleh hasil perpotongan garis k dan garis l , serta Gambar 3.8 (ii) menghasilkan 6 daerah yang terbentuk oleh hasil perpotongan ketiga garis tersebut.



**Guru meminta siswa untuk menjawab pertanyaan berikut:
Jika terdapat sebanyak n garis yang saling berpotongan
pada satu titik, maka ada berapa daerah yang terbentuk?**

Gambar 3.9 berikut ini, menyajikan garis-garis yang saling sejajar. Ciri yang menunjukkan dua atau tiga garis (terletak pada satu bidang datar) saling sejajar jika jarak antar garis yang sejajar selalu sama dan tidak pernah berpotongan. Perhatikan Gambar 3.9 berikut.



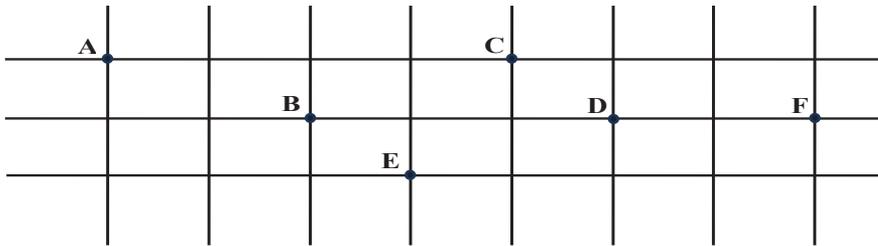
Gambar 3.9 : Garis-garis Saling Sejajar

Walaupun pada Gambar 3.9 kelihatannya garis-garis tersebut tidak sama panjang, tidak menjadi alasan untuk menyebut garis-garis tersebut tidak sejajar.

Intinya adalah, sepanjang garis tersebut tidak pernah berpotongan, jarak kedua garis sejajar selalu sama, dan tiap pasang terletak pada satu bidang datar, maka garis-garis tersebut merupakan garis-garis sejajar.

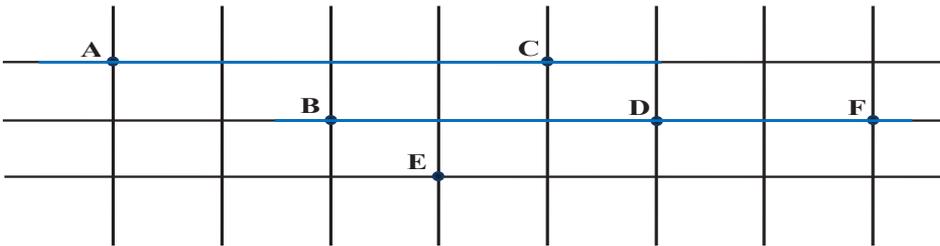
Contoh 3.3

Perhatikan letak titik di bawah ini. Bentuklah sebanyak mungkin garis sejajar dari titik-titik yang diberikan.



Alternatif Penyelesaian

Untuk membentuk satu garis, minimal diperlukan dua titik. Jadi, kita perhatikan konsep kesejajaran setelah garis terbentuk.



Garis AC dan garis BF adalah pasangan dua garis yang sejajar.



Guru meminta siswa untuk menjawab pertanyaan berikut: menurut kamu, masih adakah pasangan garis sejajar yang lain? Tunjukkan!



Pertanyaan Kritis

Jika dua garis berpotongan menghasilkan minimal satu buah titik, maka berapa titik yang dihasilkan untuk n garis yang berpotongan? Jelaskan!

Dalam suatu bangun ruang, ilustrasikan dua garis sejajar. Apakah perbedaannya jika kedua garis sejajar tersebut diletakkan pada satu bidang datar?



Ajukan situasi nyata berikut untuk membangun inspirasi siswa dalam membangun konsep sudut. Minta siswa membayangkan posisi orang yang sedang menembak, orang sedang melakukan push up dan sedang memancing. Semua situasi nyata tersebut jadikan bahan inspirasi menemukan konsep sudut.

3. MENEMUKAN KONSEP SUDUT

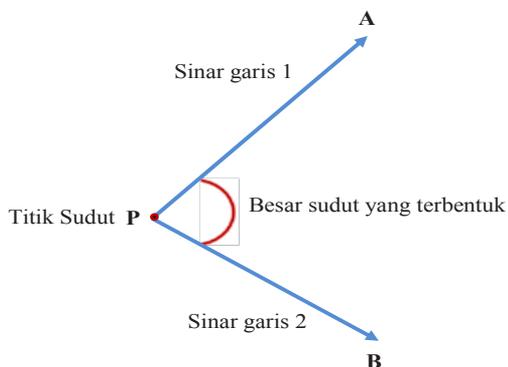
Perhatikan gambar-gambar berikut!



Gambar 3.10 : Aktivitas Sehari-hari yang Membentuk sudut

Sudut terbentuk karena dua garis bertemu pada satu titik. Misalnya pemanah, sudut terbentuk antara tangan dengan badan pemanah. Untuk gambar pemancing, garis bantu merah sengaja ditambah untuk menunjukkan lebih jelas sudut yang terbentuk antara pancingan dengan bidang datar. Terminologi garis dalam hal ini merupakan sinar garis, karena memiliki awal dan tidak memiliki titik ujung.

Secara matematis, hubungan sinar garis dan titik sudut diilustrasikan sebagai berikut.



Gambar 3.11: Sudut yang terbentuk oleh dua sinar garis

Definisi 3.2

Sudut adalah perpaduan (pertemuan) dua sinar garis pada satu titik.

Besar sudut adalah besarnya kangkangan yang terbentuk akibat perpaduan (pertemuan) dua sinar garis atau ruas garis pada satu titik.

Biasanya, satuan sudut dinyatakan dalam dua jenis, yaitu derajat ($^{\circ}$) dan radian (rad). Sudut P biasanya dilambangkan dengan $\angle P$, dan besar sudut P dilambangkan dengan $\sphericalangle P$.

a. Ukuran Sudut Dalam Derajat

1 derajat adalah besar sudut yang diputar oleh jari-jari lingkaran sejauh $1/360$ putaran atau

$1^{\circ} = 1/360$ putaran. Dengan kata lain satu putaran penuh adalah 360° . Ukuran sudut yang lebih kecil daripada derajat adalah menit ($'$) dan detik ($''$).

Hubungan antara derajat, menit, dan detik dapat dinyatakan sebagai berikut.

1 derajat = 60 menit atau $1^{\circ} = 60'$.

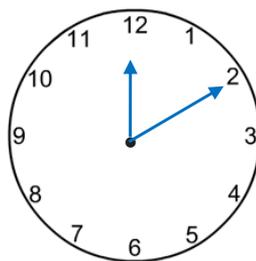
1 menit = $1/60$ derajat atau $1' = 1/60^{\circ}$.

1 menit = 60 detik atau $1' = 60''$ detik, 1 detik = $1/60$ menit atau $1'' = 1/60'$

Selanjutnya, mari kita cermati pengukuran sudut pada jarum jam.

Dengan pengertian seperti di atas, siswa dapat menghitung besar sudut pergeseran jarum pendek pada jam.

Pergeseran dihitung dari angka 12, satu putaran waktu adalah 12 jam, dan satu putaran sudut adalah 360° . Akibatnya pergeseran satu jam adalah $\frac{360^{\circ}}{12} = 30^{\circ}$.



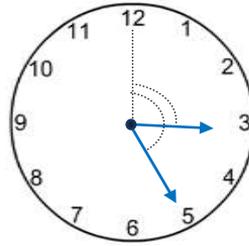
Gambar 3.12 : Sudut yang terbentuk pada jarum jam

Dengan cara yang sama, siswa juga dapat menghitung besar sudut pergeseran jarum panjang pada jam.

Pergeseran dihitung dari angka 12, satu putaran waktu adalah 60 menit, dan satu putaran sudut adalah 360° . Oleh karena itu, pergeseran satu menit adalah $\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$.

Sekarang, kita akan menentukan besar sudut yang dibentuk jarum jam pada saat jam menunjukkan pukul 03.25.

Sudut yang dihasilkan :
sudut terbesar – sudut terkecil

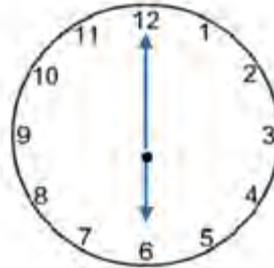


Dengan aturan jarum pendek dan jarum panjang di atas, akan ditentukan besar sudut yang terbentuk, saat pukul 03.25.

Jarum pendek menghasilkan sudut,

$$3\frac{25}{60} \text{ jam} \times 30^\circ = 3 \times 30^\circ + \frac{25}{60} \times 30^\circ$$

$$= 90^\circ + 12,5^\circ = 102,5^\circ$$



Jarum panjang menghasilkan sudut,

$$25 \times 6^\circ = 150^\circ$$

Jadi besar sudut yang terbentuk pada saat pukul 03.25 adalah

$$150^\circ - 102,5^\circ = 47,5^\circ$$

Dengan mudah kita menentukan besar sudut yang ditunjukkan saat pukul 06.00.

Jarum pendek menghasilkan ukuran sudut.

$$6 \text{ jam} \times 30^\circ = 180^\circ$$

Sedangkan jarum pendek menghasilkan sudut,

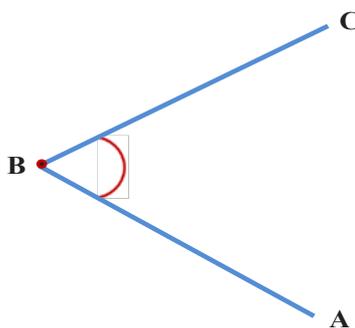
$$0 \times 6^\circ = 0^\circ$$

Akibatnya, sudut yang terbentuk = 180° .

- ◆ Cermatilah penggunaan jarum pendek dan jarum panjang, gambarkan ukuran sudut pada saat pukul 03.30; 09.00; dan 05.00.

b. Penamaan Sudut

Secara matematis, penamaan sudut diperlukan untuk mempermudah penamaan sudut untuk kajian selanjutnya. Perhatikan Gambar 3.13! Segmen garis AB dan segmen garis BC disebut kaki sudut. Titik B adalah titik sudut. Secara umum, ada dua penamaan sudut, yaitu:

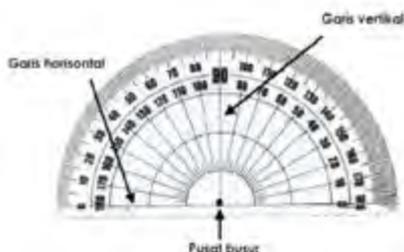


Gambar 3.13: Penamaan Sudut ABC atau Sudut CBA

- Titik B dapat dikatakan sebagai titik sudut B seperti pada Gambar 3.13 di samping. Ingat, penulisannya selalu menggunakan huruf kapital.
- Sudut yang terbentuk pada gambar di samping dapat juga simbolkan dengan $\angle ABC$ atau $\angle CBA$.

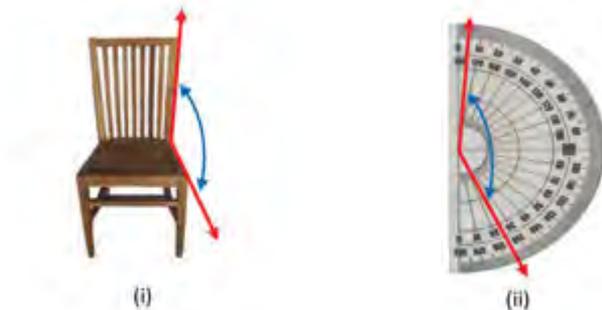
Pada setiap sudut yang terbentuk, harus diketahui berapa besar derajat sudutnya. Secara manual, kita dapat menggunakan alat ukur sudut yaitu busur.

Alat ini dapat membantu kita mengukur suatu sudut yang sudah terbentuk dan membentuk besar sudut yang akan digambar.



Gambar 3.14: Busur, alat untuk mengukur sudut

Pusat busur, garis horizontal, dan garis vertikal sangat berperan dalam mengukur besar sudut dan membentuk ukuran sudut. Misalnya, kamu akan mengukur besar sudut yang ada pada gambar di bawah ini.



Gambar 3.15: Cara Mengukur Sudut Menggunakan Busur Derajat

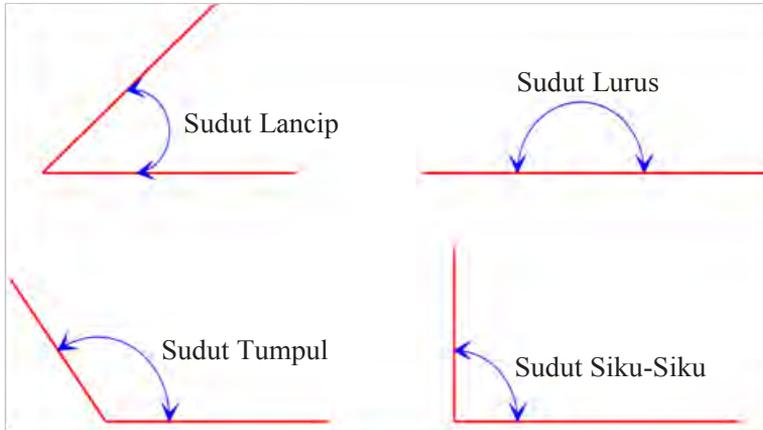
Pada Gambar 3.15 (i), terlebih dahulu kamu tambahkan garis bantu untuk menentukan besar sudut yang dibentuk oleh sandaran kursi dan dudukan kursi. Coba kamu ukur dengan busur kamu. Sedangkan pada Gambar 3.15 (ii), kita tinggal menghitung besar sudut yang dibentuk, yaitu sebesar 110° .

Sekarang coba kamu ukur setiap sudut yang disajikan pada gambar berikut.



Gambar 3.16: Alat-alat dalam kehidupan sehari-hari

Perlu kita kenalkan bahwa, terdapat ukuran sudut standar yang perlu kita ketahui, seperti yang disajikan pada gambar di bawah ini.



Gambar 3.17: Sudut Lancip, Tumpul, Siku-Siku, dan Sudut Lurus

Dengan memperhatikan ukuran setiap sudut, berikut ini disajikan jenis-jenis sudut.

Jenis-Jenis Sudut

1. Sudut Siku-Siku: Suatu sudut yang besarnya 90° .
2. Sudut Lancip: Suatu sudut yang besarnya kurang dari 90° .
3. Sudut Tumpul: Suatu sudut yang besarnya lebih dari 90° .
4. Sudut Lurus: Suatu sudut yang besarnya 180° .
5. Sudut Penuh: Suatu sudut yang besarnya 360° .

Contoh 3.4

Gambar di samping menunjukkan bahwa:

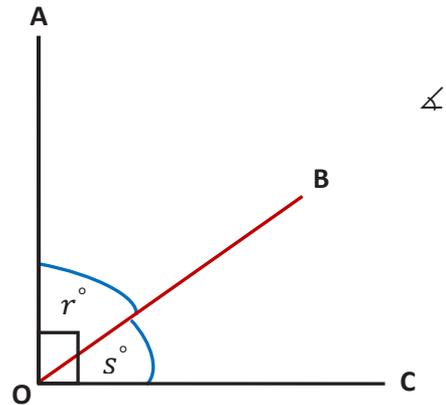
$$\angle AOB = r^\circ; \angle BOC = s^\circ; \angle AOB + \angle BOC = 90^\circ.$$

Sehingga

$$\angle AOB = 90^\circ - \angle BOC \text{ dan}$$

$$\angle BOC = 90^\circ - \angle AOB$$

Hubungan antara $\angle BOC$ dan $\angle AOB$ disebut sudut berpenyiku.



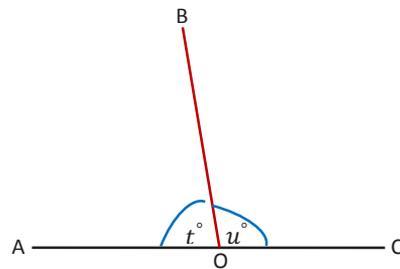
Gambar 3.18: Sudut berpenyiku

Gambar 3.19 di samping menunjukkan bahwa,

$$t^\circ + u^\circ = 180^\circ \text{ sehingga}$$

$$t^\circ = 180^\circ - u^\circ$$

$$u^\circ = 180^\circ - t^\circ$$



Gambar 3.19: Sudut Berpelurus

Hubungan $\angle AOB$ dengan $\angle BOC$ disebut sudut berpelurus.



Definisi 3.3

Hubungan Antar Sudut

1. Sudut Berpenyiku Dua sudut dikatakan berpenyiku, jika jumlah besar kedua sudut tepat 90° .
2. Sudut Berpelurus Dua sudut dikatakan berpelurus, jika jumlah besar kedua sudut tepat 180° .

Contoh 3.5

Gambar 3.20 mendeskripsikan keadaan lingkungan sekitar rumah tinggal Prapto dan Eko. Pada Gambar 3.20 juga sangat jelas diberikan arah mata angin setiap tempat yang biasa dikunjungi atau dilewati oleh Prapto dan Eko.

Misalnya, rumah Prapto dan Eko adalah poros arah mata angin, dan sudut antara letak bukit dan gedung sekolah adalah 35° , serta besar sudut antara gedung pejabat pos terhadap hutan adalah 65° . Jika posisi Prapto dan Eko sekarang berada di taman permainan, dan akan berjalan melingkari lintasan arah mata angin, berapakah besar sudut yang terbentuk dari posisi awal terhadap posisi hutan?



Gambar 3.20: Denah rumah Prapto dan Eko



Alternatif Penyelesaian

Coba cermati dengan teliti Gambar 3.20. Kita hendak menerapkan konsep sudut-sudut berpenyiku dan berpelurus dalam menyelesaikan masalah ini.



Ajukan pertanyaan kepada siswa untuk menguji pemahaman mereka. Ada berapa pasangan sudut berpenyiku dan berpelurus pada gambar di atas? Minta siswa untuk memberikan penjelasan untuk setiap jawaban yang mereka miliki!

Berapa banyak pasangan sudut berpenyiku dan berpelurus pada gambar di atas? Berikan penjelasanmu untuk setiap jawaban yang kamu miliki!

Untuk mempermudah penyelesaian masalah ini, mari kita beri nama untuk setiap sudut yang terkait dengan pertanyaan soal seperti tertera dalam Gambar 3.20. Semua posisi tempat yang disajikan pada gambar bersesuaian dengan arah mata angin. Oleh karena itu, besar sudut β + besar sudut $\sigma = 90^\circ$. Demikian hal dengan besar sudut θ + besar sudut α . Dari ke empat sudut tersebut, dapat kita pahami bahwa, sudut $(\beta + \sigma + \theta)$ berpelurus dengan sudut α . Karena besar sudut $\alpha = 65^\circ$, maka besar sudut $(\beta + \sigma + \theta) = 115^\circ$.

Dari uraian soal di atas diketahui $\alpha = 65^\circ$, $\sigma = 35^\circ$. Sedangkan yang ditanyakan adalah $\beta + \sigma + \theta$. Dengan demikian dapat dicari sudut dari taman permainan ke hutan $= \beta + \sigma + \theta = 180 - 65 = 115$.

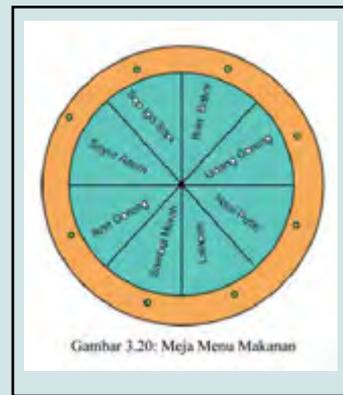
- Minta siswa untuk mencoba memikirkan cara lain untuk menyelesaikan masalah ini, dan minta mereka menyesuaikan jawabannya dengan jawaban di atas!

Masalah -3.2

Suatu ketika, Pak Yusak mendapat undangan jamuan makan malam dari seorang pejabat daerah di suatu restoran mewah. Pelayan restoran sudah menyiapkan semua makanan andalan restoran tersebut pada sebuah meja menu makanan.

Mereka duduk melingkar pada meja menu tersebut, yang dilengkapi dengan teknologi untuk menggeser setiap menu makanan.

Satu geseran (berlawanan arah putaran jarum jam) setiap menu itu berarti menekan sekali tombol hijau. Jika besar sudut satu geseran hanya 45° , harus berapa kali Pak Yusak menekan tombol hijau, jika dia berturut-turut mengambil sop iga sapi dan sambal merah setelah mengambil nasi putih?



Gambar 3.21: Meja Menu Makanan



Alternatif Penyelesaian

Karena Pak Yusak baru saja mengambil nasi putih, berarti posisi Pak Yusak adalah pada tombol nasi putih.

Posisi Pak Yusak pada jamuan makan malam tepat berada posisi nasi putih.

Satu kali penekanan tombol, menu hanya bergeser sejauh 45° .

Satu kali menekan tombol geseran menu menghasilkan sudut perubahan sebesar 45° . Setelah mengambil nasi putih, diperlukan pergeseran sudut sebesar 135° untuk menggeser posisi sop iga sapi ke hadapan Pak Yusak. Sudut 45° berpelurus dengan sudut 135° , sesuai dengan posisi nasi putih dan sop iga sapi yang berada pada satu garis lurus. Karena membutuhkan geseran sudut sebesar 135° , artinya Pak Yusak harus menekan tombol geseran sebanyak 3 kali ($135 = 3 \times 45$).

Setelah mengambil sop iga sapi, Pak Yusak menggeser posisi sop iga sapi sebesar 135° untuk memperoleh sambal merah. Artinya Pak Yusak juga harus menekan tombol geseran sebanyak 3 kali.

Jadi, dari posisi awal Pak Yusak harus menekan sebanyak 6 kali untuk memperoleh menu sop iga sapi dan sambal merah.



Latihan

Sebagai latihan siswa:

Dari posisi awal, untuk memperoleh menu apa Pak Yusak harus menekan tombol geseran paling banyak? Berapa kali?



Uji Kompetensi - 3.1

1. Perhatikan gambar di bawah ini. Ukurlah besar sudut yang diberi tanda!



2. Nyatakanlah setiap sudut di bawah ini, apakah termasuk sudut lancip, tumpul, atau siku-siku. Serta gambarkan setiap sudut tersebut!

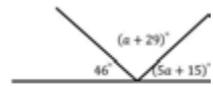
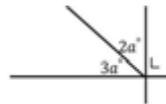
- $\frac{1}{3}$ sudut lurus
- $\frac{2}{3}$ putaran penuh
- $180^\circ - \frac{5}{6}$ sudut lurus

3. Manakah dari pernyataan berikut ini yang benar?

- Jika $\sphericalangle A$ dan $\sphericalangle B$ adalah sudut berpelurus, maka $\sphericalangle A$ tidak pernah sama besar dengan $\sphericalangle B$.
- Jika $\sphericalangle A$ adalah sudut tumpul, maka pelurus $\sphericalangle A$ pasti sudut lancip.
- Jika sudut penyiku $\sphericalangle A$ lebih kecil dari 30° , maka pelurus sudut $\sphericalangle A$ adalah sudut tumpul.

4. Hitung sudut terkecil dari jarum jam berikut ini!

- Pukul 04.30
- Pukul 07.20
- Pukul 05.12
- Pukul 09.01
- Pukul 10.40



5. Tentukanlah nilai a pada setiap gambar di bawah ini!

6. Nyatakan ukuran sudut berikut dalam radian 50° , 75° , dan 30° ! dalam berapakah putaran penuh.

7. Jika sudut $A = \frac{1}{8}$ putaran penuh, maka tentukanlah sudut:

- Penyiku sudut A .
 - Pelurus sudut A .
 - Pelurus dari penyiku sudut A .
 - Pelurus dari pelurus sudut A .
8. Jika sudut $A = \frac{2}{5}$ sudut B .
Hitunglah :
- $\sphericalangle A$ dan $\sphericalangle B$ jika keduanya saling berpelurus!
 - Selisih $\sphericalangle A$ dan $\sphericalangle B$, jika kedua sudut saling berpenyiku!



9. Untuk 1 hari 1 malam (24 jam), ada berapa kali putaran jam menentukan ukuran sudut sebesar:

- a. 90°
- b. 150°
- c. 180°

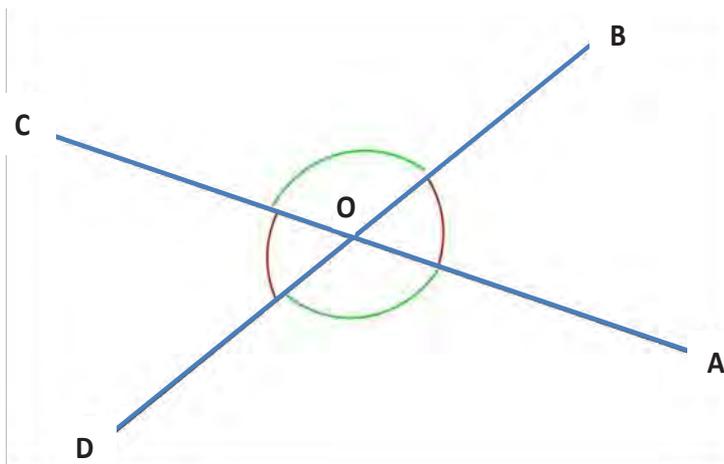
10. Jika $\sphericalangle A - \sphericalangle B = 70^\circ$ dan $\sphericalangle A$ tiga kali $\sphericalangle B$. Hitunglah!

- a. $\sphericalangle A + \sphericalangle B$.
- b. Pelurus sudut A .

4. HUBUNGAN ANTAR SUDUT

a. Sudut yang Saling Bertolak Belakang

Mari kita perhatikan gambar berikut ini



Gambar 3.22: Sudut-sudut bertolak belakang

Pasangan $\angle AOB$ dan $\angle COD$ dan pasangan $\angle BOC$ dan $\angle AOD$ merupakan sudut-sudut bertolak belakang.

Selain itu, pada gambar tersebut, $\angle AOB$ dan $\angle BOC$ adalah pasangan sudut berpelurus, sedemikian sehingga berlaku:

$$\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC = 180^\circ, \text{ maka } \sphericalangle BOC = 180^\circ - \sphericalangle AOB \quad (1)$$

$$\sphericalangle AOB + \sphericalangle AOD = 180^\circ, \text{ maka } \sphericalangle AOD = 180^\circ - \sphericalangle AOB \quad (2)$$

Dari (1) dan (2), berlaku bahwa, $\sphericalangle BOC = \sphericalangle AOD = 180^\circ - \sphericalangle AOB$



Arahkan siswa mencermati $\angle AOB$ dan $\angle COD$. Minta mereka menunjukkan bahwa $\angle AOB$ dan $\angle COD$ adalah pasangan sudut yang bertolak belakang dan besarnya sama.

Dengan demikian dapat disimpulkan sebagai berikut.



Sifat -3.1

Sudut-sudut yang bertolak belakang sama besar.



Guru meminta siswa mencermati beberapa contoh yang diberikan dan memberi kesempatan pada siswa menanyakan hal-hal yang belum dipahami. Selanjutnya meminta siswa belajar dalam kelompok untuk memecahkan masalah-masalah yang diajukan oleh guru untuk lebih mendalami penguasaan materi.

Contoh 3.6

Perhatikan Gambar 3.23 di samping!

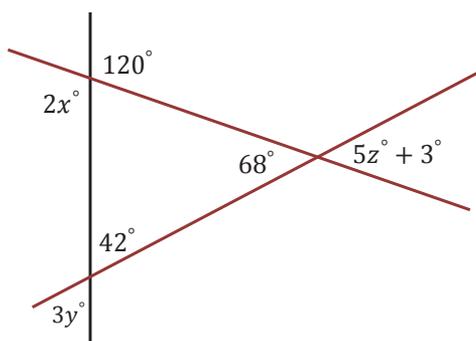
Tentukanlah nilai $x^\circ + y^\circ + z^\circ$!



Alternatif Penyelesaian

Untuk menyelesaikan soal ini, kita harus memahami pasangan sudut yang saling bertolak belakang. Pasangan-pasangan sudut bertolak belakang dari Gambar 3.23 sebagai berikut.

- 68° sama besar dengan $5z^\circ + 3^\circ$
 $68^\circ = 5z^\circ + 3^\circ$
 $z^\circ = 13^\circ$
- 120° sama besar dengan $2x^\circ$
 $2x^\circ = 120^\circ$
 $x^\circ = 60^\circ$



Gambar 3.23: Pasangan sudut-sudut bertolak belakang

- $3y^\circ$ sama besar dengan 52°
 $3y^\circ = 52^\circ$
 $y^\circ = 14^\circ$

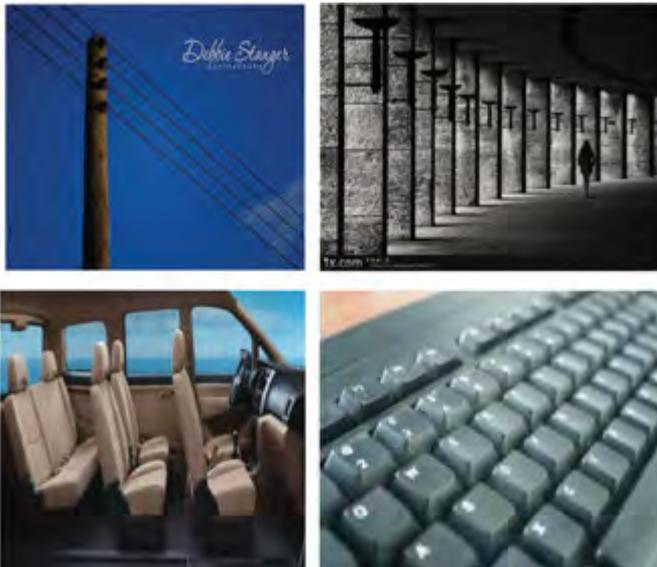
Jadi nilai $x^\circ + y^\circ + z^\circ = 60^\circ + 14^\circ + 13^\circ = 87^\circ$.

b. Sudut yang Terbentuk oleh Dua Garis Sejajar yang Dipotong oleh Garis Lain



Guru meminta siswa mencermati beberapa contoh yang diberikan dan memberi kesempatan pada siswa menanyakan hal-hal yang belum dipahami. Selanjutnya meminta siswa belajar dalam kelompok untuk memecahkan masalah-masalah yang diajukan oleh guru untuk lebih mendalami penguasaan materi.

Perhatikan objek-objek berikut ini yang menggunakan konsep kesejajaran.



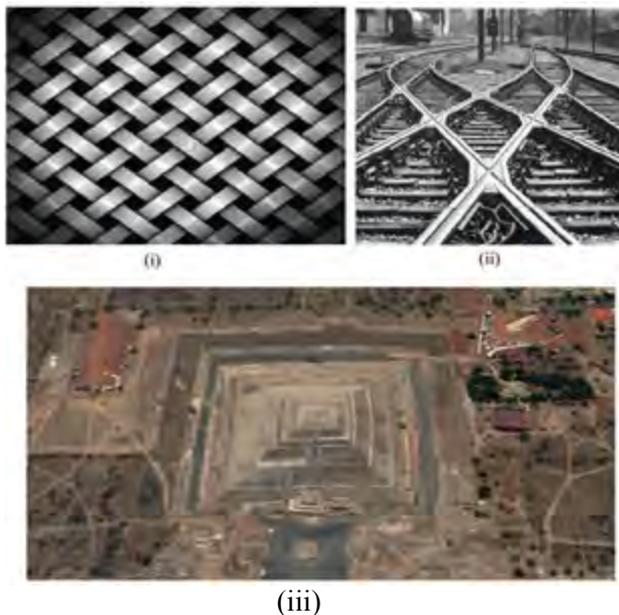
Gambar 3.24: Beberapa objek yang menggunakan konsep kesejajaran

Apa yang terjadi, jika untuk keempat objek di atas tidak menggunakan kesejajaran? (berikan penjelasanmu). Untuk kawat konduktor, seandainya ada kawat yang dipasang bersilangan akan menimbulkan bahaya api listrik untuk manusia. Susunan posisi tempat duduk di mobil dan keyboard komputer mengaplikasikan konsep kesejajaran untuk memudahkan kita menggunakan kedua barang tersebut.

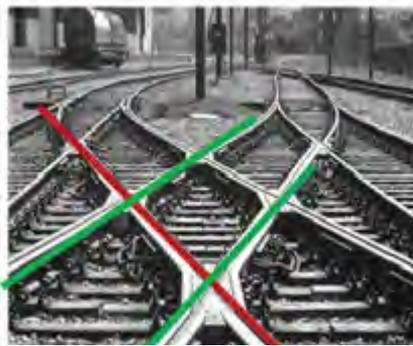


Guru meminta siswa mencermati beberapa contoh yang diberikan dan memberi kesempatan pada siswa menanyakan hal-hal yang belum dipahami. Selanjutnya meminta siswa belajar dalam kelompok untuk memecahkan masalah-masalah yang diajukan oleh guru untuk lebih mendalami penguasaan materi

Sekarang kita perhatikan hal-hal pada gambar di bawah ini! Masing-masing gambar mendeskripsikan garis-garis sejajar pada satu bidang dipotong oleh garis lain.

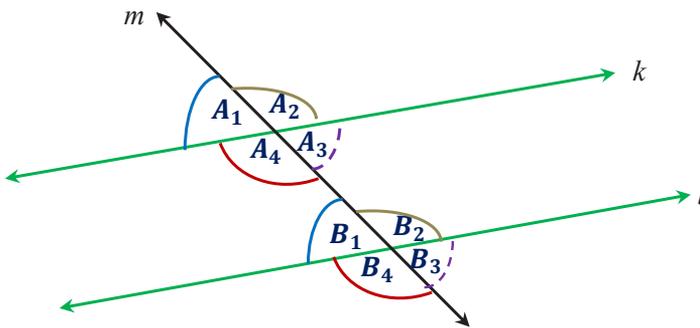


Gambar 3.25: Beberapa objek yang menggunakan konsep kesejajaran



Coba kita perhatikan rel kereta api pada Gambar 3.25 di atas!

Dua garis berwarna hijau, merupakan dua segmen garis sejajar, kita sebut garis k dan garis l , dipotong oleh garis berwarna merah, kita sebut garis m . Kamu perlu memahami sifat-sifat apa yang berlaku untuk setiap sudut-sudut yang terbentuk. Untuk memudahkan kamu memahami perilaku sudut yang terbentuk, coba perhatikan Gambar 3.26.



Gambar 3.26: Sudut-sudut yang terbentuk pada saat dua garis sejajar dipotong oleh satu garis yang sama



Guru meminta siswa mengingat kembali pada materi sebelumnya, apa yang dimaksud sudut berpelurus dan sudut bertolak belakang. Selanjutnya meminta siswa menjawab pertanyaan berikut.



Latihan

Sebagai latihan siswa:

- ◆ Pada subbab di atas, kita telah memahami dua sudut berpelurus. Tentunya pada gambar di atas, terdapat beberapa pasang sudut saling berpelurus. Bisakah kamu sebutkan satu per satu?
- ◆ Selain itu, terdapat juga beberapa pasang sudut bertolak belakang, sebutkan semua pasangan sudut bertolak belakang pada Gambar 3.26!

c. Sudut-sudut Sehadap

Pada gambar di atas, kita menemukan beberapa pasangan-pasangan sudut berdasarkan posisi pada hasil perpotongan dua garis sejajar dengan satu garis, misalnya, $\angle A_1$ dan $\angle B_1$. Tampak pada gambar bahwa, sudut $\angle A_1$ dan $\angle B_1$ menghadap arah yang sama. Demikian halnya pasangan sudut $\angle A_2$ dan $\angle B_2$, $\angle A_3$ dan $\angle B_3$, serta $\angle A_4$ dan $\angle B_4$. Sudut-sudut yang demikian dimaknai sebagai sudut-sudut sehadap dan besarnya sama. Jadi dapat dituliskan bahwa:

- $\angle A_1$ sehadap dengan $\angle B_1$, dan $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle B_1$
- $\angle A_2$ sehadap dengan $\angle B_2$, dan $\sphericalangle A_2 = \sphericalangle B_2$
- $\angle A_3$ sehadap dengan $\angle B_3$, dan $\sphericalangle A_3 = \sphericalangle B_3$
- $\angle A_4$ sehadap dengan $\angle B_4$, dan $\sphericalangle A_4 = \sphericalangle B_4$

Dari sajian di atas, dua sudut sehadap didefinisikan sebagai berikut.

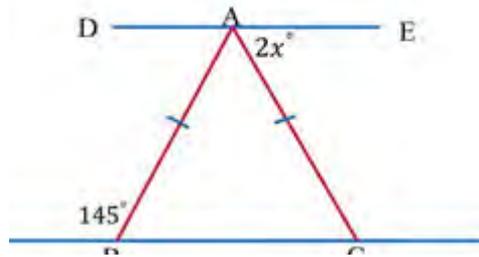


Definisi 3.4

$\sphericalangle A$ dan $\sphericalangle B$ dikatakan sudut sehadap jika dan hanya jika kedua sudut $\sphericalangle A$ dan $\sphericalangle B$ menghadap arah yang sama dan besar sudutnya sama

Contoh 3.7

Perhatikan posisi setiap pasangan sudut pada gambar berikut ini!
Tentukanlah nilai x , lalu tentukanlah besar sudut yang lain!



Gambar 3.27: Segmen garis BC sejajar dengan DE



Alternatif Penyelesaian

Untuk menyelesaikan soal di atas, kita dapat memperpanjang segmen garis AB dan segmen garis AC . Karena $AB = AC$, maka $\angle ABC = \angle ACB$.

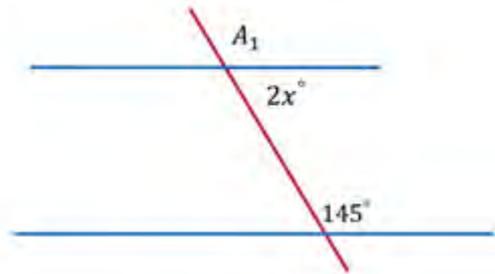
$145^\circ + \angle ABC = 180^\circ$, maka $\angle ABC = 35^\circ = \angle ACB$, akibatnya sudut pelurus $\angle ACB = 145^\circ$.

Dari gambar di samping, tampak bahwa sudut 145° sehadap dengan $\angle A_1$, itu berarti $\angle A_1 = 145^\circ$.

Di sisi lain $\angle A_1 + 2x^\circ = 180^\circ$, maka diperoleh

$$2x^\circ = 35^\circ \text{ atau } x^\circ = 17,5^\circ.$$

- Dengan diperoleh $x^\circ = 17,5^\circ$, tentunya sudah lebih mudah bagi kamu untuk menentukan besar sudut yang lain

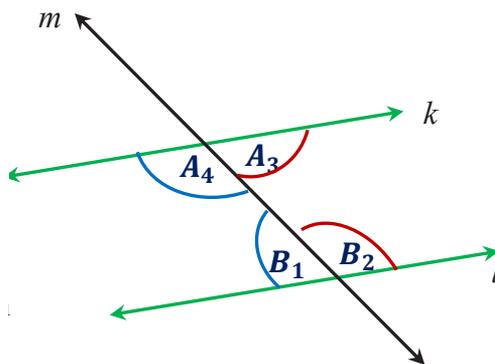


D. Sudut-sudut dalam Sepihak dan Luar Sepihak

Kembali menggunakan Gambar 3.28, kita dapat menemukan pasangan sudut-sudut berikut.

Perhatikan $\angle A_4$ dan $\angle B_1$, keduanya terletak di sebelah dalam garis k dan l , serta berada di sebelah kiri (sepihak) garis m . Pasangan sudut ini disebut sudut-sudut dalam sepihak.

Adapun pasangan sudut-sudut dalam sepihak pada gambar di samping adalah:



Gambar 3.28: Sudut-sudut dalam Sepihak

- $\angle A_4$ dalam sepihak dengan sudut $\angle B_1$.
- $\angle A_3$ dalam sepihak dengan sudut $\angle B_2$.

Sebelumnya telah kita ketahui bahwa $\angle A_1$ sehadap dengan $\angle B_1$ dan $\angle A_1 = \angle B_1$.

Di sisi lain, $\angle A_1$ berpelurus dengan $\angle A_4$, atau $\angle A_1 + \angle A_4 = 180^\circ$. Karena $\angle A_1 = \angle B_1$, maka berlaku:

$$\angle A_4 + \angle B_1 = 180^\circ$$

Dengan cara yang sama diperoleh $\angle A_3 + \angle B_2 = 180^\circ$.

Oleh karena itu, kita dapat menyimpulkan hal berikut:

- Jika $\angle A_4$ dalam sepihak dengan sudut $\angle B_1$ maka $\angle A_4 + \angle B_1 = 180^\circ$.
- Jika $\angle A_3$ dalam sepihak dengan sudut $\angle B_2$, maka $\angle A_3 + \angle B_2 = 180^\circ$.



Sifat -3.2

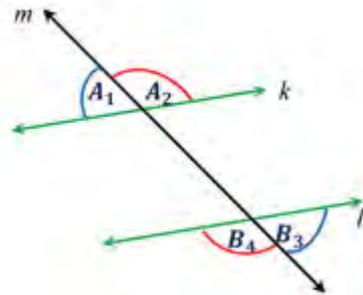
Jika $\angle A$ dan $\angle B$ merupakan pasangan sudut dalam sepihak, maka $\angle A + \angle B = 180^\circ$.

Cermati kembali Gambar 3.29 di samping.

Pasangan $\angle A_1$ dan $\angle B_4$ berada diluar garis k dan garis l dan berada pada pihak yang sama terhadap garis m . Demikian juga dengan $\angle A_2$ dan $\angle B_3$. Pasangan sudut-sudut seperti ini disebut sudut-sudut luar sepihak.

Adapun sudut-sudut luar sepihak pada Gambar 3.27 adalah:

- $\angle A_1$ adalah sudut luar sepihak dengan $\angle B_4$.
- $\angle A_2$ adalah sudut luar sepihak dengan $\angle B_3$.



Gambar 3.29: Sudut-sudut dalam sepihak dan luar sepihak



Meminta siswa mengingat kembali makna dua sudut sehadap dan dua sudut berpelurus dan mencermati sudut A_1 dan sudut B_4 .

Ingat kembali bahwa:

$$\angle A_1 = \angle B_4, \text{ dan}$$

$$\angle B_1 + \angle B_4 = 180^\circ .$$

Akibatnya, diperoleh $\angle A_1 + \angle B_4 = 180^\circ$.

Dengan cara yang sama, berlaku $\sphericalangle A_2 + \sphericalangle B_3 = 180^\circ$.

Oleh karena itu, kita dapat menyimpulkan hal berikut.

- Jika $\sphericalangle A_1$ luar sepihak dengan $\sphericalangle B_4$, maka $\sphericalangle A_1 + \sphericalangle B_4 = 180^\circ$.
- Jika $\sphericalangle A_2$ luar sepihak dengan $\sphericalangle B_3$, maka $\sphericalangle A_2 + \sphericalangle B_3 = 180^\circ$.

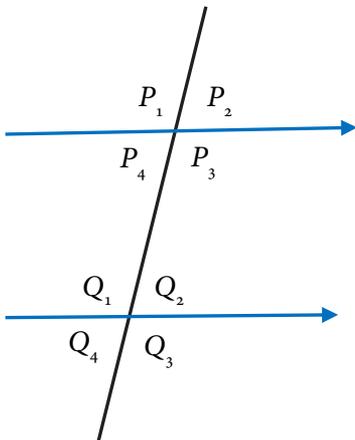


Sifat -3.3

Jika $\sphericalangle A$ dan $\sphericalangle B$ merupakan pasangan sudut luar sepihak, maka $\sphericalangle A + \sphericalangle B = 180^\circ$

Contoh 3.8

Perhatikan gambar di bawah ini!



Diketahui: $\sphericalangle P_1 = (3a + 45)^\circ$, dan $\sphericalangle Q_3 = (5a + 23)^\circ$.
Tentukanlah besar $\sphericalangle Q_1$!



Alternatif Penyelesaian

Ingat kembali pasangan sudut-sudut sehadap, $\sphericalangle P_1 = \sphericalangle Q_1 = (3a + 45)^\circ$.
Di sisi lain, $\sphericalangle Q_1$ dan $\sphericalangle Q_3$ adalah dua sudut yang saling bertolak belakang, maka

$$\sphericalangle Q_1 = \sphericalangle Q_3 = (5a + 23)^\circ.$$

Dari kedua hubungan tersebut, kita bisa tuliskan bahwa:

$$3a + 45 = 5a + 23$$

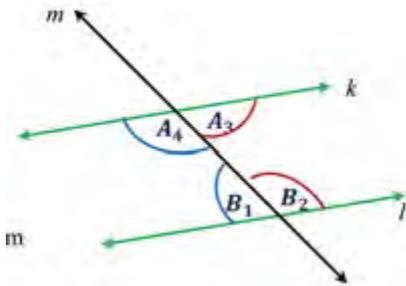
$$5a - 3a = 45 - 23$$

$$2a = 22$$

$$a = 11$$

Sehingga besar $\sphericalangle Q_1 = 5(11) + 23 = 78^\circ$.

e. Sudut-sudut dalam Berseberangan dan Luar Berseberangan



Gambar 3.30: Sudut-sudut dalam berseberangan

Perhatikan Gambar 3.30 di samping,

Perhatikan posisi $\sphericalangle A_4$ dan $\sphericalangle B_2$! Kedua sudut berada di antara garis k dan l , dan saling berseberangan. Demikian halnya pasangan $\sphericalangle A_3$ dan $\sphericalangle B_1$.

Oleh karena itu dapat kita tulis bahwa:

- $\sphericalangle A_4$ dan $\sphericalangle B_2$ merupakan pasangan sudut dalam berseberangan.
- $\sphericalangle A_3$ dan $\sphericalangle B_1$ merupakan pasangan sudut dalam berseberangan.

Sekarang kita ingin mengetahui hubungan pasangan-pasangan sudut tersebut.

Cermati kembali bahwa, $\sphericalangle A_4 = \sphericalangle B_4$ (pasangan sudut sehadap), dan $\sphericalangle B_4 = \sphericalangle B_2$ (pasangan sudut bertolak belakang).

Oleh karena itu, berlaku bahwa $\sphericalangle A_4 = \sphericalangle B_2$.

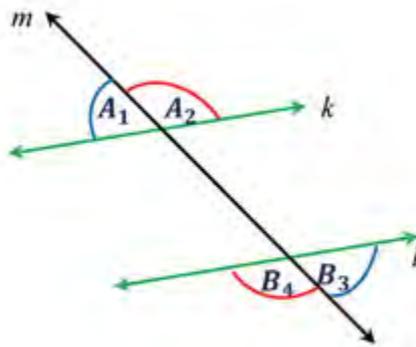
Dengan cara yang sama, dapat ditunjukkan bahwa $\sphericalangle A_3 = \sphericalangle B_1$.

Hubungan sudut-sudut dalam berseberangan dituliskan sebagai berikut.

- Jika $\sphericalangle A_4$ dalam berseberangan dengan $\sphericalangle B_2$, maka $\sphericalangle A_4 = \sphericalangle B_2$.
- Jika $\sphericalangle A_3$ dalam berseberangan dengan $\sphericalangle B_1$, maka $\sphericalangle A_3 = \sphericalangle B_1$.

Sekarang, perhatikan posisi $\sphericalangle A_1$ dan $\sphericalangle B_3$. $\sphericalangle A_1$ dan $\sphericalangle B_3$ merupakan pasangan sudut luar berseberangan. Demikian halnya pasangan $\sphericalangle A_2$ dan $\sphericalangle B_4$.

Dengan hal yang sama, tunjukkan bahwa dua sudut luar berseberangan besarnya sama.



Gambar 3.31: Sudut-sudut dalam berseberangan



Sifat -3.3

Dua sudut dalam berseberangan dan dua sudut luar berseberangan besarnya sama.



Meminta siswa mencoba menyelidiki pasangan $\sphericalangle A_1$ dan $\sphericalangle B_3$, serta $\sphericalangle A_2$ dan $\sphericalangle B_4$. Apa hubungan untuk pasangan sudut-sudut tersebut? Meminta siswa memberikan alasan-alasan logis atas jawaban-jawaban yang diberikan.

Contoh 3.9

Pada gambar di samping, diketahui $\sphericalangle S_1 = (4b + 62)^\circ$, dan $\sphericalangle T_2 = (5b + 37)^\circ$. Tentukanlah besar $\sphericalangle S_2 + \sphericalangle T_1$!



Alternatif Penyelesaian

Dengan pemahaman akan hubungan sudut-sudut luar berseberangan, kita dapat pahami bahwa:

$\sphericalangle S_1 = \sphericalangle T_3 = (4b + 62)^\circ$. Sedangkan hubungan $\sphericalangle T_2$ dan $\sphericalangle T_3$ adalah sudut berpelurus, atau $\sphericalangle T_2 + \sphericalangle T_3 = 180^\circ$. Oleh karena itu dapat ditulis bahwa:

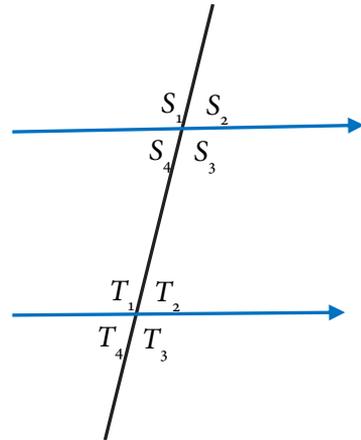
$$\begin{aligned}5b + 37 + 4b + 62 &= 180^\circ \\9b + 99 &= 180^\circ \\9b &= 81^\circ \\b &= 9^\circ\end{aligned}$$

Oleh sebab itu, $\sphericalangle S_1 = (4(9) + 62)^\circ = 98^\circ = \sphericalangle T_3$ (pasangan sudut luar berseberangan), dan $\sphericalangle T_2 = (5(9) + 37)^\circ = 82^\circ$.

Sekarang untuk menentukan $\sphericalangle S_2 + \sphericalangle T_1$, kamu harus menentukan besar $\sphericalangle S_2$ terlebih dahulu karena $\sphericalangle S_1 = \sphericalangle T_1 = 98^\circ$ (pasangan sudut sehadap).

Karena berpelurus, $\sphericalangle S_1 + \sphericalangle S_2 = 180^\circ$ atau $\sphericalangle S_2 = 180^\circ - 98^\circ = 82^\circ$.

Jadi, $\sphericalangle S_2 + \sphericalangle T_1 = 82^\circ + 98^\circ = 180^\circ$.



Latihan

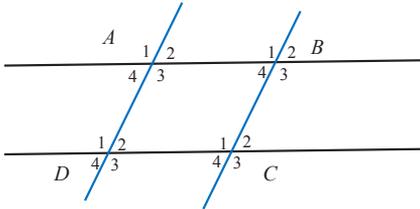
Sebagai latihanmu:

Pikirkan cara menghitung $\sphericalangle S_2 + \sphericalangle T_1$, tanpa menghitung nilai b terlebih dahulu.



Uji Kompetensi - 3.2

1. Perhatikan gambar di bawah ini!



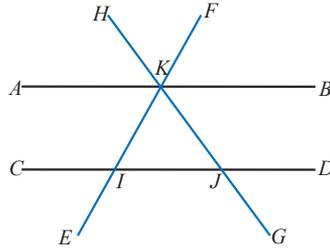
Sebutkanlah pasangan-pasangan:

- Sudut-sudut sehadap!
- Sudut-sudut sepihak (dalam dan luar)!
- Sudut-sudut berseberangan (dalam dan luar)!

2. Nyatakanlah kebenaran setiap pernyataan berikut ini!

- a. Besar dua sudut sehadap selalu sama dengan 180° !
- b. Besar dua sudut sepihak dalam lebih besar dari jumlah dua sudut sehadap!
- c. Besar setiap sudut dalam berseberangan selalu berupa sudut tumpul!
- d. Tidak pernah ukuran suatu sudut dalam sepihak sama dengan 90° !

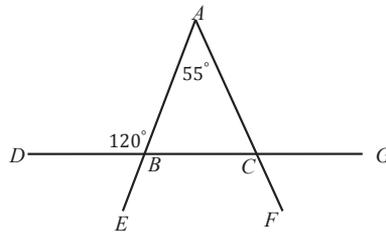
3. Perhatikanlah gambar berikut ini!



Tentukan sudut-sudut yang merupakan pasangan sudut luar berseberangan dengan sudut-sudut berikut.

- a. $\angle FID$
- b. $\angle JKB$
- c. $\angle CIE$

4.



Salinlah gambar berikut ini, kemudian tentukanlah besar sudut yang belum diketahui! Tentukanlah besar sudut:

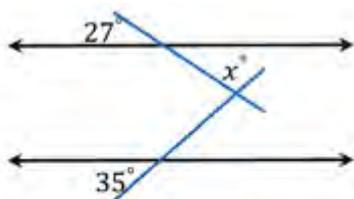
- a. $\angle ABC$
- b. $\angle ACB$
- c. $\angle ACG$
- d. $\angle FCG$

5. Jika sudut yang besarnya p° dalam sepihak dengan sudut yang besarnya q° dan diketahui $\angle q = 112^\circ$. Tentukanlah nilai!

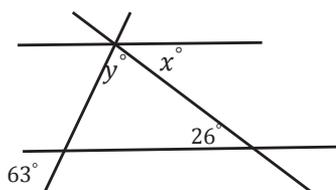
Petunjuk:

Untuk soal nomor 6 sampai 10, tentukanlah nilai x dan y !

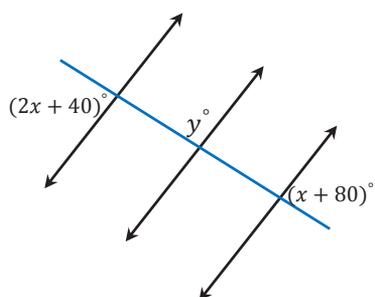
6.



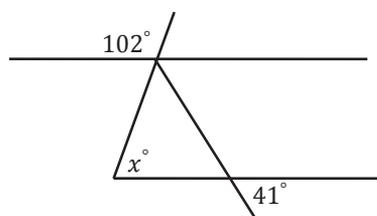
7.



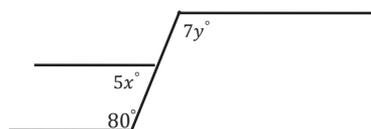
8.



9.



10.



Projek

Amati benda-benda di sekitarmu yang mengandung unsur-unsur garis sejajar, garis tegak lurus, sudut sehadap, sudut berseberangan, dan lain-lain konsep yang dijelaskan pada bab ini. Ambil foto atau gambar sketsa benda-benda tersebut, dan tunjukkan letak dari konsep-konsep yang telah kamu pelajari di atas. Buat laporannya dan paparkan di kelas!



D. PENUTUP

Berdasarkan sajian materi terkait berbagai konsep dan sifat-sifat garis dan sudut di atas, beberapa hal penting dapat kita rangkum sebagai berikut.

1. Garis merupakan suatu kurva lurus yang tidak memiliki titik pangkal dan tidak memiliki titik ujung.
2. Sinar merupakan suatu kurva lurus yang memiliki pangkal tetapi tidak memiliki ujung.
3. Segmen garis merupakan kurva lurus yang memiliki titik pangkal dan titik ujung.
4. Garis m dikatakan memotong garis k , jika kedua garis terletak pada satu bidang datar dan bertemu pada satu titik.
5. Garis m dikatakan sejajar dengan garis k , jika kedua garis terletak pada satu bidang datar dan kedua garis tidak akan berpotongan.
6. Garis m dan garis k dikatakan berimpit, jika garis m terletak pada garis k (atau sebaliknya), sehingga kelihatan hanya satu garis saja.
7. Sudut adalah perpaduan (pertemuan) dua sinar garis pada satu titik.
8. Besar Sudut adalah besarnya kangkangan yang terbentuk akibat pertemuan dua sinar garis atau ruas garis pada satu titik.
9. Terdapat jenis-jenis sudut yang telah diuraikan, sebagai berikut.
 - a. sudut siku-siku, yaitu sudut yang besar kangkangannya tepat 90° .
 - b. sudut lancip, yaitu sudut yang besar kangkangannya kurang dari 90° .
 - c. sudut tumpul, yaitu sudut yang besar kangkangannya lebih dari 90° .
 - d. sudut lurus, yaitu sudut yang besar kangkangannya tepat 180° .

- 
- e. sudut penuh, yaitu sudut yang besar kangkangannya tepat 360° .
 - f. dua sudut dikatakan berpenyiku apabila jumlah kedua sudut tepat 90° .
 - g. dua sudut dikatakan berpelurus apabila jumlah kedua sudut tepat 180° .
 - h. sudut-sudut yang bertolak belakang besar sudutnya sama.
10. Berbagai sifat-sifat garis dan sudut yang perlu kamu ketahui sebagai pengetahuan prasyarat dalam mempelajari bahasan geometri sebagai berikut.
- a. jika dua garis sejajar dipotong oleh garis lain, maka terdapat 4 pasang sudut-sudut sehadap yang besar sudutnya sama.
 - b. jika dua garis sejajar dipotong oleh garis lain, maka terdapat 2 pasang sudut-sudut dalam sepihak yang besar sudutnya sama yaitu 180° .
 - c. jika dua garis sejajar dipotong oleh garis lain, maka terdapat 2 pasang sudut-sudut luar sepihak yang besar sudutnya sama yaitu 180° .

Pada Bab 4, kita akan mempelajari tentang segiempat dan segitiga. Sama halnya dalam penemuan konsep garis dan sudut yang ditemukan kembali dari situasi nyata kehidupan, kita akan temukan juga konsep maupun sifat-sifat segiempat dan segitiga dari proses pemecahan masalah nyata. Penguasaan konsep maupun sifat-sifat garis dan sudut adalah kompetensi yang harus kamu kuasai sebab pada pembahasan segiempat dan segitiga hal itu sangat dibutuhkan. Bangun segiempat dan segitiga yang akan kita bahas nanti, memiliki unsur-unsur garis dan unsur sudut. Oleh karena bangun segiempat dan segitiga memiliki unsur garis dan sudut maka konsep dan sifat-sifat yang telah kita bahas di atas merupakan pengetahuan prasyarat kamu agar mampu memahami konsep segiempat dan segitiga dengan baik.

Segiempat dan Segitiga

A.

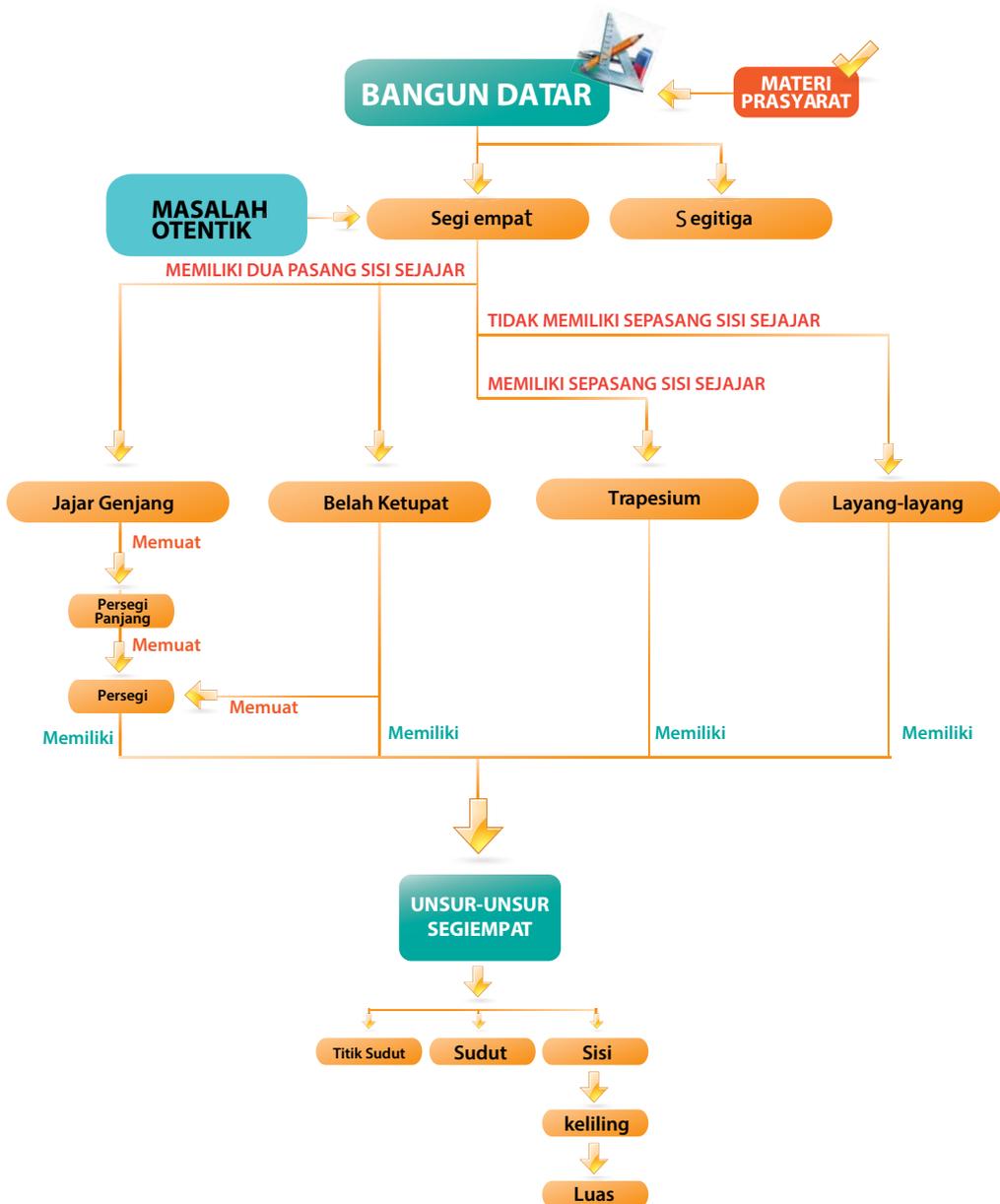
KOMPETENSI DASAR DAN PENGALAMAN BELAJAR

Kompetensi Dasar	Pengalaman Belajar
<p>Melalui proses pembelajaran segi empat dan segi tiga siswa mampu:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Menunjukkan sikap logis, kritis, analitik, konsisten dan teliti, bertanggung jawab, responsif, dan tidak mudah menyerah dalam memecahkan masalah. 2. Memiliki rasa ingin tahu, percaya diri, dan ketertarikan diri pada matematika serta memiliki rasa percaya pada daya dan kegunaan matematika, yang terbentuk melalui pengalaman belajar. 3. Mengidentifikasi sifat-sifat bangun datar dan menggunakannya untuk menentukan keliling dan luas. 4. Menyelesaikan permasalahan nyata yang terkait penerapan sifat-sifat persegi panjang, persegi, trapesium, jajar genjang, belah ketupat dan layang-layang. 	<p>Melalui proses pembelajaran segiempat dan segitiga, siswa memiliki pengalaman belajar.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Terlatih berpikir kritis dan berpikir kreatif. 2. Menemukan ilmu pengetahuan dari pemecahan masalah nyata 3. Mengajak untuk melakukan penelitian dasar dalam membangun konsep. 4. Dilatih bekerjasama dalam tim untuk menemukan solusi permasalahan. 5. Dilatih mengajukan ide-ide secara bebas dan terbuka 6. Merasakan manfaat matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Istilah Penting:

- ✓ Keliling
- ✓ Luas
- ✓ Jajargenjang
- ✓ Persegipanjang
- ✓ persegi
- ✓ Layang-layang
- ✓ Belahketupat
- ✓ Trapesium

B. PETA KONSEP



C. MATERI PEMBELAJARAN

1. MENEMUKAN SIFAT-SIFAT SEGIEMPAT UNTUK MENENTUKAN KELILING DAN LUASNYA

Konsep dan sifat segiempat dapat ditemukan di dalam pemecahan masalah nyata yang kita hadapi. Segiempat adalah poligon bidang yang dibentuk dari empat sisi yang saling berpotongan pada satu titik. Berbagai konsep dan sifat untuk setiap jenis segiempat akan ditemukan melalui proses pembelajaran berbasis masalah dan informasi nyata kehidupan. Untuk itu perhatikan dengan cermat permasalahan-permasalahan yang diberikan. Diharapkan kamu menggunakan berbagai strategi berpikir yang menuntut kekritisian, kreativitas, ketangguhan diri dalam menemukan pola dan hubungan-hubungan unsur segiempat.

Dalam aktivitas bertanya, mengamati, berdiskusi, dimungkinkan membutuhkan bantuan dari teman, guru, dan orang lain yang lebih memahami masalah. Untuk menemukan konsep dan sifat-sifat segiempat, kamu harus berupaya memikirkan pemecahan masalah, mencari ide-ide kreatif, berdiskusi, mencoba memecahkan masalah di dalam kelompok belajar.



Ajak siswa berdiskusi dengan teman sekelasnya untuk melihat beberapa masalah yang memiliki sifat-sifat seperti garis!

A. Persegipanjang dan Persegi

Mari kita cermati masalah berikut.

Masalah -4.1

Indah memiliki kebun bunga. Berbagai jenis bunga ditanam di dalamnya. Kebun itu terbagi beberapa petak. Petak I berbentuk daerah persegi, ditanami bunga putih seluas 625 m^2 . Petak II berbentuk daerah persegipanjang ditanami bunga merah, panjang petak 50 m dan luasnya $\frac{1}{5}$ luas petak I.

- Berapa panjang petak I?
- Berapa lebar dan luas petak II?
- Berapa hektar luas kebun bunga Indah seluruhnya?



Gambar 4.1 Kebun Bunga



Guru meminta siswa mengingat kembali tentang bangun datar dan materi pengukuran yang sudah dipelajari di sekolah dasar. Guru mengingatkan kembali bagaimana menentukan luas daerah persegi dan persegi panjang. Selanjutnya meminta siswa menuliskan informasi apa saja yang diketahui dan yang ditanyakan.



Alternatif Penyelesaian

Untuk memecahkan masalah di atas, ingat kembali materi bangun datar yang kamu pelajari saat di sekolah dasar!

Diketahui:

Kebun bunga Indah terdiri dari beberapa petak.

Petak I berbentuk persegi dengan luas 625 m^2 .

Petak II berbentuk persegi panjang dengan panjang 50 m dan luasnya $= \frac{1}{5}$ dari luas petak I.

Ditanya:

- Berapa panjang petak I?
- Berapa lebar dan luas petak II?
- Berapa hektar kebun bunga Indah seluruhnya?

Jawab:

Ingat kembali materi pelajaran pengukuran yang sudah kamu pelajari di Sekolah Dasar. Kita ketahui 1 m^2 adalah luas daerah persegi dengan ukuran sisi 1 m .

Petak I berbentuk persegi berarti panjang dan lebarnya sama panjang.

$$\text{Luas petak I} = 625 \text{ m}^2$$

$$\text{Luas I} = \text{sisi} \times \text{sisi}$$

$$625 \text{ m}^2 = s^2$$

$$s = \sqrt{625}$$

$$s = 25$$

Jadi panjang petak I adalah 25 m

b. Petak II berbentuk persegi panjang

$$\text{Panjang petak II} = 50 \text{ m}$$

$$\text{Luas petak II} = \frac{1}{5} \text{ dari luas petak I}$$

$$= \frac{1}{5} \times 625$$

$$= 125 \text{ m}^2$$

Jadi luas petak II yang ditanami bunga merah adalah 125 m^2

Karena petak II berbentuk persegi panjang, berdasarkan rumus luas persegi panjang

$$\begin{aligned} \text{Luas} &= \text{panjang} \times \text{lebar} \\ 125 &= 50 \times \text{lebar} \\ \text{lebar} &= \frac{125}{50} \\ &= 2,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. Luas kebun bunga seluruhnya} &= \text{Luas petak I} + \text{luas petak II} \\ &= 625 + 125 \\ &= 750 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Ingat kembali materi pengukuran yang telah kamu pelajari di sekolah dasar! Kita ketahui bahwa:

$$\begin{aligned} 1 \text{ m}^2 &= 1 \text{ ca} \\ 750 \text{ m}^2 &= 750 \text{ ca} \end{aligned}$$

$$1 \text{ ha} = 10.000 \text{ ca, maka } 1 \text{ ca} = \frac{1}{10.000} \text{ ha}$$

Ingat istilah
ca adalah centi are
ha adalah hekto are atau hektar

$$\begin{aligned} \text{Dapat dihitung } 750 \text{ m}^2 &= 750 \text{ ca} = 750 \times \frac{1}{10.000} \text{ ha} \\ &= 0,075 \text{ ha} \end{aligned}$$

Jadi luas kebun bunga Indah seluruhnya adalah $750 \text{ m}^2 = 0,075$ hektar.

Masalah -4.2

Pak Amal memiliki sebidang tanah kosong berbentuk daerah persegipanjang di samping rumahnya. Panjang tanah 50 m dan lebarnya 30 m.

- Tentukanlah luas tanah Pak Amal dalam satuan cm^2 !
- Tentukanlah luas tanah Pak Amal dalam satuan are!



Gambar-4.2: Tanah Pak Amal



Alternatif Penyelesaian

a. Bentuk tanah adalah persegi panjang.

$$\text{Panjang tanah} = 50 \text{ m}$$

$$\text{Lebar tanah} = 30 \text{ m}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas tanah} &= \text{panjang tanah} \times \text{lebar tanah} \\ &= 50 \times 30 \\ &= 1500 \text{ m}^2\end{aligned}$$



Guru meminta siswa mengingat kembali materi pengukuran yang sudah di pelajari di sekolah dasar bagaimana mengubah nilai dari satuan-satuan pengukuran tertentu ke satuan pengukuran yang lain. Hal ini untuk melanjutkan langkah penyelesaian Masalah-4.2 di atas.

b. Kita ketahui bahwa $1\text{m} = 100 \text{ cm} \Rightarrow 1\text{m}^2 = 100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} = 10.000 \text{ cm}^2$

$$1500 \text{ m}^2 = 1500 \times 10.000 \text{ cm}^2 = 15.000.000 \text{ cm}^2$$

Luas tanah pak Amal adalah 15.000.000 cm persegi atau $L = 15.000.000 \text{ cm}^2$



Guru meminta siswa mengingat kembali beberapa satuan-satuan pengukuran seperti meter, deka meter dan are.

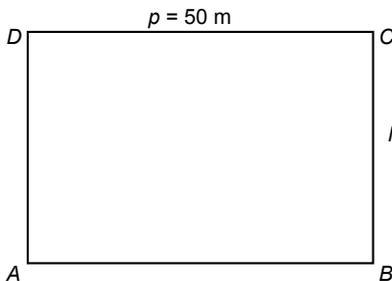
$$\begin{aligned}
 1 \text{ dam} &= 10 \text{ m} \\
 1 \text{ are} &= 1 \text{ dam} \times 1 \text{ dam} = 10 \text{ m} \times 10 \text{ m} = 100 \text{ m}^2 \\
 1 \text{ are} &= 100 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{100} \times 1 \text{ are} = \frac{1}{100} \times 100 \text{ m}^2, \text{ sehingga } 1 \text{ m}^2 = \frac{1}{100} \text{ are}$$

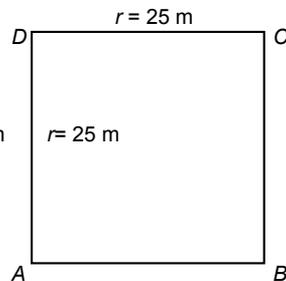
$$\begin{aligned}
 \text{Luas tanah pak Amal} &= 1500 \text{ m}^2 \\
 &= 1500 \times \frac{1}{100} \text{ are} \\
 &= 15 \text{ are}
 \end{aligned}$$

Jadi luas tanah Pak Amal adalah 15 are

Pada masalah -4.1 di atas, ladang indah yang ditanami bunga merah dan bunga warna putih dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 4.3a: Persegipanjang



Gambar 4.3b: Persegi

Perhatikan gambar berikut!



Gambar 4.4: Model Persegipanjang

Gambar-gambar di atas, merupakan jenis barang yang sering kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari. Permukaan handuk, permukaan koper, dan lembaran buku seperti pada Gambar 4.3 di atas berbentuk daerah persegipanjang. Dari contoh tersebut berarti persegipanjang merupakan segiempat dengan ciri-ciri:

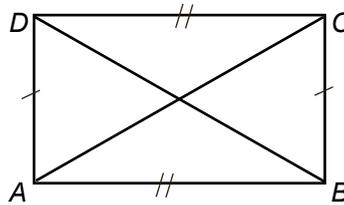
- 1) memiliki dua pasang ruas garis atau sisi sejajar;
- 2) dua pasang sisi yang berhadapan sama panjang;
- 3) sisi-sisi yang berpotongan membentuk sudut 90° atau siku-siku.

Berdasarkan ciri-ciri persegipanjang dan persegi di atas, kita tuliskan pengertian persegipanjang dan persegi sebagai berikut.



Definisi 4.1

- Persegipanjang adalah segiempat yang memiliki dua pasang sisi sejajar dan sama panjang serta sisi-sisi yang berpotongan membentuk sudut 90° .
- Persegi adalah persegipanjang yang semua sisinya sama panjang.



Gambar 4.5: Ilustrasi Sifat Persegipanjang

Gambar di atas merupakan persegipanjang. Sifat-sifat persegipanjang dapat diungkapkan sebagai berikut.

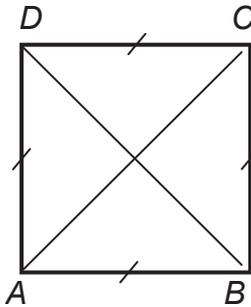


Sifat -4.1

Untuk semua persegipanjang, berlaku:

- i. Sisi-sisi yang berhadapan sejajar dan sama panjang. Pada persegipanjang ABCD, sisi AB dan CD sejajar dan sama panjang. Demikian juga sisi AD dan BC sejajar dan sama panjang.
- ii. Semua sudutnya sama besar dan besar setiap sudutnya 90° . Pada persegipanjang ABCD,
 $\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = \sphericalangle D = 90^\circ$.
- iii. Memiliki dua diagonal yang sama panjang. Pada persegipanjang ABCD, $AC = BD$.

Persegi merupakan persegipanjang yang semua sisinya sama panjang. Coba kamu berikan pengertian persegi menggunakan kata bangun datar? Berapakah besar keempat sudutnya?



Gambar 4.6: Ilustrasi Sifat Persegi

Gambar di atas merupakan persegi, adapun sifat-sifat persegi sebagai berikut.



Definisi 4.2

Untuk semua persegi, berlaku:

- i. Mempunyai empat sisi yang sama panjang. Pada persegi ABCD, panjang sisi AB, BC, CD, dan DA adalah sama.
- ii. Memiliki dua pasang sisi sejajar dan sama panjang. Pada persegi ABCD, sisi AB sejajar dengan CD, sisi BC sejajar dengan AD.
- iii. Mempunyai empat sudut siku-siku. Pada persegi ABCD, $\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = \sphericalangle D = 90^\circ$. Karena terdapat empat sudut dan tiap sudut besarnya 90° maka jumlah keempat sudut dalam persegi adalah 360° .
- iv. Memiliki dua diagonal yang sama panjang. Pada persegi ABCD yaitu $AC = BD$.

Diskusi

Dari berbagai sifat persegi dan persegipanjang di atas, diskusikanlah beberapa pertanyaan berikut!

- Apakah persegi merupakan persegipanjang atau persegipanjang merupakan persegi?
- Dapatkah kamu menuliskan pengertian persegipanjang dari kata persegi?
- Jika sebuah garis memotong sebuah persegipanjang, ada berapa titik potongnya?
- Apakah setiap luas daerah persegipanjang selalu dapat dinyatakan dengan luas daerah persegi?
- Dapatkah rumus mencari luas daerah persegi diturunkan dari rumus mencari luas daerah persegipanjang?
- Apakah mungkin luas daerah persegi bernilai negatif? Jika tidak, beri alasanmu!
- Dapatkah rumus mencari keliling persegi diperoleh dari rumus mencari keliling persegipanjang?



Dari pengertian dan sifat-sifat persegipanjang dan persegi dapat diturunkan rumus luas daerah dan rumus keliling persegipanjang dan persegi sebagai berikut.

Misalkan ABCD sebuah persegipanjang dengan AB adalah panjang (p) dan BC adalah lebar (l). Luas (L) dan Keliling (K) persegipanjang dinyatakan dengan:

$$L = p \times l$$

$$K = 2p + 2l$$

Misalkan $PQRS$ sebuah persegi dengan panjang sisinya s . Luas (L) dan Keliling (K) persegi dinyatakan dengan:

$$L = s \times s = s^2$$

$$K = 4s$$

Contoh 4.1

Sebuah persegipanjang berukuran panjang 6 cm dan lebar 5 cm. Berapa banyak persegi satuan yang dapat menutupi daerah permukaan persegi tersebut? Gunakan sifat-sifat persegi untuk menjawabnya!

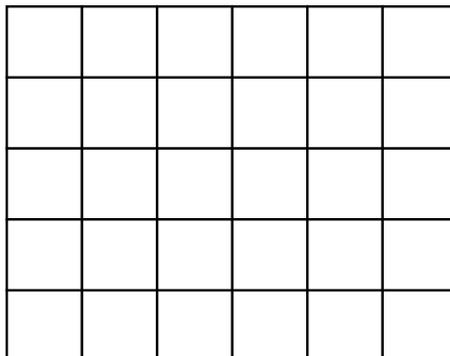


Alternatif Penyelesaian

Persegi satuan adalah persegi yang panjang sisi-sisinya satu satuan. Dalam soal ini satuan pengukuran panjang adalah cm. Dengan demikian persegi satuan adalah persegi yang setiap sisinya memiliki panjang 1 cm. Sehingga luas persegi satuan adalah 1 cm^2 (mengapa?).

Diketahui persegipanjang berukuran 6 cm dan lebarnya 5 cm.

Luas persegipanjang yang dimaksud adalah:



$$L = p \times l = 6 \times 5 = 30$$

Luas persegipanjang tersebut adalah 30 cm^2 .

Karena luas persegipanjang adalah 30 cm^2 , maka banyak persegi satuan yang dapat membentuk luas persegipanjang tersebut adalah 30 buah.

Masalah -4.3

Misalkan $KLMN$ adalah sebuah persegi yang memiliki panjang sisi s cm dan $ABCD$ adalah sebuah persegipanjang dengan panjang sisi $AB = p$ cm dan panjang sisi CD adalah l cm. Buktikan jika keliling persegi adalah 2 kali keliling persegipanjang, maka: $\frac{\text{Luas } ABCD}{\text{Luas } KLMN} = \frac{l}{s} \left(\frac{l}{s} \right)^2$.



Alternatif Penyelesaian

Luas persegipanjang $ABCD = p \times l$.

Luas persegi $KLMN = s \times s = s^2$

Keliling persegipanjang $ABCD = 2p + 2l$.

Keliling persegi $KLMN = 4s$

Diketahui keliling persegi $KLMN = 2$ kali keliling persegipanjang $ABCD$, maka

$$4s = 2(2p + 2l) \Rightarrow 4p + 4l = 4s$$

$$\Rightarrow p + l = s$$

$$\Rightarrow p = s - l$$

$$\frac{\text{Luas } ABCD}{\text{Luas } KLMN} = \frac{p \times l}{s^2} = \frac{(s-l)l}{s^2} = \frac{sl - l^2}{s^2} = \frac{l}{s} \left(\frac{l}{s} \right)^2$$

$$\frac{\text{Luas } ABCD}{\text{Luas } KLMN} = \frac{l}{s} \left(\frac{l}{s} \right)^2 \quad (\text{terbukti})$$



Pertanyaan Kritis

Berdasarkan Masalah 4.3, bagaimana jika $p = 1$?
Apakah masih berlaku hasil perbandingannya?
Jika tidak beri alasanmu!

Contoh 4.2

Tentukan 5 ukuran persegi panjang yang mungkin, jika diketahui luas persegi panjang tersebut 50 cm^2 !



Alternatif Penyelesaian

Diketahui: Luas persegi panjang adalah 50 cm^2 .

Ditanya: tentukan 5 ukuran persegi panjang yang mungkin.

Misalkan ukuran persegi panjang dengan panjang $p = 10 \text{ cm}$ dan lebarnya $l = 5 \text{ cm}$. Luas persegi panjang tersebut adalah:

$$L = p \times l = 10 \times 5 = 50 \text{ cm}^2$$



Guru meminta siswa menyusun kemungkinan ukuran persegi panjang yang dimaksud sehingga luasnya adalah 50 cm^2 pada sebuah tabel

Susunlah pada tabel kemungkinan ukuran persegi panjang yang dimaksud sehingga luasnya adalah 50 cm^2 .

Panjang	Lebar	Luas
10	5	50 cm^2
5	...	50 cm^2
...	20	50 cm^2
...	...	50 cm^2
...	...	50 cm^2

Diskusi

Udin membuat pernyataan bahwa lantai berbentuk persegi panjang dengan luas L akan selalu dapat dipasang ubin ukuran $p \times l$ tanpa memotong ubin asalkan L habis dibagi oleh $p \times l$. Dia mengambil contoh kamarnya yang berukuran $4 \text{ m} \times 6 \text{ m}$ dapat dipasang ubin ukuran $40 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}$, karena $L = 240.000 \text{ cm}^2$ dapat habis dibagi $p \times l = 240.000 \text{ cm}^2$



Diskusikan dengan temanmu apakah pernyataan .Udin benar atau salah. Berilah contoh



Uji Kompetensi - 4.1

1. Lukman memanfaatkan tanah kosongnya untuk tempat kandang kambing. Luas tanah 100 m^2 . Ada empat kandang kambing yang akan dibuat dan tiap-tiap kandang berbentuk sama, yaitu persegi. Berapa dm^2 luas tiap-tiap kandang kambing?
2. Sebuah kebun jagung berbentuk persegipanjang memiliki ukuran panjang 90 cm dan lebar 7 m . Berapa are luasnya?
3. Jika suatu persegi memiliki luas 144 cm^2 , berapa kah panjang sisinya? (Dalam satuan mm).
4. Sebuah lapangan basket berbentuk persegipanjang memiliki luas 84 m^2 dengan panjang 12 m . Hitunglah lebar lapangan itu dalam satuan deka meter.
5. Kamar mandi Beni akan dipasang ubin. Luas kamar mandi 20 m^2 . Sementara luas ubin 20 cm^2 . Berapa banyak ubin yang diperlukan ?
6. Diketahui ukuran permukaan sebuah meja yang berbentuk persegipanjang adalah $120 \text{ cm} \times 80 \text{ cm}$. Di atas meja tersebut terdapat sebuah buku tulis berbentuk persegi panjang berukuran $20 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$. Tentukan perbandingan keliling buku tulis dengan keliling permukaan meja tersebut!
7. Aisyah memiliki sebuah kain yang berbentuk persegipanjang. Ia berencana menghias sekeliling kain tersebut dengan renda. Jika ternyata renda yang diperlukan Aisyah paling sedikit 450 cm , perkirakan ukuran kain yang dimiliki Aisyah!
8. Tentukan berbagai kemungkinan ukuran persegipanjang yang mungkin, jika diketahui luas persegipanjang tersebut 200 cm^2 !
9. Perhatikan 2 kertas HVS yang berukuran A5 dan F4. Tanpa mengukurnya terlebih dahulu, kertas HVS manakah yang lebih luas permukaannya?
10. Mungkinkah sebuah persegi memiliki keliling yang sama dengan sebuah persegipanjang? Jika mungkin, tentukan ukuran persegi dan persegipanjang tersebut!

11. Tentukan ukuran persegi panjang dengan data yang diketahui pada tabel di bawah ini!

No	Panjang	Lebar	Luas
1	mm 27	dm 8	$L = \dots \text{ dm}^2$
2	mm 5	cm...	$L = 250 \text{ cm}^2$
3	m...	m 600	$L = 2 \text{ ha}$
4	dam 37	dm 6	$L = \dots \text{ m}^2$
5	mm 700	mm...	$L = 0,07 \text{ m}^2$
6	mm 560	dam 90	$L = \dots \text{ dam}^2$
7	cm 6	mm 8	$L = \dots \text{ mm}^2$
8	km...	m 125	$L = 0,15 \text{ ha}$
9	km 2	dam...	$L = \dots \text{ ha}$
10	mm...	cm 2	$L = 18 \text{ cm}^2$

12. Diberikan persegi panjang $PQRS$. Titik O terletak di dalam $PQRS$ sedemikian sehingga $OP = 3 \text{ cm}$, $OQ = 12 \text{ cm}$. Tentukanlah panjang sisi OR !

2. SEGITIGA

a. Luas dan Keliling Segitiga



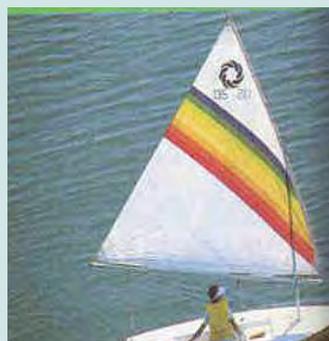
Guru mengajukan masalah kepada siswa dan mengorganisasikan siswa belajar dan meminta siswa melakukan berbagai kegiatan secara kelompok. Hasil kerja kelompok dituangkan dalam Lembar Aktivitas Siswa dan disajikan di depan kelas. Meminta salah satu kelompok menyajikan hasil kerjanya dan meminta kelompok lain untuk mengajukan berbagai pertanyaan menanggapi hasil kerja kelompok penyaji.

Di sekolah dasar siswa telah mempelajari tentang segitiga. Kita akan mengkaji lebih luas dan mendalam tentang segitiga, khususnya terkait berbagai konsep dan aturan penentuan luas dan keliling segitiga. Di sekitar kita, terdapat berbagai objek, seperti gedung yang bentuk permukaannya merupakan daerah segitiga. Demikian juga kita dapat cermati perahu layar dan perahu yang digunakan nelayan menangkap ikan. Berbagai permasalahan kehidupan banyak yang dapat dipecahkan menerapkan berbagai konsep dan aturan-aturan pada segitiga. Mari kita cermati masalah berikut.

Masalah -4.4

Seorang nelayan ingin mengganti layar perahunya dengan jenis kain yang lebih tebal agar mampu menahan angin. Bahan kain yang tersedia berbentuk persegi dengan ukuran panjang 10 m. Sesuai ukuran kayu penyangga kain layar perahu sebelumnya, nelayan tersebut harus memotong bahan kain layar dari mulai titik tengah salah satu sisi kain menuju dua titik sudut permukaan kain tersebut.

- Berapa luas permukaan layar perahu tersebut?
- Berapa luas kain yang tersisa?

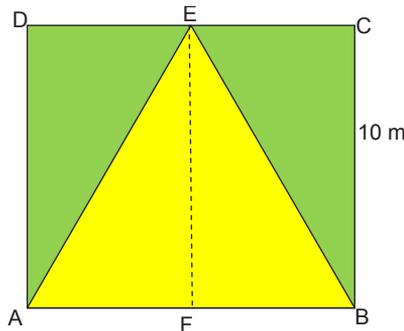


Gambar 4.7: Perahu Layar



Alternatif Penyelesaian

Bahan kain layar perahu yang tersedia berbentuk persegi dengan ukuran panjang 10 m. Penggunaan kain layar tersebut sesuai ukuran kayu penyangga layar dapat diinterpretasikan dalam gambar berikut.



Gambar 4.8: Ilustrasi perahu layar

Dari gambar di atas dapat kita cermati bahwa panjang kayu penyangga kain layar sama dengan panjang sisi AB , AE dan BE . Karena bentuk bahan kain penyangga adalah berbentuk persegi maka panjang $AB = BC = EF = 10$ m.

a. Akan ditentukan luas permukaan layar perahu

Bentuk layar perahu berbentuk segitiga. Dalam menentukan luas permukaan layar perahu sesuai dengan gambar di atas, ingat kembali tentang materi pengukuran terkait penentuan luas segitiga yang telah kamu pelajari di Sekolah Dasar.

Luas layar perahu = luas segitiga ABE .

$$= \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$$

$$= \frac{1}{2} \times AB \times EF$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10$$

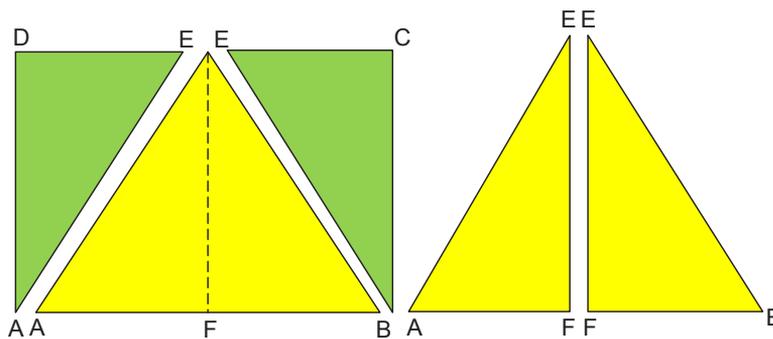
$$= 50$$

Jadi luas permukaan layar perahu adalah 50 m^2 .

b. Akan ditentukan luas kain yang tersisa

Permukaan bahan kain layar perahu yang tersedia berbentuk persegi dengan ukuran 10 m . Luas permukaan kain tersebut adalah 100 m^2 . Sementara luas kain yang digunakan untuk layar perahu adalah 50 m^2 . Dengan demikian luas kain yang tersisa adalah 50 m^2 .

Perhatikan kembali gambar permukaan kain $ABCD$ di atas, ada 5 (lima) segitiga yang terbentuk di dalamnya, yaitu segitiga ABE , ADE , BCE , AFE , dan segitiga BEF .



Gambar 4.9: Ilustrasi permukaan kain

Ingat kembali materi segitiga yang kamu pelajari di sekolah dasar terkait jenis-jenis segitiga dan ciri-cirinya. Mari kita cermati beberapa jenis segitiga yang tampak pada permukaan persegi $ABCD$.

- $\triangle ABE$ adalah segitiga samakaki sebab terdapat dua sisinya sama panjang, yaitu $AE = BE$.
- $\triangle ADE$ dan $\triangle BCE$, $\triangle AFE$ dan $\triangle BFE$ adalah segitiga siku-siku sebab salah satu sudut segitiga tersebut besarnya 90° , yaitu $\angle D$, $\angle C$, dan $\angle F$.

Selanjutnya perhatikan garis EF pada $\triangle ABE$. Garis EF tegak lurus terhadap alas AB dengan $\angle AFE = \angle BFE = 90^\circ$. Karena $\triangle ABE$ adalah segitiga samakaki, maka garis EF membagi dua alas AB sama panjang. Garis EF juga membagi dua sudut E pada $\triangle AEB$ sama besar atau $\angle AEF = \angle BEF$.



Definisi 4.3

Diberikan sebuah segitiga dengan titik sudut A , B , dan C .

- Garis tinggi adalah garis yang melalui salah satu titik sudut A , B , dan C dan tegak lurus terhadap sisi di hadapan titik sudut tersebut.
- Garis bagi adalah garis yang melalui salah satu titik sudut A , B , dan C dan membagi dua sudut sama besar.
- Garis berat adalah garis yang melalui salah satu titik sudut A , B , dan C dan membagi dua sisi di hadapan titik sudut sama panjang.

Masalah -4.5

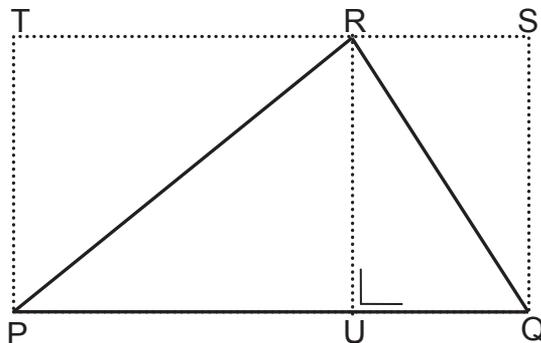
Dodi ingin mengetahui luas daerah segitiga yang dibentuknya dari kertas origami berbentuk persegi panjang. Jika diketahui panjang sisi-sisi persegi panjang,

- a) bagaimana cara Dodi menghitung luas daerah segitiga yang dibentuknya?
- b) tentukanlah rumus menghitung luas daerah segitiga.



Alternatif Penyelesaian

Misalkan segitiga yang dibentuk kita ilustrasikan seperti gambar di bawah ini. Kertas origami berbentuk persegi panjang $PQST$. Segitiga yang akan dihitung luasnya adalah ΔPQR .



Dengan menggunakan garis bantu UR yang panjangnya sama dengan PT dan QS serta tegak lurus dengan PQ , kita peroleh bahwa:

- $RU = PT = QS$, merupakan lebar dari persegi panjang $PQST$
- $UQ = RS$
- $PQ = ST = (PU + QU) = (RS + RT)$, merupakan panjang dari persegi panjang $PQST$
- ΔPUR sama dan sebangun dengan ΔPTR
- ΔUQR sama dan sebangun dengan ΔRSQ
- Luas persegi panjang $PURT = \text{Luas } \Delta PUR + \text{Luas } \Delta PTR$
- Luas persegi panjang $UQSR = \text{Luas } \Delta UQR + \text{Luas } \Delta RSQ$
- Luas $\Delta PQR = \text{Luas } \Delta PUR + \text{Luas } \Delta UQR$
- Luas $\Delta PUR = \frac{1}{2} \times \text{luas persegi panjang } PURT$
- Luas $\Delta UQR = \frac{1}{2} \times \text{luas persegi panjang } UQSR$

a) Perhitungan luas ΔPQR dengan menggunakan persegi panjang $PQRS$

Dengan menggunakan rumus luas persegi panjang, kita peroleh:

$$\begin{aligned} \text{Luas } \Delta PUR &= \frac{1}{2} \times \text{luas persegi panjang } PURT \\ \text{Luas } \Delta PUR &= \frac{1}{2} \times PU \times RU \\ \text{Luas } \Delta UQR &= \frac{1}{2} \times \text{luas persegi panjang } UQSR \\ \text{Luas } \Delta UQR &= \frac{1}{2} \times RU \times QU \\ \text{Luas } \Delta PQR &= \text{Luas } \Delta PUR + \text{Luas } \Delta UQR \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times PU \times RU + \frac{1}{2} \times RU \times QU \\
 &= \frac{1}{2} \times RU \times (PU + QU)
 \end{aligned}$$

Karena panjang $PQ = PU + QU$, maka

$$\text{luas } \Delta PQR = \frac{1}{2} \times RU \times PQ$$

b) Rumus menghitung luas daerah segitiga PQR

Berdasarkan gambar di atas, PQ merupakan sisi alas ΔPQR dan RU adalah tinggi ΔPQR , maka rumus menghitung luas segitiga PQR adalah:

$$\begin{aligned}
 \text{Luas } \Delta PQR &= \frac{1}{2} \times RU \times PQ \\
 &= \frac{1}{2} \times (\text{tinggi } \Delta PQR) \times (\text{alas } \Delta PQR)
 \end{aligned}$$

Secara umum rumus luas segitiga adalah:

$$\text{Luas } \Delta = \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi.}$$



Sifat -1

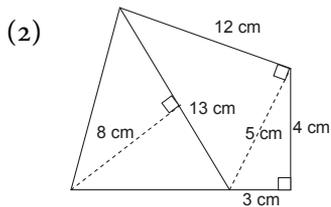
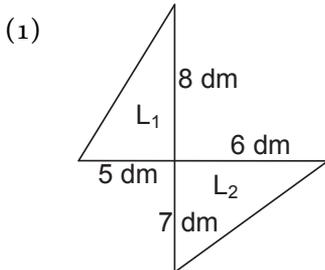
Jika ABC sebuah segitiga dengan panjang alas a dan tinggi t , maka luas daerah segitiga dapat dinyatakan dengan:

$$L = \frac{1}{2} (a \times t)$$

Selanjutnya, luas daerah segitiga biasa dikatakan dengan luas segitiga.

Contoh 4.3

Hitunglah luas daerah bangun berikut.



Alternatif Penyelesaian

- (1) Bangun tersebut terdiri dari dua segitiga.

Luas segitiga I adalah

$$L_1 = \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 5\right) = 20 \text{ dm}^2$$

Luas segitiga II adalah

$$L_2 = \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 7\right) = 21 \text{ dm}^2$$

$$\text{Luas bangun seluruhnya} = L_1 + L_2 = 41 \text{ dm}^2$$

- (2) Bangun tersebut terdiri dari tiga segitiga,

$$L_1 = \left(\frac{1}{2} \times 13 \times 8\right) = 52 \text{ dm}^2$$

$$L_2 = \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 5\right) = 30 \text{ cm}^2$$

$$L_3 = \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4\right) = 6 \text{ cm}^2$$

$$L_1 + L_2 + L_3 = 52 + 30 + 6 = 88$$

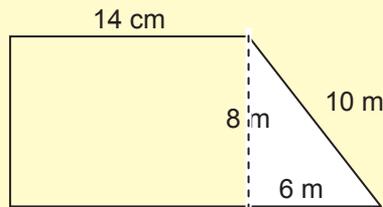
Jadi luas bangun seluruhnya = 88 cm^2 .



Latihan

Sebagai latihan:

Pak Budi mempunyai kebun berbentuk seperti pada gambar di bawah. Pak Budi ingin memberi pagar.



- Bagaimanakah caramu menghitung keliling kebun Pak Budi?
- Berapakah panjang pagar yang diperlukan Pak Budi?
- Apakah kaitan antara keliling kebun dan biaya yang harus dikeluarkan Pak Budi? Jelaskan!
- Jika biaya pemasangan pagar Rp25.000,00 per meter, berapakah biaya yang harus dikeluarkan oleh Pak Budi untuk memasang pagar tersebut?

Masalah -4.6

Diberikan beberapa batang korek api yang akan digunakan untuk membentuk segitiga samasisi. Susunan batang korek api membentuk segitiga samasisi tidak melebihi 2 (dua) tingkat. Banyak batang korek api yang disediakan dan banyak maksimum segitiga dengan panjang sisi satu satuan korek api disajikan pada tabel berikut.

N	3	5	7	9	11	13	15	17	18	...
S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...

1. Sajikan data pada tabel dalam gambar segitiga samasisi!
2. Temukan pola hubungan banyak batang korek api yang tersedia dan banyak segitiga samasisi yang dapat dibentuk!
3. Berapa banyak segitiga samasisi dengan panjang sisi satu satuan korek api yang dapat dibentuk jika banyak batang korek api yang disediakan adalah 45?
4. Berapa banyak batang korek api yang disediakan jika banyak segitiga yang dibentuk sebanyak 50 buah?
5. Berapa keliling segitiga yang dapat dibentuk dari 21 batang korek api?

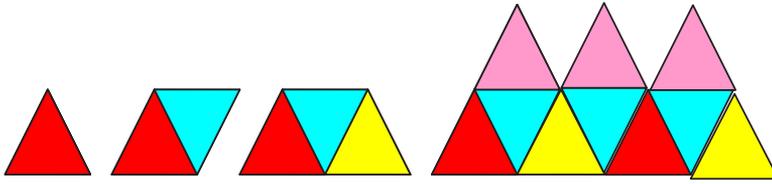


Alternatif Penyelesaian

- a. Kita sajikan data pada tabel dalam gambar segitiga samasisi

Diketahui data pada tabel berikut. Banyak segitiga samasisi yang dapat dibentuk dari sejumlah batang korek api yang disediakan dapat digambarkan sebagai berikut.

N	3	5	7	9	11	13	15	17	19	...
S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...



Gambar-4.11: Segitiga Samasisi dari Korek Api

Banyak segitiga samasisi dapat digambarkan dengan pola Gambar 4.11 di atas untuk banyak batang korek api yang tersedia.

- b. Mari kita temukan pola hubungan banyak batang korek api yang tersedia dan banyak segitiga samasisi yang dapat dibentuk. Misalkan KA adalah banyak batang korek api dan S adalah banyak segitiga yang terbentuk.

Perhatikan hubungan banyak batang korek api dengan banyak segitiga samasisi yang dapat dibentuk.

Misal n adalah banyak batang korek api dan s adalah banyak segitiga samasisi. Hubungan banyak korek api yang tersedia dan banyak segitiga samasisi yang dapat dibentuk dinyatakan dengan $s = \frac{n-1}{2}$ n bilangan ganjil dan $n \geq 3$.

- c. Berapa banyak segitiga samasisi dengan panjang sisi satu-satuan korek api yang dapat dibentuk jika banyak batang korek api yang disediakan adalah 45 batang? Jika banyak korek api adalah $n = 45$ batang, maka banyak segitiga samasisi yang dapat dibentuk adalah $\frac{n-1}{2} = \frac{45-1}{2} = 22$ buah.

- d. Berapa banyak batang korek api yang disediakan jika banyak segitiga yang dibentuk sebanyak 50?

Jika banyak segitiga samasisi yang dapat dibentuk adalah 50 buah, maka banyak korek api yang disediakan adalah

$$\begin{aligned} \frac{n-1}{2} = 50 &\Rightarrow n - 1 = 100 \\ &\Rightarrow n = 101 \end{aligned}$$

Jadi banyak korek api yang harus disediakan adalah 101 batang.

- e. Berapa keliling segitiga yang dapat dibentuk dari 21 batang korek api?

Jika banyak batang korek api yang disediakan adalah 21 batang, maka banyak segitiga samasisi yang dapat dibentuk adalah $\frac{n-1}{2} = \frac{21-1}{2} = 10$.

Keliling $\triangle ABC = 3r = 3 \times 1 = 3$ satuan panjang korek api.

Karena banyak segitiga samasisi yang dapat dibentuk dengan 21 batang korek api adalah 10 buah, maka keliling daerah 10 buah segitiga tersebut adalah $3 \times 10 = 30$ satuan panjang korek api.

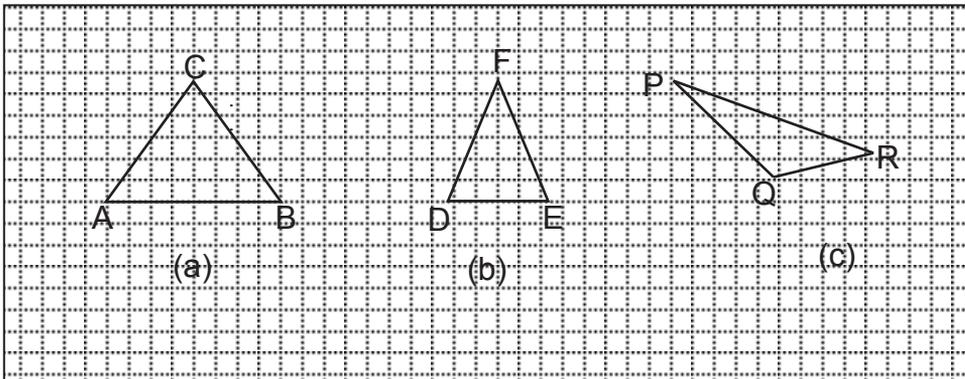


Latihan

Sebagai latihan:

- Berapa maksimum banyak segitiga samasisi yang dapat dibentuk (panjang sisinya satu satuan panjang korek api), jika banyak anak korek api sebanyak n , dengan n bilangan genap, $n \geq 4$.
- Temukan hubungan banyak anak korek api dengan banyak segitiga samasisi yang dapat dibentuk yang panjangnya dua satuan panjang korek api!
- Berapa banyak segitiga samasisi yang dapat dibentuk dari 75 anak korek api?

Perhatikan gambar segitiga berikut



Gambar 4.2: Jenis-jenis Segitiga



Arahkan siswa untuk mengingat kembali pelajaran matematika di sekolah dasar terkait segitiga. Kemudian guru menyuruh siswa melakukan kegiatan berikut.

Kegiatan 4.1

Perhatikan Gambar 4.2 di atas!

- Bentuklah garis tinggi, garis bagi, dan garis berat pada setiap segitiga tersebut. Tuliskan sifat-sifat ketiga garis tersebut!
- Gunakan penggaris untuk mengukur panjang sisi-sisi $\triangle ABC$!
- Adakah sisi-sisi yang sama panjang? Jika ada, berapa sisi yang panjangnya sama?
- Dengan melihat panjang sisi-sisinya, apakah jenis $\triangle ABC$? Jelaskan!
- Pertanyaan yang sama dengan (a) s/d (c) untuk $\triangle DEF$.
- Pertanyaan yang sama dengan (a) s/d (c) untuk $\triangle PQR$.



Definisi 4.4

- Segitiga yang panjang sisi-sisinya tidak sama panjang disebut segitiga sebarang.
- Segitiga yang salah satu besar sudutnya 90° disebut segitiga siku-siku
- Segitiga yang ketiga sisinya sama panjang disebut segitiga samasisi.
- Segitiga yang dua sisinya sama panjang disebut segitiga samakaki.

Untuk mencari keliling sebuah segitiga, kamu harus mengetahui terlebih dahulu panjang ketiga sisi segitiga tersebut *karena keliling segitiga adalah jumlah panjang ketiga sisi yang membentuk segitiga.*

Perhatikan gambar berikut!

- a. Bagaimanakah caramu menghitung keliling $\triangle ABC$ pada gambar di samping? Jelaskan!
- b. Berapakah keliling $\triangle ABC$?
- c. Kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh?
- d. Dapatkah kamu rumuskan keliling $\triangle ABC$?



Sifat -2

Jika $\triangle ABC$ memiliki panjang sisi-sisi a , b , dan c , maka keliling segitiga adalah $K = a + b + c$.

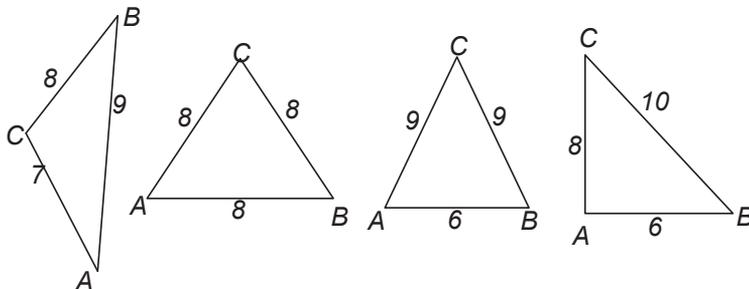
Contoh 4.4

Diberikan 4 jenis segitiga (sebarang, siku-siku, samakaki, samasisi) yang memiliki keliling yang sama panjang, yaitu 24 cm. Tentukanlah jenis segitiga yang memiliki luas yang lebih besar!



Alternatif Penyelesaian

Ambil empat jenis segitiga ABC dengan panjang sisi a , b , dan c dan panjang kelilingnya 24 cm. Salah satu kemungkinan ukuran sisi keempat jenis segitiga tersebut dapat disajikan pada gambar berikut.



Gambar-4.13: Empat Buah Jenis Segitiga

Kamu dapat menggunakan ukuran sisi segitiga ABC dengan ukuran yang lain, tetapi kelilingnya harus 24 cm. Ingat kembali materi pengukuran yang sudah kamu pelajari di Sekolah Dasar terkait keliling segitiga dan luasnya.

Diketahui bahwa untuk setiap jenis segitiga di atas, panjang kelilingnya sama, yaitu $a + b + c = 24$.

$$\text{Misalkan } S = \frac{1}{2}K = \frac{1}{2}(24) = 12$$

Jika sebuah segitiga ABC dengan panjang sisi-sisinya adalah a , b , dan c , maka luasnya dapat ditentukan dengan menggunakan rumus setengah keliling (S) berikut.

$$L = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

$$\begin{aligned}
 \text{i) Luas segitiga sembarang } ABC &= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)} \\
 &= \sqrt{24(24-8)(24-7)(24-9)} \\
 &= \sqrt{24(16)(17)(15)} \\
 &= \sqrt{97920}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ii) Luas segitiga samasisi } ABC &= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)} \\
 &= \sqrt{24(24-8)(24-8)(24-8)} \\
 &= \sqrt{24(16)(16)(16)} \\
 &= \sqrt{98304}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{iii) Luas segitiga samakaki } ABC &= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)} \\
 &= \sqrt{24(24-9)(24-9)(24-6)} \\
 &= \sqrt{24(15)(15)(18)} \\
 &= \sqrt{97200}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{iv) Luas segitiga siku-siku } ABC &= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)} \\
 &= \sqrt{24(24-10)(24-8)(24-6)} \\
 &= \sqrt{24(14)(16)(18)} \\
 &= \sqrt{96768}
 \end{aligned}$$

Berdasarkan hasil perhitungan di atas dapat dinyatakan bahwa luas daerah terbesar dari keempat jenis segitiga tersebut adalah luas segitiga samasisi = $\sqrt{98304}$.

Diskusi

Guru mengajak siswa berdiskusi dengan temannya, apakah jika keempat jenis segitiga memiliki keliling sama panjang, maka luas daerah segitiga samasisi selalu lebih besar luasnya dibanding luas daerah segitiga yang lain



Sifat -3

Jika $\triangle ABC$ memiliki panjang sisi-sisi a , b , dan c , maka luas segitiga ABC adalah

$$L = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)} \quad S = \frac{1}{2}K \quad K = a+b+c$$

L = luas daerah segitiga

K = Keliling

S = Panjang setengah keliling

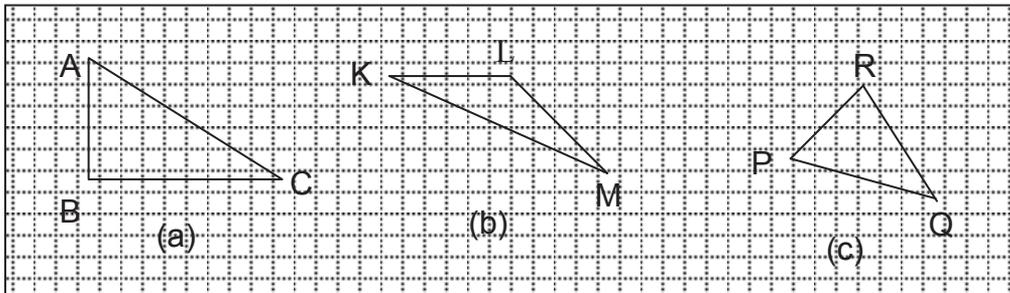
Kegiatan 4.2 SECARA KELOMPOK

1. Gambarkan persegi panjang $ABCD$ dengan ukuran panjang 10cm dan lebar 8cm!
2. Gambarkan diagonal-diagonalnya!
3. Gunting bangun persegi panjang yang telah kamu gambar itu, menurut sisinya.
4. Guntinglah persegi panjang tersebut menurut salah satu diagonalnya.
5. Berbentuk apakah potongan-potongan yang kamu peroleh?
6. Apakah kedua potongan tersebut mempunyai ukuran yang sama?

7. Perhatikan kedua potongan tersebut. Apakah pada masing-masing potongan terdapat satu sudut yang besarnya 90° ? Jika ya, bagaimanakah caramu mengukur sudut tersebut? Tunjukkan letak sudut tersebut dan sebutkan nama sudutnya!

Kamu sudah mengenal bangun persegipanjang beserta sifat-sifatnya. Untuk mengingat kembali, coba diskusikan kegiatan berikut.

Jika sebuah daerah persegipanjang $ABCD$ dipotong menurut salah satu diagonalnya, maka diperoleh dua daerah yang berbentuk segitiga, yang bentuk dan ukurannya sama. Karena pada suatu segitiga yang diperoleh salah satu sudutnya siku-siku ($\angle C$ atau $\angle B$), maka segitiga tersebut disebut segitiga siku-siku.



Gambar-4.14. Berbagai Jenis Segitiga

Kegiatan 4.3

Perhatikan gambar di atas! Gunakan busur derajat, untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan berikut!

- Ukurlah besar sudut-sudut $\triangle ABC$!
- Adakah segitiga yang salah satu besar sudutnya sama dengan 90° ?
- Bagaimana besar dua sudut yang lain?

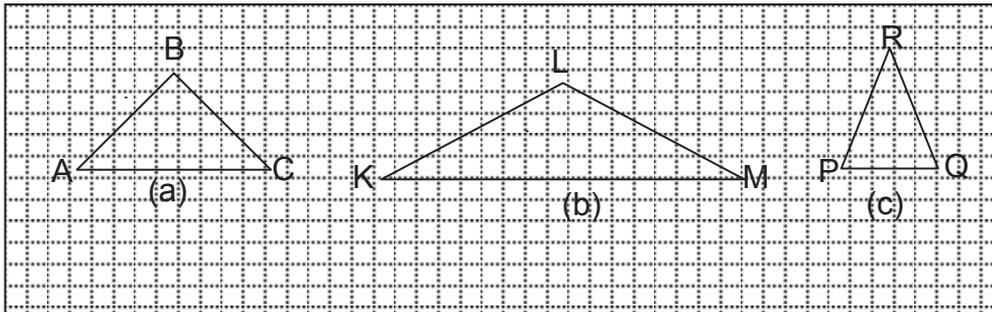
- d. Dengan melihat besar sudut-sudutnya, termasuk jenis apakah $\triangle ABC$? Jelaskan!
- e. Pertanyaan yang sama dengan (a) s/d (d) untuk $\triangle KLM$.
- f. Pertanyaan yang sama dengan (a) s/d (d) untuk $\triangle PQR$.



Definisi 4.5

- Segitiga yang besar salah satu sudutnya 90° disebut segitiga siku-siku.
- Segitiga yang salah satu sudutnya tumpul disebut segitiga tumpul.
- Segitiga yang ketiga sudutnya lancip disebut segitiga lancip.

Jenis-jenis Segitiga Berdasarkan Sifat-Sifatnya



Gambar 4.15: Segi Toga

Kegiatan 4.3

Perhatikan gambar di atas! Gunakan busur derajat dan penggaris, untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan berikut!

- Ukurlah besar sudut-sudut $\triangle ABC$!
- Ukurlah panjang sisi-sisi $\triangle ABC$!

- 
- c. Adakah sisi-sisi $\triangle ABC$ yang panjangnya sama?
- d. Adakah sudut yang besarnya sama pada $\triangle ABC$?
- e. Berdasarkan besar sudut-sudutnya, jenis segitiga apakah $\triangle ABC$?
- f. Berdasarkan panjang sisi-sisinya, jenis segitiga apakah $\triangle ABC$?
- g. Berdasarkan besar sudut dan panjang sisinya, jenis segitiga apakah $\triangle ABC$?
Jelaskan!
- h. Pertanyaan yang sama dengan (a) s/d(h) untuk $\triangle KLM$.
- i. Pertanyaan yang sama dengan (a) s/d (h) untuk $\triangle PQR$.
- j. Dapatkah kamu temukan jenis segitiga yang lain dalam pengelompokan ini?
Jelaskan! Pertanyaan yang sama dengan (a) s/d (c) untuk $\triangle PQR$.



Definisi 4.6

- Suatu segitiga yang besar salah satu sudutnya 90° dan dua sisinya sama panjang disebut segitiga siku-siku samakaki.
- Suatu segitiga yang salah satu sudutnya tumpul dan kedua sisinya sama panjang disebut segitiga tumpul samakaki
- Segitiga yang salah satu sudutnya lancip dan memiliki dua sisi yang sama panjang disebut segitiga lancip samakaki.

B. Jumlah sudut-sudut Segitiga

Berapakah jumlah besar ketiga sudut dalam segitiga? Untuk mengetahuinya lakukan kegiatan berikut ini!

Berapakah jumlah besar ketiga sudut dalam segitiga? Untuk mengetahuinya lakukan kegiatan berikut ini!

Kegiatan 4.5 SECARA KELOMPOK

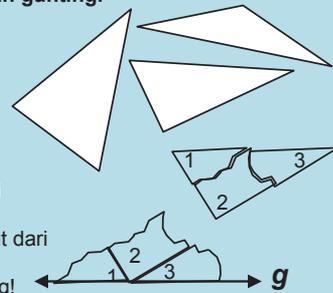
KERJAKANLAH PADA BUKU CATATAN LATIHAN

Bahan: Kertas, pensil, busur derajat, penggaris, dan gunting.

1. Gambarkan tiga buah segitiga seperti gambar di samping.
2. Kemudian potong tiap-tiap gambar segitiga tersebut menurut rusuk-sisinya.
3. Gambarkan sebuah garis lurus g sesukamu. pada tiap-tiap sudutnya.

4. Pada tiap-tiap segitiga yang kamu terima, berilah nomor.
5. Potong pojok-pojok segitiga-segitiga seperti pada gambar di samping.

6. Pilih satu titik T pada garis g . Tempatkanlah ketiga titik sudut dari potongan-potongan kertas tadi pada T . Susunlah ketiga titik sudut tersebut seperti gambar di samping!



7. Bandingkan hasilmu dengan hasil teman dalam kelompokmu untuk segitiga-segitiga yang berbeda.
8. Kesimpulan apa yang kamu peroleh ?
9. Periksa kesimpulan yang kamu peroleh dengan mengukur masing-masing sudut dalam segitiga menggunakan busur derajat. Lakukan dengan cermat.

Dengan percobaan yang telah kamu lakukan di atas, kamu telah menemukan jumlah ukuran sudut-sudut dalam segitiga. Jika sudut-sudut dalam segitiga tersebut diletakkan berimpitan, apakah ketiga sudut membentuk sudut lurus?



Sifat -4

Misalkan ABC adalah sebuah segitiga. Jumlah besar sudut-sudut dalam segitiga ABC adalah 180° . Ditulis $\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180^\circ$

Dengan mengetahui jumlah besar sudut dalam sebuah segitiga 180° , maka kamu dapat menentukan besar salah satu sudut segitiga jika besar dua sudut lainnya diketahui.



Pertanyaan Kritis

- Mungkinkah sebuah segitiga mempunyai dua sudut siku-siku? Jelaskan!
- Mungkinkah sebuah segitiga mempunyai dua sudut tumpul? Jelaskan!



Latihan

Sebagai latihan siswa:

1. Diketahui $\triangle PQR$ seperti gambar di samping!

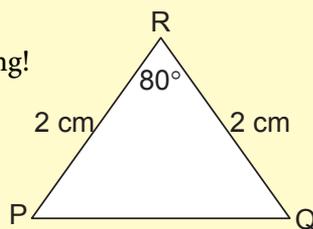
a. Segitiga apakah PQR itu? Jelaskan!

b. Berapakah besar $\angle P$?

c. Berapakah besar $\angle Q$?

d. Bagaimana caramu menentukan besar $\angle P$ dan $\angle Q$?

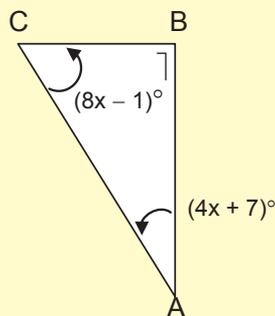
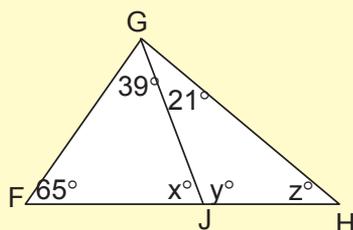
e. Apakah besar $\angle P =$ besar $\angle Q$? Mengapa?



2. Hitung besar masing-masing sudut dalam $\triangle ABC$!

Berapakah besar $\angle A$ dan besar $\angle C$? Jelaskan!

3. Perhatikan gambar $\triangle FGH$ di bawah!



a. Hitung besar tiap-tiap sudut yang dinyatakan dengan x , y , z !

b. Dengan melihat besar sudut-sudutnya, $\triangle FGH$ itu segitiga apa?

c. Dengan melihat besar sudut-sudutnya, $\triangle GHJ$ itu segitiga apa?

d. Dengan melihat besar sudut-sudutnya, $\triangle FGJ$ itu segitiga apa?

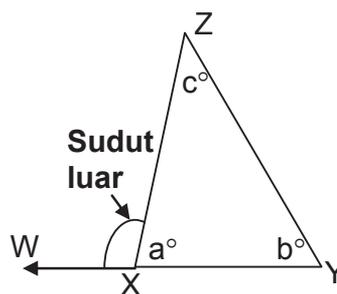
c. Sudut Luar dan Sudut dalam Suatu Segitiga

Kegiatan 4.6

Pengertian sudut luar segitiga adalah sudut yang dibentuk oleh sisi segitiga dan perpanjangan sisi lainnya dalam segitiga tersebut. Coba pikirkan apakah yang dimaksud dengan sudut dalam suatu segitiga?

Perhatikan $\triangle XYZ$ di samping!

- Sisi XY diperpanjang menjadi WY .
- $\angle Y$, $\angle Z$, dan $\angle YXZ$ adalah sudut dalam $\triangle XYZ$.
- $\angle WXZ$ adalah sudut luar $\triangle XYZ$.

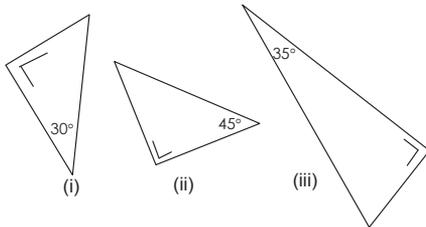


- a. Berapakah besar $\angle WXZ$?
- b. Kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh tentang hubungan antara $\angle WXZ$ dan $\angle YXZ$?
- c. Kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh tentang hubungan antara besar sudut luar segitiga ($\angle WXZ$) dan dua sudut dalam segitiga ($\angle XYZ$ dan $\angle YZX$)?
- d. Berapa banyak sudut luar pada sebuah segitiga?



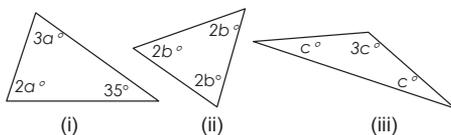
Uji Kompetensi -4.2

1. Perhatikan gambar berikut!



- Hitunglah besar sudut yang belum diketahui!
- Berbentuk apakah tiap-tiap segitiga di atas?
- Berapakah jumlah dua sudut lancip pada tiap-tiap segitiga di atas?
- Bagaimanakah hubungan antara kedua sudut lancip pada tiap-tiap segitiga di atas?

2. Carilah nilai a , b , dan c pada tiap-tiap segitiga di bawah!



3. Diketahui segitiga dengan besar sudut-sudutnya adalah 50° , 60° , dan 70° .

a. Sebutkan jenis segitiga tersebut! Mengapa?

b. Dapatkah kamu menggolongkan segitiga tersebut dengan melihat panjang sisi-sisinya? Jelaskan!

4. Diketahui sebuah segitiga ABC dengan besar salah satu sudutnya 18 , segitiga apakah $\triangle ABC$ itu? Jelaskan!

5. Perhatikan segitiga-segitiga pada gambar di bawah ini!

- Tentukan besar sudut yang belum diketahui!
- Urutkan dari besar ke kecil besar sudut pada setiap segitiga!
- Urutkan pula panjang sisi pada setiap segitiga dari yang terpanjang ke sisi terpendek!
- Buatlah suatu dugaan tentang hubungan dari hasil b dan c di atas!

6. Urutkanlah besar sudut dalam segitiga jika diberikan panjang sisi-sisinya seperti berikut!

a. $AB = 8$, $BC = 5$, dan $AC = 7$.

b. $DE = 15$, $EF = 18$, dan $DF = 5$.

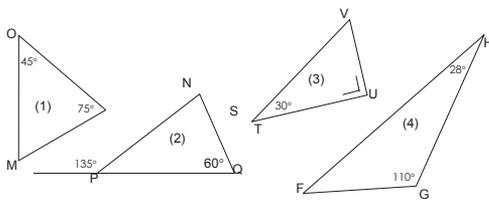
c. $XY = 2$, $YZ = 4$, dan $XZ = 3$.

7. Urutkan panjang sisi segitiga-segitiga berikut jika besar sudut-sudutnya adalah:

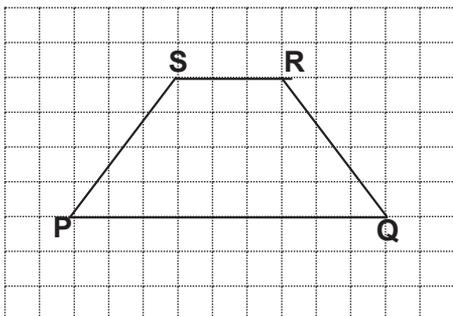
- a. $\angle S = 90^\circ, \angle R = 40^\circ, \angle T = 50^\circ$
- b. $\angle A = 20^\circ, \angle B = 120^\circ, \angle C = 40^\circ$
- c. $\angle X = 70^\circ, \angle Y = 30^\circ, \angle Z = 80^\circ$
- d. $\angle D = 80^\circ, \angle E = 50^\circ, \angle F = 50^\circ$

8. Mungkinkah dapat dibentuk sebuah segitiga, jika disediakan lidi dengan panjang seperti berikut?

- a. 11 cm, 12 cm, dan 15 cm.
- b. 2 cm, 3 cm, dan 6 cm.
- c. 6 cm, 10 cm, 13 cm.
- d. 5 cm, 10 cm, dan 15 cm.

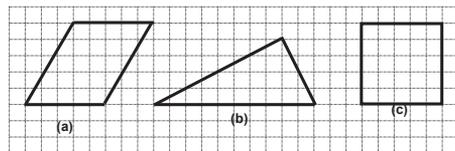


9. Keliling segiempat $PQRS$ pada gambar di bawah adalah 22 cm.



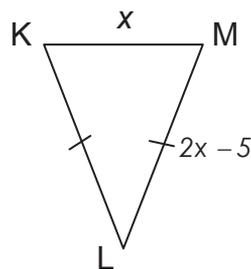
- a. Tentukan panjang PQ, SR, PS dan RQ !
- b. Bagaimanakah caramu menghitung luas $PQRS$?
- c. Berapakah luas $PQRS$?

10. Perhatikan gambar di samping! Bangun manakah yang mempunyai luas terbesar? Jelaskan!

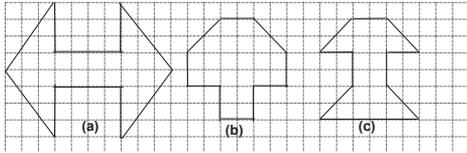


11. Diketahui keliling $\triangle KLM$ adalah 40 cm.

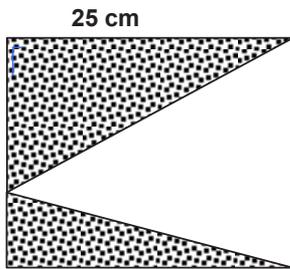
- a. Berbentuk apakah $\triangle KLM$?
- b. Tentukan panjang sisi $\triangle KLM$!



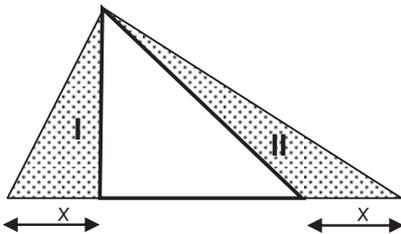
12. Diketahui bangun-bangun seperti berikut.



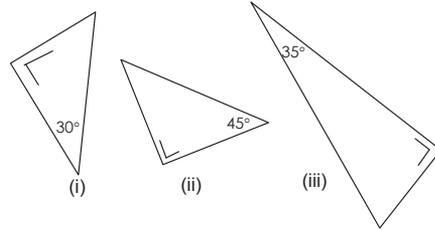
13. Reni mempunyai satu lembar karton bermotif berbentuk persegi dengan panjang sisinya 25 cm. Reni akan membuat mainan yang berbentuk seperti pada di bawah. Berapakah luas karton yang tidak terpakai?



14. Perhatikan daerah segitiga I dan II. Bandingkan luas I dan luas II. Jelaskan!

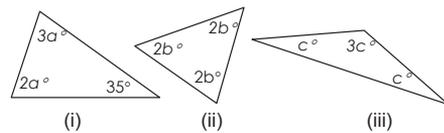


15. Perhatikan gambar berikut.



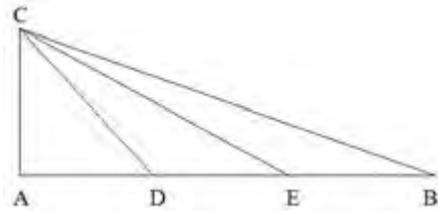
- Hitunglah besar sudut yang belum diketahui!
- Berbentuk apakah tiap-tiap segitiga di atas?
- Berapakah jumlah dua sudut lancip pada tiap-tiap segitiga di atas?
- Bagaimanakah hubungan antara kedua sudut lancip pada tiap-tiap segitiga di atas?

16. Carilah nilai a , b , dan c pada tiap-tiap segitiga di samping!



17. Misalkan segitiga ABC adalah segitiga samasisi dengan panjang sisinya 1. Dari titik A, B dan C sebagai pusat, dibuat lingkaran dengan jari-jari 1. Berapakah luas daerah irisan dari ketiga lingkaran tersebut?

18. Diketahui segitiga ABC dengan $\angle C = 90^\circ$, panjang sisi miring $AB = 10$, $BC = a$, dan $AC = b$. Tentukan nilai $a + b$ terbesar.
19. Diketahui ABC adalah segitiga siku-siku di A dengan $AB = 30$ cm dan $AC = 40$ cm. Jika AD adalah garis tinggi dan E adalah titik tengah AD , maka nilai $BE + CE$ adalah ...
20. Pada segitiga ABC yang tumpul di C , titik M adalah titik tengah AB . Melalui C dibuat garis tegak lurus pada BC yang memotong AB di titik E . dari M , ditarik garis memotong BC yang tegak lurus di D . jika luas segitiga ABC adalah 54 satuan luas. Maka luas segitiga BED adalah ...
21. Pada sisi SU , TS , dan UT dari ΔSTU dipilih titik P , Q dan R berturut-turut sehingga $SP = \frac{1}{4} SU$, $TQ = \frac{1}{2} TS$, dan $UR = \frac{1}{3} UT$. Jika luas segitiga STU adalah 1 satuan luas, berapakah luas segitiga PQR ?
22. Pada ΔABC dengan siku2 di A terdapat titik D dan E sehingga $AD = DE = EB$, jika panjang $CD = \sqrt{221}$ cm dan $CE = \sqrt{521}$ cm maka hitunglah luas ABC ?



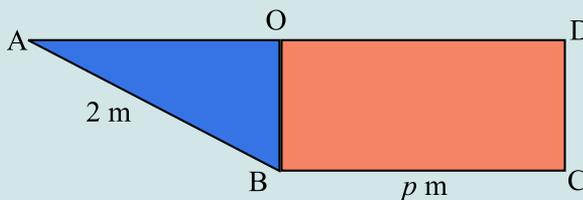
23. Diketahui ΔABC dengan panjang sisi $AB = AC = BC = 10$ cm. melalui titik tengah tiap-tiap sisi AC , AB , dan BC dibuat titik A_1 , B_1 , dan C_1 sehingga terbentuk $\Delta A_1 B_1 C_1$ demikian seterusnya. tentukan jumlah semua panjang sisi yang terbentuk dan keliling yang terbentuk.
24. ΔABC adalah segitiga samakaki dengan $AB = BC$ dan $BC = 30$ cm. Persegi $EFGH$ mempunyai panjang sisi 12 cm di dalam ΔABC . Berapakah luas ΔAEF ?

3. TRAPESIUM

Mari kita temukan konsep dan sifat-sifat trapesium dari situasi nyata kehidupan dan berbagai konsep dan sifat-sifat tersebut kita gunakan untuk memecahkan masalah. Perhatikanlah masalah berikut!

Masalah -4.7

Sebuah model kerangka perahu dibuat dari seng berbentuk persegi panjang yang ditarik menjadi bentuk trapesium siku-siku seperti gambar berikut



Jika panjang $OB = 1$ m, panjang $AB = 2$ m dan panjang $BC = p$ m. Berapakah luas persegi panjang sebelum dijadikan model perahu?



Alternatif Penyelesaian

Pandang gambar segitiga ABO .

Dengan memanfaatkan dalil Pythagoras diperoleh:

$$AB^2 = AO^2 + OB^2$$

$$2^2 = AO^2 + 1^2$$

$$4 = AO^2 + 1$$

$$AO^2 = 3$$

$$AO = \sqrt{3} \text{ m}$$

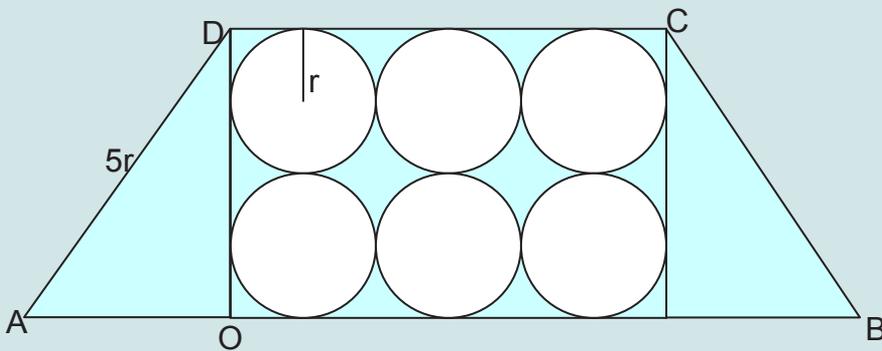
$AD = AO + OD$. Karena $OD = BC$, maka $AD = AO + BC$. Sehingga diperoleh

$$AD = \sqrt{3} + p.$$

Dengan demikian luas persegipanjang mula-mula sebelum dibuat model kapal adalah $(p + \sqrt{3})$.

Masalah -4.8

Diberikan 6 (enam) lingkaran dengan jari-jari r dalam sebuah daerah trapesium $ABCD$ samakaki dan panjang $AD = 5r$. Buktikan bahwa luas daerah yang berwarna adalah $6r^2 (6 - \pi)$!



Alternatif Penyelesaian

Karena $ABCD$ adalah trapesium samakaki, $\angle AOD$ adalah 90° .

Dari gambar dapat diamati bahwa $OD = 4r$, $DC = 6r$ dan $AD = 5r$. Dengan menggunakan dalil Pythagoras diperoleh


$$AO = \sqrt{AD^2 - OD^2}$$

$$AO = \sqrt{(5r)^2 - (4r)^2}$$

$$AO = \sqrt{25r^2 - 16r^2}$$

$$AO = \sqrt{9r^2}$$

$$AO = 3r$$

Pikirkan bagaimana menentukan

$OD = 4r$ dan $DC = 6r$

Karena $ABCD$ adalah trapesium samakaki, luasnya adalah

$$\begin{aligned} L &= AO \times OD + DC \times OD \\ &= 3r \times 4r + 6r \times 4r \\ &= 12r^2 + 24r^2 \\ &= 36r^2 \end{aligned}$$

- Ingat kembali pelajaran bidang datar di sekolah dasar, bagaimana menentukan luas daerah lingkaran?

Luas 6 lingkaran berjari-jari r adalah $6\pi r^2$.

Luas yang diarsir = daerah trapesium – luas daerah lingkaran

$$= 36r^2 - 6\pi r^2$$

$$= 6r^2 (6 - \pi).$$

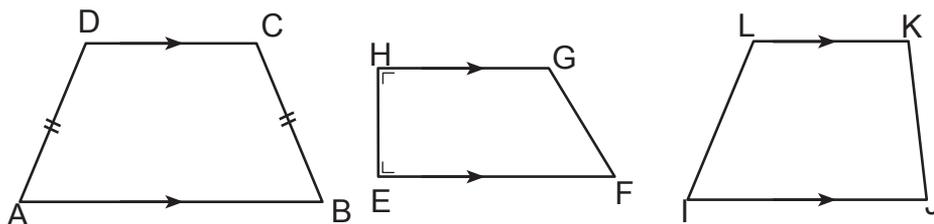
Dengan demikian luas yang diarsir pada trapesium $ABCD$ adalah $6r^2 (6 - \pi)$.

Di dalam kehidupan sehari-hari, terdapat banyak benda yang memiliki permukaan berbentuk trapesium.

Misalnya, permukaan kap lampu, permukaan sisi tas seperti pada gambar berikut ini.



Selain benda-benda di atas, dapatkah kamu menemukan benda-benda lain yang berbentuk trapesium? Sekarang, perhatikan gambar-gambar berikut!



Gambar-gambar di atas merupakan trapesium dalam berbagai bentuk. Trapesium memiliki sifat yang lebih khusus dibanding dengan segi empat yang lain, yaitu memiliki tepat satu pasang sisi yang sejajar.



Definisi 4.7

Trapesium adalah segi empat yang memiliki tepat satu pasang sisi sejajar.

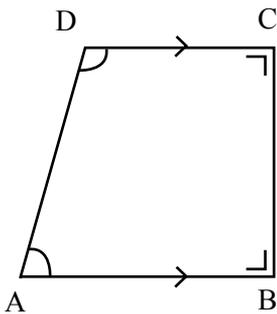
Ada 3 jenis trapesium, yaitu trapesium samakaki, trapesium siku-siku, dan trapesium sembarang. Trapesium $ABCD$ merupakan contoh trapesium samakaki, trapesium $EFGH$ merupakan contoh trapesium siku-siku, dan trapesium $IJKL$ merupakan contoh trapesium sembarang.



Sifat -5

- Trapesium memiliki tepat satu pasang sisi sejajar
- Jumlah sudut-sudut berdekatan pada garis sejajar trapesium adalah 180°

Untuk lebih jelasnya perhatikan sudut-sudut pada trapesium $ABCD$ berikut.



Pikirkan bahwa •

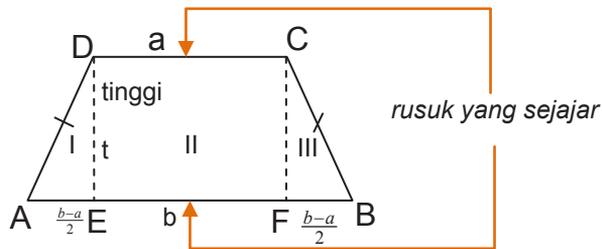
$$A + \sphericalangle D \sphericalangle \quad \gg \\ = 180^\circ$$

$$B + \sphericalangle C \sphericalangle \quad \gg \\ = 180^\circ$$

A dan $\sphericalangle D$ adalah sudut \sphericalangle dalam sepihak

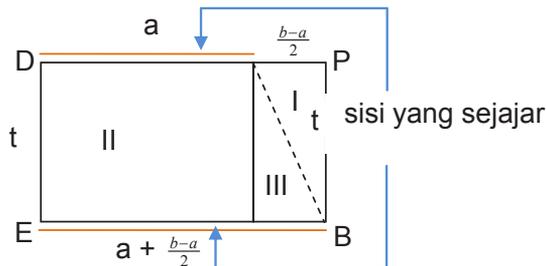
- Trapesium samakaki memiliki sifat berikut.
 1. Memiliki tepat satu pasang sisi sejajar.
 2. Memiliki dua diagonal yang sama panjang.
 3. Sudut-sudut alasnya sama besar.
- Trapesium siku-siku memiliki sifat berikut.
 1. Memiliki tepat satu pasang sisi sejajar.
 2. Memiliki dua sudut siku-siku.

Kita akan mencoba menemukan rumus luas trapesium samakaki melalui langkah berikut. Perhatikan trapesium samakaki $ABCD$!



Perhatikan trapesium samakaki $ABCD$ di atas. Tinggi trapesium t satuan, panjang alas b satuan dan panjang sisi atas a satuan. Akan ditemukan luas trapesium dengan langkah-langkah berikut.

- 1) Tarik garis tegak lurus putus-putus dari titik C ke F dan dari D ke E .
- 2) Potonglah segitiga AED dan pindahkan dalam bentuk berlawanan dengan segitiga BFC sehingga terbentuk persegi panjang $AEDF$ atau $CEBF$ sebab titik A berimpit dengan titik C , dan titik B dengan titik D . Secara lengkap lihat gambar berikut!



- 3) Kamu sudah ketahui sebelumnya cara menentukan luas persegi panjang. Perhatikan persegi panjang $EBPD$!

$$\begin{aligned}
 \text{Luas trapesium} &= \text{luas persegi panjang } EBPD \\
 &= \text{panjang} \times \text{lebar} \\
 &= \left(a + \frac{b-a}{2} \right) \times t \\
 &= \frac{2a+b-a}{2} \times t
 \end{aligned}$$

$$\text{Luas trapesium} = \frac{a+b}{2} \times t$$

Secara umum dapat disimpulkan:

Sebuah trapesium samakaki, dengan panjang alas b , sisi atas a , dan tingginya t , luas dan kelingnya adalah:

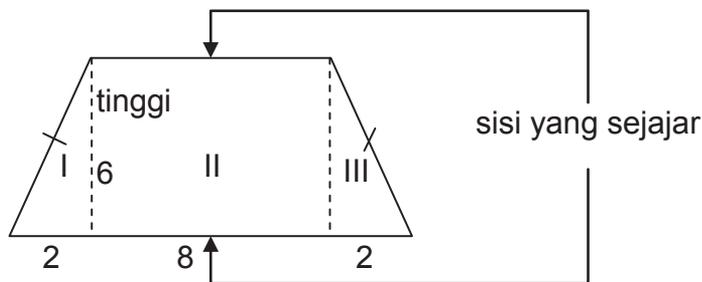
$$\frac{(a+b) \times t}{2} = L$$

$$K = AB + BC + CD + DA$$

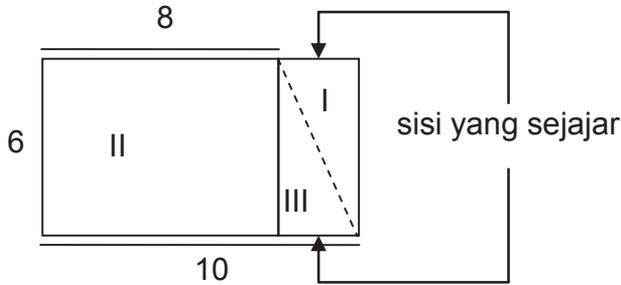
L adalah luas daerah trapesium, K adalah keliling trapesium AB , BC , CD , dan DA adalah sisi-sisi trapesium.

Contoh 4.5

Tentukan luas dan keliling trapesium yang disajikan pada gambar berikut!



1. Bangun apa saja yang menyusun trapesium sama kaki di atas?
2. Bangun I dipindah ke samping bangun II sehingga menjadi gambar di bawah ini. Bangun apakah yang terbentuk? Persegi panjang, bukan?



3. Apakah luas bangun persegi panjang itu sama dengan luas trapesium?

Rumus luas bangun persegi panjang sudah kita ketahui, yaitu:

Panjang \times lebar = $10 \times 6 = 60$ satuan luas, sekarang cobalah hitung luas persegi panjang tersebut dengan rumus:

$$L = \frac{\text{jumlah sisi yang sejajar} \times \text{tinggi}}{2}$$

$$\begin{aligned} L &= \frac{10 + 10}{2} \times 6 \\ &= \frac{20}{2} \times 6 = 10 \times 6 = 60 \end{aligned}$$

Ternyata dari kedua perhitungan tersebut hasilnya sama, yaitu 60 satuan luas.

Hitunglah luas trapesium dengan rumus berikut.

$$L = \frac{\text{jumlah sisi yang sejajar} \times \text{tinggi}}{2}$$

$$L = \frac{8 + 12}{2} \times 6 = \frac{20}{2} \times 6 = 10 \times 6 = 60$$

Hasilnya sama dengan luas persegi panjang yaitu 60.

Keliling trapesium = $2(6) + 2(10)$

Keliling trapesium = $2(6) + 2(10) = 12 + 20 = 32$ satuan.

4. JAJARGENJANG

Mari kita temukan konsep dan sifat-sifat serta rumus luas dan keliling jajargenjang.

Masalah -4.9

Seorang penjual kue memiliki jenis kue berbentuk daerah persegi panjang dengan luas daerah permukaannya 96 cm^2 . Sebelum kue tersebut dijual, terlebih dahulu dipotong-potong dalam potongan kecil berbentuk daerah jajargenjang dengan panjang sisinya 3 cm dan 5 cm . Setelah dipotong, banyak kue berbentuk daerah jajargenjang sebanyak 6 kue. Ternyata dari hasil potongan ada sisa kue yang tidak berbentuk daerah jajargenjang. Berapa luas daerah permukaan kue yang tidak berbentuk daerah jajargenjang?



Gambar 4.16: Kue



Minta siswa untuk mencoba memberikan nama titik-titik sebagai anggota himpunan A , B , dan C , yaitu nama-nama menteri pada saat presiden B. J. Habibie, yang namanya dimulai huruf A , S , dan P .

Diketahui:

Kue berbentuk persegi panjang. Luas permukaan kue adalah 96 cm^2 .

Potongan kue berbentuk jajargenjang dengan ukuran sisinya 3 cm dan 5 cm sebanyak 6 potong. Ada sisa kue hasil potongan yang tidak berbentuk jajargenjang.

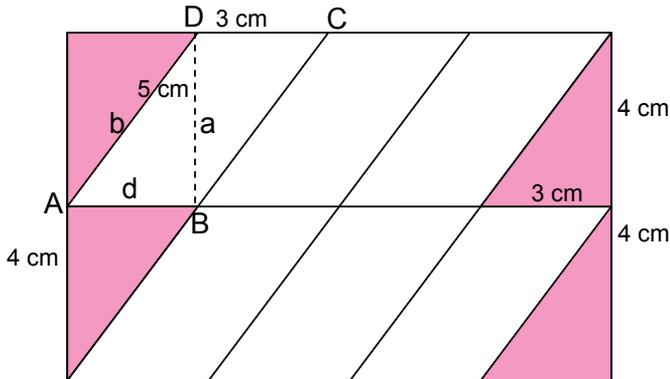
Ditanya:

Berapa luas kue yang tidak berbentuk jajargenjang?



Alternatif Penyelesaian

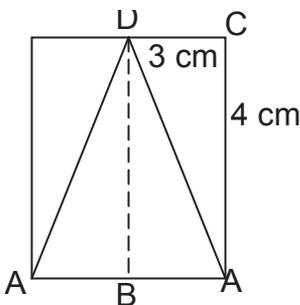
Kita interpretasikan Masalah-4.9 dalam gambar sebagai berikut.



Perhatikan jajargenjang $ABCD$. Panjang $AD = 5$ cm dan $AB = CD = 3$ cm. Dengan demikian panjang BD dapat ditentukan dengan memanfaatkan dalil Pythagoras.

$$\begin{aligned}
 b^2 &= a^2 + d^2 &\Rightarrow & a^2 = b^2 - d^2 \\
 &&\Rightarrow & a^2 = 5^2 - 3^2 \\
 &&\Rightarrow & a^2 = 25 - 9 = 16 \\
 &&\Rightarrow & a^2 = 16 \\
 &&\Rightarrow & a = 4 \text{ atau } -4
 \end{aligned}$$

Apakah $a = -4$ berlaku? Jika tidak, beri alasanmu!



- Luas segitiga ABD sama dengan luas segitiga ACD .
- $BACD$ adalah sebuah persegi panjang.
- Apakah segitiga BAD sama dengan segitiga ACD ?

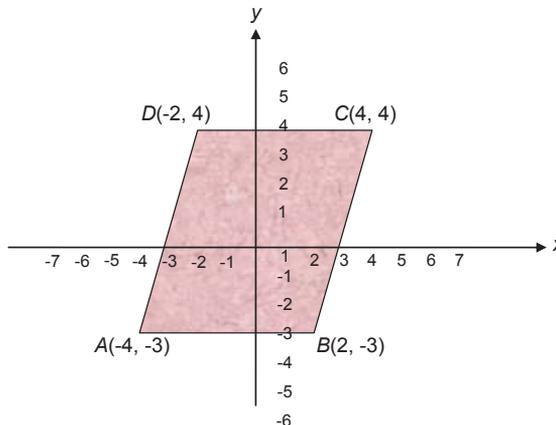
Berdasarkan gambar di atas dapat dipastikan bahwa luas daerah jajargenjang $ABCD$ sama dengan luas daerah persegi panjang $BACD$. Jadi luas daerah jajargenjang $ABCD$ adalah $3 \times 4 = 12 \text{ cm}^2$, sehingga luas permukaan satu potongan kue yang berbentuk daerah jajargenjang adalah 12 cm^2 . Karena ada enam potongan kue yang berbentuk daerah jajargenjang, maka luas permukaan kue yang berbentuk jajargenjang adalah $12 \times 6 = 72 \text{ cm}^2$.

Apabila luas seluruh permukaan kue adalah 96 cm^2 , maka luas permukaan kue yang tidak berbentuk daerah jajargenjang adalah: $L = 96 - 72 = 24 \text{ cm}^2$.



Arahkan siswa menggambarkan beberapa titik pada koordinat kartesius. Titik-titik tersebut merupakan titik-titik sudut sebuah jajargenjang.

Beberapa koordinat titik pada bidang koordinat dapat membentuk bangun datar. Misalkan kita memiliki koordinat titik $A(-4, -3)$, $B(2, -3)$, $C(4, 4)$, $D(-2, 4)$. Bila titik-titik A , B , C , dan D dihubungkan, bangun apakah yang akan terbentuk? Tentukan luasnya!



Gambar 4.17: Jajargenjang $ABCD$ Pada Koordinat Kartesius

Pada bidang koordinat terlihat bentuk jajargenjang yang terbentuk dari titik-titik A , B , C , D .

$$\begin{aligned}
 \text{Luas jajargenjang} &= \text{panjang alas} \times \text{tinggi} \\
 &= 6 \times 7 \\
 &= 42 \text{ satuan luas}
 \end{aligned}$$

Dari berbagai masalah dan beberapa gambar jajargenjang di atas, kita temukan beberapa ciri-ciri jajargenjang antara lain:

- memiliki dua pasang sisi sejajar;
- jumlah sudut yang berhadapan adalah 180° ;
- memiliki dua pasang sudut yang sama besar.

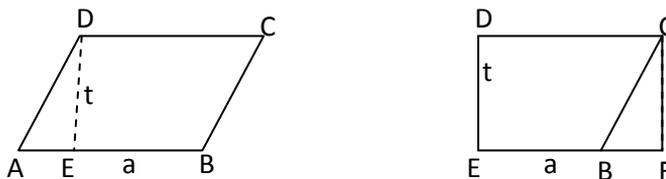
Berdasarkan ciri-ciri tersebut, kita tetapkan pengertian jajargenjang sebagai berikut.



Definisi 4.8

Jajargenjang adalah segi empat yang memiliki dua pasang sisi sejajar dan sudut-sudut yang berhadapan sama besar.

Sekarang mari kita temukan rumus luas jajargenjang. Perhatikan jajargenjang $ABCD$ di bawah ini!



Langkah-langkah menemukan rumus luas jajargenjang adalah sebagai berikut.

Tarik garis tinggi DE dan beri ukurannya t satuan sebagai tinggi jajargenjang.

Potong segitiga AED dan pindahkan ke kanan menjadi segitiga BCF . Hal ini dapat dilakukan karena jajargenjang memiliki dua pasang sisi sejajar.

Perhatikan panjang AB pada jajargenjang $ABCD$ sama panjangnya dengan EF pada persegi panjang $EFCD$.

Berarti luas jajargenjang $ABCD$ sama dengan luas persegi panjang $EFCD$.

Luas persegi panjang $EFCD = \text{panjang} \times \text{lebar} = a \times t$ satuan luas.

Berarti luas jajargenjang $ABCD = a \times t$.

Misalkan $ABCD$ adalah jajargenjang dengan panjang alas a , tinggi t , dan l adalah panjang sisi yang lain, maka :

$$L = a \times t$$

$$K = 2a + 2l$$

L adalah luas daerah jajargenjang dan K adalah Keliling jajargenjang.

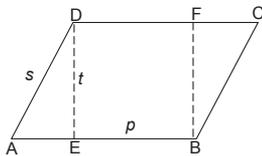
L adalah luas daerah jajargenjang dan K adalah keliling.

Masalah -4.10

Diketahui sebuah jajargenjang $ABCD$ dengan panjang p cm, lebar s cm, dan tinggi t cm. Jika hasil bagi tinggi dengan lebar jajargenjang $ABCD$ adalah $\frac{4}{5}$, buktikanlah luas jajargenjang $ABCD$ adalah $t \left(\frac{3}{4}t + p \right) \text{ cm}^2$.

Bukti:

Perhatikan gambar jajargenjang $ABCD$ berikut.



Pandang jajargenjang di atas!

Luas persegi panjang $BEDF = BE \times DE$.


$$\text{Luas segitiga } \triangle AED = \frac{1}{2} AE \times ED.$$

Dari jajargenjang $ABCD$ dapat dipastikan $AE = CF$ dan $AD = BC$.

$$\text{Maka luas kedua segitiga } \triangle AED \text{ dan } \triangle BCF \text{ adalah } 2 \left(\frac{1}{2} AE \times ED \right) = AE \times ED.$$

Dengan menggunakan teorema Phytagoras, kita peroleh:

$$AD^2 = AE^2 + DE^2$$

$$s^2 = AE^2 + t^2$$

$$AE = \sqrt{s^2 - t^2}$$

$$\text{Jika } \frac{t}{s} = \frac{4}{5}, \text{ maka } 4s = 5t$$

$$4s = 5t \rightarrow s = \frac{5}{4}t$$

$$AE = \sqrt{s^2 - t^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{5}{4}t\right)^2 - \left(\frac{4}{4}t\right)^2}$$

$$AE = \frac{3}{4}t$$

Luas keseluruhan jajargenjang $ABCD$ dapat ditentukan sebagai berikut.

$$L = AE \times DE + BE \times DE$$

$$= \left(\frac{3}{4}t \times t\right) + (p \times t)$$

$$= t \left(\frac{3}{4}t + p\right)$$

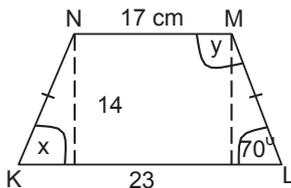


Uji Kompetensi - 4.3

4

1. Perhatikan gambar trapesium berikut!

- Tentukan nilai x .
- Tentukan nilai y .
- Tentukan luas trapesium.



- Diketahui luas suatu trapesium adalah 60cm^2 . Jika hasil pembagian panjang sisi-sisi sejajarnya adalah $\frac{3}{5}$ cm, dan tinggi trapesium $15\frac{5}{5}$, tentukan panjang masing-masing sisi sejajar tersebut!
- Diketahui trapesium $PQRS$ dengan PQ sejajar RS , serta sudut $P =$ sudut Q . Tunjukkan bahwa $PS = QR$!
- Diketahui jajargenjang $ABCD$ dengan titik E dan F merupakan titik tengah garis AB dan CD . Tarik garis AF , BF , DE , dan CE . Bentuk segiempat apakah yang terbentuk ditengah-tengah jajargenjang tersebut? Jelaskan jawabanmu!
- Diketahui keliling suatu jajargenjang adalah 56cm^2 . Buatlah ukuran jajargenjang tersebut (yang memungkinkan)!
- Misalkan a merupakan alas jajargenjang $PQRS$ dengan t merupakan tingginya. Jika $2t = 3a$, tentukan:
panjang t dalam a
- panjang alas dan tingginya jika luas jajargenjang tersebut 864 cm^2 .
- Diketahui jajargenjang $ABCD$. Titik P dan Q terletak pada AC sehingga DP dan BQ tegak lurus AC . Jika panjang $AD = 13\text{ cm}$, $AC = 25\text{ cm}$ dan luas jajargenjang tersebut adalah 125 cm^2 , maka panjang BQ adalah. . . cm.

5. BELAHKETUPAT

Pernahkah kamu mendengar belahketupat? Kata ketupat sering kita dengar saat tiba hari Raya Idul Fitri. Belahketupat adalah salah satu bangun geometri bidang datar. Begitu banyak permasalahan kehidupan yang dapat diselesaikan dengan menguasai konsep dan sifat-sifat belahketupat. Rumus luas dan kelilingnya sangat bermanfaat kita pelajari untuk memecahkan masalah. Mari kita temukan konsep dan sifat-sifat belahketupat melalui pemecahan masalah matematika dan masalah nyata berikut!

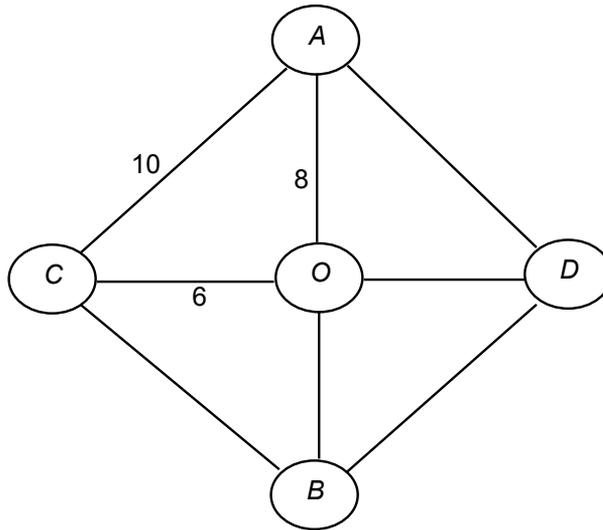
Masalah -4.11

Seorang pedagang akan bepergian ke empat kota yang berbeda, yaitu Kota A, B, C , dan D . Kota A dan B dihubungkan oleh sebuah jalan yang lurus dengan jarak 16 km. Tepat ditengahnya ada sebuah kota transit yang bernama Kota O . Kota O berada tepat di tengah Kota C dan D . Kedua kota ini dihubungkan oleh jalan yang lurus, Kota C berada tegak lurus terhadap jalan yang menghubungkan Kota A dan Kota B , jarak kota C dan D lebih pendek 4 km dari jarak Kota A dan B .

Kemudian Kota A juga terhubung oleh jalan yang lurus ke Kota C dan D , begitu juga Kota B terhubung oleh jalan yang lurus ke C dan D . Jika rute perjalanan pedagang adalah, A ke C , C ke O , O ke D , D Ke B , B ke O dan terakhir dari O kembali lagi ke A . Maka berapakah total jarak tempuh dari pedagang tersebut?



Alternatif Penyelesaian



Gambar 4.17: Peta Perjalanan Pedagang

$AB = 16$ km, maka $AO = OB = 8$ km,

CD lebih pendek 4 km dari AB sehingga $CD = AB - 4 = 12$ km

maka $CO = DO = 6$ km.

CO tegak lurus terhadap AO , dan CA terhubung dengan jalan lurus, maka berlaku dalil Pythagoras untuk segitiga siku-siku COA yaitu:

$$CA^2 = CO^2 + DO^2$$

$$CA^2 = 6^2 + 8^2$$

$$CA = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$$

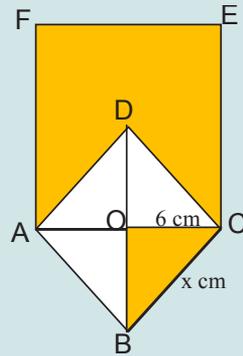
Dengan cara yang sama didapat hasil untuk jarak BC , AB dan AD yaitu 10 km. Jika rute perjalanan $A \rightarrow C$, $C \rightarrow O$, $O \rightarrow D$, $D \rightarrow B$, $B \rightarrow O$, $O \rightarrow A$. Maka pedagang memiliki jarak tempuh = $10 + 6 + 6 + 10 + 8 + 8 = 48$ km.

Masalah -4.12

Setengah bagian dari belahketupat $ABCD$ berada di dalam persegi panjang $ACEF$ seperti terlihat pada Gambar 4.18

Jika $\frac{AC}{BD} = \frac{3}{4}$ dan $\frac{BC}{CE} = \frac{1}{3}$, buktikan luas

daerah yang diarsir adalah 336 cm^2



Gambar 4.18: Belah ketupat dan Persegi panjang



Alternatif Penyelesaian

Diketahui:

$$\begin{aligned}\frac{AC}{BD} = \frac{3}{4} &\quad \rightarrow \quad \frac{OC}{BO} = \frac{3}{4} \\ &\quad \rightarrow \quad \frac{6}{BO} = \frac{3}{4} \\ &\quad \rightarrow \quad 3 \times BO = 24 \\ &\quad \rightarrow \quad BO = 8 \\ BC^2 = OB^2 + CO^2 \\ BC = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10\end{aligned}$$



Mengingatkan siswa kembali materi yang pelajari di sekolah dasar tentang bagaimana cara menentukan luas sebuah segitiga, jika panjang alas dan tingginya diketahui.


$$\text{Luas } \triangle BOC = \frac{1}{2} CO \times BO$$

$$= \frac{1}{2} (6 \times 8)$$

$$= 24 \text{ cm}^2$$

Diketahui $\frac{BC}{CE} = \frac{1}{3}$

$$\frac{BC}{CE} = \frac{1}{3} \quad \rightarrow \quad CE = 3 \times BC$$

$$\rightarrow CE = 3 \times 10$$

$$\rightarrow CE = 30 \text{ cm}$$

$$AC = 2 \times OC$$

$$= 2 \times 6$$

$$= 12 \text{ cm.}$$

$$\text{Luas persegi panjang } ACEF = AC \times CE = 12 \times 30 = 360 \text{ cm}^2$$

$$\text{Luas } \triangle ACD = \frac{1}{2} (AC) \times (OD)$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48 \text{ cm}^2$$

Luas daerah yang diarsir adalah luas daerah persegi panjang $ACEF$ dikurangi luas segitiga ACD ditambah luas daerah segitiga BOC .

Misal L adalah luas daerah yang diarsir.

$$L = 360 - 48 + 24 = 336 \text{ cm}^2$$

Jadi luas daerah yang diarsir adalah 336 cm^2 . (terbukti)

Dari berbagai model belahketupat pada masalah di atas kita temukan ciri-ciri belahketupat, sebagai berikut.

- 1) Belahketupat dibentuk dari dua pasang sisi yang sejajar.
- 2) Semua sisinya sama panjang.
- 3) Memiliki dua diagonal yang saling tegak lurus.
- 4) Sudut-sudut yang berhadapan sama besar.

Berdasarkan keempat ciri belahketupat di atas, mari kita tuliskan pengertian belahketupat.



Definisi 4.9

Belahketupat adalah segi empat yang memiliki dua pasang sisi sejajar dan kedua diagonal bidangnya saling tegak lurus.

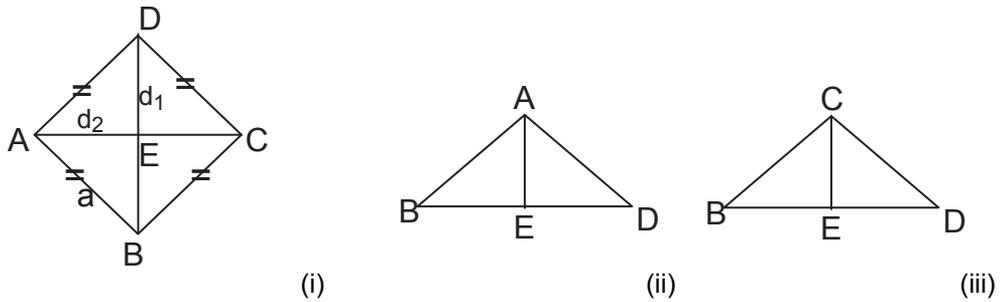
Berdasarkan definisi di atas, dapat diturunkan beberapa sifat belahketupat yang lain sebagai berikut.



Sifat-6

- i) Memiliki dua pasang sisi sejajar dan sama panjang.
- ii) Semua sisi belahketupat adalah sama panjang.
- iii) Memiliki dua diagonal yang saling tegak lurus.
- iv) Dua pasang sudut yang berhadapan sama besar.

Dua ruas garis saling tegak lurus, apabila perpotongan kedua ruas garis itu membentuk sudut 90° . Perhatikan Gambar 4.19 belahketupat $ABCD$ dengan panjang sisi a berikut.



Ikuti langkah-langkah berikut untuk menemukan luas belahketupat $ABCD$ dan ingat kembali bahwa luas sebuah segitiga adalah $\frac{1}{2}$ alas \times tinggi.

Belahketupat $ABCD$ dapat kita bagi dua menjadi dua buah segitiga, yaitu segitiga BDA dan segitiga BDC dengan ukuran tingginya sama, yaitu AE dan CE (Gambar 4.19 (ii) dan (iii)).

- $AE = EC = \frac{1}{2}d_2$
- Luas daerah $\triangle BDA = \frac{1}{2}$ alas \times tinggi $= \frac{1}{2}d_1 \times \frac{1}{2}d_2 = \frac{1}{4}(d_1 \times d_2)$
- Luas daerah $\triangle BDC = \frac{1}{2}$ alas \times tinggi $= \frac{1}{2}d_1 \times \frac{1}{2}d_2 = \frac{1}{4}(d_1 \times d_2)$
- Luas daerah belah ketupat $ABCD =$ luas daerah $\triangle BDA +$ luas daerah $\triangle BDC$
 $= \frac{1}{4}(d_1 \times d_2) + \frac{1}{4}(d_1 \times d_2)$

Sebuah belahketupat dengan panjang sisinya a , maka luas dan keliling belahketupat adalah:

$$\frac{d_1 \times d_2}{2} = L$$

$$K = 4a$$

L adalah luas belahketupat $ABCD$ dan K adalah keliling belahketupat $ABCD$.

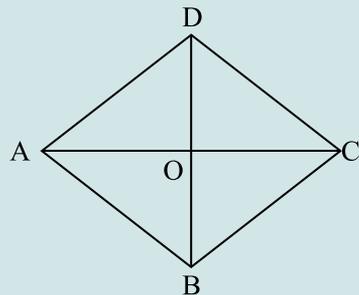
d_1 adalah diagonal pertama dan d_2 adalah diagonal kedua.

Mari kita manfaatkan sifat-sifat, rumus luas, dan keliling belahketupat di atas untuk memecahkan Masalah-4.15 berikut.

Masalah -4.13

Misalkan $ABCD$ sebuah belahketupat dengan luas 24 cm^2 .

Panjang $OC = x \text{ cm}$ dan $OD = y \text{ cm}$, dan nilai $x + y = 7$. Hitunglah keliling belahketupat $ABCD$.





Alternatif Penyelesaian

Diketahui $OC = x$ cm, diperoleh $AC = 2x$ cm dan $OD = y$ cm, diperoleh $BD = 2y$ cm.

$$\begin{aligned}\text{Luas } ABCD &= \frac{d_1 \times d_2}{2} \\ &= \frac{(2x)(2y)}{2} \\ 24 &= \frac{4xy}{2}\end{aligned}$$

$$24 = \frac{4xy}{2} \Rightarrow xy = 12$$

Karena $xy = 12$ dan $x + y = 7$, maka x dan y yang memenuhi adalah $x = 3$ dan $y = 4$.

Untuk segitiga COD berlaku

$$\begin{aligned}CD^2 &= OC^2 + OD^2 \\ &= x^2 + y^2 \\ &= 3^2 + 4^2 \\ &= 9 + 16 = 25\end{aligned}$$

$$CD = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

Karena setiap sisi belahketupat sama panjang dan $CD = 5$ cm, maka keliling belahketupat $ABCD$ adalah $4 \times 5 = 20$ cm.

Apakah ada kemungkinan yang lain untuk nilai x dan y , kecuali 3 dan 4 agar memenuhi persamaan $xy = 12$ dan $x + y = 7$? Beri alasannya.

Contoh 4.6

Belahketupat $PQRS$ memiliki panjang diagonal masing-masing 10 cm dan 15 cm. Tentukan luas belahketupat $PQRS$ tersebut!

PENYELESAIAN

Dari kegiatan mencari luas belahketupat, diperoleh aturan sebagai berikut.

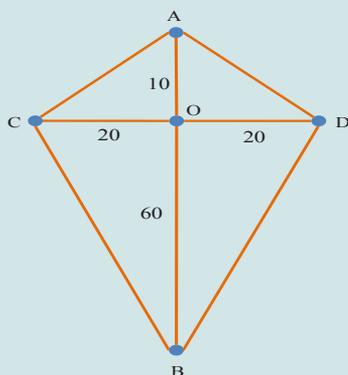
$$\begin{aligned}\text{Luas belahketupat} &= \frac{1}{2} \times \text{diagonal 1} \times \text{diagonal 2} \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 15 \\ &= 75\end{aligned}$$

Jadi, luas belahketupat $PQRS$ adalah 75 cm^2 .

6. LAYANG-LAYANG

Mari kita temukan konsep layang-layang dari pengamatan situasi nyata kehidupan. Selanjutnya kita memanfaatkan berbagai konsep dan sifat layang-layang untuk memecahkan masalah.

Masalah -4.14



Gambar 4.19 Kerangka layang-layang Budi

Budi berencana membuat sebuah layang-layang kegemarannya. Dia telah membuat rancangan layangannya seperti gambar di samping. Budi membutuhkan dua potong bambu, yaitu sepanjang AB dan sepanjang CD . Titik O adalah simpul tempat dimana dua buah bambu ini diikat menjadi satu. Bambu CD tepat tegak lurus terhadap AB . Kemudian Budi menghubungkan ujung-ujung bambu dengan benang. Panjang AO adalah 10 cm, panjang OB adalah 60 cm, dan panjang OC adalah 20 cm. Untuk membuat layangan ini Budi juga membutuhkan kertas khusus layang-layang yang nantinya akan ditempelkan pada layangan dengan kebutuhan kertas dibatasi oleh benang. Untuk membuat layangan ini Budi telah memiliki potongan bambu yang panjangnya 125 cm dan ukuran kertas berbentuk persegi panjang $75 \text{ cm} \times 42 \text{ cm}$. Berapakah sisa panjang bambu dan sisa luas kertas yang dimiliki oleh Budi?



Alternatif Penyelesaian

Berdasarkan gambar layangan di atas, kita peroleh:

$$AO + OB + CO + OD = 10 + 60 + 20 + 20 = 110 \text{ cm}$$

$$\text{Sisa bambu yang dimiliki oleh Budi } 125 - 110 = 15 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas segitiga } AOD &= \frac{1}{2} \times AO \times OD \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 20 \\ &= 100 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas segitiga } ACD &= 2 \times \text{Luas segitiga } AOD \\ &= 2 \times 100 \text{ cm}^2 \\ &= 200 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas segitiga } BOD &= \frac{1}{2} \times BO \times DO \\ &= \frac{1}{2} \times 60 \times 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas segitiga } BCD &= 2 \times \text{Luas segitiga } BOD \\ &= 2 \times 600 \text{ cm}^2 \\ &= 1200 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Total luas kertas pada layangan} &= 200 + 1200 \\ &= 1400 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas kertas yang dimiliki oleh Budi} &= 75 \times 4 \\ &= 3150 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

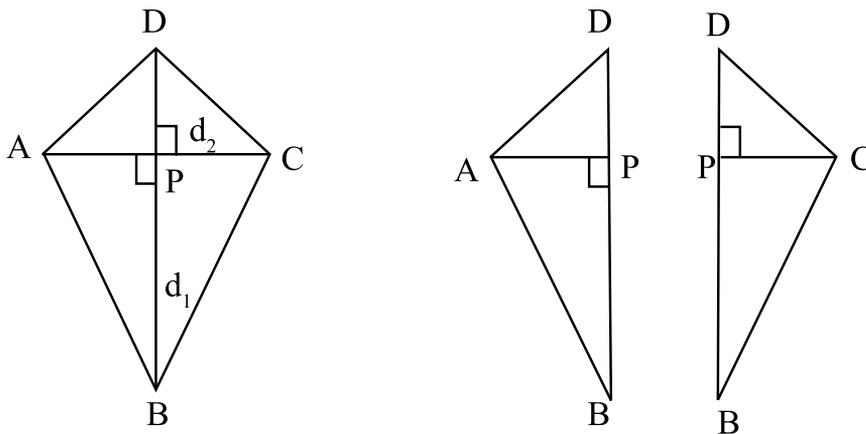
$$\begin{aligned} \text{Sisa luas kertas Budi adalah} &= 3150 - 1400 \\ &= 1750 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



Definisi 4.10

Layang-layang adalah segiempat yang memiliki dua pasang sisi yang sama panjang dan dua diagonal saling tegak lurus.

Perhatikan layang-layang $ABCD$ berikut!



Gambar 4.20 Layang-layang $ABCD$

Perhatikan luas segitiga BAD sama dengan segitiga BCD sebab memiliki tinggi dan panjang alas yang sama panjang. Berarti luas kedua segitiga itu sama besar.

Misalkan panjang diagonal $BD = d_1$ dan diagonal $AC = d_2$

Panjang alas segitiga $BAD =$ panjang alas segitiga $BCD = d_1$

Tinggi segitiga $BAD =$ tinggi segitiga $BCD = \frac{1}{2} d_2$

Luas segitiga $BAD = \frac{1}{2} \text{ alas} \times \text{tinggi}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times d_1 \times \frac{1}{2} d_2 \\
 &= \frac{d_1 \times d_2}{4}
 \end{aligned}$$

Karena luas segitiga BAD sama dengan luas segitiga BCD maka luas segitiga BCD

$$= \frac{d_1 \times d_2}{4}$$

Luas layang-layang $ABCD$ = luas segitiga BAD + luas segitiga BCD

$$= \frac{d_1 \times d_2}{4} + \frac{d_1 \times d_2}{4} = \frac{d_1 \times d_2}{2}$$

Sebuah layang-layang dengan panjang sisi s_1 dan s_2 , maka luas dan keliling

$$\frac{d_1 \times d_2}{2} = L$$

$$K = 2s_1 + 2s_2$$

d_1 adalah diagonal terpanjang dan d_2 adalah diagonal terpendek
 L adalah luas layang-layang dan K adalah keliling

Contoh 4.7

Perhatikan layang-layang $PQRS$ berikut. Jika panjang PQ adalah 18 cm dan panjang RS adalah 12 cm, berapakah keliling layang-layang $PQRS$ tersebut?

Keliling layang-layang $PQRS$ = jumlah panjang sisi-sisinya

$$= PQ + QR + RS + SP$$

$$= (2 \times PQ) + (2 \times RS)$$

karena $PQ = QR$ dan $RS = SP$, maka

$$\text{keliling layang-layang } PQRS = (2 \times 18) + (2 \times 12) = 60.$$

Jadi, keliling layang-layang $PQRS$ adalah 60 cm.

Contoh 4.8

Perhatikan layang-layang $PQRS$ berikut. Jika panjang PQ adalah 18 cm dan panjang RS adalah 12 cm, berapakah keliling layang-layang $PQRS$ tersebut?

$$\frac{d_1 \times d_2}{2} = L$$

$$d_2 = 168 \div 12 \Rightarrow \frac{24 \times d_2}{2} = 168$$

$$d_2 = 14 \Rightarrow$$

Jadi, panjang diagonal yang lain adalah 14 cm

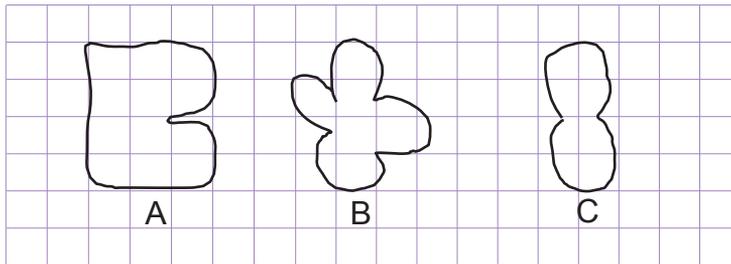
Seperti pada saat mencari rumus belahketupat dan layang-layang, dengan menggunakan rumus luas segitiga, kita dapat mencari luas suatu bangun datar

7. LUAS BANGUN TIDAK BERATURAN

Luas daerah permukaan yang beraturan dapat ditentukan dengan persegi satuan yang menutupi daerah tersebut. Perhatikan bangun-bangun A , B , dan C berikut.

Contoh 4.9

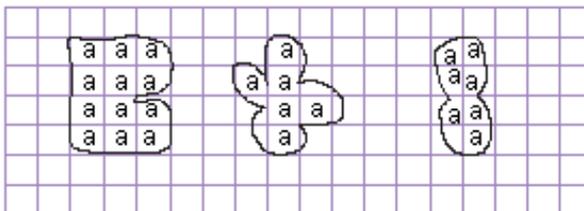
Perhatikan bangun-bangun berikut ini. Hitunglah luas daerahnya.



PENYELESAIAN

Dapat dilihat bahwa bangun-bangun pada soal merupakan bangun yang tidak beraturan. Untuk menentukan luas daerah bangun-bangun yang tidak beraturan seperti pada soal, kamu tinggal menghitung petak yang menutupi bangun tersebut. Untuk petak yang tidak utuh, jika petak yang menutupi bangun lebih dari setengahnya, maka petak tersebut dihitung satu petak.

Sekarang, perhatikan kembali bangun-bangun pada soal. Beri tanda centang pada petak yang utuh dan petak yang menutupi bangun lebih dari setengah bagian.



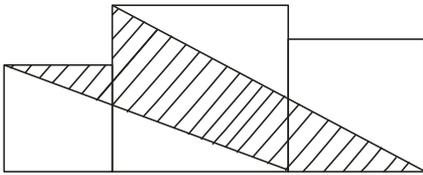
Dengan demikian, diperoleh luas daerah bangun $A = 12$ satuan, bangun $B = 6$ satuan, dan bangun $C = 7$ satuan.



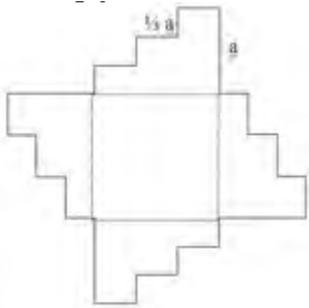
Uji Kompetensi - 4.4

Kerjakanlah soal-soal berikut!

1. Diketahui jajargenjang $ABCD$ dengan diagonalnya berpotongan saling tegak lurus. Apakah jajargenjang $ABCD$ dapat juga dikatakan belahketupat $ABCD$? Jelaskan jawabanmu!
2. Tentukan ukuran diagonal-diagonal suatu belahketupat yang memiliki luas 48 cm^2 !
3. Diketahui layang-layang $ABCD$ mempunyai luas 1.200 cm^2 . Selain itu, ada layang-layang $PQRS$ yang masing-masing panjang diagonalnya dua kali panjang diagonal-diagonal layang-layang $ABCD$. Tentukan luas layang-layang $PQRS$!
4. Diketahui panjang masing-masing diagonal layang-layang $HIJK$ adalah 8 cm dan 12 cm . Tanpa menggunakan penggaris, buatlah gambar layang-layang $HIJK$ tersebut. Bandingkan hasilnya dengan layang-layang $HIJK$ yang dibuat dengan penggaris!
5. Tentukan ukuran diagonal-diagonal suatu layang-layang yang memiliki luas 640 cm^2 !
6. Misalkan suatu persegi diletakkan berimpit di kanan persegi yang lainnya. Tentukan keliling persegi yang terdiri dari:
 - a. 1 persegi
 - b. Gabungan 2 persegi
 - c. Gabungan 3 persegi
 - d. Gabungan n persegi
 - e. Berikan alasan yang digunakan untuk menggeneralisasi soal butir d !
7. Tiga persegi masing-masing panjang sisinya 6 cm , 10 cm dan 8 cm ditempatkan seperti padagambar di bawah. Tentukanlah luas daerah yang diarsir.



8. Bangunan di samping ini mempunyai empat sisi yang kongruen dan luasnya adalah 132 cm^2 . Carilah kelilingnya!



Diskusi

Dengan menggunakan batang lidi, potonglah hingga diperoleh batang lidi yang sama panjang. Kemudian bentuklah suatu segiempat dengan menggunakan potongan batang lidi tersebut. Berapa banyak segiempat yang kamu temukan dengan panjang sisi yang sama?

Dengan cara yang sama, bentuklah suatu segitiga dengan menggunakan potongan batang lidi tersebut. Berapa banyak segitiga yang terbentuk?

Tuliskan hasil temuanmu dari kegiatan di atas, dan temukan hubungan banyak potongan lidi dengan banyak segiempat dan segitiga yang terbentuk, serta sajikan di depan kelas.



D. PENUTUP

Berdasarkan sajian materi terkait berbagai konsep dan sifat-sifat segiempat dan segitiga di atas, beberapa hal penting dapat kita rangkum sebagai berikut.

Persegipanjang adalah segiempat yang memiliki dua pasang sisi sejajar dan sama panjang. Jika L adalah luas, K adalah keliling, p adalah panjang, dan l adalah lebar sebuah persegipanjang, maka:

$$L = p \times l \text{ dan } K = 2p + 2l.$$

Persegi adalah persegipanjang yang semua sisinya sama panjang. Jika L adalah luas, K adalah keliling, r adalah sisi sebuah persegi, maka: $L = r \times r$ dan $K = 4 \times r$.

Terdapat beberapa jenis segitiga, yaitu:

- Segitiga yang ketiga sisinya sama panjang disebut segitiga sama sisi.
- Segitiga yang dua sisinya sama panjang disebut segitiga samakaki.
- Segitiga yang sisinya tidak sama panjang disebut segitiga sebarang.
- Segitiga yang besar salah satu sudutnya 90° disebut segitiga siku-siku.

- e. Segitiga yang salah satu sudutnya tumpul disebut segitiga tumpul.
- f. Segitiga yang ketiga sudutnya lancip disebut segitiga lancip.

Trapesium adalah segi empat yang memiliki tepat satu pasang sisi sejajar. Jika L adalah luas, K adalah keliling, b adalah panjang alas, a adalah sisi atas, t adalah tinggi sebuah

trapesium, maka: $L = .$

Jajar genjang adalah segi empat yang memiliki dua pasang sisi sejajar dan sudut-sudut yang berhadapan sama besar. Misalkan L adalah luas, a adalah panjang alas, l adalah lebar, dan t adalah tinggi sebuah jajar genjang, maka: $L = a \times t$.

Belah ketupat adalah segi empat yang memiliki dua pasang sisi sejajar dan kedua diagonal bidanganya saling tegak lurus. Sebuah belah ketupat dengan panjang sisinya a dan panjang diagonal bidanganya d_1 dan d_2 maka luas dan kelilingnya berturut-turut adalah: $L = \frac{d_1 \times d_2}{2}$ dan $K = 4 \times a$.

Layang-layang adalah segi empat yang memiliki dua pasang sisi yang sama panjang dan dua diagonal bidang yang saling tegak lurus. Sebuah layang-layang dengan panjang sisi s_1 dan s_2 , serta panjang diagonalnya masing-masing d_1 dan d_2 , maka luas dan kelilingnya berturut turut adalah: $L = \frac{d_1 \times d_2}{2}$ dan $K = 2s_1 + 2s_2$.

Jika L adalah luas, K adalah keliling, t adalah tinggi, a adalah alas sebuah segitiga, dan ketiga sisinya adalah p , q , dan r , maka: $L = \frac{1}{2} (a \times t)$ dan $K = p + q + r$.

Konsep segi empat dan segitiga yang telah dibahas di atas, kita peroleh dari situasi nyata kehidupan. Konsep-konsep ini sangat berguna bagi kamu dalam pemecahan masalah yang ditemukan dalam kehidupan. Selanjutnya, kita akan membahas tentang perbandingan dan skala. Perbandingan adalah suatu relasi atau hubungan antara dua atau lebih ukuran-ukuran atau objek-objek dalam satu kumpulan. Objek-objek tersebut dapat berupa segi empat, segitiga, gedung, pohon, dan berbagai objek yang dibandingkan ukuran-ukurannya. Dengan demikian, pengetahuan kamu dari apa yang sudah pelajari sebelumnya mulai dari himpunan, bilangan, garis dan sudut, serta segi empat akan bermanfaat dalam mempelajari perbandingan dan skala.

Perbandingan dan Skala

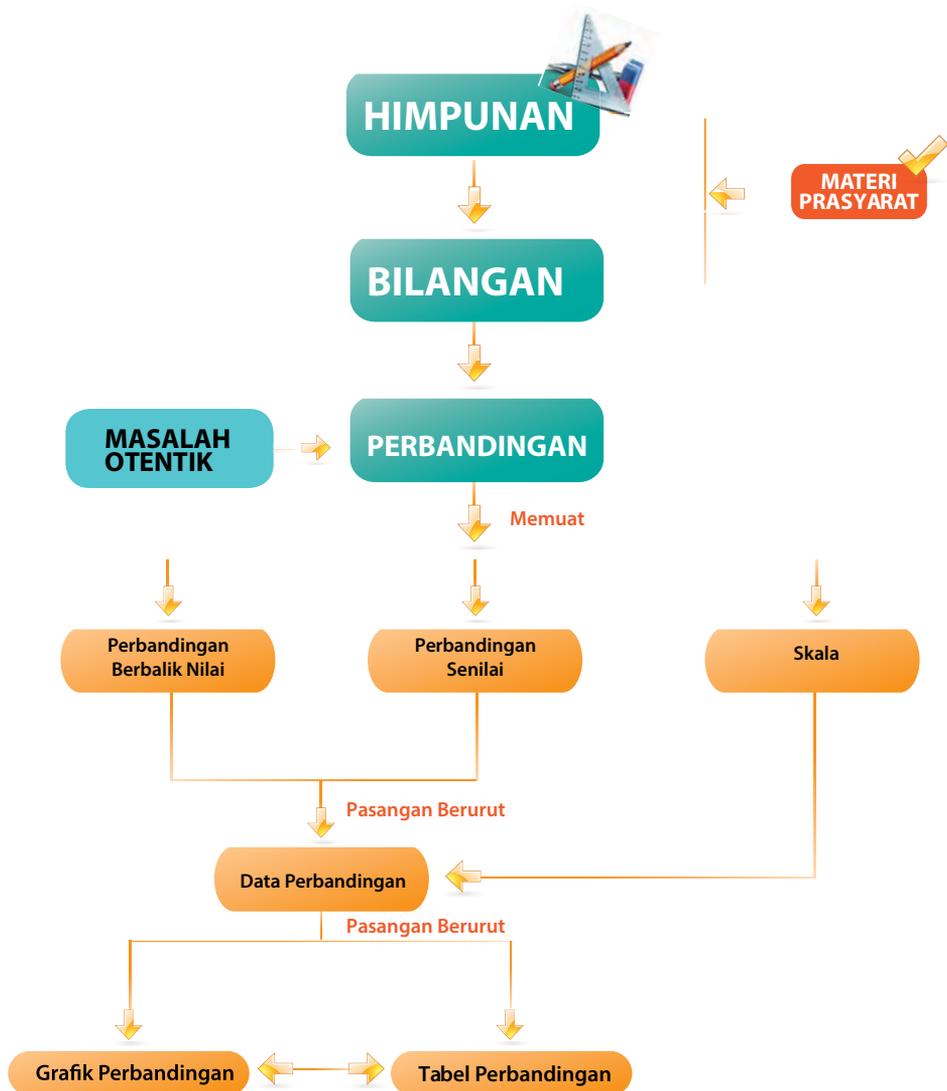
A. KOMPETENSI DASAR DAN PENGALAMAN BELAJAR

Kompetensi Dasar	Pengalaman Belajar
<p>Melalui proses pembelajaran Perbandingan dan Skala siswa mampu:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Menunjukkan sikap logis, kritis, analitik, konsisten dan teliti, bertanggung jawab, responsif, dan tidak mudah menyerah dalam memecahkan masalah. 2. Memiliki rasa ingin tahu, percaya diri, dan ketertarikan pada matematika serta memiliki rasa percaya pada daya dan kegunaan matematika, yang terbentuk melalui pengalaman belajar. 3. Memahami konsep perbandingan dan mengenalkan bahasa perbandingan dalam mendeskripsikan hubungan dan besaran atau lebih. 	<p>Melalui proses pembelajaran perbandingan dan skala, siswa memiliki pengalaman belajar:</p> <ul style="list-style-type: none"> • terlatih berpikir kritis dan berpikir kreatif; • menemukan ilmu pengetahuan dari pemecahan masalah nyata; • mengajak untuk melakukan penelitian dasar dalam membangun konsep; • dilatih bekerjasama dalam tim untuk menemukan solusi permasalahan. • dilatih mengajukan ide-ide secara bebas dan terbuka; • merasakan manfaat matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Istilah Penting:

- ✓ Perbandingan
- ✓ Rasio
- ✓ Skala
- ✓ Perbandingan Senilai
- ✓ Perbandingan Berbalik Nilai

B. PETA KONSEP



C. MATERI PEMBELAJARAN

1. MENEMUKAN PERBANDINGAN



Membangun persepsi positif siswa dengan menunjukkan proses penemuan konsep dan aturan perbandingan menggunakan objek-objek nyata pengamatan. Guru menunjukkan berbagai manfaat materi perbandingan dan skala dalam memecahkan masalah nyata. Siswa diajak berpikir dan mengajukan ide-ide secara bebas dan terbuka baik secara individu maupun kelompok dalam menanggapi pemecahan masalah dan bekerjasama memecahkannya.

Hasil kerja kelompok disajikan di depan kelas dan meminta kelompok lain menanggapi hasil pemikiran kelompok penyaji. Jika terdapat perbedaan pemikiran, guru menjembatani dan memberikan kepastian hasil pemecahan masalah bersama siswa. Sekarang mari kita amati berbagai objek nyata yang diajukan untuk menemukan konsep dan aturan perbandingan.

Amatilah situasi keluarga Pak Somat pada Gambar 5.1 berikut!



Gambar 5.1: Keluarga Pak Somat

Kita peroleh beberapa informasi dari gambar di atas, yaitu Pak Somat memiliki 2 anak laki-laki dan 1 perempuan. Selanjutnya, terdapat 2 perempuan dan 3 laki-laki dalam keluarga Pak Somat. Pada gambar juga tampak ada 2 gelas warna kuning dan 3 gelas warna krem. Sekarang cermati pernyataan berikut.

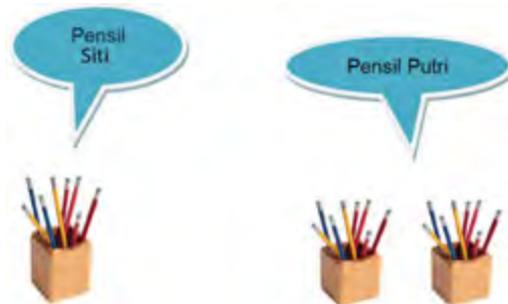
- Banyak anak perempuan berbanding banyak anak laki-laki dalam keluarga Pak Somat adalah 1 berbanding 2, ditulis $1 : 2$.
- Banyak perempuan berbanding banyak laki-laki dalam keluarga Pak Somat adalah 2 berbanding 3, ditulis $2 : 3$.
- Banyak gelas warna kuning berbanding banyak gelas warna krem di atas meja adalah 2 berbanding 3, ditulis $2 : 3$.

Masalah - 5.1

PENSIL

Siti mempunyai 8 buah pensil, sedangkan Putri mempunyai 16 buah pensil. Bagaimanakah perbandingan banyak pensil mereka?

Perhatikan penyajian banyak pensil Siti dan pensil Putri pada gambar berikut!



Gambar 5.2: Pensil siti dan Putri

Untuk menjawab Masalah-5.1 di atas, lakukanlah kegiatan berikut dan jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini!

Kegiatan 1

1. Berapa banyak pensil Siti ?
2. Berapa banyak pensil Siti ?
3. Pensil siapakah yang lebih banyak?
4. Berapa kali lebih banyak pensil Putri dari pensil Siti ?

Kita dapat mengatakan banyak pensil Siti dibandingkan dengan banyak pensil Putri adalah 8 berbanding 16 yang biasanya ditulis sebagai 8 : 16.

Perbandingan tersebut bisa disederhanakan menjadi 1 : 2

Apa yang dapat disimpulkan oleh siswa?

Masalah -5.2

GAJAH DAN KAMBING



Gambar 5.3: Kumpulan Gajah dan Kambing

Perhatikan Gambar 5.3, kemudian lakukan kegiatan berikut!

Kegiatan 2

1. Berapa banyak gajah?
2. Berapa banyak kambing?
3. Tentukan perbandingan banyak gajah dengan banyak kambing!
4. Berapa banyak seluruh kaki gajah?
5. Berapa banyak seluruh kaki kambing?
6. Tentukan perbandingan seluruh kaki gajah dengan seluruh kaki kambing!
7. Apakah perbandingan banyak gajah dengan banyak kambing sama dengan perbandingan banyak seluruh kaki gajah dengan banyak seluruh kaki kambing?
8. Apa yang dapat kamu simpulkan?



Amatilah berbagai perbandingan di atas, cobalah memecahkan masalah berikut. Arahkan siswa memecahkan masalah dalam kelompok. Upayakan siswa yang mencoba menyelesaikan dan beri bantuan ketika mengalami kesulitan. Berkelilinglah mengamati siswa bekerja, temukan kesulitan yang dialami siswa dan beri kesempatan bertanya. Ajukan masalah berikut!



Latihan

Sebagai latihan siswa :

Pak Abdul adalah seorang pedagang sapi dan kambing. Perbandingan banyak sapi dan banyak kambing yang dimiliki Pak Abdul adalah 3 : 5. Setelah dihitung, ternyata banyak sapi yang dimiliki Pak Abdul adalah 300 ekor. Dapatkah kamu menentukan banyak kambing yang dimiliki Pak Abdul dengan memanfaatkan perbandingan yang diketahui?

Masalah -5.3

RESEP RENDANG

Bahan :

1. 5 kg daging
2. 20 butir kelapa
3. 1½ kg cabe di giling halus
4. ½ kg bawang merah di giling halus
5. 1 ons bawang di giling putih
6. 2 ons lengkuas di giling halus
7. ½ ons jahe di giling halus
8. 2 lembar daun kunyit
9. 5 lembar daun jeruk
10. 2 batang serai

Cara membuat :

1. Aduk bumbu yang sudah dihaluskan dengan santan kelapa.
2. Masukkan daun-daun.
3. Panaskan sampai mendidih
4. Setelah santan mendidih, masukkan daging.
5. Aduk sampai menjadi rendang.

Kegiatan 3

1. Berapakah perbandingan daging dengan kelapa?
2. Berapakah perbandingan cabe dengan bawang merah?
3. Berapakah perbandingan lengkuas dengan jahe?
4. Jika ibu hanya akan membuat 1 kg rendang, berapakah banyak kelapa yang dibutuhkan? Berapakah perbandingan daging dan kelapanya?
5. Apa yang dapat kamu simpulkan dari permasalahan di atas?

Cermati bahan-bahan dan porsi bahan pembuatan rendang di atas, jika kita ingin membuat rendang dengan bahan daging sapi yang tersedia adalah 200 kg, berapa banyak kelapa dan berapa kilogram cabe yang harus kita sediakan?

Perhatikan langkah-langkah pemecahan berikut.

Misalkan x adalah banyak butir kelapa yang harus disediakan.

Banyak daging berbanding banyak kelapa = 5 : 20.

Banyak daging yang tersedia adalah 200 kg, maka:

$$\begin{aligned}200 : x = 5 : 20 &\Rightarrow \frac{200}{x} = \frac{5}{20} \\&\Rightarrow 5x = 4000 \\&\Rightarrow x = \frac{4000}{5} \\&\Rightarrow x = 800\end{aligned}$$

Jadi banyak butir kelapa yang harus disediakan untuk membuat rendang daging sapi 200 kg adalah 800 butir.



- Meminta siswa menyelesaikan masalah menentukan banyak cabe yang dibutuhkan untuk membuat rendang dengan bahan daging 200 kg dengan memanfaatkan data pembuatan rendang di atas.
- Bersama-sama dengan siswa menemukan konsep perbandingan, rasio.

Dari beberapa masalah di atas kita tuliskan konsep (pengertian) perbandingan sebagai berikut.



Definisi 5.1

1. Perbandingan adalah hubungan antara ukuran-ukuran atau nilai-nilai dua atau lebih objek dalam satu kumpulan.
2. Rasio adalah suatu bilangan yang digunakan untuk menyatakan sebuah perbandingan ukuran atau nilai dari dua atau lebih objek.

Contoh 5.1

- Jika umur Budi 15 tahun dan umur ayahnya 40 tahun, maka hubungan antara umur Budi dengan umur ayahnya adalah 15 berbanding 40.

Rasio antara umur Budi dengan umur ayahnya adalah $15 : 40$.

- Jika kecepatan maksimal sepeda motor A adalah 80 km/jam dan kecepatan maksimal sepeda motor B adalah 100 km/jam, maka hubungan antara kecepatan maksimal sepeda motor A dengan kecepatan maksimal sepeda motor B adalah 80 km/jam berbanding 100 km/jam.

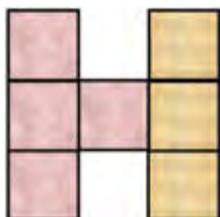
Rasio antara kecepatan maksimal sepeda motor A dengan kecepatan maksimal sepeda motor B adalah $80 : 100$.

Ingatkan kembali pengertian pecahan yang sudah di pelajari oleh siswa, coba pikirkan apa perbedaannya dengan perbandingan! Sebelumnya siswa sudah mengetahui bahwa pecahan adalah suatu bilangan, setiap pecahan dapat dinyatakan dalam bentuk pembilang dan penyebut. Pada pecahan $\frac{1}{3}$, 1 sebagai pembilang dan 2 sebagai

penyebut. Pada pecahan $\frac{2}{5}$, 2 sebagai pembilang dan 5 sebagai penyebut. Pecahan desimal 0,12 berarti pembilang 12 dan penyebut 100 (sebab $0,12 = \frac{12}{100}$). Dengan demikian besar bilangan untuk pembilang dan penyebut dapat kita bandingkan.

Pecahan dapat diartikan sebagai perbandingan. Pecahan merupakan perbandingan sebagian dengan keseluruhan banyak benda dalam suatu kumpulan. Pada Gambar 5.1 di atas, terdapat 2 gelas warna kuning dari 5 gelas di atas meja. Pecahan $\frac{2}{5}$ dapat dipandang sebagai perbandingan 2 dari 5 gelas.

Mari kita perhatikan gambar berikut.

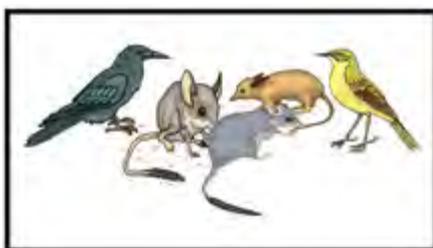


Kotak warna ungu ada 4 dari 7 kotak yang ada, ditulis $\frac{4}{7}$.

Dapat juga dikatakan bahwa “kotak warna ungu” berbanding “semua kotak” adalah “4 berbanding 7”, ditulis $4 : 7$.

Banyak kotak warna ungu 4 buah dan kotak kuning 3 buah. Dapat dikatakan kotak ungu berbanding kotak kuning sebagai $4 : 3$. Ditulis, ungu : kuning = $4 : 3$.

Perhatikan kembali gambar berikut!



Gambar 5.4: Kumpulan Hewan dan Kursi

Dalam kumpulan hewan pada Gambar 5.4a, terdapat 2 ekor burung dan 3 ekor tikus.

Perbandingan banyak burung dengan banyak keseluruhan hewan adalah 2 berbanding 5 atau $2 : 5$. Perbandingan banyak tikus dengan banyak keseluruhan hewan adalah 3 berbanding 5 atau $3 : 5$.

Perbandingan banyak burung dengan banyak tikus adalah 2 berbanding 3 atau $2 : 3$.

Banyak kursi pada Gambar 5.4b adalah 5 kursi. Bagaimana perbandingan banyak kursi berkaki tiga dengan banyak kursi berkaki empat. Bagaimana perbandingan banyak kursi bertangan dengan banyak kursi tidak bertangan?

Contoh 5.2

1. Tentukan nilai a , b , dan c , jika $a : b = 5 : 3$, $b = \frac{4}{5}c$, dan $c - b = 18$.



Alternatif Penyelesaian

$$b = \frac{4}{5}c \text{ dan } c - b = 18 \Rightarrow c - \frac{4}{5}c = 18$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5}c = 18$$

$$\Rightarrow c = 18 \times 5 = 90$$

$$c = 90 \text{ dan } b = \frac{4}{5}c \Rightarrow b = \frac{4}{5} \times 90 \Rightarrow b = \frac{360}{5} = 72$$

Jika $a : b = 5 : 3$, maka $3a = 5b$

$$\text{Nilai } b = 72 \text{ dan } 3a = 5b \Rightarrow 3a = 5(72) = 360$$

$$\Rightarrow a = 120$$

Dengan demikian nilai $a = 120$, $b = 72$, dan $c = 90$.



Arahkan siswa berdiskusi dengan temannya untuk membuktikan sifat perbandingan! Hasil kerja kelompok siswa kemudian dibandingkan dengan hasil kerja kelompok yang lain.

2. Jumlah uang tabungan Rina dan Rini adalah Rp2.000.000,00. Uang Rina $\frac{3}{5}$ dari uang Rini. Berapa rupiah masing-masing uang Rina dan uang Rini?



Alternatif Penyelesaian

Jumlah uang tabungan Rina dan Rini = Rp2.000.000,00

Jumlah perbandingan uang Rina dan Rini = $3 + 5 = 8$.

$$\text{Uang Rina} = \frac{3}{8} \times 2.000.000 = 3 \times 250.000 = 750.000$$

$$\text{Uang Rini} = \frac{5}{8} \times 2.000.000 = 5 \times 250.000 = 1.250.000$$

3. Selisih kelereng Tono dan Toni adalah 20 butir. Banyak kelereng Tono $\frac{2}{3}$ bagian dari banyak kelereng Toni. Berapa banyak kelereng Tono dan Toni?



Alternatif Penyelesaian

Kelereng Tono : Kelereng Toni = $2 : 3$

Selisih perbandingan = $3 - 2 = 1$

$$\text{Jadi, Kelereng Tono} = \frac{2}{1} \times 20 = 40 \text{ butir}$$

$$\text{Kelereng Toni} = \frac{3}{1} \times 20 \text{ butir} = 60 \text{ butir}$$



Pertanyaan Kritis

Berdiskusilah dengan temanmu dan bertanyalah pada guru!

1. Apa perbedaan $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, dan $1 : 2$?
2. Apakah pecahan pasti merupakan perbandingan?
3. Apakah perbandingan pasti merupakan pecahan?
4. Apakah rasio pasti merupakan pecahan?
5. Apakah pecahan pasti merupakan rasio?
6. Apakah rasio pasti merupakan perbandingan?
7. Apakah perbandingan pasti merupakan rasio?

Semua pecahan adalah rasio, tetapi tidak semua rasio adalah pecahan. Contoh, rasio 12 dengan 0 bukan suatu pecahan. Pecahan $\frac{6}{7}$, memiliki pembilang 6 dan penyebutnya 7. Sehingga, perbandingan pembilang dan penyebut dapat dinyatakan sebagai rasio $6 : 7$

Cermatilah!

1. Pecahan adalah suatu perbandingan antara beberapa bagian dengan keseluruhan banyak benda dalam suatu kumpulan.
2. Perbandingan dua atau lebih objek biasanya dinyatakan dalam bentuk yang paling sederhana.



Sifat -5.1

Misalkan a, b, c, d adalah bilangan bulat positif. Jika $a : b = c : d$, maka $bc = ad$.



Latihan

Sebagai latihan siswa :

Tentukan nilai a , b , dan c , jika $a - b = 24$; $a : b = 5 : 2$; dan $c = \frac{1}{7}(a + b)$.

Contoh 5.3

1. Jumlah pembilang dan penyebut sebuah pecahan adalah 60. Perbandingan antara pembilang dan penyebutnya adalah $5 : 7$. Tentukan pecahan tersebut!



Alternatif Penyelesaian

Rasio pembilang dengan penyebut adalah $5 : 7$.

Jumlah perbandingan pembilang dan penyebutnya adalah $5 + 7 = 12$.

Jumlah pembilang dan penyebut sebuah pecahan adalah 60, sehingga:

– Pembilangannya adalah $\frac{5}{12} \times 60 = \frac{5 \times 60}{12} = 25$

– Penyebutnya adalah $\frac{7}{12} \times 60 = \frac{7 \times 60}{12} = 35$

Jadi pecahan itu adalah $\frac{25}{35}$.

2. Perbandingan antara pembilang dan penyebut sebuah pecahan adalah $5 : 9$, sedangkan selisih antara pembilang dan penyebutnya adalah 16. Tentukanlah pecahan itu!



Alternatif Penyelesaian

Rasio pembilang dan penyebut adalah 5 : 9.

Selisih antara pembilang dan penyebut adalah $9 - 5 = 4$, sehingga:

- Pembilangnya adalah $\frac{5}{4} \times 16 = \frac{5 \times 4}{1} = 20$
- Penyebutnya adalah $\frac{9}{4} \times 16 = \frac{9 \times 4}{1} = 36$

Jadi pecahan itu adalah $\frac{20}{36}$.

3. Suatu pekerjaan dapat diselesaikan sendiri oleh Amir selama 6 hari. Jika dikerjakan sendiri oleh Beni selesai dalam 12 hari. Jika dikerjakan sendiri oleh Conrad selesai dalam 4 hari. Jika pekerjaan itu dikerjakan oleh Amir, Beni, dan Conrad secara bersama-sama, dalam berapa hari pekerjaan itu akan selesai dikerjakan?



Alternatif Penyelesaian

Perhitungan berapa hari pekerjaan itu jika dikerjakan oleh Amir, Beni, dan Conrad secara bersama-sama, dilakukan sebagai berikut.

- Amir dapat menyelesaikan pekerjaan dalam 6 hari, berarti dalam 1 hari ia hanya dapat menyelesaikan $\frac{1}{6}$ bagian dari pekerjaan itu.
- Beni dapat menyelesaikan pekerjaan dalam 12 hari, berarti dalam 1 hari ia hanya dapat menyelesaikan $\frac{1}{12}$ bagian dari pekerjaan itu.
- Conrad dapat menyelesaikan pekerjaan dalam 4 hari, berarti dalam 1 hari ia

hanya dapat menyelesaikan $\frac{1}{4}$ bagian dari pekerjaan itu.

Jika dikerjakan oleh Amir, Beni, dan Conrad secara bersama-sama dalam 1 hari, maka pekerjaan yang diselesaikan adalah $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ bagian pekerjaan.

Agar seluruh bagian pekerjaan itu selesai maka dibutuhkan waktu 2 hari.



- ◆ Untuk meningkatkan pemahaman siswa, guru memberikan pertanyaan kritis berikut kepada siswa!
 - Mengapa disimpulkan bahwa pekerjaan itu dapat diselesaikan dalam 2 hari? Bagaimana cara menemukannya?
 - Jika ternyata Beni tidak ikut menyelesaikan pekerjaan itu, berapa hari Amir dan Conrad harus bekerja secara bersama-sama agar pekerjaan itu selesai?
 - Jika ternyata Conrad tidak ikut menyelesaikan pekerjaan itu, berapa hari Amir dan Beni harus bekerja secara bersama-sama agar pekerjaan itu selesai?



Pertanyaan Kritis

- Mengapa disimpulkan bahwa pekerjaan itu dapat diselesaikan dalam 2 hari? Bagaimana cara menemukannya?
- Jika ternyata Beni tidak ikut menyelesaikan pekerjaan itu, berapa hari Amir dan Conrad harus bekerja secara bersama-sama agar pekerjaan itu selesai?
- Jika ternyata Conrad tidak ikut menyelesaikan pekerjaan itu, berapa hari Amir dan Beni harus bekerja secara bersama-sama agar pekerjaan itu selesai?

Contoh 5.4

Perbandingan banyak uang tabungan Dina dengan banyak uang tabungan Roni adalah $3 : 2$, sedangkan tabungan Roni $\frac{3}{4}$ dari tabungan Ningsih. Jumlah tabungan Dina dan Ningsih Rp1.700.000,00. Berapa rupiah tabungan mereka masing-masing?



Alternatif Penyelesaian

Diketahui:

Uang tabungan Dina berbanding uang tabungan Roni adalah $3 : 2$.

Jumlah tabungan Roni $\frac{3}{4}$ dari jumlah tabungan Ningsih.

Jumlah tabungan Dina dan Ningsih Rp1.700.000,00.

Ditanya:

Berapa rupiah tabungan mereka masing-masing?

Rasio tabungan Dina dan Roni adalah $3 : 2 = 9 : 6$.

Rasio tabungan Roni dan Ningsih adalah $3 : 4 = 6 : 8$.

Sehingga rasio tabungan Dina : Roni : Ningsih = $9 : 6 : 8$.

Rasio tabungan Dina dan Ningsih adalah $9 : 8$.

Jumlah perbandingan tabungan Dina dan Ningsih adalah 17.

$$\text{Tabungan Dina} = \frac{9}{17} \times 1.700.000,00 = \text{Rp } 900.000,00$$

$$\text{Tabungan Roni} = \frac{6}{17} \times 1.700.000,00 = \text{Rp } 600.000,00$$

$$\text{Tabungan Ningsih} = \frac{8}{17} \times 1.700.000,00 = \text{Rp } 800.000,00$$



Uji Kompetensi - 5.1

A. Selesaikan Soal Cerita Berikut!

1.



Harga sebatang pensil Rp1.000,00
Harga sebuah pulpen Rp1.500,00
Berapakah perbandingan harga sebatang pensil dengan sebuah pulpen? Berapakah perbandingan harga 5 batang pensil dengan 5 buah pulpen?

2. Buku Matematika tebalnya 124 halaman.
Buku Bahasa Indonesia tebalnya 96 halaman.



Berapakah perbandingan tebal sebuah buku matematika dengan tebal sebuah buku bahasa Indonesia? Dapatkah kamu menyederhanakannya? Berapakah perbandingan tebal 7 buah buku matematika dengan 7 buah buku bahasa Indonesia?

3. Perhatikan masalah berikut.



Usia Agus
12 tahun.
Adiknya, Diah
berusia 4 tahun.
Sedangkan

ibunya berusia 36 tahun. Tentukan perbandingan usia Diah dengan usia Agus dan perbandingan usia Agus dengan usia ibunya!

4. Perbandingan umur Dono dan Dini adalah 4 : 5. Jika Umur Dono 40 tahun. Berapakah umur Dini?
5. Jumlah umur Dono dan Dini adalah 90 tahun. Umur Dono $\frac{4}{5}$ dari umur Dini. Berapakah umur Dono dan Dini?
6. Ladang jagung Pak Roni berbentuk persegi panjang. Keliling tanah ladang itu 81 m. Panjang dan lebarnya berbanding 5 : 4. Hitunglah luas ladang itu!
7. Selisih kelereng Marisi dari kelereng Marisa 35 butir. Perbandingan banyak kelereng

mereka 4 : 3. Berapa banyak kelereng Marisa?

8. Jumlah pembilang dan penyebut suatu pecahan 36. Nilai pecahan itu $\frac{5}{7}$. Tentukan pecahan tersebut!
9. Jarak kota A ke kota B adalah 350 km. Jarak kota B ke kota C adalah 250 km. Berapakah perbandingan jarak kota A ke kota B dengan Jarak kota A ke kota C ?
10. Pada pertandingan lompat tinggi, lompatan Amir 3 m lebihnya dari tinggi lompatan Jonatan. Perbandingan tinggi lompatan Amir dan Jonatan 6 : 5. Berapa tinggi lompatan Jonatan?
11. Perbandingan kemampuan angkat besi Rudolf dengan kemampuan Gerald adalah 2 : 1. Jika Gerald mampu mengangkat beban 145 kg. Apakah Rudolf mampu mengangkat beban itu?
12. Jumlah pembilang dan penyebut sebuah pecahan adalah 46. Jika pembilang dan penyebutnya masing-masing dikurangi 4,

maka nilai pecahan itu menjadi $\frac{3}{7}$.
Tentukan pecahan itu!

13. Kandungan gula pada susu yang di konsumsi Glorista lebih rendah 10% dari kandungan gula pada susu yang di konsumsi Adi. Jika perbandingan kandungan gula kedua susu itu 4 : 6, berapa persen kandungan gula pada susu yang diminum oleh Glorista dan Adi?
14. Jumlah kuaci Santi berbanding kuaci Rani adalah 8 : 6 dan banyak kuaci Rani sama dengan $\frac{4}{5}$ kuaci Leni. Kuaci Rani lebih banyak 18 buah dari kuaci Leni. Berapa jumlah kuaci Santi, Rani, dan Leni seluruhnya?
15. Ladang Pak Tani ditanami 3 jenis bunga. Luas tanah yang ditanami anggrek dua kali lebih luas dari luas tanah yang ditanami bunga matahari. Luas tanah yang ditanami bunga matahari $\frac{1}{2}$ dari luas tanah yang ditanami bunga mawar. Jika luas keseluruhan ladang 500 m², berapa luas masing-masing tanaman bunga?

B. Sederhanakan perbandingan di bawah ini!

a. $90 : 80$

f. $70 : 35$

b. $16 : 4$

g. $\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$

i. $\frac{13}{8} : \frac{5}{24}$

c. $120 : 144$

h. $\frac{3}{5} : \frac{4}{15}$

j. $\frac{5}{2} : \frac{7}{6}$

d. $256 : 28$

e. $150 : 3$

C. Tentukanlah nilai a , b , dan c untuk masing-masing soal berikut!

(1) $a : b : c = 4 : 5 : 6$; $a + b = 18$, dan $c - a = 4$.

(2) $a : b = 8 : 6$, $b = \frac{4}{5}c$ dan $c - b = 18$.

(3) $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$, $a + c = 15$ dan $a = \frac{1}{4}c$.

(4) $a : b = 4 : 5$, $a + b = 90$, dan $b = \frac{1}{3}c$.

(5) $5a - b = 24$, $a : b = 5 : 2$, dan $c = \frac{1}{7}(a + b)$.

(6) $a + c = 144$, $a : c = 5 : 7$, dan $b = \frac{1}{6}(a + c)$.

2. JENIS-JENIS PERBANDINGAN



Memberikan motivasi kepada siswa melalui pemecahan masalah yang sering dialami dalam kehidupan. Siswa diharapkan termotivasi secara internal dengan merasakan kebergunaan matematika sebagai alat pemecahan masalah kehidupan. Ajukan beberapa masalah untuk membangun konsep perbandingan senilai dan berbalik nilai.

a. Perbandingan Senilai

Mari kita temukan konsep perbandingan senilai dari situasi nyata di sekitar kita. Perhatikan situasi nyata berikut.

Masalah -5.4

Kota Yogyakarta sangat dikenal dengan salak Pondoh. Biasanya para pedagang salak memasukkan salak yang hampir sama besar dalam karung supaya pembeli tidak menunggu lama dalam pengepakannya. Udin membeli 4 karung salak, ternyata bobotnya 8 kg, sampai di rumah dihitung banyak semua salak 120 buah.

- Jika Udin membeli 90 buah salak yang sama besar dengan yang di atas, berapa kilogram bobotnya?
- Jika Udin membeli 42 buah salak tersebut, berapa kilogram bobotnya?
- Berapa buah salak yang dipilih, jika Udin hanya ingin membeli 0,4 kg? Berapa buah salak yang bobotnya 3 ons = 0,3 kg?

Setelah menyelesaikan Masalah-5.4 di atas, lakukanlah kegiatan berikut dan mintalah siswa menjawab setiap pertanyaan yang diberikan!

Kegiatan 4

- 1) Susunlah data banyak salak dan bobotnya pada tabel dan sajikan data tersebut pada koordinat kartesius untuk menunjukkan hubungan banyak salak dengan bobot salak tersebut!
- 2) Jika banyak salak yang dibeli semakin banyak, bagaimana dengan bobot salak itu?
- 3) Apa yang dapat kamu simpulkan dari perbandingan banyak salak dengan bobotnya?



Alternatif Penyelesaian

Diketahui bobot 120 buah salak adalah 8 kg. Dengan demikian dapat ditentukan banyak salak untuk 1 kg. Bobot 120 buah salak adalah 8 kg \Rightarrow 1 kg adalah bobot dari $\frac{120}{8} = 15$ buah salak.

Kita ketahui 1 kg = 10 ons.

Bobot 15 buah salak adalah 1kg sama artinya bobot 15 buah salak adalah 10 ons.

Dengan demikian bobot 1 buah salak adalah $\frac{10}{15} = \text{ons} = \frac{2}{3} \text{ ons}$

Jadi bobot 1 buah salak adalah $\frac{2}{3}$ ons atau bobot 3 buah salak adalah 2 ons.

a. Jika Udin membeli 90 buah salak yang sama besar dengan yang di atas, berapa kilogram bobotnya?

Bobot 90 buah salak adalah $90 \times \frac{2}{3} \text{ ons} = 60 \text{ ons} = 6 \text{ kg}$

b. Jika Udin membeli 42 butir salak tersebut, berapa kilogram bobotnya?

Bobot 42 buah salak adalah $42 \times \frac{2}{3} \text{ ons} = 28 \text{ ons} = 2,8 \text{ kg}$

c. Berapa buah salak yang dipilih, jika Udin hanya ingin membeli 0,4 kg?

$0,4 \text{ kg} = 0,4 \times 10 = 4 \text{ ons}$

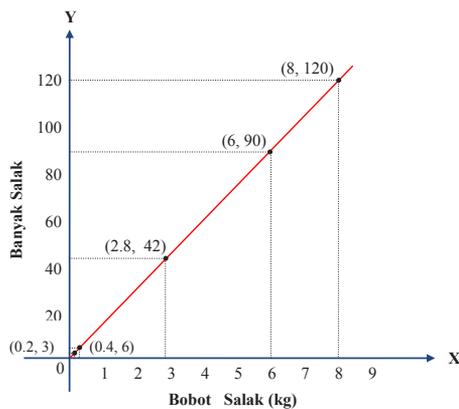
Dari bagian perhitungan di atas diperoleh bobot 3 buah salak adalah 2 ons. Sehingga $0,4 \text{ kg} = 4 \text{ ons}$ adalah bobot dari 6 buah salak.

Data banyak salak dan bobotnya dapat disajikan pada tabel dan berikut.

Tabel-5.1: Data Banyak Salak dan Bobotnya

Berat Salak (kg)	Banyak Buah Salak	Pasangan Berat dan Banyak Salak
8	120	(8 , 120)
6	90	(6 , 90)
2,8	42	(2,8 , 42)
0,4	6	(0,4 , 6)
0,2	3	(0,2 , 3)

Data pada tabel di atas dapat disajikan pada koordinat kartesius di bawah ini



Gambar-5.6: Perbandingan Bobot Salak dan Banyak Salak

Dari data yang disajikan pada tabel dan grafik di atas dapat diambil kesimpulan bahwa:

- 1) Semakin bertambah banyak buah salak yang dibeli, maka semakin bertambah bobotnya. Hal ini memiliki makna yang sama bahwa semakin sedikit buah salak yang dibeli, maka semakin berkurang bobotnya.
- 2) Dari sisi perbandingan dapat dinyatakan $8 : 120$ senilai dengan $6 : 90$ dan $6 : 90$ senilai dengan $2,8 : 42$. Demikian juga $2,8 : 42$ senilai dengan $0,4 : 6$ dan $0,4 : 6$ senilai dengan $0,2 : 3$. Dapat diambil kesimpulan bahwa semua perbandingan tersebut adalah senilai.
- 3) Jika ditarik kurva yang melalui pasangan titik perbandingan, maka kurva tersebut merupakan garis lurus.

Untuk lebih mendalami konsep perbandingan senilai perhatikan Masalah-5.5 berikut!

Masalah -5.5

Pak Asep adalah karyawan sebuah pabrik teh. Pada acara ulang tahun Pak Asep, setiap undangan yang datang disuguhi minum teh masing-masing satu cangkir. Untuk membuat 5 cangkir teh diperlukan gula sebanyak 15 sendok. ($\frac{1}{4}$ kg = 7,5 sendok).

- a. Jika undangan yang datang 50 orang, berapa banyak gula (kg) yang diperlukan?
- b. Jika undangan yang datang 80 orang, berapa banyak gula (kg) yang diperlukan?
- c. Jika gula yang habis untuk membuat teh sebanyak 3 kg, berapa orang undangan yang datang?



Gambar 5.7: Teh

Untuk menyelesaikan Masalah-5.5 di atas, lakukanlah kegiatan berikut dan jawablah setiap pertanyaan yang diberikan!

Kegiatan 5

1. Sajikan data banyak gula yang diperlukan untuk membuat teh pada tabel dan sajikan data tersebut pada koordinat kartesius!
2. Jika banyak teh yang dibuat semakin banyak, bagaimana dengan banyak gula yang diperlukan?
3. Apa yang dapat kamu simpulkan dari perbandingan banyak cangkir teh dengan banyak gula yang digunakan untuk membuat teh tersebut?



Alternatif Penyelesaian

Diketahui untuk satu orang tamu disugahi satu cangkir teh. Selanjutnya untuk membuat 5 cangkir teh diperlukan 15 sendok gula. Dengan demikian untuk membuat satu cangkir teh diperlukan $\frac{15}{5} = 3$ sendok gula.

- a. Jika undangan yang datang 50 orang, berapa banyak gula yang diperlukan?

Diketahui untuk satu orang tamu disugahi satu cangkir teh. Berarti untuk 50 orang tamu, harus tersedia 50 cangkir teh.

Untuk membuat 1 cangkir teh diperlukan 3 sendok gula, maka untuk membuat 50 cangkir teh diperlukan $50 \times 3 = 150$ sendok gula.

Diketahui $\frac{1}{4}$ kg gula sama dengan 7,5 sendok gula. Hal ini sama maknanya

1 kg gula sama dengan 30 sendok gula.

Untuk membuat 50 cangkir teh dibutuhkan 150 sendok gula. Hal ini sama maknanya untuk membuat 50 cangkir teh diperlukan $= \frac{150}{30} = 5$ kg gula.

- b. Jika undangan yang datang 80 orang, berapa banyak gula yang diperlukan?

Diketahui satu tamu disugahi satu cangkir teh. Berarti jika terdapat 80 tamu yang datang, maka harus tersedia 80 cangkir teh.

Untuk membuat 80 cangkir teh, maka harus tersedia gula sebanyak $\frac{80}{50} \times 5 = 8$ kg gula.

- c. Jika gula yang habis untuk membuat teh sebanyak 3 kg, berapa orang undangan yang datang?

Karena gula yang habis dipakai untuk membuat teh sebanyak 3kg, maka banyak teh yang dibuat adalah $\frac{3}{5} \times 50 = 30$ cangkir.

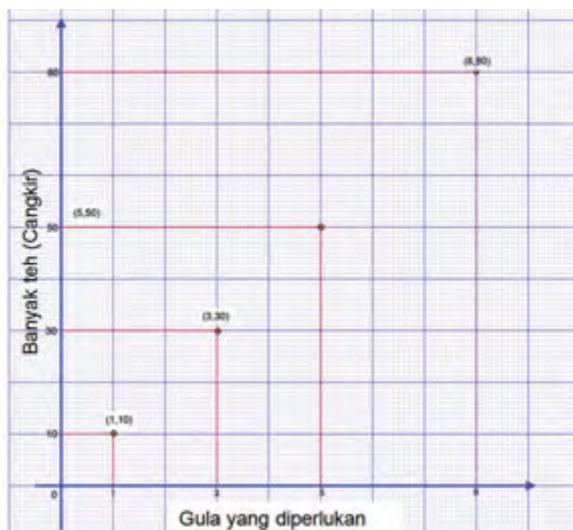
Karena 30 cangkir yang harus disediakan, maka banyak undangan (tamu) yang datang adalah 30 orang.

Data banyak teh yang dibuat dan banyak gula yang diperlukan dapat disajikan pada tabel berikut.

Tabel 5.2: Data Banyak Gula dan Banyak Cangkir Teh

Banyak Gula (kg)	Banyak Cangkir Teh	Pasangan Berat Gula dan Banyak Cangkir Teh
8	80	(8, 80)
5	50	(5, 50)
3	30	(3, 30)
1	10	(1, 10)

Data pada tabel di atas dapat disajikan pada koordinat kartesius di bawah ini.



Gambar-5.8: Perbandingan Banyak Gula dan Banyak Cangkir Teh

Dari data yang disajikan pada tabel dan grafik di atas dapat diambil kesimpulan sebagai berikut.

1. Semakin banyak teh yang dibuat, maka semakin banyak gula yang dipergunakan. Hal ini memiliki makna yang sama bahwa semakin sedikit teh yang dibuat, semakin berkurang gula yang diperlukan.
2. Dari sisi perbandingan dapat dinyatakan $8 : 80$ senilai dengan $5 : 50$ dan $5 : 50$ senilai dengan $3 : 30$. Demikian juga $3 : 30$ senilai dengan $1 : 10$. Dapat diambil kesimpulan bahwa semua perbandingan tersebut adalah senilai.
3. Jika ditarik kurva yang melalui pasangan titik perbandingan, maka kurva tersebut merupakan garis lurus.



Definisi 5.2

Untuk a , b , c , dan d adalah bilangan bulat positif atau ukuran objek-objek.

a banding b ($a : b$) senilai dengan c banding d ($c : d$) jika dan hanya jika $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ atau $a \times d = b \times c$.

Contoh 5.5

- a. Perbandingan $3 : 5$ senilai dengan $6 : 10$. Akibatnya $3 : 6$ senilai dengan $5 : 10$ dan $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ atau $3 \times 10 = 5 \times 6 = 30$. (Perhatikan pertukaran tempat bilangan)
- b. Perbandingan $1 : 5$ senilai dengan $2 : 10$. Akibatnya $1 : 2$ senilai dengan $5 : 10$ dan $\frac{1}{2} = \frac{2}{10}$ atau $1 \times 10 = 2 \times 5 = 10$. (Perhatikan pertukaran tempat bilangan)
- c. Perbandingan $2 : 7$ senilai dengan $6 : 21$. Akibatnya $2 : 6$ senilai dengan $7 : 21$ dan $\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$ atau $2 \times 21 = 6 \times 7 = 42$. (Perhatikan pertukaran tempat bilangan)



Latihan

Sebagai latihan siswa :

Berdasarkan sifat perbandingan senilai di atas, minta siswa untuk menyelidiki

1. Apakah benar, perbandingan $ac : bd$ senilai dengan $a : b$ atau $c : d$.
2. Tentukan nilai $a, b, c,$ dan d agar $ac : bd$ senilai dengan $a : b$ dan $c : d$.

Contoh 5.6

1. Bila p, q bilangan bulat dengan $p : 1 = 1 : 3$ dan perbandingan $3 : p$ senilai dengan $q : 49$ dan tentukan nilai p dan q !



Alternatif Penyelesaian

Perbandingan $3 : p$ senilai dengan $q : 49 \Rightarrow p \times q = 147$.

$$\frac{p}{q} = \frac{1}{3} \Rightarrow q = 3 \times p \dots\dots\dots \text{Pers-1}$$

$$q = 3 \times p \text{ dan } p \times q = 147 \Rightarrow p \times (3p) = 147$$

$$\Rightarrow 3p^2 = 149$$

$$\Rightarrow p^2 = \frac{147}{3}$$

$$\Rightarrow p^2 = 49$$

$$\Rightarrow p = 7$$

• Apakah nilai $p = -7$ berlaku?
Beri alasanmu?

Nilai $p = 7$ disubstitusikan ke persamaan (1), $q = 3 \times p$. Sehingga diperoleh: $q = 3 \times 7 = 21$.

Jadi $p = 3$ dan $q = 21$.

2. Perbandingan $x : y$ senilai dengan $s : t$. Diketahui $x : y = 3 : 5$ dan $x = \frac{1}{6}$

s dan $s - x = 15$,

Tentukan nilai x , y , s , dan t !



Alternatif Penyelesaian

$$s - x = 15 \Rightarrow x = s - 15.$$

$$x = \frac{1}{6}s \text{ dan } x = s - 15 \Rightarrow s - 15 = \frac{1}{6}s \Rightarrow \frac{1}{6}s = 15 \Rightarrow s = 18.$$

$$s = 18 \text{ dan } x = \frac{1}{6}s \Rightarrow x = 3.$$

Diketahui $x : y = 3 : 5$ dengan sifat kesamaan dua perbandingan diperoleh:

$$3y = 5x \text{ atau } y = \frac{5}{3}x.$$

$$x = 3 \text{ dan } y = \frac{5}{3}x \Rightarrow y = 5.$$

Diketahui bahwa $x : y$ senilai dengan $s : t$. Jadi, $x \times t = y \times s$.

Karena nilai $x = 3$, $y = 5$, $s = 18$ dan $x \times t = y \times s$, maka nilai $t = 30$.

b. Perbandingan Berbalik Nilai

Selanjutnya mari kita temukan konsep dan sifat-sifat perbandingan berbalik nilai melalui pemecahan masalah nyata yang terjadi di sekitar kehidupan kita. Untuk itu perhatikan masalah yang diajukan dan lakukan proses matematisasi pemecahan masalah dan selanjutnya menemukan konsep perbandingan berbalik nilai sebagai berikut.

Masalah -5.6



Pada acara perpisahan dengan kelas IX, Andini memberi kejutan kepada teman-teman sekelasnya karena memperoleh nilai UN tertinggi di sekolah itu. Andini memesan 5 lusin kue donat, yang akan dibagi sama banyaknya pada teman-teman sekelasnya yang hadir pada hari itu.

- Jika teman Andini yang hadir 10 orang, berapa kue donat yang diperoleh masing-masing temannya?
- Jika temannya yang datang 15 orang berapa kue donat yang diperoleh masing-masing siswa?

Setelah menyelesaikan Masalah-5.6 di atas, lakukanlah kegiatan berikut dan jawablah setiap pertanyaan yang diberikan!

Kegiatan 6

- Jika perbandingan banyak siswa 10 : 15 bagaimana dengan perbandingan banyak donat yang diterima tiap siswa?
- Jika perbandingan banyak siswa 15 : 20 bagaimana dengan perbandingan banyak donat yang diterima tiap siswa?

- 3) Jika perbandingan banyak donat yang diterima tiap siswa $\frac{10}{20}$, bagaimana dengan perbandingan banyak siswa?
- 4) Sajikan data perbandingan pada tabel dan sajikan pada koordinat kartesius untuk memperoleh grafik perbandingannya!
- 5) Jika teman Andini semakin banyak, bagaimana dengan banyak donat yang diperoleh teman Andini?

Apa yang dapat kamu simpulkan dari perbandingan banyak siswa dengan perbandingan banyak donat yang diterima tiap siswa tersebut?



Alternatif Penyelesaian

Diketahui banyak donat yang dibeli Andini adalah 5 lusin.

Kita ketahui satu lusin berisi 12 kue donat. Sehingga banyak donat untuk 5 lusin adalah 60 donat. Selanjutnya kue tersebut akan dibagi sama banyaknya pada teman Andini yang hadir pada acara perpisahan tersebut.

- a. Jika teman Andini yang hadir 10 orang, berapa kue donat yang diperoleh masing-masing temannya?

Karena teman Andini yang hadir 10 orang maka setiap orang memperoleh sebanyak $\frac{60}{10} = 6$ donat.

- b. Jika temannya yang datang 15 orang berapa kue donat yang diperoleh masing-masing siswa?

Karena teman Andini yang hadir 15 orang maka setiap orang memperoleh sebanyak $\frac{60}{15} = 4$ donat.

- c. Jika perbandingan banyak siswa 10 : 15 bagaimana dengan perbandingan banyak donat yang diterima tiap siswa?

Perbandingan banyak siswa 10 : 15, maka perbandingan banyak donat yang diperoleh 6 : 4.

- d. Jika perbandingan banyak siswa 15 : 20 bagaimana dengan perbandingan banyak donat yang diterima tiap siswa?

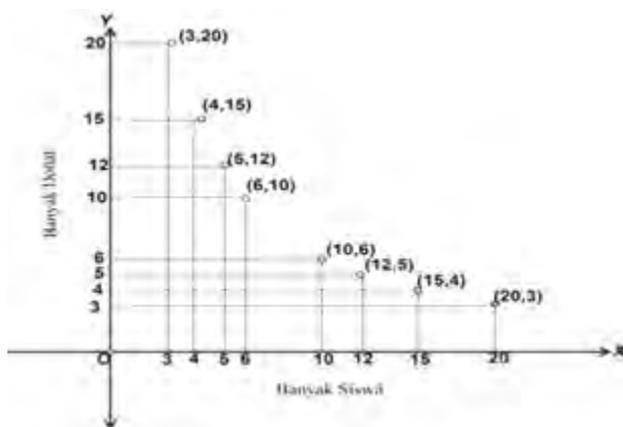
Perbandingan banyak siswa 15 : 20, maka perbandingan banyak donat yang diperoleh adalah 4 : 3.

Data banyak siswa yang hadir di acara dan banyak donat yang diperoleh tiap siswa dapat disajikan pada tabel dan berikut.

Tabel-5.3: Data Banyak Siswa dan Banyak Donat

Banyak Siswa	Banyak Donat yang Diperoleh Siswa	Pasangan Banyak Siswa dan Banyak Donat
20	3	(20, 3)
15	4	(15, 4)
12	5	(12, 5)
10	6	(10, 6)
6	10	(6, 10)
5	12	(5, 12)
4	15	(4, 15)
3	20	(3, 20)

Data pada tabel di atas dapat disajikan pada koordinat kartesius di bawah ini.



Gambar-5.10: Perbandingan Banyak Siswa dan Banyak Donat

Dari data yang disajikan pada tabel dan grafik di atas dapat diambil kesimpulan sebagai berikut.

- 1) Semakin bertambah banyak siswa yang hadir, maka semakin sedikit kue donat yang diperoleh masing-masing siswa. Hal ini memiliki makna yang sama bahwa semakin sedikit siswa yang hadir, maka semakin banyak donat yang diperoleh masing-masing siswa.
- 2) Dari sisi perbandingan dapat dinyatakan $20 : 3$ berbalik nilai dengan $3 : 20$; perbandingan $15 : 4$ berbalik nilai dengan $4 : 15$. Demikian juga perbandingan $12 : 5$ berbalik nilai dengan $5 : 12$ dan $10 : 6$ berbalik nilai dengan $6 : 10$. Dapat diambil kesimpulan bahwa semua perbandingan tersebut adalah berbalik nilai.
- 3) Makna perbandingan berbalik nilai dalam kasus ini adalah semakin banyak siswa yang hadir dalam acara perpisahan, maka semakin sedikit donat yang diperoleh masing-masing siswa.

Untuk lebih mendalami makna perbandingan berbalik nilai, mintalah siswa untuk menyelesaikan masalah berikut dengan menerapkan langkah-langkah seperti pemecahan Masalah-5.6 di atas!

Masalah -5.7



Gambar 5.11 Pembangunan Kantin

Di bagian belakang sebuah sekolah sedang dibangun kantin pelajar. Menurut pemborong, jika bangunan tersebut dikerjakan oleh 6 orang tukang, kantin itu akan selesai dalam waktu 36 hari.

- a. Jika tukang yang bekerja 8 orang, berapa hari pembangunan kantin itu selesai?
- b. Jika tukang yang bekerja 12 orang, berapa hari pembangunan kantin tersebut selesai?

Setelah siswa menyelesaikan Masalah-5.7 di atas, mintalah siswa untuk melakukan kegiatan berikut dan jawablah setiap pertanyaan yang diberikan!

Kegiatan 7

- 1) Jika perbandingan banyak tukang 2 : 3 bagaimana dengan perbandingan banyak hari yang diperlukan?
- 2) Jika perbandingan banyak tukang 3 : 4 bagaimana dengan perbandingan banyak hari yang diperlukan?
- 3) Jika perbandingan hari yang diperlukan 1 : 2, bagaimana dengan perbandingan banyak tukang?
- 4) Jika banyak tukang semakin banyak, bagaimana dengan banyak hari yang diperlukan?
- 5) Sajikan data perbandingan pada tabel dan sajikan pada koordinat kartesius untuk memperoleh grafik perbandingannya.
- 6) Apa yang dapat kamu simpulkan dari perbandingan banyak tukang dengan perbandingan banyak hari yang diperlukan untuk menyelesaikan kantin tersebut?



Alternatif Penyelesaian

Diketahui jika 6 orang yang bekerja maka kantin selesai dibangun 36 hari.

- a. Jika tukang yang bekerja 8 orang, berapa hari kantin itu selesai?

Misalkan x banyak hari yang digunakan 8 orang tukang untuk menyelesaikan kantin.

$$6 : 8 = x : 36 \Rightarrow 8x = 36 \times 6$$

$$\Rightarrow 8x = 216$$

$$\Rightarrow x = 27$$

Jadi, jika 8 orang tukang yang bekerja maka pembangunan kantin dapat diselesaikan selama 27 hari.

- b. Jika tukang yang bekerja 12 orang, berapa hari kantin tersebut selesai?

Misalkan x banyak hari yang digunakan 12 orang tukang untuk menyelesaikan kantin.

$$6 : 12 = x : 36 \Rightarrow 12x = 36 \times 6$$

$$\Rightarrow 12x = 216$$

$$\Rightarrow x = 18$$

Jadi, jika 12 orang tukang yang bekerja maka kantin dapat diselesaikan 18 hari.

- c. Jika perbandingan banyak tukang 2 : 3 bagaimana dengan perbandingan banyak hari yang diperlukan?

Perbandingan banyak tukang 2 : 3 maka perbandingan banyak hari menyelesaikan pekerjaan 3 : 2

- d. Jika perbandingan banyak tukang 3 : 4 bagaimana dengan perbandingan banyak hari yang diperlukan?

Perbandingan banyak tukang 3 : 4 maka perbandingan banyak hari menyelesaikan pekerjaan 4 : 3.

- e. Jika perbandingan hari yang diperlukan 1 : 2, bagaimana dengan perbandingan banyak tukang?

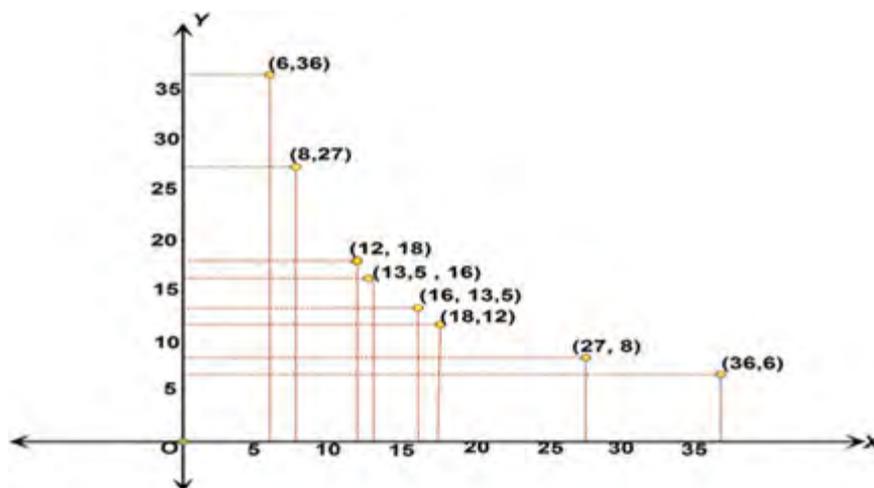
Perbandingan banyak hari menyelesaikan pekerjaan 1 : 2 maka perbandingan banyak tukang adalah 2 : 1.

Data banyak tukang dan banyak hari menyelesaikan pekerjaan dapat disajikan pada tabel dan berikut.

Tabel-5.4: Data Banyak Tukang dan Banyak Hari yang Diperlukan

Banyak Tukang	Banyak Tukang	Pasangan Banyak Tukang dan Banyak Hari
6	36	(6,36)
8	27	(8,27)
12	18	(12,18)
16	13,5	(16, 13,5)
18	12	(18, 12)
27	8	(27, 8)
36	6	(36, 6)

Berdasarkan data pada tabel di atas, dapat dinyatakan bahwa semakin banyak tukang yang bekerja, maka semakin berkurang hari yang digunakan menyelesaikan bangunan kantin tersebut. Hal yang sama maknanya semakin sedikit tukang yang bekerja semakin banyak hari yang dibutuhkan untuk menyelesaikan pembangunan kantin tersebut. Data pada tabel di atas dapat disajikan pada koordinat kartesius sebagai berikut.



Gambar-5.12: Perbandingan Banyak Tukang dan Banyak Hari

Berdasarkan data pada tabel dan grafik di atas diperoleh informasi bahwa perbandingan $36 : 6$ berbalik nilai dengan $6 : 36$ dan perbandingan $27 : 8$ berbalik nilai dengan $8 : 27$. Demikian juga perbandingan $18 : 12$ berbalik nilai dengan $12 : 18$, demikian seterusnya. Perbandingan banyak tukang dan banyak hari yang digunakan untuk menyelesaikan pekerjaan termasuk perbandingan berbalik nilai.

Mencermati kedua masalah di atas dapat kita bangun pengertian perbandingan berbalik nilai sebagai berikut.



Definisi 5.3

Untuk a , b , c , dan d adalah bilangan bulat positif atau ukuran objek-objek. a banding b ($a : b$) berbalik nilai dengan c banding d ($c : d$) jika dan hanya jika $\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$ atau $a \times c = b \times d$.

- 1) Perbandingan $3 : 5$ berbalik nilai dengan $15 : 9$. Akibatnya $3 \times 15 = 5 \times 9 = 45$
- 2) Perbandingan $2 : 7$ berbalik nilai dengan $14 : 4$. Akibatnya $2 \times 14 = 7 \times 4 = 28$
- 3) Perbandingan $5 : 6$ berbalik nilai dengan $30 : 25$. Akibatnya Perbandingan $5 : 25$ senilai dengan $6 : 30$.
- 4) Perbandingan $5 : 7$ berbalik nilai dengan $21 : 15$. Akibatnya perbandingan $5 : 15$ senilai dengan $7 : 21$.



Mengajak siswa berdiskusi dengan temannya satu kelompok untuk membuktikan sifat-sifat perbandingan berikut. Meminta siswa membandingkan hasil kerjanya dengan hasil kerja kelompok lain. Presentasikan hasilnya di depan kelas.

Diskusi

Guru mengajak siswa berdiskusi dengan teman nya satu kelompok, membuktikan sifat-5.3 berikut. Bandingkan hasil kerja mereka dengan hasil kerja kelompok lain. Presentasikan hasilnya di depan kelas!



Sifat -5.3

Untuk a , b , c , dan d adalah bilangan bulat positif atau ukuran-ukuran. Jika $a : b$ berbalik nilai dengan $c : d$, maka $a : d$ senilai dengan $b : c$



Ajukan pertanyaan pada kotak untuk mempertajam pemahaman siswa dan siswa terlatih berpikir analitis dan kritis. Minta alasan-alasan dari setiap pernyataan yang diberikan siswa.



Latihan

Sebagai latihan siswa :

1. Tentukan nilai a , b , dan c , jika $a - b = 24$; $a : b = 5 : 2$; dan $c = \frac{1}{7}(a + b)$
2. Jika $a : b$ berbalik nilai dengan $c : d$, selidiki
 - a) apakah $c : b$ berbalik nilai dengan $a : d$?
 - b) tentukan nilai a , b , c , dan d agar $ac : bd$ senilai dengan $a : b$ dan $c : d$!

Contoh 5.8

Perhatikan beberapa contoh berikut.

1. Bila x, y bilangan bulat positif dan perbandingan $3 : x$ berbalik nilai dengan $49 : y$ dan $\frac{x}{y} = 3$. Tentukan nilai x dan y !



Alternatif Penyelesaian

Perbandingan $3 : x$ senilai dengan $y : 49 \Rightarrow xy = 147$.

$$\frac{x}{y} = 3 \Rightarrow y = 3x$$

$$y = 3x \text{ dan } xy = 147 \Rightarrow x(3x) = 147$$

$$\Rightarrow 3x^2 = 147$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{147}{3}$$

$$\Rightarrow x^2 = 49$$

$$\Rightarrow x = 7$$

Nilai $x = 7$ disubstitusikan ke persamaan $y = 3x$, sehingga diperoleh $y = 21$.

2. Perbandingan $x : y$ berbalik nilai dengan $s : t$. Diketahui $x : y = 2 : 6$ dan $y = \frac{1}{3}s$ dan $s - y = 18$, tentukan nilai x, y, s , dan t !



Alternatif Penyelesaian

$$s - y = 18 \Rightarrow y = s - 18$$

$$y = \frac{1}{3}s \text{ dan } y = s - 18 \Rightarrow s - 18 = \frac{1}{3}s$$


$$\Rightarrow \frac{2}{3}s = 18$$

$$\Rightarrow s = 27$$

$$s = 27 \text{ dan } y = \frac{1}{3}s \Rightarrow y = 9$$

Diketahui $x : y = 2 : 6$ dengan sifat kesamaan dua perbandingan diperoleh:

$$2y = 6x \text{ atau } y = 3x.$$

$$y = 9 \text{ dan } y = 3x \Rightarrow x = 3.$$

Diketahui bahwa $x : y$ berbalik nilai dengan $s : t$. Dengan menggunakan sifat 5 diperoleh $xs = yt$.

Karena nilai $x = 3$, $y = 9$, $s = 27$ dan $xs = yt$ maka nilai $t = 9$.

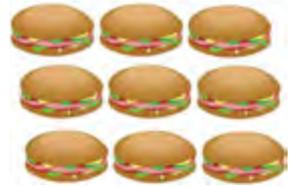


Uji Kompetensi - 5.2

A. Soal Aplikasi Perbandingan Senilai dan Berbalik Nilai

- Upik membuka usaha keripik kentang yang dipasarkan pada ibu-ibu di sekitar komplek upik tinggal. Agar pembeli tidak kecewa upik harus berusaha potongan kripiknya sebugus mungkin dan hampir sama panjangnya. Setelah digoreng Upik menimbang berat keripik kentang itu, ternyata dari 8 butir kentang diperoleh kripik dengan berat 1,2 ons.
 - Jika tetangga upik memesan 2 kg keripik, berapa butir kentang yang harus digoreng upik ?
 - Berapa butir kentang digoreng untuk membuat 6 kg keripik ?
 - Berapa kg keripik yang dihasilkan dari 60 butir kentang ?
 - Sajikan data perbandingan pada tabel dan gambarkan grafiknya pada koordinat kartesius?
- Setiap pagi sebelum berangkat sekolah, Koko dan semua anggota keluarganya sarapan kue serabi yang di siapkan ibunya. Karena disiapkan

sendiri
biayanya
lebih
murah
daripada
beli yang
sudah jadi. Biaya untuk membuat



- 1 lusin serabi adalah Rp15.000,00.
- Jika ibu hanya menyiapkan 8 potong serabi, berapa biaya yang harus dikeluarkan ibu?
 - Berapa biaya yang dikeluarkan ibu untuk sarapan keluarganya yang terdiri dari ibu, ayah dan tiga orang anaknya, bila tiap orang sarapan 2 kue ?
 - Berapa potong serabi yang diperoleh, jika biaya yang dikeluarkan Rp 5.000,00?
- Poni setiap hari menjual bermacam-macam buah-buahan segar dan sayur-sayuran di pasar tradisional. Karena Poni langsung mendapat



pasokan dari para petani, maka Poni bisa menjualnya dibawah harga supermarket. Jika harga 6 kg kembang kol sama dengan harga 2 sisir pisang, tentukanlah:

- a. Berapa perbandingan harga kembang kol dengan harga pisang?
 - b. Berapa sisir pisang dapat dibeli seharga 15 kg kembang kol?
 - c. Berapa kg kembang kol dapat dibeli seharga 4 sisir pisang?
 - d. Sajikan data perbandingan pada tabel dan gambarkan grafiknya!
4. Pak Sanusi memiliki sebuah toko Bunga. Dua hari sekali Preti selalu membersihkan dan merapikan kembali semua bunga-bunga pada setiap vas supaya pembeli terkesan memandangnya.

Preti adalah salah seorang karyawan



di toko itu yang bertanggung jawab untuk membersihkan dan menata kembali bunga-bunga tersebut

sekali dalam dua hari. Setiap kali membersihkan bunga-bunga tersebut, Preti selalu mengamati waktu yang diperlukan untuk membersihkan satu tangkai bunga hampir sama. Isi vas nomor 1 adalah 30 tangkai, vas nomor 2 adalah 27 tangkai, vas nomor 3 adalah 33 tangkai dan vas nomor 4 berisi 15 tangkai, untuk membersihkan dan menata vas yang nomor 1 memerlukan waktu selama 5 menit.

- a. Berapa waktu yang diperlukan untuk membersihkan bunga pada vas nomor 4?
 - b. Bunga pada vas nomor berapa yang terjual, jika waktu yang digunakan untuk membersihkan dan menata tiga vas bunga yang tinggal hanya 13 menit?
5. Untuk merayakan malam tahun baru bersama teman-temannya di Danau Singkarak, mulai sekarang Cony



membeli celengan dan akan diisinya dengan beberapa koin Rp1.000,- tiap hari. Jika setiap hari Cony memasukkan koin sebanyak 5 keping maka dalam waktu 4 bulan (1 bulan = 30 hari) celengannya sudah penuh dan cukup untuk biayanya selama di Danau

Singkarak tersebut.

- a. Berapa keping koin yang harus diisi Cony setiap hari agar celengannya penuh dalam waktu 10 bulan?
 - b. Tentukanlah banyak koin untuk mengisi celengan sampai penuh!
6. Jika naik bentor, Dheni akan sampai di sekolah dalam waktu 45 menit dengan kecepatan rata-rata bentor 20 km/jam. Berapa kecepatan rata-rata bentor agar Dheni sampai di sekolah dalam waktu 30 menit?



7. Perbaikan jalan akan selesai dikerjakan dalam waktu 3 bulan (1bulan = 30 hari) hari, jika dikerjakan oleh 16 orang tenaga. Setiap hari minggu (1 bulan ada 5 hari minggu) buruh libur bekerja. Berapa orang buruh harus ditambah agar jalan tersebut tetap selesai tepat waktu?
8. Pada kegiatan Rally, sebuah mobil akan sampai di garis finis dalam waktu 4,5 jam dengan



kecepatan rata-rata 63 km/jam. Setelah 2 jam berjalan, ban mobil biru pecah sehingga terpaksa berhenti mengganti ban selama 15 menit. Berapa kecepatan mobil biru dinaikkan agar tetap sampai di garis finish tepat waktu?

9. Untuk membangun ruang kelas baru sebanyak 2 kelas akan selesai dalam waktu 50 hari jika dikerjakan oleh 15 orang tukang. Setelah 20 hari bekerja bahan habis, pekerjaan terhenti 5 hari. Berapa orang tukang ditambah agar Ruang kelas itu tetap selesai tepat waktu?
10. Sebuah rak buku dapat memuat 36 buah buku yang tebalnya 8 milimeter. Berapa buah buku yang dapat diletakkan di rak tersebut jika tiap buku tebalnya 12 milimeter?



B. Selesaikanlah!

1. Perbandingan $2 : x$ senilai dengan $y : 27$ dan $\frac{y}{x} = \frac{1}{6}$. Tentukan nilai x dan y !
 2. Perbandingan $a : b$ berbalik nilai dengan $c : d$. Bila $bd = 175$ dan $a = 5$, maka nilai $d = \dots$
 3. Perbandingan $a : b$ senilai dengan $1 : 3$. Bila nilai $b = 3000$, maka nilai $a = \dots$
 4. Perbandingan $a : b$ berbalik nilai dengan $20 : 8$. Jika nilai $a = 2$, maka nilai $b = \dots$
 5. Perbandingan $x : y$ berbalik nilai dengan $s : t$. Diketahui $x : y = 3 : 5$ dan $y = \frac{1}{6}s$ dan $s - y = 25$, tentukan nilai x, y, s , dan t !
 6. Perbandingan $x : y$ senilai dengan $s : t$. Diketahui $x : y = 6 : 7$ dan $x = \frac{1}{6}s$ dan $s - x = 30$, tentukan nilai x, y, s , dan t !
-

3. SKALA SEBAGAI PERBANDINGAN

a. Konsep Skala



Gambar-5.13: Foto



Gambar-5.14: Peta

Kata skala sering kita temui pada benda-benda nyata, seperti pada peta dan gambar foto. Dalam hal ini, skala menyatakan perbandingan antara ukuran gambar dan ukuran sebenarnya atau sesungguhnya. Skala juga ditemui pada termometer suhu ada skala Celsius ($^{\circ}\text{C}$), skala Reamur ($^{\circ}\text{R}$), skala Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$). Perbandingan suhu dalam derajat Celsius, Reamur, dan Fahrenheit dinyatakan dengan rasio $5 : 4 : 9 + (32^{\circ})$. Mari kita lihat beberapa contoh permasalahan terkait dengan skala.

Contoh 5.9

1. Pada peta, jarak kota Medan dengan kota Parapat 2,4 cm. Pada peta tertulis skala $1:10.000.000$. Berapakah jarak antara kota Medan dengan Parapat yang sebenarnya?



Alternatif Penyelesaian

Jarak kota Medan ke kota Parapat = 2, 4 cm.

Skala peta adalah $1 : 10.000.000$, artinya jarak 1 cm pada peta mewakili

jarak 10.000. 000 cm pada jarak yang sesungguhnya.

Berarti jarak 2, 4 cm pada peta = $2, 4 \times 10.000. 000 = 24.000. 000$ cm

jarak yang sesungguhnya.

Jarak sebenarnya kota Medan ke Parapat = $24.000. 000$ cm = 240 km

2. Foto keluarga Pak Toni ukuran postcard dikirimkan pada kuis ceria anak Indonesia. Ukuran foto (20×10) cm². Jarak Pak Toni dengan anaknya Susi saat pemotretan 1,5 m. Pada foto tertulis skala 1 : 10. Berapakah jarak Pak Toni dengan Susi pada foto?



Alternatif Penyelesaian

Ukuran foto = (20×10) cm².

Skala 1 : 10.

Jarak 1 cm pada foto = 10 cm pada jarak yang sebenarnya.

Berarti jarak 1 cm yang sebenarnya = $\frac{1}{10}$ cm pada jarak foto.

Jarak Pak Toni dan Susi saat pemotretan = 1, 5m = $1, 5 \times 100 = 150$ cm.

Jarak Pak Toni dan Susi pada foto = $\frac{1}{10} \times 150 = 15$ cm.

Diskusi

Guru mengajak siswa dengan temannya satu kelompok, menyelesaikan Masalah-5.8 berikut. Bandingkan hasil kerja kelompok siswa yang satu dengan hasil kerja kelompok lain dan tampilkan hasilnya di depan kelas!



Masalah -5.8



Gambar 5.15 Foto suporter Timnas sepakbola Indonesia

Foto disamping berukuran $2 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$. Foto tersebut akan diperbesar sehingga berukuran $6 \text{ cm} \times 9 \text{ cm}$.

Kegiatan 8

- Berapa perbandingan panjang foto tersebut dengan panjang foto setelah diperbesar?
- Berapa perbandingan lebar foto tersebut dengan lebar foto setelah diperbesar?
- Berapa perbandingan luas foto tersebut dengan luas foto setelah diperbesar?
- Berapa perbandingan keliling foto tersebut dengan keliling foto setelah diperbesar?
- Apakah perbandingan panjang foto dengan foto setelah diperbesar sama dengan perbandingan lebar foto dengan foto setelah diperbesar?
- Apa yang dapat disimpulkan siswa ?

Contoh 5.10

1. Skala sebuah peta 1 : 1.000.000.

Jarak kota *A* dan *B* pada peta 8 cm. Berapa kilometer jarak sebenarnya antara kota *A* dan *B*?



Alternatif Penyelesaian

Jarak kota *A* dan *B* pada peta = 8 cm

Skala 1 : 1000.000

Jarak 1 cm pada peta = 1.000.000 cm pada jarak sebenarnya

$$\begin{aligned}\text{Jarak sebenarnya antara kota } A \text{ dan } B &= 1.000.000 \times 8 \text{ cm} \\ &= 8.000.000 \text{ cm} = 80 \text{ km}\end{aligned}$$

2. Jarak sebenarnya antara kota *A* dan kota *B* adalah 48 km.

Berapa skala pada peta, jika jarak kedua kota itu pada peta 3 cm?



Alternatif Penyelesaian

Jarak yang sesungguhnya antara kota *A* dan kota *B* = 48 km.

48 km = $48 \times 100.000 = 4.800.000$ cm. Perbandingan jarak pada peta dengan jarak sebenarnya

$$\text{adalah } = \frac{3 \text{ cm}}{4.800.000 \text{ cm}} = \frac{1}{1.600.000}$$

Jadi, skala peta = 1 : 1.600.000

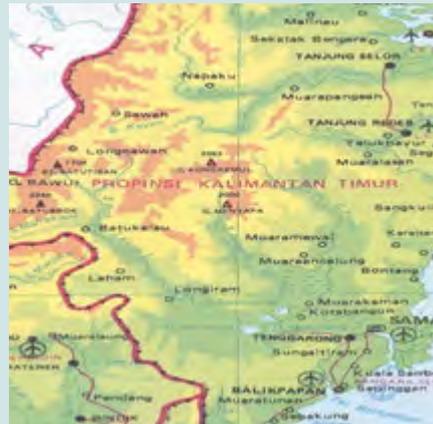
Diskusi

Guru mengajak siswa berdiskusi dengan temannya satu kelompok, untuk menyelesaikan Masalah-5.9 berikut. Bandingkan hasil kerja kelompok siswa yang satu dengan hasil kerja kelompok lain dan tampilkan hasilnya di depan kelas!



Masalah -5.9

Gambar berikut merupakan peta propinsi Kalimantan Timur yang dibuat dengan skala 1 : 6.000.000. Artinya 1 cm pada gambar mewakili 6.000.000 cm pada keadaan sebenarnya. Dalam hal ini skala adalah perbandingan antara jarak pada peta dengan jarak sebenarnya, atau 6.000.000 cm pada keadaan sebenarnya digambar dalam peta 1 cm.



Kegiatan 9

- Dengan menggunakan penggaris ukurlah jarak antara kota Samarinda dengan kota Balikpapan!
- Berapakah jarak sebenarnya?
- Dengan menggunakan penggaris ukurlah jarak antara gunung Kongkemul dengan gunung Menyapa!
- Berapakah jarak sebenarnya?
- Jarak antara kota Samarinda dengan kota Tarakan pada peta 8 cm, jarak sebenarnya 240 km, berapakah skala peta tersebut?

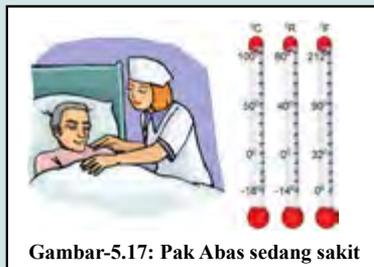
b. Operasi Hitung Menggunakan Perbandingan dan Skala

Banyak permasalahan kehidupan sehari-hari yang melibatkan perbandingan dan skala dalam pemecahannya. Perhatikan beberapa permasalahan berikut.

Masalah -5.10

Termometer Celcius menunjukkan suhu badan Pak Abas 40°C .

- Berapa derajat Reamur suhu badan Pak Abas?
- Berapa derajat Fahrenheit suhu badan Pak Abas?



Gambar-5.17: Pak Abas sedang sakit



Alternatif Penyelesaian

Suhu badan Pak Abas = 40°C .

Perbandingan suhu pada termometer Celcius dan Reamur = 5 : 4.

$$40^{\circ}\text{C} = \frac{4}{5} \times 40^{\circ} = \frac{4 \times 40}{5} = \frac{160}{5} = 32^{\circ}\text{R}$$

Jadi suhu badan Pak Abas adalah 32°R .

Perbandingan suhu pada termometer Celcius dan Fahrenheit = 5 : 9 dengan skala nol pada termometer Celcius sesuai dengan skala 32 termometer Fahrenheit

$$40^{\circ}\text{C} = \left(\frac{9}{5} \times 40^{\circ} \right) + 32^{\circ} = \frac{9 \times 40^{\circ}}{5} + 32^{\circ} = \frac{360^{\circ}}{5} + 32^{\circ} = 72^{\circ} + 32^{\circ} = 104^{\circ}\text{F}$$

Jadi suhu badan Pak Abas adalah 104°F .

Contoh 5.11

Jumlah tinggi Awi dan Ibunya 240 cm. Tinggi Awi ditambah 10 cm sama dengan $\frac{3}{5}$ tinggi Ibunya. Berapa cm selisih tinggi Awi dengan tinggi Ibunya?



Gambar-5.18: Awi dan Ibunya



Alternatif Penyelesaian

Jumlah Tinggi Awi dan Ibunya = 240 cm.

Misal Tinggi Awi adalah t cm.

$$t + 10 \text{ cm} = \frac{3}{5} \text{ tinggi Ibunya.}$$

Jumlah perbandingan tinggi Awi + 10 cm dengan Ibunya adalah 8.

$$\text{Tinggi Ibu Awi} = \frac{5}{8} \times (240 + 10) = \frac{5}{8} \times 240 = 150 \text{ cm.}$$

$$\text{Tinggi Awi} + 10 \text{ cm} = \frac{3}{8} \times 240 = 3 \times 30 = 90 \text{ cm.}$$

$$\text{Tinggi Awi} = (90 - 10) = 80 \text{ cm.}$$

$$\text{Selisih tinggi Awi dari Tinggi Ibunya} = 150 - 80 = 70 \text{ cm.}$$

Masalah -5.11



Gambar 5.19: Danau Toba

Pada peta Indonesia yang berskala 1 : 12.000.000. Lebar Danau Toba dari Parapat ke Pulau Samosir 0,1 cm. Sebuah kapal Ferry berangkat dari Parapat pukul 08.00 WIB menuju Pulau Samosir. Pukul berapa Ferry sampai di Pulau Samosir, jika kecepatan rata-rata 24 km/jam?



Alternatif Penyelesaian

Danau Toba dari Parapat ke pulau Samosir pada peta = 0,1 cm.

Skala peta 1 : 12.000.000, berarti

jarak 1 cm pada peta = 12. 000. 000 pada jarak sebenarnya.

Lebar Danau sebenarnya = 12.000.000 × 0,1 cm = 12 km.

Lama perjalanan Feri = $\frac{12 \text{ km}}{24 \text{ km/jam}} = \frac{1}{2} \text{ jam} = \frac{1}{2} \times 60 \text{ menit} = 30 \text{ menit}$

Sampai di P. Samosir = 08.00 + $\frac{1}{2}$ jam = 08.30.

Jadi, tiba di Pulau Samosir pukul 08.30 WIB

Dari berbagai masalah dan contoh yang telah dikaji di atas, kita sepakati pengertian skala sebagai berikut.



Definisi 5.4

Skala adalah suatu perbandingan yang menyatakan hubungan antara ukuran objek pada gambar denah atau peta dengan ukuran objek yang sebenarnya.

$$\text{Skala} = \frac{\text{Ukuran Objek pada Gambar}}{\text{Ukuran Objek Sebenarnya}}$$



Uji Kompetensi - 5.3

1. Jarak kota Jakarta dengan Bandung adalah 200 km. Berapa skala pada peta, jika jarak kedua kota itu pada peta 12 cm?
2. Pada suatu peta, jarak 20 km ditunjukkan dengan jarak 4 cm. Berapa kilometer jarak yang ditunjukkan dengan panjang 16 cm?
3. Sebuah peta berskala 1 : 10.000.000. Jarak kota Jambi dan Palembang pada peta jaraknya 2,4 cm. Seorang sopir bis berangkat dari kota Jambi menuju kota Palembang dengan kecepatan rata-rata 80 km per jam. Selama perjalanannya, ia berhenti istirahat sebanyak 1 kali selama 30 menit. Ia tiba di kota Palembang pukul 10.30 WIB.
 - a. Berapa jam bis itu di perjalanan?
 - b. Pukul berapa sopir bis itu berangkat dari kota Jambi?

4. Lengkapi tabel berikut!

No.	Skala	Jarak pada peta/photo	Jarak sebenarnya
A	1 : 120	... cm	1 cm
B	1 : 200.000	2 cm	... km
C	1 : 20	... cm	6 cm
D	1 : 1	100 cm	... m

5. Di samping rumah Reza, terdapat sebidang tanah berbentuk persegi panjang. Ayahnya merencanakan akan menanam berbagai jenis tanaman obat. Keliling tanah 40 m, dan perbandingan ukuran panjang dan lebarnya adalah 5 : 3. Gambarlah keadaan tanah itu dan tentukan panjang dan lebarnya!
6. Ikhsan memiliki 3 orang anak. Pada suatu hari ketiga anaknya terkena flu. Sampai di rumah sakit diperoleh data bahwa suhu badan ketiga anak itu masing-masing, 40°C , $39,5^{\circ}\text{C}$, dan $40,6^{\circ}\text{C}$.

Ubahlah ketiga suhu badan itu dalam derajat Reamur dan Fahrenheit!

7. Bu Leny memiliki 2 jenis piring. Jumlah semuanya 8 lusin. Banyak piring jenis pertama $\frac{5}{3}$ dari banyak piring jenis kedua. Berapa banyak masing-masing jenis piring itu?
8. Jarak kota A dan B pada peta 5 cm. Peta itu berskala 1 : 1.200.000. Amir dengan mengendarai sepeda motor berangkat dari kota A pukul 06.45 dengan kecepatan 45 km per jam. Di tengah jalan Amir berhenti selama $\frac{1}{4}$ jam. Pukul berapa Amir tiba di kota B?
9. Jumlah kelereng Robin, Cecep, dan Budi 248 butir. Banyak kelereng Robin $\frac{4}{5}$ kali banyaknya kelereng Cecep. Tetapi banyak kelereng Budi sama banyak dengan kelereng Cecep. Berapa banyak kelereng mereka masing-masing?
10. Ketika Noni berumur 12 tahun, Lily dilahirkan. Jumlah umur Noni dan Lily sekarang 27 tahun. Berapa tahun umur Noni sekarang ?
11. Skala sebuah peta 1 : 1.500.000. Jarak kota A dan B pada peta itu 6 cm. Jarak sebenarnya kota A dan B = ... km.
12. Tentukan nilai a , b , dan c apabila $a + b = 80$, $a : b = 3 : 5$, dan $c = \frac{5}{3}b$.
13. Jarak sebenarnya kota A dan B adalah 80 km. Pada peta jarak kota A dan B tersebut 3 cm. Tentukan skala peta itu!
14. Jelaskan perbedaan pecahan, rasio, dan perbandingan.
15. Buktikan bahwa luas foto dengan skala 1 : n adalah $1/n^2$ luas aslinya.

Projek

Lihat peta kabupaten tempat tinggalmu. Temukan letak rumahmu, letak sekolahmu, letak tempat yang paling sering kamu kunjungi, dan beberapa tempat lain. Ukur jarak tempat-tempat tersebut dan tentukan jarak sebenarnya dari rumahmu.

Hitung jarak yang kamu tempuh dalam 1 bulan untuk mengunjungi tempat-tempat tersebut dari rumahmu. Buat laporan hasil pengamatanmu dan persentasikan di depan kelas.



D. PENUTUP

Berdasarkan sajian materi terkait berbagai konsep dan sifat-sifat perbandingan dan skala di atas, beberapa hal penting dapat kita rangkum sebagai berikut.

1. Perbandingan adalah suatu relasi atau hubungan antara ukuran-ukuran dua atau lebih objek dalam suatu kumpulan.
2. Rasio adalah pasangan terurut dari bilangan-bilangan atau ukuran objek yang digunakan untuk menyatakan sebuah perbandingan antara bilangan-bilangan atau ukuran-ukuran tersebut.
3. Dua perbandingan atau lebih dikatakan senilai jika dan hanya jika nilai perbandingannya sama atau seharga atau sebanding. Misalkan a , b , c , dan d adalah bilangan real positif atau ukuran objek. Perbandingan $a : b$ dan $c : d$ dikatakan senilai jika dan hanya jika
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

- 
4. Misalkan a , b , c , dan d adalah bilangan bulat positif atau ukuran objek objek. Perbandingan $a : b$ dan $c : d$ dikatakan berbalik nilai jika dan hanya jika
- $$\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$$
5. Skala adalah suatu perbandingan yang menyatakan hubungan antara ukuran objek pada gambar atau peta dengan ukuran objek yang sebenarnya. Skala dirumuskan dengan,

$$\text{Skala} = \frac{\text{Ukuran Objek pada Gambar}}{\text{Ukuran Objek Sebenarnya}}$$

Konsep perbandingan dan skala yang telah dibahas di atas, kita peroleh dari situasi nyata kehidupan. Konsep-konsep ini sangat berguna dalam pemecahan masalah dalam kehidupan siswa sehari-hari. Oleh karena itu, siswa diharapkan memahami konsep yang telah kita temukan.

Pada Bahasan 6 (Bab 6), kita akan mempelajari tentang persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel. Sama halnya dengan penemuan kembali konsep perbandingan dan skala melalui pemecahan masalah nyata, akan kita temukan konsep dan sifat-sifat persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel dari berbagai situasi nyata kehidupan di sekitar kita. Penguasaan siswa pada materi garis dan sudut adalah prasyarat utama dalam mempelajari materi persamaan dan pertidaksamaan linier.

Persamaan dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

A. KOMPETENSI DASAR DAN PENGALAMAN BELAJAR

Kompetensi Dasar	Pengalaman Belajar
<p>Melalui proses pembelajaran persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel, siswa mampu:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. menunjukkan sikap logis, kritis, analitik, konsisten dan kritis, bertanggung jawab, responsif, dan tidak mudah menyerah dalam memecahkan masalah. 2. memiliki rasa ingin tahu, percaya diri, dan ketertarikan pada matematika serta memiliki rasa percaya pada daya dan kegunaan matematika yang terbentuk melalui persamaan belajar. 3. menentukan nilai variabel dalam persamaan dan pertaksamaan linear satu variabel 4. membuat dan menyelesaikan model matematika dari masalah nyata yang berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel. 	<p>Melalui proses pembelajaran persamaan dan pertidaksamaan linear dua variabel, siswa memiliki pengalaman belajar sebagai berikut.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Terlatih berpikir kritis dan kreatif 2. Menemukan ilmu pengetahuan dari pemecahan masalah nyata 3. Dilatih bekerjasama dalam ke-lompok belajar (tim) untuk mene-mukan solusi permasalahan 4. Dilatih mengajukan ide-ide se-cara bebas dan terbuka 5. Merasakan manfaat matematika dalam kehidupan sehari-hari

Istilah Penting:

- ✓ Variabel
- ✓ Persamaan
- ✓ Pertidaksamaan
- ✓ Linear
- ✓ Bentuk setara
- ✓ Himpunan penyelesaian

B. PETA KONSEP



C. MATERI PEMBELAJARAN



- ◆ Membangun persepsi positif siswa dengan menunjukkan proses penemuan konsep dan aturan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel menggunakan objek-objek nyata pengamatan. Guru menunjukkan berbagai manfaat materi persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel dalam memecahkan masalah nyata. Siswa diajak berpikir dan mengajukan ide-ide secara bebas dan terbuka baik secara individu maupun kelompok dalam menanggapi pemecahan masalah dan bekerjasama memecahkannya. Hasil kerja kelompok disajikan di depan kelas dan meminta kelompok lain menanggapi hasil pemikiran kelompok penyaji. Jika terdapat perbedaan pemikiran, guru menjembatani dan memberikan kepastian hasil pemecahan masalah bersama siswa. Sekarang mari kita amati berbagai objek nyata yang diajukan untuk menemukan konsep dan aturan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel.

1. MENEMUKAN KONSEP PERSAMAAN LINEAR SATU VARIABEL

a. Menemukan Konsep kalimat tertutup

Dua orang siswa, Toman dan Rizky sedang melakukan latihan percakapan menggunakan bahasa Indonesia pada pelajaran bahasa Indonesia. Percakapan kedua siswa itu sebagai berikut.

Toman : Siapakah presiden pertama Republik Indonesia?

Rizky : Presiden pertama Republik Indonesia adalah Ir. Soekarno.

Rizky : Siapakah pencipta lagu Indonesia Raya?

Toman : Pencipta lagu Indonesia Raya adalah Kusbini.

Rizky : Berapakah dua ditambah lima?

Toman : Dua ditambah lima sama dengan tujuh.

Rizky : Berapakah enam dikurang satu?

Toman : Enam dikurang satu adalah sepuluh.

Perhatikan kalimat-kalimat dalam percakapan Toman dan Rizky di atas. Kalimat-kalimat tersebut dapat dikelompokkan ke dalam tiga kelompok sebagai berikut.

(1) kelompok kalimat yang tidak dapat dinyatakan benar maupun salah, yaitu:

- Siapakah presiden pertama Republik Indonesia?
- Siapakah pencipta lagu Indonesia Raya?
- Berapakah dua ditambah lima?
- Berapakah enam dikurang satu?

Kalimat-kalimat ini merupakan kalimat pertanyaan (*interogatif*) sehingga kalimatnya tidak dapat dinyatakan benar atau salah.

(2) kelompok kalimat yang dinyatakan benar

- Presiden pertama Republik Indonesia adalah Ir. Soekarno.
- Dua ditambah lima sama dengan tujuh.

(3) kelompok kalimat yang dinyatakan salah

- Pencipta lagu Indonesia Raya adalah Kusbini.
- Enam dikurang satu adalah sepuluh.

Kelompok kalimat (2) dan kalimat (3) merupakan kelompok kalimat berita (*deklaratif*) yang dapat dinyatakan benar saja atau salah saja dan tidak kedua-duanya. Kalimat yang dapat dinyatakan benar saja atau salah saja dan tidak kedua-duanya disebut dengan *kalimat tertutup* atau disebut juga *pernyataan*.

Perhatikan kembali kalimat-kalimat berikut.

1. Negara Republik Indonesia ibukotanya Jakarta.
2. Bilangan prima terkecil adalah 3.
3. $10 + 20 = 100$.
4. Dua adalah bilangan ganjil.

Dari keempat kalimat di atas, kalimat manakah yang dinyatakan bernilai benar? Kalimat manakah yang dinyatakan bernilai salah?

Dari contoh kalimat-kalimat di atas, diberikan definisi kalimat tertutup sebagai berikut.



Definisi 6.1

Kalimat tertutup adalah kalimat berita (deklaratif) yang dapat dinyatakan nilai kebenarannya, bernilai benar atau salah, dan tidak keduanya.

b. Menemukan Konsep Kalimat Terbuka

Perhatikan kalimat berikut!

1. Negara Republik Indonesia ibukotanya x .
2. Provinsi m terletak di Sulawesi.
3. Dua ditambah a sama dengan delapan.
4. $b + 28 = 40$
5. $x + 4 = 10$

Perhatikan kelima kalimat di atas! Kalimat-kalimat tersebut tidak dapat dinyatakan benar atau salah sebab ada unsur yang belum diketahui nilainya. Kelima contoh kalimat di atas merupakan contoh kalimat terbuka.

Pada kalimat (1), unsur tersebut adalah x .

- Jika x diganti menjadi 'Jakarta' maka kalimat itu dinyatakan benar.
- Jika x diganti menjadi 'Samarinda' maka kalimat itu dinyatakan salah.



Latihan

Sebagai latihan siswa:

- Temukanlah unsur-unsur yang nilainya belum diketahui dari kalimat (2), (3), (4), dan (5) di atas.
- Gantilah nilai-nilai yang belum diketahui itu agar menjadi kalimat yang dinyatakan benar!
- Gantilah nilai-nilai yang belum diketahui itu agar menjadi kalimat yang dinyatakan salah!

Unsur-unsur yang nilainya belum diketahui pada kalimat (1) s/d kalimat (5) di atas disebut dengan variabel.

Pahamilah ilustrasi berikut!



Gambar 6.1 Udin dengan Tas Sekolahnya

Udin membawa sebuah tas ke sekolah. Sesampainya di sekolah Udin bertanya kepada teman-temannya, tentang berapa banyak buku yang ada di dalam tasnya. Tidak semua temannya menjawab sama. Ada yang menjawab “banyaknya buku di dalam tas Udin ada 12 buku”, sebagian lagi menjawab “banyaknya buku di dalam tas Udin ada 15 buku”, sedangkan yang lain menjawab “banyaknya buku di dalam tas Udin ada 18 buku”.

Perbedaan jawaban itu terjadi karena sesungguhnya mereka tidak tahu pasti berapa banyak buku yang ada di dalam tas Udin. Jika suatu kalimat tidak dapat dinyatakan “benar” atau “salah” maka kalimat tersebut dinamakan “*Kalimat Terbuka*”.

Berdasarkan contoh dan ilustrasi di atas, diberikan definisi variabel dan definisi kalimat terbuka sebagai berikut.



Definisi 6.2

Variabel adalah simbol/lambang yang mewakili sebarang anggota suatu himpunan semesta.

Suatu variabel biasanya dilambangkan dengan huruf kecil.



Definisi 6.3

Kalimat terbuka adalah kalimat yang belum dapat ditentukan nilai kebenarannya, bernilai benar saja atau salah saja.

Contoh 6.1

- a. Dua dikurang m sama dengan satu.
Merupakan kalimat terbuka karena memiliki variabel yaitu m .
- b. y adalah bilangan prima yang lebih dari empat.
Merupakan kalimat terbuka yang memiliki variabel y .
- c. $x + 7 = 9$.
Merupakan kalimat terbuka karena memiliki variabel yaitu x .
- d. $4 + b > 10$.
Merupakan kalimat terbuka karena memiliki variabel yaitu b .
- e. $2a - 4 < 31$
Merupakan kalimat terbuka karena memiliki variabel yaitu a .

Sedangkan

- f. $2 + 3 = 5$.
Bukan kalimat terbuka karena tidak mengandung variabel.
- g. $4 - 9 > 5$
Bukan kalimat terbuka karena tidak mengandung variabel.



Latihan

Sebagai latihan siswa:

- Buatlah 5 buah contoh kalimat terbuka dengan variabel a , b , c , d , dan e .
- Buat juga 5 buah bukan contoh kalimat terbuka.

c. Menemukan Konsep Persamaan Linear Satu Variabel

Contoh 6.2

Perhatikan contoh-contoh kalimat terbuka berikut.

(1) $x + 7 = 9$

(2) $4 + b > 10$

(3) $b^2 + c + 28 = 31$

(4) $2a - 4 < 31$

(5) $x + 10y = 100$

(6) $m - 4 = 8$

(7) $2p + 10 = 1$

(8) $3x - y \geq 2y - 4$

(9) $13 - 2m \leq 9m$

(10) $x^2 + y = 0$

Temukan fakta-fakta berkaitan dengan contoh kalimat terbuka di atas.

Penyelesaian

Dari kalimat terbuka (1), (2), dan (3) di atas diperoleh fakta-fakta berikut.

(1) Kalimat terbuka $x + 7 = 9$

- memiliki satu variabel, yaitu x .
- dihubungkan dengan relasi sama dengan ($=$).
- pangkat tertinggi variabel x adalah 1.
- jika x diganti menjadi 2, maka $2 + 7 = 9$ merupakan pernyataan yang bernilai benar.
- jika x diganti menjadi 3, maka $3 + 7 = 9$ merupakan pernyataan yang bernilai salah.

(2) Kalimat terbuka $4 + b > 10$

- memiliki satu variabel, yaitu b .
- dihubungkan dengan relasi lebih dari ($>$).
- pangkat tertinggi variabel b adalah 1.
- jika b diganti menjadi 7, maka $4 + 7 > 10$ merupakan pernyataan yang bernilai benar.

- jika b diganti menjadi 1, maka $4 + 1 > 9$ merupakan pernyataan yang bernilai salah.

(3) Kalimat terbuka $b^2 + c + 28 = 31$

- memiliki dua buah variabel yaitu b dan c .
- dihubungkan dengan relasi sama dengan ($=$).
- pangkat variabel b adalah 2 dan pangkat variabel c adalah 1, sehingga pangkat tertinggi variabelnya adalah 2.
- jika b diganti menjadi 1 dan c menjadi 2, maka $1^2 + 2 + 28 = 32$ merupakan pernyataan yang bernilai benar.
- jika b diganti menjadi 2 dan c menjadi 3, maka $2^2 + 3 + 28 = 32$ merupakan pernyataan yang bernilai salah.

Cermatilah hal-hal berikut.

Dari kalimat terbuka (1) s.d (10) pada contoh di atas dapat dikatakan,

- Kalimat terbuka (1), (3), (5), (6), (7), dan (10) merupakan contoh-contoh persamaan.
- Kalimat terbuka (1), (6), dan (7) merupakan contoh-contoh persamaan linear satu variabel.
- 2 merupakan anggota himpunan penyelesaian dari kalimat terbuka (1).
- 7 merupakan anggota himpunan penyelesaian dari kalimat terbuka (2).



Latihan

Sebagai latihan siswa:

Temukanlah fakta-fakta yang ada pada kalimat terbuka (4) s.d (10)! Jika siswa tidak paham silahkan berdiskusi dengan temannya dan bertanyalah pada guru.

Masalah - 6.1

Permen



Gambar 6.2 Permen

Siti membeli 20 buah permen dari sebuah warung yang ada di dekat rumahnya. Sesampainya di rumah, adik-adiknya (Sri, Abdi, dan Putra) meminta permen tersebut sehingga permen Siti sekarang tinggal 14 buah.

- (1) Ubahlah cerita tersebut kedalam kalimat terbuka dalam matematika!
- (2) Berapa banyak permen yang diminta ketiga adiknya?
- (3) Temukanlah fakta-fakta dari kalimat terbuka yang kamu peroleh.



Alternatif Penyelesaian

Misalkan x adalah permen yang diminta oleh ketiga adik Siti.

- (1) Kalimat terbukanya adalah $20 - x = 14$.
- (2) Karena permen Siti tinggal 14, berarti permen yang diminta adiknya sebanyak 6 buah.
- (3) Fakta-fakta dari kalimat terbuka $20 - x = 14$ yaitu:
 - Menggunakan relasi sama dengan ($=$).
 - Memiliki satu variabel yaitu x .
 - Pangkat variabel x adalah 1.
 - Jika x diganti jadi 6 maka $20 - 6 = 14$ merupakan kalimat yang dinyatakan benar.

Beberapa hal yang dapat disimpulkan dari kalimat terbuka $20 - x = 14$ adalah sebagai berikut.

- a) Merupakan contoh persamaan.
- b) Merupakan contoh persamaan linear satu variabel.
- c) Himpunan penyelesaiannya adalah $\{6\}$.

Dari contoh-contoh dan alternatif penyelesaian Masalah 6.1 di atas, diberikan definisi persamaan, definisi persamaan linear satu variabel, dan definisi himpunan penyelesaian sebagai berikut.



Definisi 6.4

Persamaan adalah kalimat terbuka yang menggunakan relasi sama dengan ($=$).



Definisi 6.5

Persamaan linear satu variabel adalah suatu persamaan yang berbentuk $ax + b = 0$

a : koefisien (a anggota bilangan real dan $a \neq 0$).

b : konstanta (b anggota bilangan real).

x : variabel (x anggota bilangan real).



Definisi 6.6

Penyelesaian persamaan linear adalah nilai-nilai variabel yang memenuhi persamaan linear.



Definisi 6.7

Himpunan penyelesaian persamaan linear adalah himpunan semua penyelesaian persamaan linear.



Pertanyaan Kritis

Perhatikan Definisi 6.5 di atas, mengapa disyaratkan koefisien $a \neq 0$?

Contoh 6.3

Adi menabung sisa uang jajannya selama 10 hari sebesar Rp10.000,00. Setiap hari Adi menyisihkan uang yang sama banyaknya. Berapa rupiahkah Adi menyisihkan uangnya setiap hari?

Penyelesaian

Misalkan a adalah banyaknya uang yang ditabung Adi setiap hari. Jika Adi menabung 10 hari, maka diperoleh persamaan:

$$10 \times a = 10.000$$

$$a = \frac{10.000}{10} = 1.000$$

Berarti setiap hari Adi menabung sebesar Rp1.000,00.



Uji Kompetensi - 6.1

1. Perhatikan kalimat-kalimat berikut.
 - a) Samarinda adalah ibukota propinsi Kalimantan Timur.
 - b) $2 + 3 = 6$
 - c) 2 adalah bilangan prima terkecil dan merupakan bilangan genap.
 - d) $4b - 9 = 4b - 9$Manakah dari antara kalimat tersebut yang merupakan kalimat tertutup dan kalimat terbuka?
2. Manakah di bawah ini yang merupakan Persamaan linear Satu Variabel?
 - a. $2x - 4 = 8$
 - b. $-4 + 3s = 24$
 - c. $-8 - d^2 = 32$
 - d. $5(u - 2) = u - 2$
3. Tentukan nilai x , jika $(2x + 1) + (2x + 2) + (2x + 3) + \dots + (2x + 50) = 4275$.
4. Sebuah pesawat mula-mula terbang pada ketinggian 3.500 kaki di atas permukaan laut. Karena gumpalan awan, pesawat terbang naik sampai ketinggian 8.000 kaki. Tentukan kenaikan posisi pesawat dengan penjumlahan bilangan bulat!
5. Harga 1 kg Alpukat satu bulan yang lalu Rp6.000,00. Karena sekarang sedang musim Alpukat, harganya di pasaran turun hingga Rp2.000,00 per kg. Coba tentukan harga penurunan Alpukat dengan penjumlahan bilangan bulat!
6. Lina menyiapkan 40 kotak kue untuk ulang tahunnya. Kue tersebut dibawa ke kelas untuk dibagikan ke teman sekelasnya masing-masing satu. Karena ada temannya yang tidak masuk, maka ada kotak kue yang tersisa.
 - a. Buat kalimat tertutup yang menyatakan banyaknya kue yang dibagikan dengan murid yang tidak masuk.
 - b. Bila yang tidak masuk 3 orang, berapakah kotak kue yang dibagikan?

2. BENTUK SETARA (EKUIVALEN) PERSAMAAN LINEAR SATU VARIABEL

Masalah - 6.2

Nining, Cindy, dan Maya adalah tiga orang siswa di kelas VII SMP. Banyak buku bacaan matematika yang dimiliki Nining ditambah dengan banyak buku bacaan matematika yang dimiliki Maya adalah 3. Banyak buku bacaan matematika yang dimiliki Nining ditambah dengan banyak buku bacaan matematika yang dimiliki Cindy adalah 4. Banyak buku bacaan matematika yang dimiliki oleh Maya adalah 1 dan buku bacaan matematika yang dimiliki oleh Cindy adalah 2.

Berapa sesungguhnya buku bacaan matematika yang dimiliki oleh Nining?



Alternatif Penyelesaian

Misalkan x adalah banyak buku bacaan matematika yang dimiliki Nining.

Banyak buku bacaan matematika yang dimiliki Maya adalah 1.

Banyak buku bacaan matematika yang dimiliki Cindy adalah 2.

Dari Masalah 6.2 di atas dapat kita bentuk persamaan linear satu variabel sebagai berikut.

$$x + 1 = 3 \dots\dots\dots(1)$$

$$x + 2 = 4 \dots\dots\dots(2)$$

Dari persamaan (1) diperoleh $x = 2$.

Dari persamaan (2) diperoleh $x = 2$.

Dengan demikian, banyak buku bacaan matematika yang dimiliki oleh Cindy adalah 2.

Perhatikan kembali persamaan (1) dan persamaan (2) pada alternatif penyelesaian masalah 6.2 di atas!

Persamaan linear (1) dan (2) memiliki himpunan penyelesaian yang sama yaitu $\{2\}$.
Persamaan linear (1) dan persamaan linear (2) disebut dua buah persamaan yang setara atau ekuivalen.

Perhatikan kembali persamaan linear satu variabel berikut!

$$(1) \quad 2a - 8 = 10$$

$$(2) \quad 2a - 6 = 12$$

$$(3) \quad 2a - 9 = 9$$

$$(4) \quad a - 4 = 5$$

Jika persamaan itu kita selesaikan, akan kita peroleh.

$$(1) \quad 2a - 8 = 10, \text{ himpunan penyelesaiannya adalah } \{9\}.$$

$$(2) \quad 2a - 6 = 12, \text{ himpunan penyelesaiannya adalah } \{9\}.$$

$$(3) \quad 2a - 9 = 9, \text{ himpunan penyelesaiannya adalah } \{9\}.$$

$$(4) \quad a - 4 = 5, \text{ himpunan penyelesaiannya adalah } \{9\}.$$

Ternyata keempat persamaan linear itu memiliki himpunan penyelesaian yang sama. Keempat persamaan itu merupakan persamaan yang setara atau ekuivalen.

Dari alternatif penyelesaian Masalah 6.2 dan uraian di atas, kita definisikan persamaan yang setara atau ekuivalen sebagai berikut



Definisi 6.8

Dua atau lebih persamaan linear dikatakan setara atau ekuivalen jika himpunan penyelesaian persamaan itu sama tetapi bentuk persamaannya berbeda, dilambangkan dengan \Leftrightarrow .

Contoh 6.4

- a. $x - 4 = 8$ ekuivalen dengan $x - 5 = 7$, karena himpunan penyelesaiannya adalah sama yaitu $\{12\}$. Dengan menggunakan lambang ekuivalen ditulis: $x - 4 = 8 \Leftrightarrow x - 5 = 7$.
- b. $2y + 6 = 16$ ekuivalen dengan $2y - 10 = 0$, karena himpunan penyelesaiannya adalah sama yaitu $\{5\}$. Dengan menggunakan lambang ekuivalen ditulis:
 $2y + 6 = 16 \Leftrightarrow 2y - 10 = 0$.
- c. $x - 4 = 8$ tidak ekuivalen dengan $x - 4 = 10$, karena himpunan penyelesaiannya berbeda. Pada persamaan $x - 4 = 8$ himpunan penyelesaiannya adalah $\{12\}$, sedangkan pada persamaan $x - 4 = 10$ himpunan penyelesaiannya adalah $\{14\}$.



Latihan

Sebagai latihan siswa:

Temukanlah 5 buah persamaan yang setara atau ekuivalen dengan persamaan $4 - 2b = 6$!



Pertanyaan Kritis

Berapa banyak persamaan yang ekuivalen dengan persamaan $4 - 2b = 6$?
Berikan alasanmu!

Konsep persamaan dapat kita terapkan pada konsep timbangan sebagai berikut. Timbangan akan seimbang apabila berat suatu benda di sebelah kiri sama dengan berat suatu benda di sebelah kanan. Perhatikan Gambar 6.3 berikut.



Gambar 6.3 Kesetimbangan

Pada gambar (i) terlihat bahwa berat benda di sebelah kiri sama dengan berat benda di sebelah kanan sehingga disebut setimbang. Pada gambar (ii) berat benda di sebelah kiri tidak sama dengan berat benda di sebelah kanan maka disebut tidak setimbang. Prinsip kesetimbangan seperti Gambar 6.3 di atas, akan kita gunakan untuk menyelesaikan Masalah 6.3 berikut.

Masalah - 6.3

Ketika belajar kesetimbangan di sekolah, Simon ingin mempraktekkannya di rumah. Setelah pulang sekolah dia melihat di rumahnya ada 10 buah bola besi yang sama dan dua buah lempengan besi yang juga sama. Informasi dari orangtuanya bahwa satu buah bola besi beratnya 1 kg, tetapi berat lempengan besi tidak diketahuinya. Penasaran ingin mengetahui berapa berat lempengan besi sesungguhnya, ia melakukan percobaan sebagai berikut.

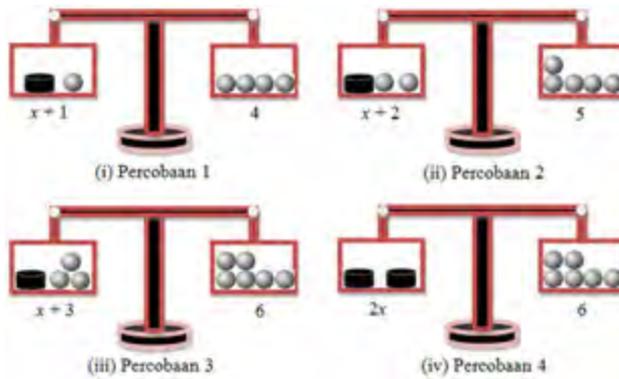
- (1) Pada percobaan pertama dia menemukan bahwa 1 buah lempengan besi ditambah dengan 1 buah bola besi setimbang dengan 4 buah bola besi.
- (2) Pada percobaan kedua dia menemukan bahwa 1 buah lempengan besi ditambah dengan 2 buah bola besi setimbang dengan 5 buah bola besi.
- (3) Pada percobaan ketiga dia menemukan bahwa 1 buah lempengan besi ditambah dengan 3 buah bola besi setimbang dengan 6 buah bola besi.
- (4) Pada percobaan kelima dia menemukan bahwa 2 buah lempengan besi setimbang dengan 6 buah bola besi.

Berapa berat lempengan besi yang sesungguhnya?



Alternatif Penyelesaian

Ilustrasi percobaan Simon di atas, kita tunjukkan lewat gambar di bawah.



Gambar 6.4 Percobaan pada Kesetimbangan

Misalkan x adalah berat satu buah lempengan besi.

Dari keempat percobaan itu, kita temukan persamaan linear satu variabel sebagai berikut.

- Dari percobaan (1), 1 buah lempengan besi ditambah dengan 1 buah bola besi setimbang dengan 4 buah bola besi, sehingga berat 1 buah lempengan besi sama dengan berat 3 buah bola besi. Dengan demikian karena 1 buah bola besi beratnya 1 kg, maka berat 1 buah lempengan besi adalah 3 kg. Persamaan linear satu variabel yang kita peroleh adalah $x + 1 = 4$.
- Dari percobaan (2), 1 buah lempengan besi ditambah dengan 2 buah bola besi setimbang dengan 5 buah bola besi, sehingga berat 1 buah lempengan besi sama dengan berat 3 buah bola besi. Dengan demikian karena 1 buah bola besi beratnya 1 kg, maka berat 1 buah lempengan besi adalah 3 kg. Persamaan linear satu variabel yang kita peroleh adalah $x + 2 = 5$.
- Dari percobaan (3), 1 buah lempengan besi ditambah dengan 3 buah bola besi setimbang dengan 6 buah bola besi, sehingga berat 1 buah lempengan besi sama dengan berat 3 buah bola besi. Dengan demikian karena 1 buah bola besi beratnya 1 kg, maka berat 1 buah lempengan besi adalah 3 kg. Persamaan linear satu variabel yang kita peroleh adalah $x + 3 = 6$.

- Dari percobaan (4), 2 buah lempengan besi setimbang dengan 6 buah bola besi, sehingga berat 1 buah lempengan besi sama dengan berat 3 buah bola besi. Dengan demikian karena 1 buah bola besi beratnya 1 kg, maka berat 1 buah lempengan besi adalah 3 kg.

Persamaan linear satu variabel yang kita peroleh adalah $2x = 6$.

Dari keempat percobaan di atas, disimpulkan bahwa berat satu buah lempengan besi adalah 3 kg.

Keempat persamaan linear satu variabel yang diperoleh berdasarkan hasil percobaan yang dilakukan Simon di atas merupakan persamaan linear satu variabel yang setara atau ekuivalen.

Jika kita perhatikan persamaan linear satu variabel yang diperoleh berdasarkan hasil percobaan (1) s/d (4), kita temukan hal berikut.

- Percobaan (1), yang dilakukan Simon adalah sama-sama menambahkan 1 buah bola besi di sebelah kiri dan di sebelah kanan timbangan. Jika kita lihat persamaannya kita temukan: $x + 1 + 1 = 4 + 1$ ekuivalen dengan $x + 2 = 5$.
- Percobaan (2), yang dilakukan Simon adalah sama-sama menambahkan 2 buah bola besi di sebelah kiri dan di sebelah kanan timbangan dari percobaan pertama, jika kita lihat persamaannya kita temukan: $x + 1 + 2 = 4 + 2$ ekuivalen dengan $x + 3 = 6$.
- Percobaan (3), yang dilakukan Simon adalah sama-sama menambahkan 3 buah bola besi di sebelah kiri dan di sebelah kanan timbangan dari percobaan pertama, jika kita lihat persamaannya kita temukan: $x + 1 + 3 = 4 + 3$ ekuivalen dengan $x + 4 = 7$.
- Percobaan (4), yang dilakukan Simon adalah sama-sama mengurangi 1 buah bola besi di sebelah kiri dan di sebelah kanan timbangan. Jika kita lihat persamaannya kita temukan: $x + 1 - 1 = 4 - 1$ ekuivalen dengan $x = 3$. Kemudian sama-sama melipatgandakan ruas kiri dan ruas kanan. Jika kita lihat persamaannya kita temukan: $x = 3$ ekuivalen dengan $x \times 2 = 3 \times 2$ ekuivalen dengan $2x = 6$.

Dari hasil percobaan di atas, kita temukan sifat-sifat kesetaraan persamaan linear satu variabel sebagai berikut.



Sifat - 6.1

Sifat-sifat kesetaraan persamaan linear satu variabel.

- Jika setiap ruas kiri dan ruas kanan pada persamaan linear satu variabel ditambah dengan sebuah bilangan real maka menghasilkan persamaan linear satu variabel yang setara.
- Jika setiap ruas kiri dan ruas kanan pada persamaan linear satu variabel dikurang dengan sebuah bilangan real maka menghasilkan persamaan linear satu variabel yang setara.
- Jika setiap ruas kiri dan ruas kanan pada persamaan linear satu variabel dikalikan dengan sebuah bilangan real yang bukan nol maka menghasilkan persamaan linear satu variabel yang setara.
- Jika setiap ruas kiri dan ruas kanan pada persamaan linear satu variabel dibagi dengan sebuah bilangan real yang bukan nol maka menghasilkan persamaan linear satu variabel yang setara.

Sifat-sifat yang kita temukan di atas, dapat kita gunakan untuk menentukan himpunan penyelesaian persamaan linear satu variabel.

Contoh 6.5

Tentukanlah himpunan penyelesaian dari persamaan linear berikut.

(1) $x + 4 = 9$

(2) $5m + 4 = 2m + 16$

(3) $4y - 10 = 14$

(4) $7a + 3 = 0$

(5) $8 - 4b = 6$

(6) $24y - 11 = 33 - 20y$

Penyelesaian

$$(1) \quad x + 4 = 9$$

$$x + 4 - 4 = 9 - 4$$

kedua ruas dikurang 4

$$x + 0 = 5$$

sifat identitas penjumlahan bilangan bulat

$$x = 5$$

Maka himpunan penyelesaiannya adalah $\{5\}$.

$$(2) \quad 5m + 4 = 2m + 16$$

$$5m + 4 - 4 = 2m + 16 - 4$$

kedua ruas dikurang 4

$$5m + 0 = 2m + 12$$

$$5m - 2m = 2m + 12 - 2m$$

kedua ruas dikurang 2m

$$5m - 2m = 2m - 2m + 12$$

sifat komutatif penjumlahan

$$3m = 0 + 12$$

$$3m = 12$$

$$\frac{3m}{3} = \frac{12}{3}$$

kedua ruas dibagi 3

$$m = 4$$

Maka himpunan penyelesaiannya adalah $\{4\}$.



- Untuk menguji pemahaman siswa, guru memberikan contoh soal (3) sampai dengan (6) sebagai latihan.
- Contoh berikut diberikan kepada siswa bertujuan untuk memberi penekanan kepada siswa bahwa semesta nilai variabel sangat berpengaruh terhadap himpunan penyelesaian suatu persamaan linear.



Latihan

Sebagai latihan siswa:

Selesaikanlah butir (3) s/d (6) pada Contoh 6.3 di atas.

Contoh 6.6

Perhatikan kembali contoh berikut.

Tentukanlah himpunan penyelesaian persamaan linear $2a - 100 = 20$, jika:

- (1) a adalah bilangan ganjil.
- (2) a adalah bilangan genap.

Penyelesaian

$$2a - 100 = 20$$

$$2a - 100 + 100 = 20 + 100$$

kedua ruas ditambah 100

$$2a + 0 = 120$$

$$2a = 120$$

$$\frac{2a}{2} = \frac{120}{2}$$

kedua ruas dibagi 2

$$a = 60$$

- (1) Jika a adalah bilangan ganjil, maka himpunan penyelesaiannya adalah $\{ \}$
- (2) Jika a adalah bilangan genap, maka himpunan penyelesaiannya adalah $\{60\}$.

Dari kedua hal di atas, diketahui bahwa himpunan penyelesaian suatu persamaan linear sangat dipengaruhi oleh semestanya.



Latihan

Sebagai latihan siswa:

Jika himpunan semesta a adalah bilangan prima, bagaimana penyelesaiannya?

Contoh 6.7



Gambar 6.5 Bidang Tanah

Pak Tarto memiliki sebidang tanah berbentuk persegi panjang. Lebar tanah tersebut 4 m lebih pendek daripada panjangnya. Jika keliling tanah 80 m, tentukan luas tanah Pak Tarto!

Penyelesaian

Misalkan panjang tanah adalah x , maka lebar tanah adalah $x - 4$.

Sehingga diperoleh persamaan

$$p = x \text{ dan } l = x - 4 \text{ sehingga}$$

$$K = 2p + 2l$$

$$80 = 2(x) + 2(x - 4)$$

Penyelesaian persamaan tersebut adalah sebagai berikut.

$$80 = 2(x) + 2(x - 4) \quad \text{Mengapa?}$$

$$80 = 2x + 2x - 8 \quad \text{Mengapa?}$$

$$80 = 4x - 8 \quad \text{Mengapa?}$$

$$80 + 8 = 4x - 8 + 8 \quad \text{Mengapa?}$$

$$88 = 4x$$

$$= \frac{4}{4}x \quad \text{Mengapa?}$$

$$22 = x \quad \text{Mengapa?}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas} &= p \times l \\ &= x(x - 4) \\ &= 22(22 - 4) = 396 \end{aligned}$$

Jadi luas tanah Pak Tarto adalah 396 m².

Diskusi

- Apakah mungkin persamaan linear satu variabel memiliki penyelesaian lebih dari satu. Beri contoh.



Uji Kompetensi - 6.2

- Tentukanlah himpunan penyelesaian dari persamaan linear berikut.
 - $24m = 12$
 - $3z + 11 = -28$
 - $25 - 4y = 6y + 15$
 - $-4x - 15 = 1 - 8x$
 - $\frac{6}{a} + 2 = 4$
- Jika x adalah bilangan asli, tentukanlah himpunan penyelesaian dari persamaan linear berikut.
 - $6x + 5 = 26 - x$
 - $2 - 4x = 3$
 - $x - 12 = 2x + 36$
 - $-5x - 4x + 10 = 1$
 - $2 + \frac{x}{4} = 5$
- Jika $3x + 12 = 7x - 8$, tentukanlah nilai dari $x + 2$

- 
4. Seorang ayah berumur 28 tahun, ketika anaknya lahir. Berapakah umur anak itu ketika jumlah umur mereka 48 tahun?
 5. Diketahui harga 1 kg buah anggur adalah tiga kali harga 1 kg buah duku. Jika Tino membeli 2 kg buah anggur dan 5 kg buah duku, ia harus membayar Rp38.500,00.
 - a) Berapakah harga 1 kg buah anggur dan 1 kg buah duku?
 - b) Jika ia ingin membeli 4 kg buah anggur dan 5 kg buah duku, berapa yang harus dibayarnya?
 6. Diketahui harga sepasang sepatu dua kali harga sepasang sandal. Seorang pedagang membeli 4 pasang sepatu dan 3 pasang sandal. Pedagang tersebut harus membayar Rp275.000,00.
 - a) Buatlah model matematika dari keterangan di atas.
 - b) Selesaikanlah model matematika tersebut. Kemudian, tentukan harga 3 pasang sepatu dan 5 pasang sandal
 7. Dua bilangan berselisih 25. Jika 2 kali bilangan yang besar dikurangi bilangan yang kecil adalah 175, tentukanlah bilangan itu.
 8. Diketahui jumlah dua bilangan adalah 100 dan selisihnya adalah 40. Bagaimana nilai dua bilangan tersebut dapat dinyatakan dua linear satu variabel.

3. PERTIDAKSAMAAN LINEAR

a. Menemukan Konsep Pertidaksamaan Linear

Masalah - 6.4

Dalam kehidupan sehari-harinya, Beni menemukan kalimat seperti berikut:

- (1) Siswa yang ikut pembelajaran remedial adalah siswa yang nilainya kurang dari 6.
 - a. Nilai matematika Beni adalah 5. Apakah Beni ikut pembelajaran remedial? Mengapa? Berikan alasanmu.
 - b. Nilai matematika Beni adalah 7. Apakah Beni ikut pembelajaran remedial? Mengapa? Berikan alasanmu.
 - c. Nilai matematika Beni adalah 6. Apakah Beni ikut pembelajaran remedial? Mengapa? Berikan alasanmu.
 - (2) Kecepatan maksimum kendaraan jika melewati Jalan Sudirman adalah 60 km/jam. Beni sedang naik sepeda motor melewati Jalan Sudirman:
 - a. Apakah Beni boleh memiliki kecepatan 20 km/jam? Mengapa? Berikan pendapatmu.
 - b. Apakah Beni boleh memiliki kecepatan 60 km/jam? Mengapa? Berikan pendapatmu.
 - c. Apakah Beni boleh memiliki kecepatan 80 km/jam? Mengapa? Berikan pendapatmu.
- Jika kalimatnya diubah menjadi: Kecepatan kendaraan jika melewati jalan Sudirman adalah 60 km/jam.
- a. Apakah Beni boleh memiliki kecepatan 20 km/jam? Mengapa? Berikan pendapatmu.
 - b. Apakah Beni boleh memiliki kecepatan 60 km/jam? Mengapa? Berikan pendapatmu.
 - c. Apakah Beni boleh memiliki kecepatan 80 km/jam? Mengapa? Berikan pendapatmu.

- (3) Orang sukses harus belajar lebih dari 5 jam setiap hari.
Beni ingin sukses:
- Apakah Beni boleh belajar 2 jam setiap hari? Mengapa? Berikan alasanmu.
 - Apakah Beni boleh belajar 5 jam setiap hari? Mengapa? Berikan alasanmu.
 - Apakah Beni boleh belajar 6 jam setiap hari? Mengapa? Berikan alasanmu.
- (4) Film “Smack Down” dapat ditonton oleh orang yang telah berusia paling sedikit 17 tahun.
- Umur Beni 16 tahun. Apakah Beni dapat menonton film “Smack Down”? Berikan alasanmu.
 - Umur Beni 17 tahun. Apakah Beni dapat menonton film “Smack Down”? Berikan alasanmu.
 - Umur Beni 18 tahun. Apakah Beni dapat menonton film “Smack Down”? Berikan alasanmu.
- Ubahlah kalimat 1, 2, 3, dan 4 di atas ke dalam kalimat atau model matematika.



Alternatif Penyelesaian

- (1) Kalimat “Siswa yang ikut pembelajaran remedial adalah siswa yang nilainya kurang dari 6” berarti siswa harus mengikuti pembelajaran remedial jika nilainya di bawah 6. Kata “*di bawah 6*” memberikan batasan harus lebih rendah dari nilai 6, nilai 6 dan di atas nilai 6 tidak termasuk. Langkah-langkah mengubah kalimat di atas menjadi model matematika kita lakukan sebagai berikut:
- Misalkan b adalah nilai siswa.
 - Ubah kata ‘kurang dari’ ke dalam simbol matematika yaitu: $<$.
 - Model matematikanya adalah $b < 6$.
- 2) Kalimat “Kecepatan maksimum kendaraan jika melewati Jalan Sudirman adalah 60 km/jam” memiliki arti bahwa kecepatan *paling tinggi* adalah 60 km/jam. Kata paling tinggi tidak menutup kemungkinan bahwa kecepatan

berkendara boleh 60 km/jam dan boleh di bawah 60 km/jam, tetapi tidak boleh di atas 60 km/jam.

Untuk mengubah kalimat di atas menjadi kalimat dalam model matematika, kita lakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- a. Misalkan x adalah kecepatan kendaraan.
 - b. Mengubah kata ‘Maksimum’ ke dalam simbol matematika yaitu: \leq .
 - c. Sehingga model matematikanya adalah: $x \leq 60$.
- (3) Kalimat “Orang sukses harus belajar lebih dari 5 jam setiap hari” berarti bahwa orang yang ingin sukses harus belajar di atas 5 jam setiap hari. Kata “*di atas 5*” memberikan batasan tidak boleh 5 dan di bawah 5, tetapi harus lebih besar dari 5. Langkah-langkah mengubah kalimat di atas menjadi model matematika kita lakukan sebagai berikut:
- a. Misalkan y adalah waktu belajar setiap hari.
 - b. Ubah kata “lebih dari” ke dalam simbol matematika yaitu: $>$.
 - c. Model matematikanya adalah: $y > 5$.
- (4) Kalimat “Film ‘Smack Down’ dapat ditonton oleh orang yang telah berusia paling sedikit 17 tahun” berarti bahwa film ‘Smack Down’ dapat ditonton oleh orang yang telah berusia 17 tahun atau di atas 17 tahun. Kata “*paling sedikit 17*” memberikan batasan boleh 17 tahun dan boleh di atas 17 tahun, tetapi tidak boleh di bawah 17 tahun. Langkah-langkah mengubah kalimat di atas menjadi model matematika kita lakukan sebagai berikut:
- a. Misalkan a adalah usia orang yang boleh menonton film smack down.
 - b. Ubah kata ‘paling sedikit’ ke dalam simbol matematika yaitu: \geq .
 - c. Model matematikanya adalah: $a \geq 17$.
-

Dari alternatif pemecahan masalah di atas kita temukan hal-hal berikut:

- a. 4 (empat) buah model matematika yang menggunakan simbol $<$, \leq , $>$, dan \geq . Keempat simbol (tanda) ini merupakan tanda ketidaksamaan. Pembacaan simbol-simbol ini adalah:

$<$: kurang dari

\leq : kurang dari atau sama dengan

$>$: lebih dari

\geq : lebih dari atau sama dengan

- b. Model matematika yang dibentuk memiliki masing-masing satu buah variabel. (Jika sebuah kalimat mengandung variabel, disebut kalimat apakah itu?)

- c. Pangkat masing-masing variabelnya adalah 1.

Keempat model matematika yang kita temukan adalah contoh pertidaksamaan linear satu variabel.



Definisi 6.9

Misal a , b adalah bilangan real, dengan $a \neq 0$.

Pertidaksamaan Linear Satu Variabel (PtLSV) adalah kalimat terbuka yang memiliki sebuah variabel yang dinyatakan dengan bentuk

$$ax + b > 0 \text{ atau } ax + b < 0 \text{ atau}$$

$$ax + b \leq 0 \text{ atau } ax + b \geq 0.$$

Contoh 6.8

- 1) $x + 2 > 0$, merupakan contoh PtLSV. Mengapa?
- 2) $2 - 3y \leq 3$, merupakan contoh PtLSV. Mengapa?
- 3) $2a + 7 \geq 5$, merupakan contoh PtLSV. Mengapa?

4) $x + 2y > 4$, bukan contoh PtLSV. Mengapa?

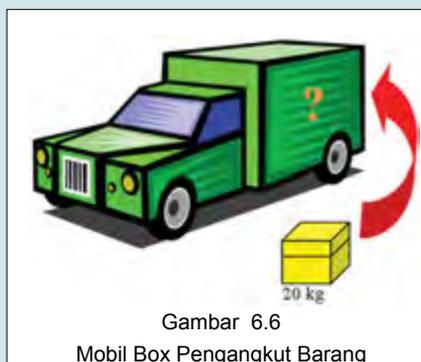
5) $x^2 - 4 < 0$, bukan contoh PtLSV. Mengapa?

b. Menyelesaikan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel (PtLSV)

Masalah - 6.5

Pak Fredy memiliki sebuah mobil box pengangkut barang dengan daya angkut tidak lebih dari 500 kg. Berat Pak Fredy adalah 60 kg dan dia akan mengangkut kotak barang yang setiap kotak beratnya 20 kg.

- Berapa kotak paling banyak dapat diangkut Pak Fredy dalam sekali pengangkutan?
- Jika Pak Fredy akan mengangkut 110 kotak, paling sedikit berapa kali pengangkutan kotak itu akan habis?



Alternatif Penyelesaian

Agar masalah di atas dapat kita selesaikan, terlebih dahulu kita ubah ke dalam bentuk model matematika. Langkah-langkah mengubahnya adalah:

Misalkan: x = banyaknya kotak barang yang diangkut dalam mobil box.
Mengubah kata 'tidak lebih' ke dalam simbol matematika yaitu: \leq

Berat satu kotak = 20 kg
Berat x kotak = $20 \times x$ kg
= $20x$
Berat Pak Fredy = 60
Berat keseluruhan = $20x + 60$

Sehingga model matematikanya adalah: $20x + 60 \leq 500$

- a) Paling banyak kotak yang dapat diangkut pak Fredy dalam sekali pengangkutan adalah nilai x paling besar pada penyelesaian pertidaksamaan $20x + 60 \leq 500$. Mengapa? Berdiskusilah dengan temanmu.

Penyelesaian pertidaksamaan ini kita lakukan sebagai berikut.

$$20x + 60 \leq 500$$

$$20x + 60 - 60 \leq 500 - 60 \quad (\text{kedua ruas dikurang } 60)$$

$$20x \leq 440$$

$$\frac{20}{20}x \leq \frac{440}{20} \quad (\text{kedua ruas dibagi } 20)$$

$$x \leq 22$$

Nilai x paling besar yang memenuhi pertidaksamaan $x \leq 22$ adalah 22.

Maka kotak yang dapat diangkut Pak Fredy dalam sekali pengangkutan paling banyak adalah 22 kotak.

- b) Pengangkutan kotak paling sedikit dapat terjadi jika Pak Fredy mengangkut 22 kotak pada setiap pengangkutan. Apakah kamu setuju? Berdiskusilah dengan temanmu.

$$\text{Banyak pengangkutan paling sedikit} = \frac{110}{22} = 5 \text{ kali.}$$

Sehingga banyak pengangkutan paling sedikit untuk mengangkut barang sebanyak 110 kotak adalah 5 kali pengangkutan.

Diskusi

Guru meminta siswa untuk diskusi dengan temannya:

Berapa kali pengangkutan jika pak Fredy mengangkut lebih sedikit dari 22 kotak setiap berangkat?



Masalah - 6.6

Rumah Ibu Suci dibangun di atas sebidang tanah berbentuk persegi panjang yang panjangnya 20 m dan lebarnya $(6y - 1)$ m. Jika Luas tanah Ibu Suci tidak kurang dari 100 m^2 ,

- 1) berapakah lebar terkecil tanah ibu Suci?
- 2) jika biaya untuk membangun rumah di atas tanah seluas 1 m^2 dibutuhkan uang Rp 2.000.000,- Berapakah biaya terkecil yang harus disediakan Ibu Suci jika seluruh tanahnya dibangun?



Alternatif Penyelesaian

Ingat kembali rumus Luas persegi panjang,

Luas = panjang \times lebar

Untuk tanah ibu Suci kita peroleh:

$$\text{Luas} = 20 \times (6y - 1)$$

$$= 120y - 20 \quad (\text{ingatlah kamu bagaimana pengerjaannya?})$$

Jika Luas tanah ibu Suci tidak kurang dari 100 m^2 , maka model matematikanya adalah:

$$120y - 20 \geq 100$$

- 1) Lebar tanah terkecil diperoleh untuk y paling kecil. Mengapa?

$$120y - 20 \geq 100$$

$$120y - 20 + 20 \geq 100 + 20 \quad (\text{kedua ruas ditambah 20})$$

$$120y \geq 120$$

$$\frac{120}{120} y \geq \frac{120}{120} \quad (\text{kedua ruas dibagi 120})$$

$$y \geq 1$$

Nilai y paling kecil dari penyelesaian $y \geq 1$ adalah 1. Mengapa?

Lebar tanah terkecil diperoleh jika $y = 1$

Dengan mengganti $y = 1$ ke persamaan $6y - 1$ diperoleh lebar = $6(1) - 1 = 5$

Jadi lebar tanah terkecil Ibu Suci adalah 5 m.

- 2) Biaya terkecil yang harus disediakan Ibu Suci jika seluruh tanahnya dibangun diperoleh jika luas tanahnya juga yang paling kecil, sedangkan luas tanah terkecil diperoleh jika lebar tanahnya paling kecil.

Pada butir (1) di atas, lebar tanah terkecilnya adalah 5 m, sehingga luas paling kecil adalah

$$\text{Luas} = 20 \text{ m} \times 5 \text{ m} = 100 \text{ m}^2.$$

$$\text{Maka biaya paling kecil} = 100 \text{ m}^2 \times \text{Rp}2.000.000,00 = \text{Rp}200.000.000,00$$

Contoh 6.9

Bandi dan Lino masing-masing berusia $(2a + 2)$ tahun dan $\left(\frac{5a+3}{2}\right)$ tahun. Jika umur Bandi kurang dari umur Lino, tentukan nilai a ?

Penyelesaian

Model matematika dari masalah di atas adalah:

$$(2a + 2) < \left(\frac{5a+3}{2}\right)$$

Untuk menentukan nilai a kita lakukan sebagai berikut.

$$\left(\frac{5a+3}{2}\right) > (2a + 2)$$

$$\left(\frac{5a+3}{2}\right) \times 2 > (2a + 2) \times 2 \quad (\text{kedua ruas dikali } 2)$$

$$5a + 3 > 4a + 4$$

$$5a + 3 - 3 > 4a + 4 - 3 \quad (\text{kedua ruas dikurang } 3)$$

$$5a > 4a + 1$$

$$5a - 4a > 4a - 4a + 1 \quad (\text{kedua ruas dikurang } 4a)$$

$$a > 1$$

Agar umur Bandi kurang dari umur Lino, maka $a > 1$.

Diskusi

Guru meminta siswa untuk diskusi dengan temannya:

Masih ada alternatif lain untuk memecahkan Masalah 6.6 di atas. Berdiskusilah dengan temanmu kemudian temukanlah alternatif yang lain itu.



Masalah - 6.7

Diketahui sebuah pernyataan yang menggunakan tanda pertaksamaan, yaitu $2 > 1$.

- (1) Bagaimana tanda $>$ jika kedua ruas ditambah dengan sebuah bilangan bulat positif?
- (2) Bagaimana tanda $>$ jika kedua ruas ditambah dengan sebuah bilangan bulat negatif?
- (3) Bagaimana tanda $>$ jika kedua ruas dikurang dengan sebuah bilangan bulat positif?
- (4) Bagaimana tanda $>$ jika kedua ruas dikurang dengan sebuah bilangan bulat negatif?
- (5) Bagaimana tanda $>$ jika kedua ruas dibagi dengan sebuah bilangan bulat positif?
- (6) Bagaimana tanda $>$ jika kedua ruas dibagi dengan sebuah bilangan bulat negatif?
- (7) Bagaimana tanda $>$ jika kedua ruas dikali dengan sebuah bilangan bulat positif?
- (8) Bagaimana tanda $>$ jika kedua ruas dikali dengan sebuah bilangan bulat negatif?



Alternatif Penyelesaian

- (1) Tanda $>$ jika kedua ruas ditambah dengan sebuah bilangan bulat positif.

Misalkan bilangan bulat positif itu adalah 2.

$$2 > 1$$

$$2 + 2 > 1 + 2 \quad (\text{kedua ruas ditambah } 2)$$

$$4 > 3 \quad (\text{merupakan pernyataan yang bernilai benar})$$

Kita peroleh tanda ' $>$ ' tidak berubah.

- (2) Tanda $>$ jika kedua ruas ditambah dengan sebuah bilangan bulat negatif.

Misalkan bilangan bulat positif itu adalah -2 .

$$2 > 1$$

$$2 + (-2) > 1 + (-2) \quad (\text{kedua ruas ditambah } -2)$$

$$0 > -1 \quad (\text{merupakan pernyataan yang bernilai benar})$$

Kita peroleh tanda ' $>$ ' tidak berubah.

- (3) Tanda $>$ jika kedua ruas dikurang dengan sebuah bilangan bulat positif.

Misalkan bilangan bulat positif itu adalah 3 .

$$2 > 1$$

$$2 - 3 > 1 - 3 \quad (\text{kedua ruas dikurang } 3)$$

$$-1 > -2 \quad (\text{merupakan pernyataan yang bernilai benar})$$

Kita peroleh tanda ' $>$ ' tidak berubah.

- (4) Tanda $>$ jika kedua ruas dikurang dengan sebuah bilangan bulat negatif.

Misalkan bilangan bulat negatif itu adalah -3 .

$$2 > 1$$

$$2 - (-3) > 1 - (-3) \quad (\text{kedua ruas dikurang } -3)$$

$$5 > 4 \quad (\text{merupakan pernyataan yang bernilai benar})$$

Kita peroleh tanda ' $>$ ' tidak berubah.

- (5) Tanda $>$ jika kedua ruas dibagi dengan sebuah bilangan bulat positif

Misalkan bilangan bulat positif itu adalah 2 .

$$2 > 1$$

$$\frac{2}{2} > \frac{1}{2} \quad (\text{kedua ruas dibagi } 2)$$

$$1 > \frac{1}{2} \quad (\text{merupakan pernyataan yang bernilai benar})$$

Kita peroleh tanda ' $>$ ' tidak berubah.

- (6) Tanda $>$ jika kedua ruas dibagi dengan sebuah bilangan bulat negatif

Misalkan bilangan bulat negatif itu adalah -2 .

$$2 > 1$$

$$\frac{2}{-2} > \frac{1}{-2} \quad (\text{kedua ruas dibagi } -2)$$

$$-1 > -\frac{1}{2} \quad (\text{merupakan pernyataan yang bernilai salah})$$

Agar $-1 > -\frac{1}{2}$ bernilai benar maka tanda ' $>$ ' harus kita ubah menjadi tanda ' $<$ ', sehingga:

$$-1 < -\frac{1}{2} \quad \text{merupakan pernyataan yang bernilai benar}$$

(7) Tanda $>$ jika kedua ruas dikali dengan sebuah bilangan bulat positif
Misalkan bilangan bulat positif itu adalah 2.

$$2 > 1$$

$$2 \times 2 > 1 \times 2 \quad (\text{kedua ruas dikali } 2)$$

$$4 > 2 \quad (\text{merupakan pernyataan yang bernilai benar})$$

Kita peroleh tanda ' $>$ ' tidak berubah.

(8) Tanda $>$ jika kedua ruas dikali dengan sebuah bilangan bulat negatif.
Misalkan bilangan bulat negatif itu adalah -2.

$$2 > 1$$

$$2 \times -2 > 1 \times -2 \quad (\text{kedua ruas dikali } -2)$$

$$-4 > -2 \quad (\text{merupakan pernyataan yang bernilai salah})$$

Agar pernyataan $-4 > -2$ bernilai benar maka tanda ' $>$ ' diubah menjadi tanda ' $<$ ', sehingga:

$$-4 < -2 \quad (\text{merupakan pernyataan yang bernilai benar})$$

Diskusi

Guru meminta siswa untuk diskusi dengan temannya:

- Apakah hal-hal yang kita peroleh di atas berlaku pada tanda: ' $<$ ', ' \geq ', ' \leq '?
- Apakah kesimpulan di atas berlaku pada bilangan pecahan?
- Apakah kesimpulan di atas berlaku pada bilangan 0? Hal apa yang anda temukan?



Sifat - 2

Sifat-Sifat Pertidaksamaan

- i) Jika kedua ruas pertidaksamaan ditambah atau dikurang dengan sebuah bilangan maka tanda pertidaksamaan tetap.
- ii) Jika kedua ruas pertidaksamaan dikali atau dibagi dengan sebuah bilangan positif maka tanda pertidaksamaan tetap.
- iii) Jika kedua ruas pertidaksamaan dikali atau dibagi dengan sebuah bilangan negatif maka tanda pertidaksamaan harus diubah ($<$ menjadi $>$, \leq menjadi \geq , dan sebaliknya).

Contoh 6.10

Tentukanlah nilai x yang memenuhi pertidaksamaan berikut ini.

a) $2x - 6 \geq 8x + 5$

b) $\frac{3x-1}{4} < \frac{x}{2} - 1$

Penyelesaian

a) $2x - 6 \geq 8x + 5$

$$2x - 6 + 6 \geq 8x + 5 + 6 \quad (\text{kedua ruas ditambah } 6)$$

$$2x \geq 8x + 11$$

$$2x - 8x \geq 8x - 8x + 11 \quad (\text{kedua ruas dikurang } 8x)$$

$$-6x \geq 11$$

$$(-1) \times (-6x) \geq (-1) \times 11 \quad (\text{kedua ruas dikali } -1)$$

$$6x \leq -11$$

$$\frac{1}{6} \times (6x) \leq \frac{1}{6} \times (-11) \quad (\text{kedua ruas dikali } \frac{1}{6})$$

$$x \leq -\frac{11}{6}$$

Jadi nilai x yang memenuhi pertidaksamaan $2x - 6 \geq 8x + 5$ adalah $x \leq -\frac{11}{6}$.

b) $\frac{3x-1}{4} < \frac{x}{2} - 1$

$$4 \cdot \left(\frac{3x-1}{4}\right) < 4 \cdot \left(\frac{x}{2} - 1\right) \quad (\text{kedua ruas dikali } 4)$$

$$3x - 1 < 2x - 4$$

$$3x - 1 + 1 < 2x - 4 + 1 \quad (\text{kedua ruas ditambah } 1)$$

$$3x < 2x - 3$$

$$3x - 2x < 2x - 3 - 2x \quad (\text{kedua ruas dikurang } 2x)$$

$$x < -3$$

Jadi nilai x yang memenuhi pertidaksamaan $\frac{3x-1}{4} < \frac{x}{2} - 1$ adalah $x < -3$.



Uji Kompetensi - 6.3

1. Ubahlah masalah nyata berikut ke dalam bentuk pertidaksamaan linear satu variabel.
 - a) Sebuah bus dapat mengangkut tidak kurang dari enampuluh orang penumpang.
 - b) Jarak rumah Beni ke sekolah lebih dari seratus meter.
 - c) Penghasilan ibu Monika tidak lebih dari dua juta rupiah setiap bulannya.
 - d) Sebuah pesawat berada diketinggian tidak kurang dari tiga ribu kaki di atas permukaan laut.
 - e) Kecepatan Udin berkendara tidak lebih dari 50 km/jam.
2. Ubahlah pertidaksamaan linear berikut ke dalam permasalahan kehidupan sehari-hari.
 - a) $x > 10$
 - b) $2y \leq 50$
 - c) $2x + 3 > 4$
 - d) $5a - 1 \geq 6$
 - e) $7 > 3x$
3. Tentukanlah penyelesaian dari pertidaksamaan berikut:
 - a) $\frac{1}{2}x + 5 > 15$
 - b) $2 - (4 + x) \geq -22$
 - c) $\frac{2}{3}p + 4 \leq 8$
 - d) $2x - 4 > 3x + 9$
 - e) $\frac{2y - 7}{2} \leq 3$
4. Sebuah setigita sama kaki memiliki panjang sisi yang sama dengan 5 kali panjang sisi lainnya. Agar keliling segitiga tersebut lebih besar dari 50 m, berapakah panjang masing-masing sisi segitiga tersebut?

- 
5. Pak Ketut akan membangun rumah di atas sebidang tanah berbentuk persegi panjang yang panjangnya 30 m dan lebarnya $(2y + 1)$ m. Jika Luas tanah Pak Ketut tidak lebih dari 150 m^2 :
- Berapakah lebar tanah pak Ketut yang paling besar?
 - Biaya untuk membangun 1 m^2 dibutuhkan uang empat setengah juta rupiah, berapakah biaya maksimal yang harus disediakan Pak Ketut jika seluruh tanahnya dibangun?
6. Pak Todung memiliki sebuah mobil box pengangkut barang dengan daya angkut maksimal 1 ton. Berat pak Todung adalah 50 kg dan dia akan mengangkut kotak barang yang setiap kotak beratnya 25 kg.
- Berapa kotak paling banyak dapat diangkut Pak Todung dalam sekali pengangkutan?
 - Jika Pak Todung akan mengangkut 1994 kotak, paling sedikit berapa kali pengangkutan kotak itu akan habis?
 - Jika setiap kotak beratnya 50 kg, berapa paling sedikit banyak pengangkutan yang akan dilakukan Pak Todung?

Projek

Amati tagihan listrik atau telepon rumah atau sekolahmu. Bila tidak punya, kamu dapat minta tetangga atau guru atau kepala sekolahmu.

- Tergantung apakah besar tagihan tersebut?
- Apakah tagihan tersebut dapat dinyatakan dengan persamaan linear satu variabel?
- Bagaimana persamaan linear tersebut dapat dipakai untuk menghitung banyaknya pemakaian apabila diketahui besar tagihan?

Buat laporan hasil pengamatanmu ini, dan sajikan di depan kelas.



D. PENUTUP

Beberapa hal penting yang dapat kita rangkum dari hasil pembahasan persamaan dan pertidaksamaan linear disajikan sebagai berikut.

- Dalam pemecahan masalah nyata disekitar kita, model matematika dari permasalahan tersebut dapat berupa persamaan linear dan pertidaksamaan linear satu variabel.
- Bentuk umum persamaan linear satu variabel adalah $ax + b = 0$, dengan a, b adalah bilangan real dan $a \neq 0$.
- Persamaan linear menggunakan relasi sama dengan ($=$) tetapi pertidaksamaan linear menggunakan relasi $<$ atau $>$ atau \leq atau \geq .

- 
4. Himpunan penyelesaian persamaan dan pertidaksamaan linear adalah suatu himpunan yang anggotanya semua nilai-nilai variabel yang memenuhi persamaan dan pertidaksamaan tersebut.

Selanjutnya kita akan membahas materi tentang aritmetika sosial. Dalam bahasan ini, kita akan membicarakan tentang penjualan dan pembelian produk (barang) dengan hasil penjualan dapat berakibat keuntungan dan kerugian, apabila dibandingkan dengan harga pembelian barang. Dalam kajian selanjutnya, kita juga membahas tentang tara, bruto, netto, diskon, dan pajak. Manfaatkanlah berbagai konsep dan aturan matematika yang telah siswa miliki dalam mempelajari materi bahasan berikutnya.

Aritmatika Sosial

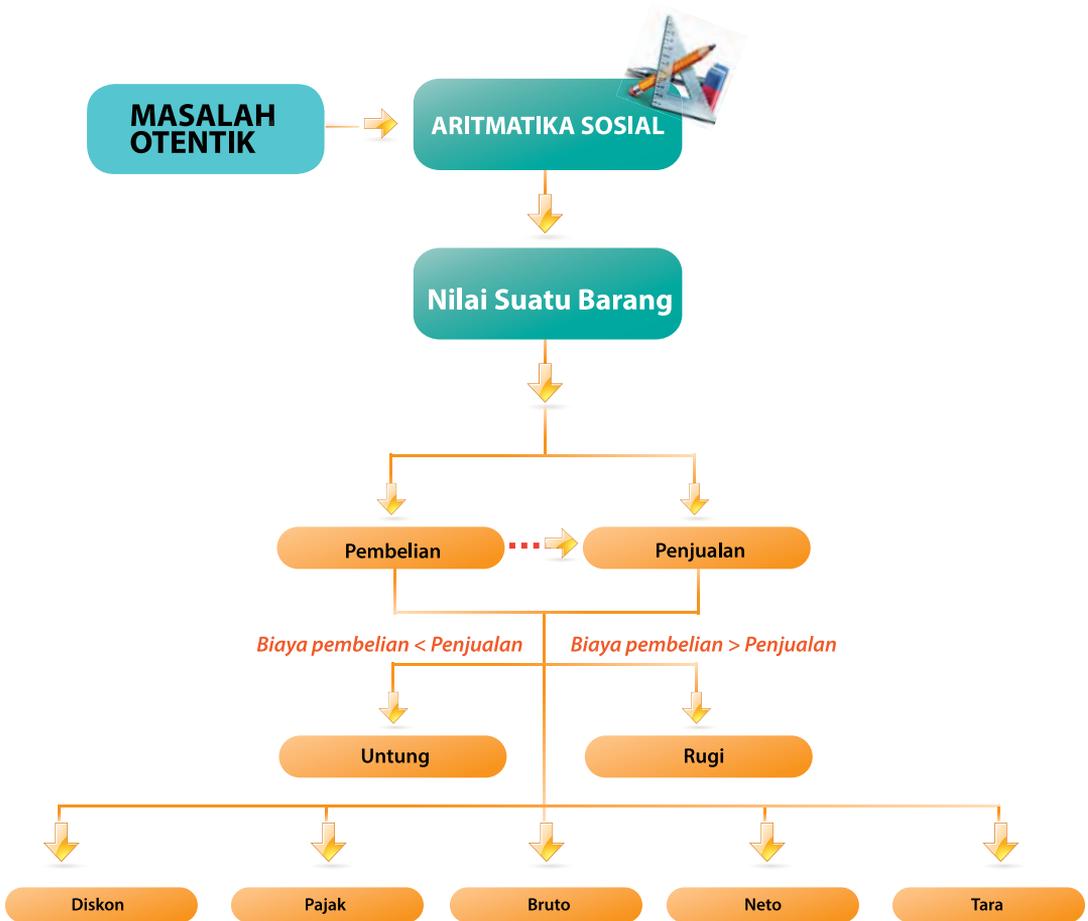
A. KOMPETENSI DASAR DAN PENGALAMAN BELAJAR

Kompetensi Dasar	Pengalaman Belajar
<p>Melalui proses pembelajaran aritmatika sosial, siswa mampu:</p> <ol style="list-style-type: none"> Memiliki rasa ingin tahu, percaya diri, dan ketertarikan pada matematika serta memiliki rasa percaya pada daya dan kegunaan matematika, yang terbentuk melalui pengalaman belajar. Memiliki sikap terbuka, santun, objektif, menghargai pendapat dan karya teman dalam interaksi kelompok maupun aktifitas sehari-hari. Menggunakan konsep aljabar dalam menyelesaikan masalah aritmatika sosial sederhana. 	<p>Melalui pembelajaran materi aritmatika sosial, siswa memiliki pengalaman belajar:</p> <ul style="list-style-type: none"> Terlatih berpikir kritis dan berpikir kreatif; Menemukan ilmu pengetahuan dari pemecahan masalah nyata; Mengajak untuk melakukan penelitian dasar dalam membangun konsep; Dilatih bekerjasama dalam tim untuk menemukan solusi permasalahan; Dilatih mengajukan ide-ide secara bebas dan terbuka; Merasakan manfaat matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Istilah Penting:

- | | |
|-------------|----------|
| ✓ Modal | ✓ Diskon |
| ✓ Untung | ✓ Pajak |
| ✓ Rugi | ✓ Netto |
| ✓ Penjualan | ✓ Bruto |
| ✓ Pembelian | ✓ Tara |

B. PETA KONSEP



C. MATERI PEMBELAJARAN

1. NILAI SUATU BARANG

Pernahkah kamu mendengar kata uang?, tentu hal ini tidak asing bagi kehidupan kita. Uang juga merupakan bagian penting dalam kehidupan sehari-hari baik individu maupun kelompok. Materi matematika yang menyangkut kehidupan sosial, terutama penggunaan mata uang dikenal dengan nama “Aritmatika Sosial”. Dalam masyarakat modern, kehidupan manusia sangat dekat dengan penggunaan uang. Hampir setiap aktivitas berkaitan dengan penggunaan uang, baik digunakan dalam rangka memenuhi kebutuhan rumah tangga, kegiatan usaha perorangan dan badan maupun dalam bidang pemerintahan. Uang juga menjadi penentu nilai dari suatu barang. Jadi apa sebenarnya uang? Apa fungsi uang tersebut?

Masalah -7.1

Beni berkeinginan membeli sebuah pulpen dan 5 buah buku tulis yang ada di sebuah toko buku, tapi dia ragu dan malu apakah uangnya cukup untuk membeli pulpen dan buku tersebut. Uang yang ada di saku Beni hanyalah Rp20.000,00.

Karena keraguannya kemudian dia memperhatikan orang yang membeli jenis pulpen dan buku yang dia inginkan. Dia memperhatikan ada seorang pembeli membeli 5 buah pulpen dan dibayar orang tersebut pada kasir sebesar Rp25.000,00.

Beberapa waktu kemudian dia memperhatikan seseorang membeli sebuah buku dan membayar kepada kasir sebesar Rp5.000,00.

Berilah saran kepada Beni untuk memutuskan apa yang harus dilakukannya!



Gambar 7.1 Buku dan Pensil



Alternatif Penyelesaian

Berdasarkan ilustrasi di atas diperoleh informasi bahwa harga 5 buah pulpen adalah Rp25.000,00.

Misalkan p adalah harga 1 buah pulpen, maka:

$$\begin{aligned}5p &= 25.000 \\ p &= \frac{25.000}{5} = 5.000.\end{aligned}$$

Berarti harga 1 buah pulpen adalah Rp5.000,00.

Berdasarkan ilustrasi di atas diperoleh informasi bahwa harga satu buah buku adalah Rp5.000,00.

Misalkan b adalah harga 1 buah buku, berarti untuk membeli 5 buah buku dibutuhkan uang sebesar:

$$5b = 5 \times 5.000 = \text{Rp}25.000,00$$

Uang yang dimiliki Beni sebesar Rp20.000,00. Jika Beni menginginkan membeli satu buah pulpen dan lima buah buku, maka dia harus mengeluarkan uang sebesar:

$$\begin{aligned}1p + 5b &= 1(5.000) + 5(5.000) \\ &= 5.000 + 25.000 \\ &= 30.000\end{aligned}$$

Berarti uang yang dimiliki Beni tidak cukup untuk membeli sebuah pulpen dan 5 buah buku, karena uang Beni hanya tersedia Rp20.000,00

Artinya Beni harus menabung uangnya lagi sampai bertambah sebesar Rp10.000,00 agar dia dapat membeli sebuah pulpen dan lima buah buku atau sebaiknya dia membeli sebuah pulpen dan 3 buah buku.

2. HARGA PENJUALAN, PEMBELIAN, UNTUNG, DAN RUGI

Masalah - 7.2



Gambar 7.2. Jeruk Pak Sardi

Pak Sardi seorang pedagang buah jeruk musiman di Berastagi. Ia akan berdagang ketika harga barang yang akan dibelinya murah, misalnya ketika musim panen besar tiba. Pada saat panen besar buah jeruk di Berastagi, Pak Sardi membeli lima keranjang jeruk dengan harga keseluruhan Rp125.000,00. Tiap keranjang berisi 10 kg buah. Biaya transportasi yang dikeluarkan sebesar Rp 25.000,00.

Agar tidak rugi, Pak Sardi akan menetapkan harga jual 1 kg jeruk. Tetapi dia kesulitan menentukannya, namun anaknya mengusulkan menjual 1 kg jeruk dengan harga Rp2.750,00.

Dari harga yang diusulkan anaknya, ternyata setelah dihitung, Pak Sardi mengalami kerugian.

Benarkah Pak Sardi mengalami kerugian? Bagaimana cara siswa menghitung bahwa Pak Sardi mengalami rugi? Jika benar Pak Sardi mengalami kerugian, berapa kerugiannya?



Alternatif Penyelesaian

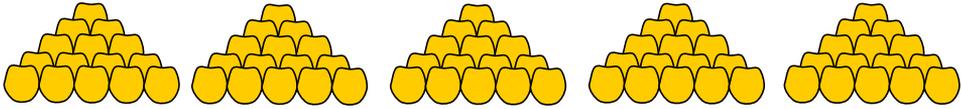
Pak Sardi membeli lima keranjang jeruk dengan harga keseluruhan Rp125.000,00.

Setiap keranjang berisi 10 kg buah.

Biaya transportasi yang dikeluarkan sebesar Rp25.000,00.

- Apakah Pak Sardi mengalami kerugian?
- Bagaimana menghitung besar kerugiannya?
- Jika benar Pak Sardi mengalami kerugian, berapa kerugiannya?

- a) Menentukan apakah Pak Sardi Mengalami kerugian atau tidak.



5 keranjang jeruk masing-masing berisi 10 kg, maka 5 keranjang jeruk beratnya adalah

$$10 \text{ kg} + 10 \text{ kg} + 10 \text{ kg} + 10 \text{ kg} + 10 \text{ kg} = 50 \text{ kg}$$

Jadi banyaknya jeruk yang terjual adalah 50 kg.

Biaya pembelian 5 keranjang jeruk adalah Rp125.000,00.

Biaya transportasi yang dikeluarkan adalah Rp25.000,00.

Jadi biaya yang dikeluarkan Pak Sardi untuk usaha penjualan buah jeruk adalah

$$\text{Rp}125.000,00 + \text{Rp}25.000,00 = \text{Rp}150.000,00$$

Harga penjualan jeruk tiap 1 kg adalah Rp2.750,00

Harga penjualan jeruk sebanyak 50 kg adalah $50 \times 2.750 = 137.500,00$

Jadi harga penjualan 50 kg jeruk adalah Rp137.500,00.

Berarti harga pembelian (Rp150.000,00) lebih besar dari harga penjualan (Rp137.500,00).

Dengan demikian pak Sardi mengalami kerugian.

- b) Menentukan besar kerugian yang dialami Pak Sardi

Diketahui dari pertanyaan butir a)

Harga bersih pembelian buah jeruk sebanyak 50 kg adalah Rp150.000,00

Harga penjualan jeruk 50 kg pada hari itu sebesar Rp137.500,00

Rugi = Harga pembelian – Harga penjualan

$$= 150.000 - 137.500 = 12.500$$

- c) Jadi Pak Sardi mengalami kerugian sebesar Rp12.500,00

Diskusi

Guru mengajak siswa berdiskusi dengan temannya untuk mencari cara penyelesaian dari Masalah 7.2 di atas!



Masalah - 7.3

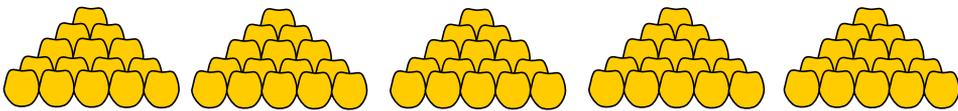
Perhatikan kembali Informasi Masalah 7.2.

- Berapakah harga minimal 1 kg jeruk yang ditetapkan Pak Sardi, agar dia tidak mengalami kerugian, jika buah jeruknya terjual semua?
- Jika Pak Sardi menjual jeruk Rp 4.000,00 per kg jeruk, berapa rupiahkah keuntungan yang diperoleh Pak Sardi?



Alternatif Penyelesaian

- Menentukan harga minimal 1 kg jeruk.



5 keranjang jeruk masing-masing berisi 10 kg, maka banyaknya jeruk adalah:

$$10 \text{ kg} + 10 \text{ kg} + 10 \text{ kg} + 10 \text{ kg} + 10 \text{ kg} = 50 \text{ kg}$$

Jadi banyaknya jeruk yang terjual adalah 50 kg.

Harga pembelian 5 keranjang jeruk adalah Rp125.000,00. Biaya transportasi adalah Rp25.000,00. Jadi total harga pembelian buah jeruk adalah dan transportasi:

$$\text{Rp}125.000,00 + \text{Rp}25.000,00 = \text{Rp}150.000,00$$

Berdasarkan penyelesaian masalah di atas diperoleh 50 kg jeruk harga minimalnya adalah Rp150.000,00.

Jika kita misalkan harga jual jeruk minimal 1 kg jeruk adalah j , maka diperoleh persamaan:

$$\begin{aligned}50j &= 150.000 \\j &= \frac{150.000}{50} \\&= 3.000\end{aligned}$$

Agar Pak Sardi tidak mengalami kerugian, maka harga 1 kg buah jeruk paling sedikit adalah Rp3.000,00.

b) Diketahui dari pertanyaan a)

Biaya untuk pembelian buah jeruk sebanyak 50 kg adalah Rp150.000,00. Dengan harga jual Rp4.000/kg, harga penjualan jeruk 50 kg pada hari itu sebesar $50 \times 4.000,00 = \text{Rp}200.000,00$

$$\begin{aligned}\text{Keuntungan} &= \text{Harga penjualan} - \text{biaya pembelian} \\&= 200.000 - 150.000 = 50.000\end{aligned}$$

Jadi Pak Sardi memperoleh keuntungan sebesar Rp50.000,00.

Diskusi

Guru mengajak siswa berdiskusi dengan temannya untuk mengembangkan Masalah-7.3 di atas. Misalkan bagaimana bila tidak semua jeruk terjual, bila sebagian jeruk ternyata busuk sehingga tidak dapat terjual. Apa pengaruh jeruk yang tidak terjual tersebut terhadap keuntungan dan terhadap harga penjualan minimum?



Masalah - 7.4

Paman membeli sebuah sepeda dengan harga Rp750.000,00. Keesokan harinya, Paman menjual sepeda tersebut seharga Rp500.000,00 karena butuh uang mendesak. Apakah Paman mengalami keuntungan atau kerugian dari penjualan sepeda tersebut? Hitunglah besar persentase keuntungan atau kerugian yang dialami Paman!



Alternatif Penyelesaian

Harga pembelian sepeda = Rp750.000,00.

Harga jual sepeda = Rp500.000,00.

Dalam kasus ini, harga jual kurang dari harga pembelian sepeda.

$$\begin{aligned}\text{Selisih harga pembelian dengan penjualan sepeda} &= 750.000 - 500.000 \\ &= 250.000\end{aligned}$$

Karena harga pembelian lebih dari harga penjualan, maka paman mengalami kerugian sebesar

Rp250.000,00.

$$\begin{aligned}\text{Persentase kerugian paman} &= \frac{\text{Biaya Kerugian}}{\text{Biaya pembelian}} \times 100\% = \frac{250.000}{750.000} \times 100\% \\ &= \frac{1}{3} \times 100\% \\ &= 33,33\%\end{aligned}$$

Berdasarkan penyelesaian masalah-masalah di atas, dapat dibuat definisi-definisi tentang harga jual, harga beli, untung, dan rugi sebagai berikut.



Definisi 7.1

Harga atau biaya pembelian adalah harga atau biaya dari barang yang dibeli



Definisi 7.2

Harga penjualan adalah harga dari barang yang dijual



Definisi 7.3

Untung = harga penjualan – harga pembelian, dengan syarat harga penjualan lebih dari harga pembelian



Definisi 7.4

Rugi = harga pembelian dikurang harga penjualan, dengan syarat harga penjualan kurang dari harga pembelian

Masalah - 7.5



Gambar 7.3 Burung Pak Ahmad

Pak Ahmad mempunyai beberapa jenis burung. Selain merupakan kegemarannya, ternyata pak Ahmad juga berusaha di bidang jual beli burung-burung tersebut. Harga satu ekor burung yang dibeli Pak Ahmad adalah Rp100.000,00.

Pada suatu saat seseorang membeli 10 ekor burung perkutut, dan 5 ekor burung Balam pak Ahmad. Dari hasil penjualan tersebut, pak Ahmad memperoleh uang sebesar Rp1.800.000,00, dan mengatakan kalau ia memperoleh keuntungan 20%.

Jelaskan dari mana Pak Ahmad mengatakan dapat keuntungan 20% tersebut!



Alternatif Penyelesaian

Burung perkutut:

1 ekor burung seharga Rp100.000,00, banyaknya burung ada sebanyak 10 ekor.

Harga 10 ekor burung adalah $10 \times 100.000 = \text{Rp}1.000.000,00$.

Burung balam:

1 ekor burung seharga Rp100.000,00, banyaknya burung ada sebanyak 5 ekor.

Harga 5 ekor burung adalah $5 \times 100.000 = \text{Rp}500.000,-$

Jadi, modal atau biaya pembelian Pak Ahmad ketika membeli burung perkutut dan burung balam adalah Rp1.500.000,00.

Dari penjualan burung tersebut maka Pak Ahmad mendapatkan uang sebesar Rp1.800.000,00.

Karena harga penjualan lebih besar dari harga pembelian, maka Pak Ahmad mengalami keuntungan.

Besar keuntungan yang diperoleh Pak Ahmad adalah:

$$\begin{aligned}\text{Keuntungan} &= \text{harga penjualan} - \text{harga pembelian} \\ &= 1.800.000 - 1.500.000 \\ &= \text{Rp}300.000,00\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Persentase keuntungan} &= \frac{\text{Untung}}{\text{Harga Pembelian}} \times 100\% \\ &= \frac{300.000}{1.500.000} \times 100\% \\ &= \frac{30.000.000}{1.500.000} \times 100\% \\ &= \frac{300}{15} \% = 20\%\end{aligned}$$

Jadi, benar apa yang dikatakan Pak Ahmad bahwa dia mendapat keuntungan dari penjualan burungnya sebesar 20%.

Diskusi

Guru mengajak siswa berdiskusi dengan temannya untuk mengembangkan Masalah-7.5 di atas. Misalkan burung-burung tersebut terjual setelah satu minggu di pelihara. Biaya pemeliharaan adalah Rp5.000,00/hari. Dalam satu minggu ternyata ada burung yang mati.

Bagaimana pengaruh biaya pemeliharaan dan karena adanya burung yang mati, terhadap keuntungan yang akan diperoleh Pak Ahmad? Apakah Pak Ahmad bisa mengalami kerugian? Jelaskan.



Masalah - 7.6

Dari hasil penjualan burung ditambah uang tabungannya yang ada, uang Pak Ahmad saat ini berjumlah Rp2.000.000,00. Uang itu digunakan untuk membeli 5.000 batang pohon cokelat yang setiap 1.000 batang pohon cokelat harganya Rp200.000,00. Biji cokelat yang dihasilkan diolah dengan biaya produksi Rp500.000,00. Kemudian menjualnya ke salah satu pabrik makanan, namun dari hasil penjualan tersebut dia menderita kerugian sebesar 10%.

- Berapa uang yang diperoleh Pak Ahmad dari pabrik?
- Bila Pak Ahmad menginginkan untung sebesar 15%, berapa harga jualnya?



Alternatif Penyelesaian

- a. Diketahui Pak Ahmad membeli 5.000 batang pohon cokelat dengan harga Rp200.000,00 per 1000 batang.

$$\text{Jumlah kelompok pohon yang dibeli Pak Ahmad} = \frac{5.000}{1.000} = 5.$$

Biaya untuk membeli 5000 batang pohon cokelat adalah $5 \times 200.000 =$
Rp1.000.000,00.

Modal untuk berdagang cokelat adalah $1.000.000 + 500.000 =$
Rp1.500.000,00.

Besar kerugian adalah 10%, sehingga

$$\begin{aligned} 10\% &= \frac{10}{100} \cdot 1.500.000 \\ &= \frac{15.000.000}{100} \times 100\% \\ &= 150.000 \end{aligned}$$

Kerugian yang dialami pak Ahmad sebesar Rp150.000,00.

Dari rumus harga penjualan diperoleh:

$$\begin{aligned}\text{Harga penjualan} &= \text{Harga pembelian} - \text{rugi} \\ &= 1.500.000 - 150.000 \\ &= 1.350.000\end{aligned}$$

Jadi uang yang diperoleh dari pabrik sebesar Rp1.350.000,00.

b. Besar keuntungan adalah 15% , sehingga

$$\begin{aligned}15\% &= \frac{15}{100} \text{ Rp}1.500.000,00 \\ &= \frac{22.500.000}{100} \\ &= 225.000\end{aligned}$$

Jadi keuntungan yang diperoleh Pak Ahmad sebesar Rp225.000,00.

Dari rumus harga penjualan diperoleh

$$\begin{aligned}\text{Harga penjualan} &= \text{Harga pembelian} + \text{untung} \\ &= 1.500.000 + 225.000 \\ &= 1.725.000\end{aligned}$$

Jadi Harga penjualan bahan coklat Pak Ahmad sebesar Rp1.725.000,00.

Diskusi

Guru mengajak siswa berdiskusi dengan temannya untuk mengembangkan masalah perdagangan coklat Pak Ahmad. Misalkan tiap batang pohon menghasilkan 1 kg biji coklat. Harga jual biji coklat adalah x rupiah/kg. Kamu dapat menentukan harga penjualan yang diterima Pak Ahmad dinyatakan dalam x . Karena persyaratan untung adalah harga penjualan lebih dari harga pembelian, dari sini akan kamu dapatkan pertidaksamaan linier dalam x . Berdasarkan pertidaksamaan ini, kamu dapat mencari batasan nilai x agar Pak Ahmad tidak rugi. Lakukan prosedur di atas dan sajikan hasilnya.



Berdasarkan penyelesaian masalah-masalah di atas, dapat dibuat definisi tentang persentase keuntungan dan persentase kerugian sebagai berikut.



Definisi 7.5

$$\text{Persentase keuntungan} = \frac{\text{Untung}}{\text{Biaya Pembelian}} \times 100\%$$



Definisi 7.6

$$\text{Persentase kerugian} = \frac{\text{Besar Kerugian}}{\text{Biaya Pembelian}} \times 100\%$$



Uji Kompetensi - 7.1

1. Koperasi sekolah membeli 10 pak buku tulis yang masing-masing berisi 10 buah dengan harga seluruhnya Rp200.000,00. Kemudian buku itu dijual eceran dengan harga Rp2.500,00 tiap buah. Untung atau rugikah koperasi tersebut jika buku terjual semua dan berapakah keuntungannya atau kerugiannya?
2. Ibu membeli 4 rak telur dengan harga telur Rp21.000,00 tiap rak. Tiap rak berisi 30 butir telur. Kemudian ibu menjual kembali dan setiap satu butir telur mendapatkan keuntungan Rp100,00, berapakah harga jual telur seluruhnya?
3. Irsan adalah seorang agen minyak tanah bersubsidi. Dia membeli 500 liter minyak tanah. Minyak itu kemudian dijual secara eceran dengan harga Rp11.500,00 tiap liter. Keuntungan yang diperoleh dari hasil penjualan seluruh minyak itu adalah Rp200.000,00. Berapa rupiahkah yang harus dikeluarkan Irsan untuk membeli minyak tanah tersebut?
4. Seorang pedagang ayam membeli 300 ekor ayam dari peternak dengan harga rata-rata Rp6.000,00 kemudian dijualnya di pasar. Hari pertama ia menjual 180 ekor ayam dengan harga Rp10.000,00 tiap ekor. Ternyata pada hari kedua 100 ekor ayam mati karena flu burung dan sisanya berhasil dijual dengan harga Rp9.000,00 tiap ekor. Jawablah pertanyaan di bawah ini!
 - a) Untung atau rugikah pedagang tersebut?
 - b) Berapakah persentase keuntungan atau kerugiannya?
5. Seorang pedagang membeli 50 buah durian dengan harga Rp5.000,00 tiap buah. Sebanyak 25 buah dijual dengan harga Rp10.400,00 tiap buah, 20 buah dijual dengan harga Rp4.500,00 tiap buah dan sisanya busuk. Untung atau rugikah pedagang itu? Tentukan berapa persen untung atau ruginya!

- 
6. Pak Parmi menjual 100 kambing miliknya. Ia menjual $\frac{2}{5}$ dari kambingnya dengan harga Rp400.000,00 per ekor, dan sisanya dijual dengan harga Rp500.000,00 per ekor. Jika pada penjualan kambing itu Pak Parmi mendapat untung 25%, maka berapakah harga pembelian seluruh kambing?
7. Untuk soal no. 3, bila harga jual eceran yang ditentukan Irsan adalah x tentukan persamaan linier satu variabel untuk soal ini.
8. Untuk soal no. 2, bila harga jual satu butir telur adalah x , tentukan pertidaksamaan linier satu variabel yang menyatakan batasan nilai x supaya Ibu tidak rugi.

3. DISKON, PAJAK, BRUTO, TARA DAN NETO



Gambar 7.5 Pedagang beras

Pak Ali seorang pedagang beras, sebelum beras dikeluarkan dari karung, beras dan karungnya ditimbang ternyata beratnya 60 kg. Berat beras dan karung itu dinamai bruto. Setelah beras dikeluarkan dari karungnya, beras ditimbang beratnya 59,5 kg. Berat beras 59,5 kg itu dinamai netto. Kemudian karung ditimbang juga diketahui beratnya 0,5 kg. Berat karung 0,5 kg itu dinamai tara.

Masalah - 7.7

Di supermarket “INDOSATU” ibu membeli 1 kotak susu. Pada kotak susu tersebut tertulis netto 1.000 gram. Setelah susu dikeluarkan dari kotaknya, kemudian kotaknya ditimbang beratnya 1,5% dari berat 1 kotak susu. Berat kotak susu disebut tara dalam persen. Dari netto dan taranya, ibu menyimpulkan bahwa berat susu dan kotaknya 1.015 gr. Berat susu dan kotaknya itu disebut bruto.

Masalah - 7.8

Sebuah toko elektronik memberikan diskon sebesar 10 % untuk semua jenis barang jika dibayar secara tunai. Iwan melihat harga jam tangan sebelum dapat diskon di etalase seharga Rp75.000,00 dan dikenakan pajak penjualan sebesar 5 %. Iwan ingin membeli jam tangan tersebut tetapi dia hanya mempunyai uang sebesar Rp65.000,00.

Cukupkah uang Iwan untuk membeli jam tangan yang dia inginkan?



Alternatif Penyelesaian

Diketahui:

Uang Iwan (Modal) sebesar Rp65.000,00.

Harga jam tangan seharga Rp75.000,00.

Jawab:

Diskon = Persen diskon \times harga barang

Diskon 10 %

$$\begin{aligned}\text{Diskon} &= \frac{10}{100} \times 75.000 \\ &= \text{Rp}7.500\end{aligned}$$

Harga setelah diberi diskon = $75.000 - 7.500 = \text{Rp}67.500,00$.

Pajak (Rp) = Persen Pajak \times Harga Barang

Pajak 5%

$$\begin{aligned}\text{Pajak} &= \frac{5}{100} \diamond 67.500 \\ &= \text{Rp}3.375\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Harga yang harus dibayar} &= \text{Harga Barang} + \text{Pajak} \\ &= 67.500 + 3.375 \\ &= 70.875\end{aligned}$$

Berarti harga jam tangannya adalah Rp70.850,00, artinya uang Iwan tidak cukup untuk membeli jam tangan.

Diskusi

Guru mengajak siswa berdiskusi dengan temannya untuk mencari cara penyelesaian yang lain dari Masalah-7.8



Dari uraian di atas, diberikan definisi sebagai berikut.



Definisi 7.7

- Bruto atau sering disebut berat kotor adalah berat suatu barang dengan kemasannya/tempatnya.
- Netto atau sering disebut berat bersih adalah berat suatu barang tanpa kemasan/tempatnya.
- Tara adalah berat kemasan/tempat suatu barang.



Definisi 7.8

Diskon adalah potongan harga suatu barang yang diberikan penjual kepada pembeli, nilai diskon biasanya diberi dalam bentuk persen (%).

Misalkan diskon suatu barang adalah a %, maka nilai diskon adalah

Nilai diskon (dalam satuan harga) = $\frac{a}{100} \times \text{harga sebelum diskon}$

4. BUNGA TUNGGAL

Masalah - 7.9

Bunga Bank

Pada tanggal 2 Desember 2012 Nurwahid menabung di Bank sebesar Rp500.000,00 dengan bunga tunggal 10 % per tahun. Enam bulan kemudian, dia ingin mengambil tabungannya untuk membeli sepeda seharga Rp600.000,00 tapi Nurwahid khawatir tabungannya tidak cukup untuk membeli sepeda tersebut.

Apa yang sebaiknya dilakukan Nurwahid? Apakah dia mampu membeli sepeda itu, atau haruskah dia menunggu beberapa bulan lagi? Tuliskan cara kamu menentukan berapa uang Nurwahid setelah 6 bulan menabung?



Alternatif Penyelesaian

Uang Nurwahid (Modal) sebesar Rp500.000,00.

Harga sebuah sepeda Rp600.000,00

Bunga tunggal 10%.

Jawab:

$$\begin{aligned}\text{Bunga} &= \frac{6}{12} \times \frac{10}{100} \times 500.000 \\ &= \frac{1}{2} \times 50.000 \\ &= 25.000\end{aligned}$$

Uang Nurwahid selama enam bulan adalah:

$$\begin{aligned}\text{Uang Nurwahid} &= \text{tabungan} + \text{bunga} \\ &= 500.000 + 25.000 \\ &= 525.000\end{aligned}$$

Jadi uang Nurwahid selama enam bulan adalah sebesar Rp525.000,00. Karena harga sepeda Rp600.000,00 maka uang Nurwahid belum cukup untuk membeli sepeda. Nurwahid sebaiknya menunggu minimal satu tahun enam bulan lagi karena setiap enam bulan Nurwahid mendapat tambahan uang sebesar Rp25.000,00. Jadi, jika Nurwahid menunggu dua tahun lagi maka dia akan dapat membeli sepeda seharga Rp600.000,00.

Diskusi

Guru mengajak siswa berdiskusi dengan temannya untuk membuat prosedur yang dapat digunakan untuk menentukan lama menabung sampai uangnya mencapai jumlah tertentu.



Berdasarkan alternatif penyelesaian di atas, kita temukan definisi sebagai berikut.



Definisi 7.9

Bunga tunggal adalah bunga uang yang diperoleh pada setiap akhir jangka waktu tertentu yang tidak mempengaruhi besarnya modal.

Modal dalam hal ini besarnya tetap dan tidak berubah. Besarnya bunga berbanding senilai dengan persentase dan lama waktunya dan dihitung berbanding senilai pula dengan besarnya modal.

Jika modal sebesar M ditabung dengan bunga $b\%$ setahun, maka besarnya bunga tunggal (B) dirumuskan sebagai berikut.

a. Setelah t tahun, besarnya bunga:

$$B = M \times \frac{b}{100} \times t$$

b. Setelah t bulan, besarnya bunga:

$$B = M \times \frac{b}{100} \times \frac{t}{12}$$

c. Setelah t hari (satu tahun adalah 365 hari), besarnya bunga:

$$B = M \times \frac{b}{100} \times \frac{t}{365}$$



Latihan

Sebagai latihan siswa, tentukanlah besar bunga tunggal yang diterima Ibu Sumiati jika ia menabung uangnya sebesar Rp20.000.000,00 selama 5 tahun, apabila bunga tunggal yang diberikan bank sebesar 5% setahun!



Uji Kompetensi - 7.2

1. Menjelang hari raya Idul Fitri, untuk menarik pembeli, sebuah supermarket memberikan diskon besar-besaran bagi pembeli.



- Pembelian satu pasang busana merek A seharga Rp 60.000,00 dengan diskon sebesar 15%.
- Pembelian satu pasang busana merek B seharga Rp80.000,00 dengan diskon sebesar 10%
- Pembelian satu pasang busana merek C seharga Rp120.000,00 dengan diskon sebesar 10%.

Ibu Elvri membeli busana-busana tersebut untuk dijual kembali di desanya. Hari itu, ibu Elvri membeli 1 lusin busana merek A, $\frac{1}{2}$ lusin busana merek B dan 1 lusin busana merek C. Berapa rupiahkah yang harus dibayar ibu Elvri?

2. Salin dan lengkapilah daftar berikut ini!

No	Bruto	Tara	Netto	Persentase Tara
1	20 kg	19 kg
2	5 kg	2.12%
3	50kg	48kg

- 3.



Pak Daniel seorang karyawan perusahaan. Ia membeli sebuah mobil bekas seharga Rp90.000.000,00. dan dikenakan pajak penjualan sebesar 5%. Berapa rupiah uang yang harus dibayar Pak Daniel untuk pembelian mobilnya?

4. Seorang pedagang perabot rumah tangga menjual sepasang sofa dengan harga Rp12.000.000,00. Dari penjualan tersebut, dia mendapatkan untung 20% dari modalnya. Dia berencana akan menggantikan sofa yang telah laku tersebut untuk dijual



kembali, tetapi ternyata harga sofa tersebut sudah naik 10% dari modal sebelumnya. Berapakah sofa itu di jual agar keuntungannya sama dengan penjualan sofa yang pertama?

5. Pada hari raya, supermarket menjual pakaian dengan diskon besar-besaran. Ibu membeli kemeja adik dengan harga Rp 150.000 setelah didiskon sebesar 30% (+15%), artinya akan terjadi diskon harga lagi sebesar 15% dari total harga setelah didiskon 30%. Berapakah harga kemeja tersebut jika tidak ada diskon?
6. Pak Doni membeli telur ayam sebanyak 1000 butir dari seorang peternak dengan harga Rp 450,00 setiap butir. Kemudian dia meminta telur tersebut diantar ke tokonya. Pak Doni harus mengeluarkan uang Rp 15.000,00 sebagai upah ongkos kirim telur tersebut. Dia menjual telur tersebut dengan harga Rp 600,00 per butir. Setelah 1 minggu, telur dagangannya masih sisa sebanyak 150 butir sehingga dia menurunkan harga menjadi Rp 550,00 per butir. Jika 15 butir telur harus dibuang karena busuk dan selebihnya habis terjual, berapa % keuntungan Pak Doni?

Berapa rupiahkah penjualannya?

7. Anto menabung di bank A sebesar Rp 200.000,00 dengan bunga tunggal 12 % per tahun. Ani menabung di bank B sebesar Rp 250.000,00 dengan bunga tunggal 10% per tahun. Setelah 6 bulan, mereka mengambil uangnya. Berapakah selisih bunga uang mereka?
8. Ibu Susi adalah seorang pedagang peralatan dapur. Ibu Susi menjual 1 gross sendok makan dengan harga Rp 360.000,00 dan menjual 1 lusin sendok makan dengan harga Rp 36.000,00 tetapi dia akan menjual sendok makan dengan harga Rp 3.250,00 per buah. Jika bulan ini, barang dagangan Ibu Susi laku sebanyak 3 gross, 7 lusin dan 9 buah sendok sementara modal ibu adalah Rp 2000 per buah, maka berapa % keuntungan ibu?
9. Keuntungan atas penjualan sebuah barang adalah $x\%$ dari modal. Jika penjualan adalah 11 kali laba tersebut. Tentukanlah perbandingan antara $P : M : L$, dimana $P =$ Penjualan, $M =$ Modal dan $L =$ laba.

Proyek

Guru mengajak siswa bersama beberapa temannya, untuk mengumpulkan data terkait:

- a. Bruto, Netto, dan Tara sejumlah barang yang sering kamu beli atau yang ada di rumahmu.
- b. Diskon yang diberikan toko untuk barang dagangannya (diskon tunggal, diskon ganda yaitu diskon setelah diskon).
- c. Slip pembayaran pada saat kamu atau orang tuamu berbelanja untuk mengetahui besar pajak yang dikenakan pada pembelian tersebut.



Guru meminta siswa membuat laporan hasil pengamatan ini dan menyajikannya di kelas.

D. PENUTUP

Berdasarkan sajian materi terkait berbagai konsep dalam aritmatika sosial di atas, beberapa hal penting dapat kita rangkum sebagai berikut.

1. Harga jual diperoleh dari harga sesuatu barang yang dijual.
2. Harga beli diperoleh dari harga sesuatu barang yang dibeli.
3. Keuntungan diperoleh jika harga penjualan lebih tinggi dari pada harga pembelian, dan nilai keuntungan tersebut merupakan selisih antara harga penjualan dengan harga pembelian.
4. Kerugian diperoleh jika harga penjualan lebih rendah dari pada harga pembelian, dan nilai kerugian tersebut merupakan selisih antara harga penjualan dengan harga pembelian.

- 
5. Menghitung besar persentase keuntungan dicari dengan menggunakan rumus:

$\frac{\text{Untung}}{\text{Harga Pembelian}} \times 100\%$, sedangkan menghitung besar persentase kerugian

dicari dengan menggunakan rumus: $\frac{\text{Rugi}}{\text{Harga Pembelian}} \times 100\%$.

6. Bruto atau sering disebut berat kotor adalah berat suatu barang dengan kemasannya/ tempatnya. Netto atau sering disebut berat bersih merupakan berat suatu barang tanpa kemasan/tempatnya. Tara merupakan berat kemasan/tempat suatu barang. Hubungan ketiga istilah ini dirumuskan dengan: Bruto = Netto + Tara.

Konsep dalam aritmatika sosial yang telah dibahas di atas, di peroleh dari situasi nyata kehidupan. Konsep-konsep ini sangat berguna dalam pemecahan masalah yang ditemui dalam kehidupan siswa. Oleh karena itu, siswa diharapkan memahami konsep yang telah ditemukan tersebut.

Transformasi

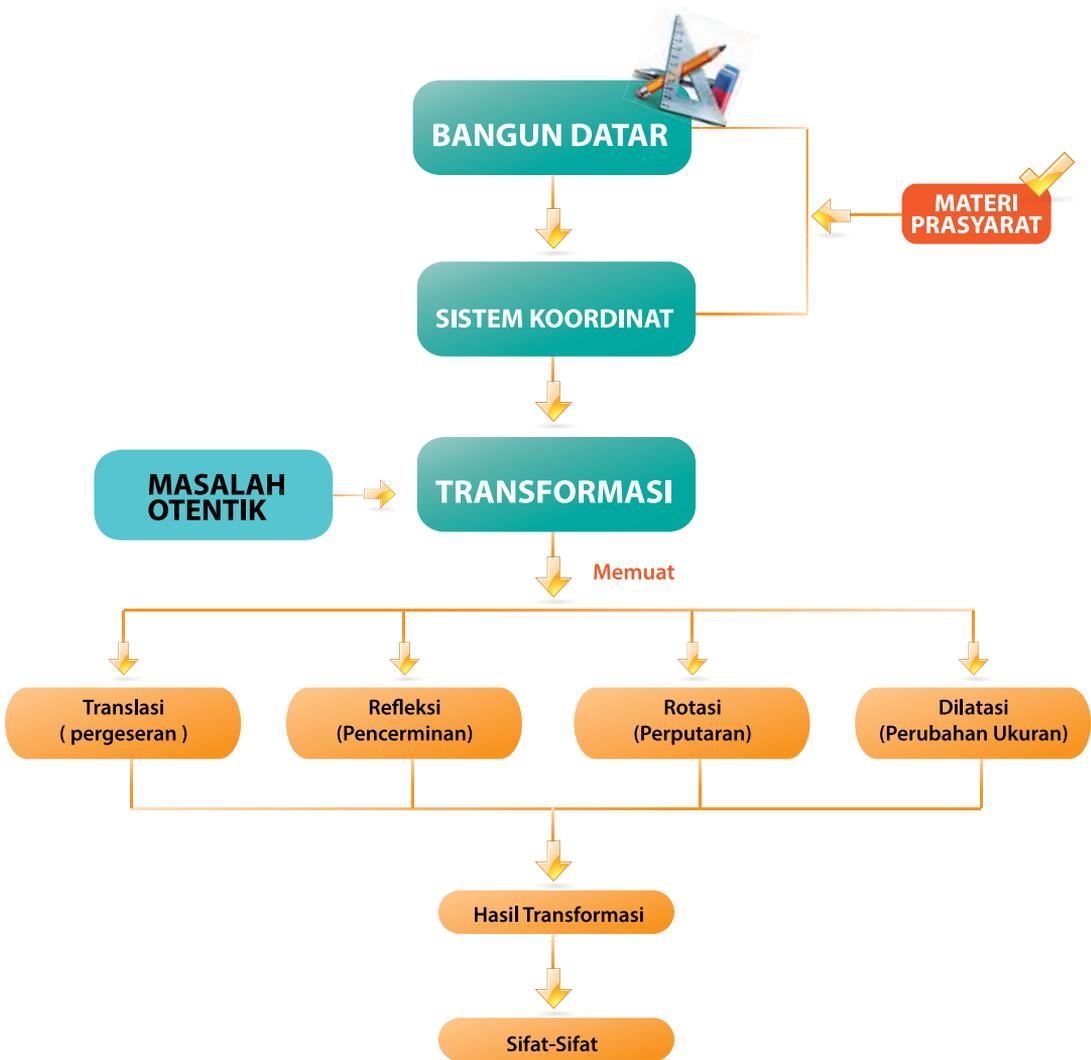
A. KOMPETENSI DASAR DAN PENGALAMAN BELAJAR

Kompetensi Dasar	Pengalaman Belajar
<p>Setelah mengikuti pembelajaran transformasi siswa mampu:</p> <ol style="list-style-type: none"> memiliki rasa ingin tahu, percaya diri, dan ketertarikan pada matematika serta memiliki rasa percaya diri pada daya dan kegunaan matematika yang terbentuk melalui pengalaman belajar; mendeskripsikan lokasi benda dalam koordinat kartesius; memahami konsep transformasi (dilatasi, translasi, pencerminanan, rotasi) menggunakan obyek-obyek geometri; menyelesaikan permasalahan dengan menaksir besaran yang tidak diketahui menggunakan grafik; menerapkan prinsip-prinsip transformasi (dilatasi, translasi, pencerminanan, rotasi) dalam menyelesaikan permasalahan nyata. 	<p>Melalui proses pembelajaran transformasi, siswa memiliki pengalaman belajar.</p> <ul style="list-style-type: none"> terlatih berpikir kritis dan berpikir kreatif; menemukan ilmu pengetahuan dari pemecahan masalah nyata; mengajak untuk melakukan penelitian dasar dalam membangun konsep; dilatih bekerjasama dalam tim untuk menemukan solusi permasalahan; dilatih mengajukan ide-ide secara bebas dan terbuka; merasakan manfaat matematika dalam kehidupan sehari-hari.

- ✓ Tranlasi
- ✓ Refleksi
- ✓ Rotasi
- ✓ Dilatasi

Istilah Penting:

B. KONSEP MATERI



C. MATERI PEMBELAJARAN

1. MENEMUKAN KONSEP TRANSLASI (PERGESERAN)

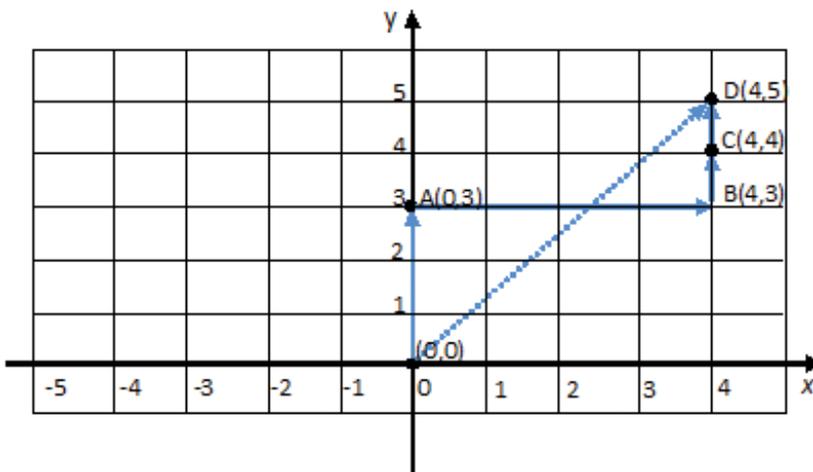
Kita akan mencoba menemukan beberapa konsep transformasi dengan mempelajari beberapa masalah berikut. Pada bagian ini, transformasi pada bidang terdiri dari translasi (pergeseran), refleksi (pencerminan), rotasi (perputaran), dan dilatasi (perkalian).

Masalah -8.1

Beberapa anak sedang bermain sebuah permainan di sebuah lapangan. Mereka membentuk kelompok dengan anggota 2 orang. Tini dan Tina adalah teman satu kelompok. Pada permainan tersebut, mata Tina ditutup dengan sapu tangan, kemudian Tini memandu pergerakan Tina untuk mendapatkan bola yang telah ditentukan tempatnya. Kelompok yang paling cepat mendapatkan bola tersebut adalah pemenangnya. Tini memberikan arahan kepada Tina, “Maju 3 langkah, kemudian ke kanan 4 langkah, maju 1 langkah, kemudian maju lagi 1 langkah”. Gambarkanlah dalam grafik kartesius langkah yang ditempuh Tina dan tentukanlah posisi Tina mendapatkan bola tersebut.



Alternatif Penyelesaian



Gambar 8.1 Grafik Pergerakan Tina



Mari kita amati pergerakan Tina pada koordinat kartesius di atas dengan mengasumsikan bahwa pergerakan ke depan adalah searah sumbu y positif, ke kanan adalah searah sumbu x positif. Misalkan posisi awal Tina adalah titik asal $O(0,0)$.

Berdasarkan sketsa di atas.

1. Tina bergerak 3 langkah ke depan dari $O(0,0)$ ke $A(0,3)$. Hal ini berarti $A(0,3) = A(0+0, 0+3)$;
2. Tina bergerak lagi 4 langkah ke kanan dari $A(0,3)$ ke $B(4,3)$. Hal ini berarti: $B(4,3) = B(0+4, 3+0)$;
3. Tina bergerak lagi 1 langkah ke depan dari $B(4,3)$ ke $C(4,4)$. Hal ini berarti: $C(4,4) = C(4+0, 3+1)$;
4. Tina bergerak lagi 1 langkah ke depan dari $C(4,4)$ ke $D(4,5)$. Hal ini berarti: $D(4,5) = C(4+0, 4+1)$.

Maka posisi Tina untuk mendapatkan bola tersebut adalah berada di titik $D(4, 5)$.

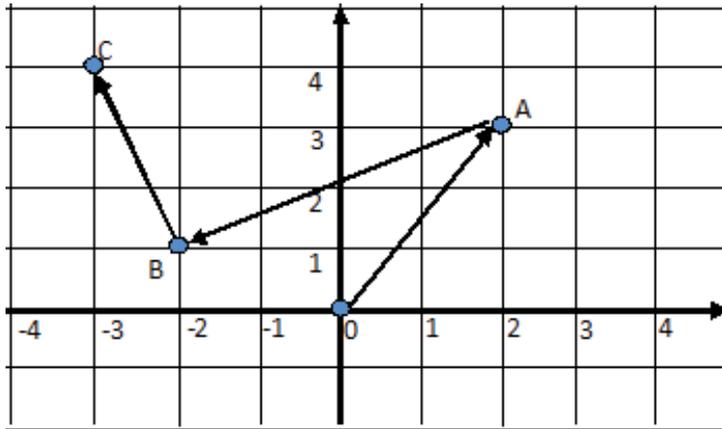
Masalah - 8.2

Adik bermain *game* pada sebuah komputer. Dalam permainannya, dia menggerakkan *mouse* ke kanan 2 langkah dan ke atas 3 langkah. Kemudian dia menggerakkan lagi ke kiri 4 langkah dan ke bawah 2 langkah. Selanjutnya, *mouse* bergerak lagi ke kiri 1 langkah dan ke atas 3 langkah. Demikianlah adik terus menggerakkan *mouse* untuk memainkan *game* tersebut.

Seperti pembahasan kita pada masalah di atas, kita akan mencoba memahami konsep pergeseran *mouse* komputer tersebut. Perhatikan grafik berikut!



Alternatif Penyelesaian



Gambar 8.2 Grafik Pergeseran Mouse Komputer

Mari kita pelajari pergeseran *mouse* tersebut. Kita asumsikan pergerakan ke kanan adalah searah sumbu x positif, pergerakan ke kiri adalah searah sumbu x negatif, pergerakan ke atas adalah sumbu y positif dan pergerakan ke bawah adalah searah sumbu y negatif.

Pergerakan 1. Misalkan posisi awal *mouse* adalah $O(0,0)$ kemudian bergerak ke kanan 2 langkah dan ke atas 3 langkah, sehingga berada pada koordinat $A(2,3)$. Hal ini berarti:

$$A = (0 + 2, 0 + 3)$$

Pergerakan 2. Posisi *mouse* adalah $A(2,3)$, kemudian bergerak ke kiri 4 langkah dan ke bawah 2 langkah, sehingga berada pada koordinat $B(-2, 1)$. Hal ini berarti:

$$B(-2,1) = A(2-4, 3-2)$$

Pergerakan 3. Posisi *mouse* adalah $B(-2,1)$ kemudian bergerak ke kiri 1 langkah dan ke atas 3 langkah, sehingga pada grafik nampak dikoordinat $C(-3,4)$. Hal ini berarti:

$$C(-3,4) = B(-2-1, 1+3)$$

Secara induktif, jika titik $A(x, y)$ digeser/translasi dengan $T(a, b)$ maka posisi akhir titik adalah $A(x+a, y+b)$. Secara matematis, konsep translasi dituliskan sebagai berikut.



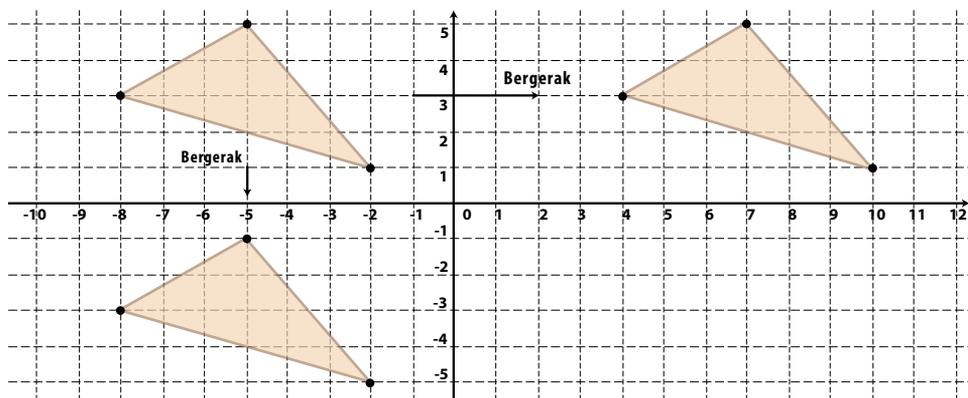
Definisi 8.1

Misalkan x, y, a , dan b adalah bilangan real, Translasi titik $A(x, y)$ dengan menggeser absis x sejauh a dan menggeser ordinat y sejauh b , sedemikian diperoleh titik $A'(x + a, y + b)$, secara notasi dilambangkan dengan:

$$A(x, y) \xrightarrow{T(a,b)} A'(x + a, y + b)$$

Perhatikan kembali pergeseran Tina pada Gambar-8.1. Posisi mula-mula Tina di titik $(0,0)$ bergerak ke $A(0,3)$ oleh translasi $T_1(0,3)$, bergerak ke titik $D(4,3)$ oleh translasi $T_2(4,0)$ dan seterusnya. Walaupun Tina terus bergeser, perubahan pada diri Tina tidak ada, kecuali perubahan posisi. Demikian juga pergeseran *mouse* komputer. Perubahan *mouse* komputer tidak ada pada setiap pergeseran kecuali posisi. Dari keadaan ini kita dapat simpulkan sifat translasi.

Perhatikan contoh hasil translasi pada gambar berikut.



Gambar 8.3 Pergeseran Sebuah Obyek

Diskusi

Dapatkan siswa menemukan sifat-sifat translasi di atas melalui pengamatannya pada grafik di atas dan benda-benda yang bergerak di sekitar siswa?



Sifat - 8.1

Bangun yang digeser (ditranslasikan) tidak mengalami perubahan bentuk dan ukuran.



Sifat - 8.2

Bangun yang digeser (ditranslasikan) mengalami perubahan posisi.

Contoh 8.1

Sebuah titik $P(a, b + 2 + b)$ digeser dengan $T(3, 2 - a)$ sehingga hasil pergeseran adalah $Q(3a + b, -3)$. Tentukanlah pergeseran titik $R(2, 4)$, oleh translasi T di atas!



Alternatif Penyelesaian

$$P(a, b + 2) \xrightarrow{T(3, 2 - a)} Q(3a + b, -3)$$

$$3a + b = a + 3 \text{ atau } 2a + b = 3 \text{ dan } -3 = 2b - a + b + 2 \text{ atau } a = 3b + 5$$

Dengan mensubstitusi $a = 3b + 5$ ke $2a + b = 3$ maka diperoleh:

$$\begin{aligned} a = 3b + 5 \text{ dan } 2a + b = 3 & \quad \rightarrow 2(3b + 5) + b = 3 \\ & \quad \rightarrow 7b + 10 = 3 \\ & \quad \rightarrow 7b = -7 \\ & \quad \rightarrow b = -1 \end{aligned}$$

Bila nilai $b = -1$ disubstitusi ke $a = 3b + 5$ maka $a = 2$.

Dengan demikian, translasi yang dimaksud adalah $T(3, 2b - a) = T(3, 4)$.

Pergeseran titik $R(2, 4)$ oleh translasi $T(3, -4)$ adalah:

$$R(2, 4) \xrightarrow{T(3, -4)} S(2 + 3, 4 + (-4)) = S(5, 0)$$

2. MENEMUKAN KONSEP REFLEKSI (PENCERMINAN)

Masalah - 8.3

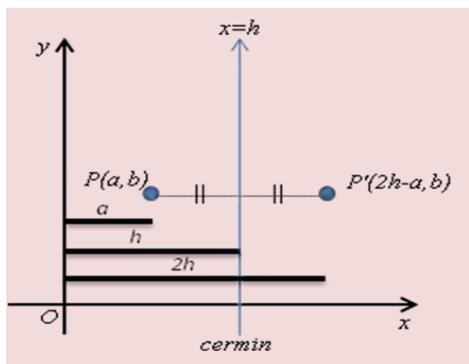


Gambar 8.4 Bercermin

Ani adalah siswi kelas 7. Dia dan adiknya tinggal satu kamar. Adiknya masih kelas 5 SD. Pagi hari, Ia melihat adiknya sedang bersiap-siap berangkat ke sekolah. Ani melihat bayangan adiknya di cermin. Pada saat adiknya mendekati cermin, tampak olehnya bayangannya juga mendekati cermin. Ketika adiknya bergerak menjauh cermin, maka bayangannya juga menjauh cermin.

Pada cermin datar, tampak oleh kita bahwa jarak objek dengan cermin adalah sama dengan jarak bayangan objek tersebut ke cermin. Misalkan garis $x = h$ adalah cermin dan titik $P(a, b)$ adalah objek.

Jarak titik P terhadap sumbu y adalah a . Jarak cermin $x = h$ ke sumbu y adalah h .



Jarak benda kecermin = $h - a$.

Jarak bayangan kecermin = $h - a$.

Jarak bayangan ke benda = $2(h - a)$.

Jarak bayangan ke sumbu $y = 2(h - a) + a = 2h - a$

Gambar 8.5: Pencerminan $x = h$

Konsep tersebut kita tuliskan dengan:



Sifat - 8.3

Pencerminan terhadap

$$A(x, y) \xrightarrow{T(a,b)} A'(x + a, y + b)$$

$$a' = 2h = a$$

$$b' = b$$

Diskusi

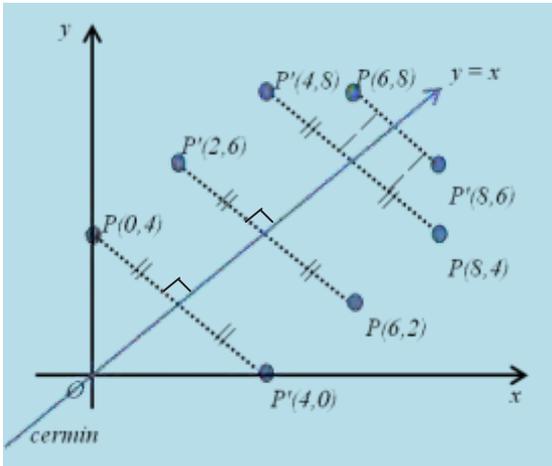
Gantilah $h = 0$.
Pencerminan dengan sumbu apa yang siswa dapat?

Dapatkan siswa menentukan konsep pencerminan?



Konsep di atas adalah pencerminan terhadap cermin dengan posisi vertikal. Bagaimana dengan posisi cermin yang miring? Misalkan cermin yang demikian adalah garis $y = x$. Dengan demikian, kita akan mencoba menemukan konsepnya dengan melakukan beberapa percobaan, yaitu dengan mencerminkan beberapa titik ke cermin tersebut dan melihat bayangan yang dihasilkan pada sumbu koordinat.

Perhatikan gambar dan tabel di bawah ini. Beberapa titik dicerminkan pada garis $y = x$, kemudian dicari titik yang jaraknya ke cermin sama dengan jarak bayangannya ke cermin.

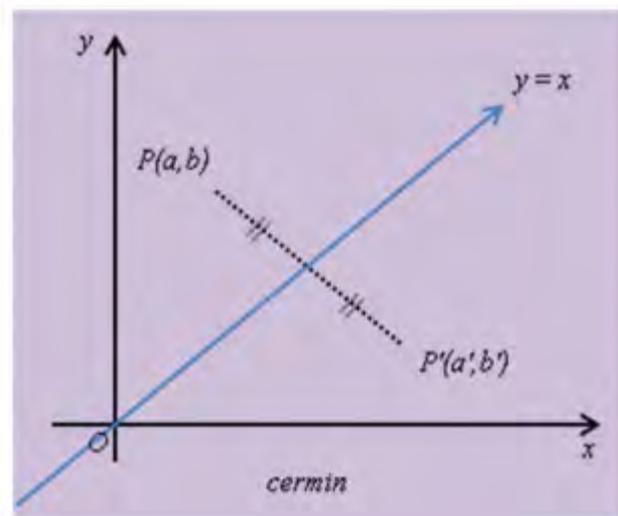


Tabel 8.1: Bayangan Titik pada Cermin $y = x$

Koordinat Obyek	Koordinat Bayangan
(0,4)	(4,0)
(6,2)	(2,6)
(8,4)	(4,8)
(6,8)	(8,6)
...	...
(a,b)	(b,a)

Gambar 8.6: Pencerminan pada $y = x$

Perhatikan Tabel 8.1 di atas. Dapatkah siswa menentukan konsep pencerminan sebuah titik terhadap cermin $y = x$?



Gambar 8.7 Pencerminan pada $y = x$

Misalkan titik $P(a,b)$ yang mewakili obyek yang dicerminkan terhadap garis $y = x$. Jarak titik $P(a,b)$ ke cermin $y = x$ adalah sama dengan jarak bayangan ke cermin tersebut.

Berdasarkan gambar dan tabel, secara induktif dapat disimpulkan bahwa bayangan titik $P(a,b)$ terhadap cermin $y = x$ adalah $P'(b, a)$.

Secara matematis, kita dapat menuliskan pencerminan terhadap garis $y = x$ sebagai berikut.



Sifat - 8.4

Pencerminan terhadap $y = x$

$$A(a,b) \xrightarrow{C_{y=x}} A'(a'+b')$$

dimana: $a' = b$
 $b' = a$

Diskusi

Dapatkan siswa menentukan konsep pada pencerminan dengan $y = x$

Buatlah penelitian dengan membuat tabel seperti contoh di atas.



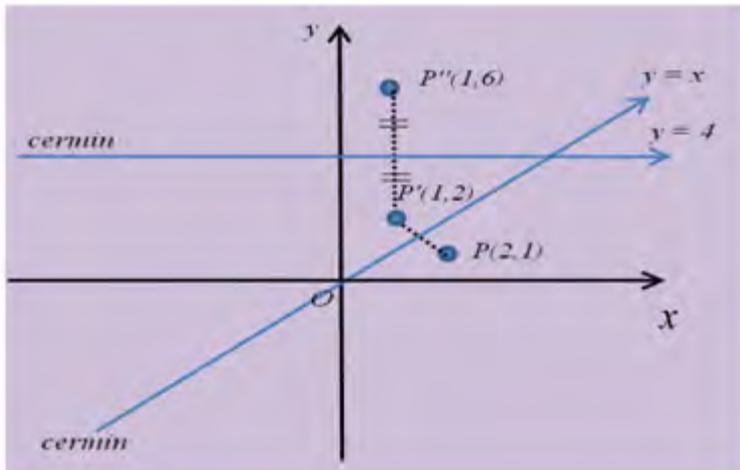
Contoh 8.2

Sebuah titik $A(2,1)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$ kemudian dilanjutkan dengan pencerminan terhadap garis $y = 4$. Tentukanlah bayangan pencerminan tersebut!



Alternatif Penyelesaian

Cara 1 (Dengan Grafik)



Gambar 8.8 Pencerminan $y = x$ dan $y = 4$

Diskusi

Bagaimana bila urutannya dibalik, dicerminkan terhadap $y=4$, kemudian dicerminkan terhadap $y=x$.

Apakah hasilnya sama?

Bandingkan hasilnya dengan translasi dan simpulkan.



Cara 2 (Dengan Konsep)

Berdasarkan soal di atas, dapat kita ilustrasikan sebagai berikut.

$$A(2,1) \xrightarrow{C_{y=x}} A'(x', y') \xrightarrow{C_{y=4}} A''(x'', y'')$$

Dimana:

$$x' = 1$$

$$x'' = x' = 1$$

$$y' = 2$$

$$y'' = 2 \times 4 - y' = 8 - 2 = 6$$

sehingga $A'(1,2)$

sehingga $A''(1,6)$

Secara umum, pencerminan tersebut dapat disimpulkan.



Sifat - 8.5

1. Pencerminan terhadap sumbu x

$$A(a, b) \xrightarrow{C_{sumbu x}} A'(a, -b)$$

2. Pencerminan terhadap sumbu y

$$A(a, b) \xrightarrow{C_{sumbu y}} A'(-a, b)$$

3. Pencerminan terhadap titik asal $O(0,0)$

$$A(a, b) \xrightarrow{C_{O(0,0)}} A'(-a, -b)$$

4. Pencerminan terhadap $x = h$

$$A(a, b) \xrightarrow{C_{x=h}} A'(2h - a, b)$$

5. Pencerminan terhadap $y = k$

$$A(a, b) \xrightarrow{C_{y=k}} A'(a, 2k - b)$$

6. Pencerminan terhadap garis $y = x$

$$A(a, b) \xrightarrow{C_{y=x}} A'(b, a)$$

7. Pencerminan terhadap garis $y = -x$

$$A(a, b) \xrightarrow{C_{y=-x}} A'(-b, -a)$$

Diskusi

Apakah bayangan suatu obyek bila dicerminkan dengan cermin 1 kemudian dilanjutkan dengan cermin 2 sama dengan bayangan bila dicerminkan dengan cermin 2 kemudian dilanjutkan dengan cermin 1?

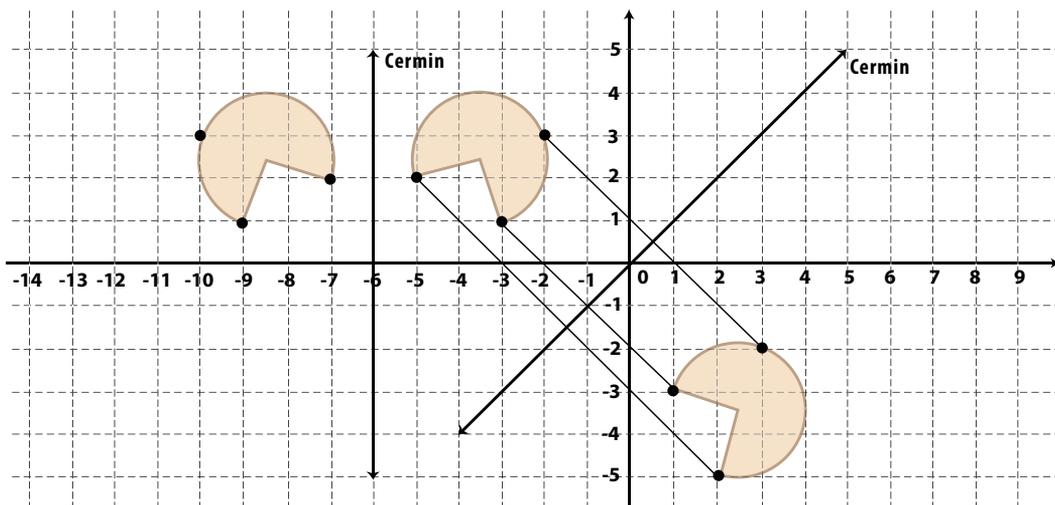


Latihan

Sebagai latihan siswa:

Tunjukkan sifat-sifat tersebut dalam koordinat kartesius beserta prosesnya

Contoh 8.3



Dapatkan siswa menemukan sifat-sifat pencerminan di atas?

Mari kita amati gambar pada pencerminan di atas, dan kita akan menemukan sifat-sifat berikut.



Sifat - 8.6

Bangun (objek) yang dicerminkan (refleksi) tidak mengalami perubahan bentuk dan ukuran.



Sifat - 8.7

Jarak bangun (objek) dengan cermin (cermin datar) adalah sama dengan jarak bayangan dengan cermin tersebut.

Diskusi

Guru mengajak siswa berdiskusi dengan temannya, mencoba untuk membuat sketsa/gambar yang memenuhi sifat-sifat refleksi di atas?



3. MEMAHAMI DAN MENEMUKAN KONSEP ROTASI (PERPUTARAN)

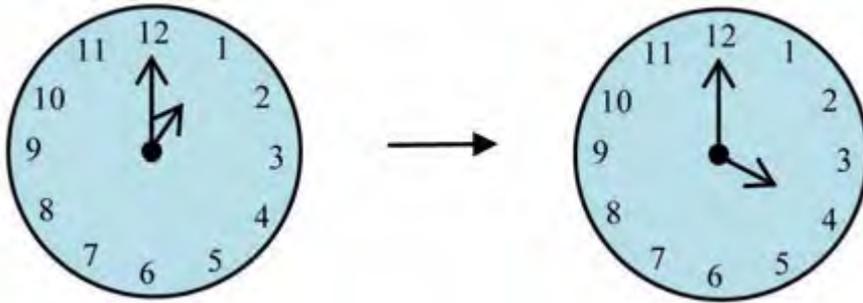
Masalah - 8.4

Andi melihat jam dinding di kamarnya tidak menunjukkan waktu yang sebenarnya. Jam itu terlambat 3 jam dari waktu seharusnya. Setelah Andi mengganti baterainya, ia mengatur kembali posisi jarum jam tersebut. Waktu yang ditunjukkan oleh jam dinding sebelum diperbaiki adalah pukul 13.00. Dapatkah kamu menunjukkan pukul berapa seharusnya yang ditunjuk oleh jam dinding tersebut? Dapatkah kamu tunjukkan perubahan sudut yang dibentuk oleh jarum panjang dan pendek pada pukul 13.00? Berapakah besar sudut berubah agar jam tersebut menunjukkan waktu yang sebenarnya?



Alternatif Penyelesaian

Untuk menunjukkan waktu yang seharusnya, kita dapat melakukan dengan menggunakan alat peraga. Perhatikan jam berikut!



Gambar 8.10 Jam Dinding

Dengan alat peraga jam di atas, dapat kita lihat bahwa jam tersebut seharusnya menunjukkan pukul 04.00. Satu putaran adalah 360° dan 1 jam adalah 30° . Jadi sudut yang dibentuk oleh jarum panjang dan pendek pada pukul 01.00 adalah 30° sementara pada pukul 04.00 adalah 120° .

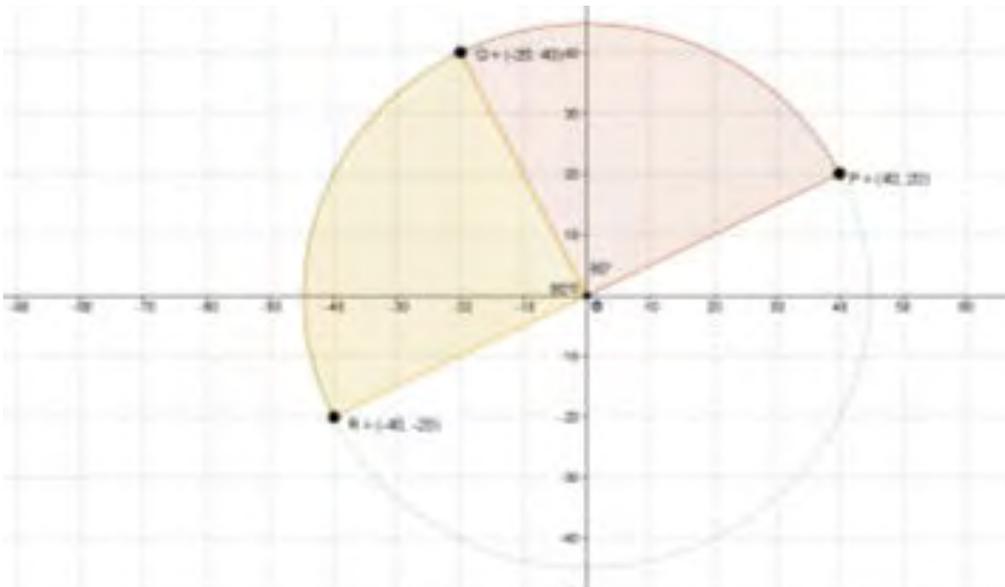
Masalah - 8.5

Sebuah pesawat pada titik koordinat $P(20,40)$ bergerak berputar sebesar 90° terhadap titik asal menuju titik Q . Setelah tiba di titik Q , pesawat melanjutkan rotasi sebesar 90° terhadap titik asal menuju titik R . Tunjukkanlah koordinat tujuan pesawat tersebut pada koordinat kartesius!



Alternatif Penyelesaian

Perhatikan gambar berikut!



Gambar 8.11: Rotasi titik P , Q , dan R

Dari Gambar 8.11 dapat kita lihat bahwa perputaran titik $P(40,20)$ sebesar 90° terhadap titik asal menghasilkan titik tujuan $Q(-20,40)$. Jika kita lanjutkan rotasi sebesar 90° terhadap titik asal menghasilkan titik tujuan $R(-40,-20)$

Secara umum konsep yang kita dapat adalah:



Sifat - 8.8

Rotasi terhadap titik $O(0,0)$ sebesar 90°

$$A(a,b) \xrightarrow{R_{[O(0,0),90^\circ]}} A'(a',b')$$

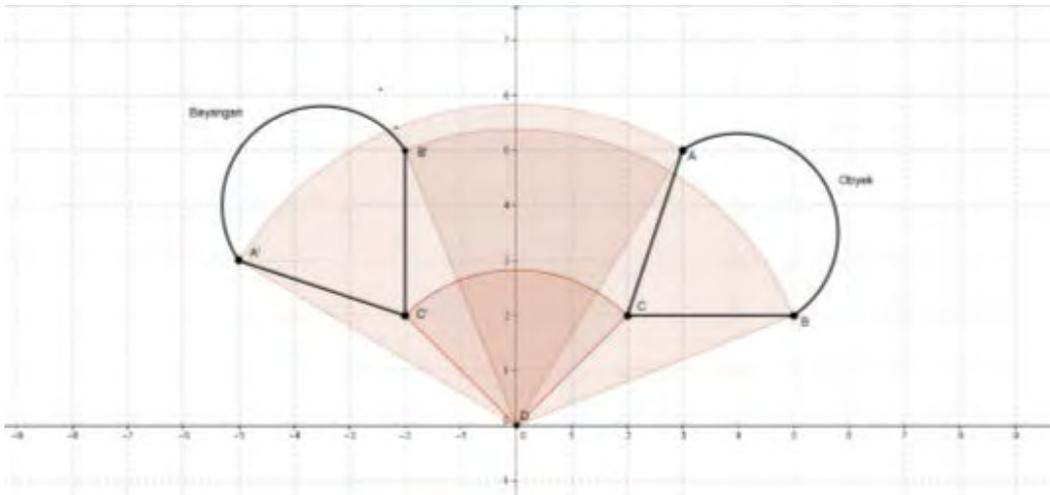
$$\text{Dimana: } \begin{aligned} a' &= -b \\ b' &= a \end{aligned}$$

Diskusi

Dapatkan siswa menemukan konsep pada rotasi dengan sudut -90° dan 180° ? Minta siswa untuk mencoba!



Contoh 8.4



Gambar 8.12: Rotasi Sebuah Obyek

Dapatkan ditemukan sifat-sifat rotasi atas?

Mari kita amati gambar pada perputaran di atas dan kita akan menemukan sifat-sifat berikut.



Sifat - 8.9

Bangun yang diputar (rotasi) tidak mengalami perubahan bentuk dan ukuran.



Sifat - 8.10

Bangun yang diputar (rotasi) mengalami perubahan posisi.

4. MEMAHAMI DAN MENEMUKAN KONSEP DILATASI (PERKALIAN)

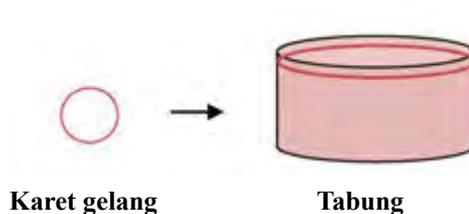
Masalah - 8.6

Seorang ibu menyimpan gula dalam sebuah tabung tanpa tutup dengan luas alas 616 cm^2 (alas berbentuk lingkaran). Suatu saat, ibu melihat semut telah masuk ke tempat gula tersebut. Ibu membersihkan gula tersebut dari semut dan segera menutup tabung dengan plastik serta mengikatnya dengan karet gelang yang berbentuk lingkaran dengan diameter 7 cm. Dapatkah kamu mengamati perubahan yang terjadi pada karet gelang tersebut? Hitunglah besar faktor skala perkalian pembesaran karet tersebut?



Alternatif Penyelesaian

Dari uraian di atas, dapat kita pahami bahwa ukuran karet gelang tersebut mengalami perubahan menjadi sebesar keliling tabung.



Gambar 8.10 Karet gelang dan Tabung

Jari-jari karet gelang (r) Jari-jari tabung (r)

$$= \frac{1}{2} \times d$$

$$= \frac{7}{2} \text{ cm}$$

$$\text{Luas alas tabung} = \pi r^2 = \frac{22}{7} \times r^2 = 616 \text{ cm}^2$$

$$r^2 = \frac{7}{12} \times 616 \text{ cm}^2$$

$$r^2 = 196 \text{ cm}^2$$

$$r = 14 \text{ cm}$$

Jadi, jari-jari tabung : jari-jari karet gelang = $14 : \frac{7}{2}$ atau $4 : 1$ dan Faktor skala pembesaran karet gelang adalah 4.

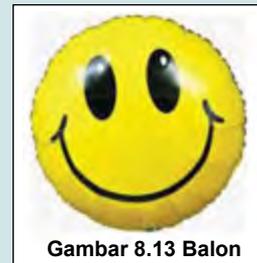


Pertanyaan Kritis

Apa pendapat siswa, jika karet gelang tersebut dibuat untuk mengikat sebuah kotak, apakah pembesaran karet gelang tersebut mempunyai faktor skala pengali?

Masalah - 8.7

Seorang anak mempunyai balon dengan volume 113.400 cm^3 . Karena pengikat balon tidak erat, balon tersebut mengecil perlahan-lahan. Pada pengamatan terakhir, jari-jari balon tersebut adalah 12 cm. Dapatkah kamu mencari diameter balon pada pengamatan terakhir? Coba kamu amati perbandingan diameter dan perbandingan volume balon mula-mula dengan keadaan balon pada pengamatan terakhir tersebut!



Gambar 8.13 Balon



Alternatif Penyelesaian

Keadaan balon mula-mula. Keadaan balon pada pengamatan terakhir.

$$V = 113.040 \text{ cm}^3$$

$$\frac{4}{3}\pi r^2 = 113.040$$

$$3,14 \times r^3 = 84.780$$

$$r^3 = 27.000$$

$$r^3 = 30^3$$

$$r = 30$$

$$\text{Jari-jari balon} = 30 \text{ cm}$$

$$\frac{\text{Jari-jari awal}}{\text{Jari-jari akhir}} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2}$$

$$\text{Jari-jari awal} = \frac{5}{2} \times \text{jari-jari akhir}$$

sedangkan

$$\frac{\text{Volume awal}}{\text{Volume akhir}} = \frac{113.040}{7234,56} = \frac{125}{8}$$

$$\text{Volume awal} = \left(\frac{5}{2}\right)^3 \text{ Volume akhir}$$

$$\text{Jari-jari} = r = 12 \text{ cm}$$

$$\text{Volume} = \frac{4}{3}\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3} \times 3,14 \times 12^3$$

$$V = 7234,56 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volume balon} = 7234,56 \text{ cm}^3$$

Diskusi

- Dapatkah siswa memberi komentar mengapa:
- Bagaimana dengan hubungan luas permukaan awal dengan luas permukaan akhir?

$$\text{Jari - jari awal} = \frac{5}{2} \text{ jari - jari akhir}$$

$$\text{Volume awal} = \left(\frac{5}{2}\right)^3 \text{ volume akhir}$$



Dari pemecahan masalah di atas, kita peroleh kesimpulan sebagai berikut.

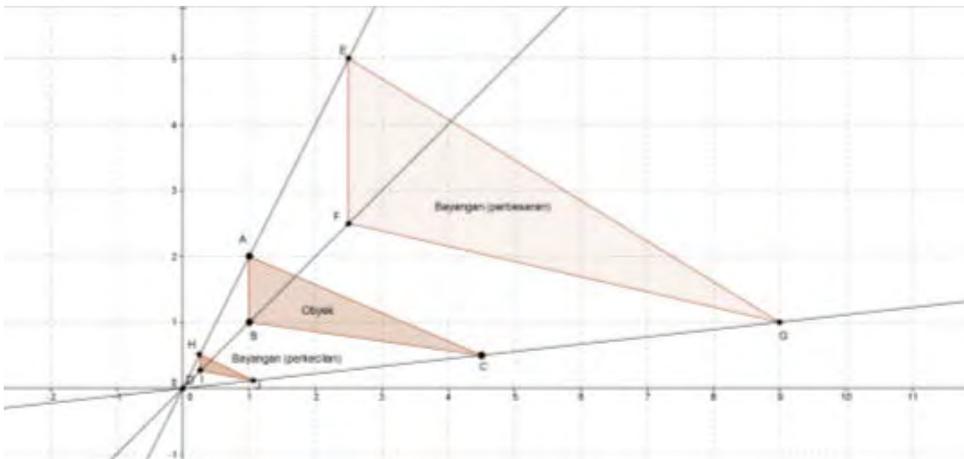
1. Dilatasi dengan pusat $O(0,0)$ dan faktor skala k

$$A(a,b) \xrightarrow{D_{[O,k]}} A'(ka, kb)$$

2. Dilatasi dengan pusat $P(p,q)$ dan faktor skala k

$$A(a,b) \xrightarrow{D_{[P(p,q),k]}} A'[p+k(a-p), q+k(b-q)]$$

Perhatikan contoh dilatasi pada gambar berikut.



Gambar 8.14: Dilatasi Sebuah Obyek

Mari kita amati gambar pada perkalian (perbesaran/perkecilan), dan kita akan menemukan sifat-sifat berikut.



Sifat Perbesaran dan Perkecilan

Sifat-8.7:

Bangun yang diperbesar atau diperkecil (dilatasi) dengan skala k dapat mengubah ukuran atau tetap ukurannya tetapi tidak mengubah bentuk.

- Jika $k > 1$, maka bangun akan diperbesar dan terletak secara terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.
- Jika $k = 1$ maka bangun tidak mengalami perubahan ukuran dan letak.
- Jika $0 < k < 1$ maka bangun akan diperkecil dan terletak searah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.
- Jika $-1 < k < 0$ maka bangun akan diperkecil dan terletak berlawanan arah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.
- Jika $k < -1$ maka bangun akan diperbesar dan terletak berlawanan arah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.

Diskusi

Guru mengajak siswa berdiskusi dengan temannya, mencoba untuk membuat sketsa/gambar yang memenuhi sifat-sifat dilatasi di atas. Coba analisis untuk faktor skala $k = 0$.





Uji Kompetensi - 8.1

Selesaikanlah soal-soal berikut dan pilihlah jawaban yang benar

1. Jika titik $P(2,-3)$ ditranslasikan dengan $T(a,b)$ kemudian dicerminkan dengan $y = -x$ maka bayangannya adalah $P'(2b,a)$. Tentukanlah nilai $a + b$...
 - A. -1
 - B. 0
 - C. 1
 - D. 2
 - E. 3
2. Sebuah balok dengan panjang p , lebar l , tinggi t dan volume V . Jika panjang balok tersebut diperpanjang 20%, lebarnya diperpanjang 50% serta tingginya bertambah 20% dari ukuran semula maka pertambahan volume balok yang terbentuk adalah...
 - A. 60%
 - B. 80%
 - C. 116%
 - D. 180%
 - E. 216 %
3. Bayangan garis $ax + by - ab = 0$ dengan $a \neq 0$ dan $b \neq 0$ oleh rotasi terhadap titik $O(0,0)$ sebesar sudut 90° searah jarum jam adalah ...
 - A. $ax + by - ab = 0$
 - B. $ax - by + ab = 0$
 - C. $ax + by + ab = 0$
 - D. $ay + bx - ab = 0$
 - E. $ay + bx + ab = 0$
4. Pencerminan titik $P(a, a)$ terhadap garis $y = -x$ akan menghasilkan bayangan yang sama dengan
 - A. Rotasi terhadap titik $O(0,0)$ dengan sudut 90°
 - B. Rotasi terhadap titik $O(0,0)$ dengan sudut -90°
 - C. Rotasi terhadap titik $O(0,0)$ dengan sudut 180°
 - D. Rotasi terhadap titik $O(0,0)$ dengan sudut -180°
 - E. Pencerminan terhadap titik $O(0,0)$

Selesaikanlah soal-soal berikut!

1. Sebuah titik $A(1,1)$ ditranslasikan pada translasi $T_1(t,16t)$ dan $T_2\left(t, \frac{25t}{2} + 35\right)$ sehingga bayangan titik A pada kedua translasi adalah sama. Tentukanlah bayangan yang dimaksud?
2. Jika titik $A(0,1)$ dicerminkan dengan $x = 1$ kemudian dilanjutkan dengan cermin $x = 3$, kemudian dilanjutkan lagi dengan cermin $x = 5$, kemudian dilanjutkan dengan cermin $x = 7$, dan seterusnya. Pada pencerminan yang ke berapakah koordinat bayangan menjadi $A'(2012, 1)$?

Petunjuk: Tampilkan pola bilangan pada translasi.

3. Sebuah bola dengan jari-jari r cm, luas permukaan L cm² dan volume V cm³. Jika jari-jari balon tersebut dilakukan dilatasi dengan faktor skala m maka buktikanlah:

a. $L' = m^2L$

b. $V' = m^3V$

Dimana:

L' Luas permukaan balon setelah dilatasi V' adalah volume balon setelah dilatasi

4. Sebuah titik $A(x,y)$ ditranslasikan dengan translasi pertama $T_1 = (a_1,b_1)$, kemudian dilanjutkan lagi dengan translasi kedua $T_2 = (a_2,b_2)$, dilanjutkan lagi dengan translasi ketiga $T_3 = (a_3,b_3)$, demikian seterusnya sampai n kali dengan n anggota bilangan asli. Buktikanlah bahwa:

$$x' = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + x \text{ dan}$$

$$y' = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n + y$$

5. Selidiki apakah dua buah rotasi dengan sudut α_1 dan α_2 pada pusat rotasi yang sama merupakan rotasi dengan besar sudut $\alpha_1 + \alpha_2$ pada pusat rotasi yang sama! Tunjukkan grafiknya!

6. Sebuah balon berbentuk bola dengan diameter 3,5 cm, diisi udara dengan menggunakan pompa sehingga setiap 10 detik, diameter balon menjadi $\frac{3}{2}$ kali diameter balon pada 10 detik sebelumnya. Jika balon hanya dapat menampung 3.000 cm^3 udara maka setelah berapa detikkah balon akan pecah?

$$(\text{Volume Bola} = \frac{4}{3}\pi r^2, \text{ r adalah jari-jari bola}).$$

7. Cerminkanlah titik-titik berikut berdasarkan cermin yang diberikan pada tabel berikut!

Titik	Cermin					
	Sumbu x	Sumbu y	$x = 3$	$y = 5$	$y = x$	$y = -x$
A(2,-3)
B(1,4)
C(-3,2)

8. Tentukan bayangan titik P(2,3) dan garis $2x - 3y + 6 = 0$ oleh transformasi pada tabel berikut!

Obyek	Transformasi			
	Translasi T(-3,5)	Cermin $y = -x$	Rotasi R[-9, P(-1,1)]	Dilatasi D[3, P(1,2)]
A(2,-3)
B(1,4)

9. Dengan menggunakan busur, tentukanlah bayangan titik P(1,3) jika dirotasikan terhadap titik asal O(0,0) dengan sudut 30° . Gunakan penaksiran atau pendekatan!
10. Seorang anak bermain lompat-lompatan di halaman rumah. Langkah-langkah permainannya demikian.



Langkah 1:

Si anak melompat 1 lompatan ke depan kemudian menggambar garis sepanjang 1 cm

Langkah 2:

Kemudian si anak melompat 2 lompatan dari posisi terakhir ke kanan kemudian menggambar garis sepanjang 4 cm.

Langkah 3:

Kemudian dia melompat 3 lompatan dari posisi terakhir ke belakang kemudian menggambar garis sepanjang 9 cm.

Langkah 4:

Kemudian dia melompat 4 lompatan ke kiri kemudian menggambar garis sepanjang 16 cm.

Langkah 5:

Demikianlah si anak mengulangi lompatannya ke depan dengan 5 lompatan dan menggambar garis sepanjang 25 cm.

Anak tersebut melompat berulang ke depan, ke kanan, ke belakang dan ke kiri. Jika diasumsikan arah ke depan dan ke belakang adalah sumbu y positif dan negatif, sementara arah ke kanan dan ke kiri adalah sumbu x positif dan negatif, dan posisi awal si anak adalah titik $O(0,0)$ maka tunjukkanlah posisi si anak pada saat menggambar garis sepanjang 1 m! Tunjukkanlah translasi pergerakan si anak tersebut!

Projek

Sediakanlah selembar kertas karton, paku, rol, dan spidol. Buatlah sebuah garis vertikal dan horizontal pada kertas karton.

- Lipatlah kertas karton secara horizontal sehingga kertas menjadi dua bagian yang simetris.
- Lipatlah kembali kertas karton yang telah anda lipat sebelumnya (lipatan a) secara vertikal sehingga menjadi dua lipatan yang simetris.
- Ambil paku dan tusuklah lipatan karton tersebut (lipatan b) pada sembarang daerah.
- Bukalah lipatan karton tersebut dan anda mendapatkan beberapa lubang bekas tusukan paku. Misalkan setiap lubang adalah titik. Berilah nama A, B, C, D pada setiap titik tersebut dengan spidol yang telah kamu sediakan.
- Buatlah sebuah garis yang menghubungkan setiap titik yang terbentuk dan ukurlah jaraknya dengan rol yang telah kamu sediakan.
- Cobalah meneliti! Jenis transformasi apakah yang dapat terjadi pada titik-titik tersebut?
- Jenis pencerminan apa saja yang terjadi pada titik-titik tersebut?
- Buatlah laporan penelitianmu dan presentasikanlah hasil penelitianmu tersebut di depan teman-temanmu dan guru.



D. PENUTUP

Berdasarkan sajian materi terkait berbagai konsep transformasi di atas, beberapa hal penting dapat kita rangkum sebagai berikut.

1. Translasi atau pergeseran adalah suatu transformasi yang memindahkan setiap titik pada sebuah bidang berdasarkan jarak dan arah tertentu. Misalkan x , y , a , dan b adalah bilangan real, translasi titik $A(x, y)$ dengan $T(a, b)$ adalah

menggeser absis x sejauh a dan menggeser ordinat y sejauh b , sedemikian hingga diperoleh $A'(x + a, y + b)$, secara notasi dilambangkan dengan: $A(x, y) \xrightarrow{T(a,b)} A'(x + a, y + b)$.

2. Refleksi atau pencerminan adalah satu jenis transformasi yang memindahkan setiap titik pada suatu bidang dengan menggunakan sifat bayangan cermin dari titik-titik yang dipindahkan. Pencerminan titik $A(a, b)$ terhadap sumbu $A(a, b) \xrightarrow{C_{x=h}} A'(2h - a, b)$ didefinisikan dengan: $A(a, b) \xrightarrow{C_{x=h}} A'(2h - a, b)$, sedangkan pencerminan titik $A(a, b)$ terhadap sumbu $y = k$ didefinisikan dengan: $A(a, b) \xrightarrow{C_{y=k}} A'(a, 2k - b)$.
3. Rotasi atau perputaran adalah transformasi yang memindahkan suatu titik ke titik lain dengan perputaran terhadap titik pusat tertentu. Rotasi terhadap titik $O(0,0)$ sebesar 90° dirumuskan dengan: $A(a, b) \xrightarrow{R_{(0,0), 90^\circ}} A'(-b, a)$.
4. Dilatasi atau perubahan skala adalah suatu transformasi yang memperbesar atau memperkecil bangun tetapi tidak mengubah bentuk. Dilatasi dengan pusat $O(0,0)$ dan faktor skala k dirumuskan dengan: $A(a, b) \xrightarrow{D_{(0,0)}} A'(ka, kb)$, sedangkan dilatasi dengan pusat $P(p,q)$ dan faktor skala k dirumuskan dengan: $A(a, b) \xrightarrow{D_{(p,q),k}} A'[p + k(a - p), q + k(b - q)]$.

Konsep transformasi yang telah dibahas di atas, kita peroleh dari situasi nyata kehidupan. Konsep-konsep ini sangat berguna untuk pemecahan masalah yang kamu temukan dalam kehidupan sehari-hari. Pada Bab selanjutnya kita akan membahas tentang statistika. Beberapa konsep dan aturan-aturan yang akan dibahas dalam materi ini adalah penyajian data, rata-rata, median, modus, kuartil, dan standar deviasi. Dalam penyajian data, kamu dapat berpikir kreatif menyajikannya dalam bentuk tabel, diagram, dan tabel distribusi frekuensi. Materi prasyarat yang harus kamu kuasai berkaitan dengan bilangan, operasi hitung pada bilangan bulat dan pecahan, persamaan dan pertidaksamaan linier.

Statistika

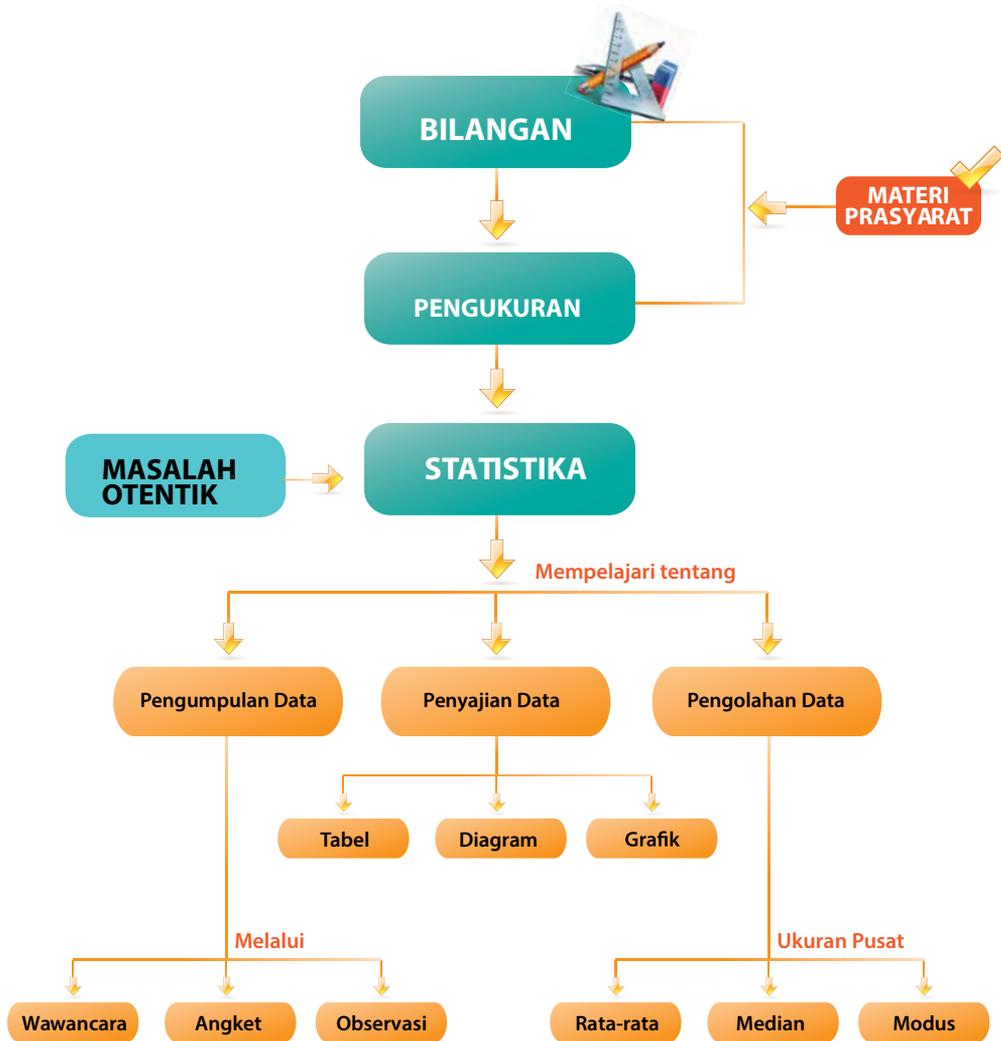
A. KOMPETENSI DASAR DAN PENGALAMAN BELAJAR

Kompetensi Dasar	Pengalaman Belajar
<p>Melalui proses pembelajaran statistika, siswa mampu:</p> <ol style="list-style-type: none"> memiliki rasa ingin tahu, percaya diri, dan ketertarikan pada matematika serta memiliki rasa percaya pada daya dan kegunaan matematika yang terbentuk melalui pengalaman belajar; memahami teknik penataan data dari dua variabel menggunakan tabel; grafik batang, diagram lingkaran dan grafik garis; mengumpulkan, mengolah, menginterpretasi, dan menyajikan data hasil pengamatan dalam bentuk tabel, diagram, dan grafik. 	<p>Melalui proses pembelajaran statistika, siswa memiliki pengalaman belajar:</p> <ul style="list-style-type: none"> terlatih berpikir kritis dan berpikir kreatif; menemukan ilmu pengetahuan dari pemecahan masalah nyata; mengajak untuk melakukan penelitian dasar dalam membangun konsep; dilatih bekerjasama dalam tim untuk menemukan solusi permasalahan. dilatih mengajukan ide-ide secara bebas dan terbuka; merasakan manfaat matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Istilah Penting:

- | | |
|---------------------|-------------|
| ✓ Datum | ✓ Mean |
| ✓ Data | ✓ Median |
| ✓ Tabel | ✓ Modus |
| ✓ Diagram Lingkaran | ✓ Jangkauan |
| ✓ Diagram Batang | |

B. PETA KONSEP



C. MATERI PEMBELAJARAN

1. MENEMUKAN KONSEP DATA



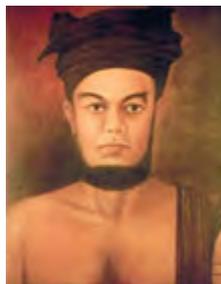
- Guru menunjukkan berbagai manfaat materi statistika dalam memecahkan masalah nyata siswa. Siswa diajak berpikir kritis dan mengajukan ide-ide secara bebas dan terbuka baik secara individu maupun kelompok dalam menanggapi pemecahan masalah dan bekerjasama memecahkannya.
- Selanjutnya, guru bersama dengan siswa mencoba menemukan beberapa konsep statistika dengan mempelajari beberapa masalah yang diberikan.

Pada pokok bahasan kali ini, kita akan mempelajari informasi berupa angka-angka yang ada dalam kehidupan sehari-hari. Dalam hal ini, kita akan mengkaji tentang keterangan-keterangan yang termuat dalam sajian angka-angka.

Mari kita cermati informasi berikut ini!



JENDERAL GATOT SOEBROTO
1907-1962



SI SINGAMANGARAJA XII
1849-1907



PROF. MR. DR. SOEPOMO.SH
1903-1958



LETNAN JENDERAL OERIP SOEMOHARDJO
1893-1962



JENDERAL BESAR TNI
1918-2000



SULTAN MAHMUD BADARUDDIN
1767-1852

Gambar 9.1: Foto Pahlawan Nasional Indonesia

Gambar 9.1 di atas memberikan informasi 6 pahlawan nasional Indonesia beserta tahun kelahiran dan tahun tutup usia setiap pahlawan. Jika kita memberikan informasi secara kolektif mengenai keenam pahlawan di atas, informasi itu disebut data. Sedangkan jika kita hanya memberikan informasi tentang satu orang pahlawan nasional Indonesia, misalnya Jenderal Gatot Subroto, maka informasi itu disebut datum.



- Organisasikan siswa untuk membedakan informasi tentang pahlawan nasional dengan informasi berikut!

Diberikan informasi tentang banyaknya siswa dengan nomor sepatu setiap siswa.

Tabel 9.1: Informasi banyaknya siswa dengan nomor sepatu yang sama.

Nomor Sepatu	35	36	37	38	39	40	41	42
Banyak Siswa	3	5	6	7	5	2	1	1

Sajian di atas memberikan informasi tentang adanya beberapa siswa yang memiliki nomor sepatu yang sama. Contohnya, kolom ke-1, memuat informasi bahwa terdapat tiga (3) orang siswa dengan nomor sepatu 35, kolom ke-5, memuat informasi bahwa ada lima (5) orang siswa dengan nomor sepatu 39. Hal itu berarti, nomor sepatu siswa 1, siswa 2, dan siswa 3 adalah 35. Secara menyeluruh, keterangan di atas, dapat kita sajikan sebagai berikut.

Tabel 9.2: Nomor Sepatu Siswa

Nama Siswa	Nomor Sepatu	Nama Siswa	Nomor Sepatu
Siswa 1	35	Siswa 16	38
Siswa 2	35	Siswa 17	38
Siswa 3	35	Siswa 18	38
Siswa 4	36	Siswa 19	38
Siswa 5	36	Siswa 20	38
Siswa 6	36	Siswa 21	38
Siswa 7	36	Siswa 22	39
Siswa 8	36	Siswa 23	39
Siswa 9	37	Siswa 24	39
Siswa 10	37	Siswa 25	39
Siswa 11	37	Siswa 26	39
Siswa 12	37	Siswa 27	40
Siswa 13	37	Siswa 28	40
Siswa 14	37	Siswa 29	41
Siswa 15	38	Siswa 30	42

Susunan di atas merupakan bentuk asli nomor sepatu 30 siswa. Dari bentuk ini kita dengan mudah menyatakan bahwa, siswa 1 dengan nomor sepatu 35 merupakan datum yang diberikan dan 30 siswa dengan nomor sepatu merupakan data.



- Organisasikan siswa untuk memberikan interpretasi/penafsiran baik secara individu maupun secara kelompok tentang data yang diberikan. Jangan membatasi siswa berkreasi.
- Guru bersama-sama dengan siswa menyimpulkan perbedaan data dengan datum sebagai berikut.

Oleh karena itu, dapat disimpulkan pengertian datum dan data sebagai berikut.



Definisi 9.1

Data adalah seluruh keterangan, informasi, atau fakta tentang sesuatu atau permasalahan.

Datum adalah keterangan, informasi, atau fakta yang diperoleh dari satu pengamatan.

Biasanya, datum tidak begitu menarik dikaji karena hanya menggambarkan ciri satu objek. Sedangkan data memuat lebih dari satu datum sehingga menarik untuk dikaji. Tidak ada standar banyaknya data pada setiap penelitian, tetapi tergantung kebutuhan penelitian.

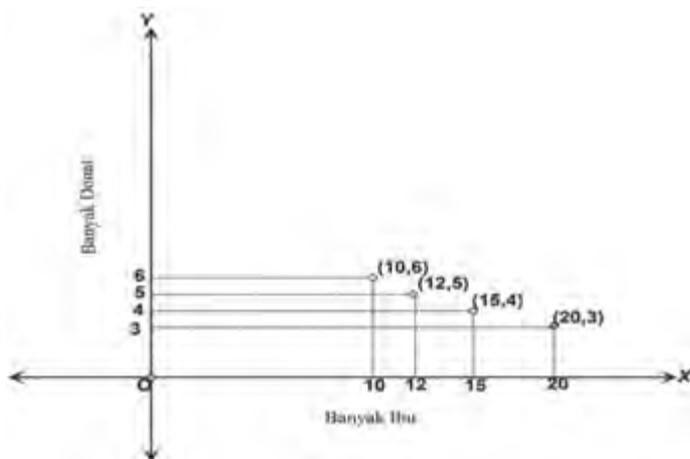
Kata datum (tunggal), berasal dari kata latin, dan bentuk jamaknya, disebut data.

Sifat-Sifat Datum dan Data

1. Datum tidak bisa mendeskripsikan informasi seluruh perilaku objek .
2. Data menggambarkan keadaan sebenarnya di lapangan.

Untuk lebih mudah, mari kita perhatikan contoh berikut ini.

Perhatikan tampilan data berikut!



Gambar 9.2: Data tentang banyaknya donat yang dibeli oleh ibu-ibu.

Gambar 9.2 di atas menyajikan data tentang banyaknya donat yang dibeli ibu-ibu. Titik koordinat (10,6) berarti terdapat 10 orang ibu yang membeli donat sebanyak 6. Misalnya, kita sebut, ibu ke 1, ibu ke 2, ibu ke 3, sampai ibu ke 10 masing-masing membeli 6 donat. Dengan demikian, kamu tentu bisa mengartikan semua titik-titik koordinat pada diagram kartesius di atas.



- Agar siswa lebih memahami tentang data pada Gambar 9.2, berikan pertanyaan berikut guna melihat pemahaman siswa tentang perbedaan data dan datum.
 - » Ada berapa ibu-ibu yang beli donat?
 - » Berapa banyak donat yang dibeli ibu ke 35 dan ibu ke 45?

2. PENGUMPULAN DATA

Setelah kita mampu membedakan antara datum dengan data, persoalan sebenarnya adalah dari mana dan bagaimana kita memperoleh data. Untuk tingkat penelitian ilmiah data harus diperoleh dari lembaga resmi baik pemerintah maupun swasta. Selanjutnya, pada subbab ini kita akan mengkaji bagaimana cara atau metode mengumpulkan data.



- Guru memberikan Masalah-1, Masalah-2, dan Masalah-3 kepada siswa yang bertujuan untuk memberikan pemahaman bagi siswa tentang cara-cara mengumpulkan data.

Masalah -9.1

Aziz adalah siswa kelas VII SMP di Yogyakarta. Dia memperoleh tugas statistik untuk mengumpulkan data tentang nilai UN Bahasa Inggris mahasiswa Jurusan Hukum Universitas Islam Indonesia (UII) angkatan 2012. Bagaimana cara Aziz mengumpulkan data tersebut?



Alternatif Penyelesaian

Pertama, Aziz mencari informasi jumlah mahasiswa Jurusan Hukum UII angkatan 2012. Selanjutnya dia mulai memikirkan bagaimana cara memperoleh data yang dia harapkan.

Dia mewawancarai satu per satu mahasiswa. Oleh karena itu, dia harus mencari tahu nama-nama mahasiswa tersebut dan menanyakan nilai UN Bahasa Inggrisnya. Cara ini akan dikerjakan sampai seluruh mahasiswa terdata.

Cara pengumpulan data dengan menanyakan informasi satu per satu terhadap responden disebut metode wawancara. Proses wawancara dalam hal ini adalah sebatas menanyakan informasi ke setiap responden. Namun, ada beberapa kelebihan dan kelemahan metode ini, yaitu:

- b. data yang diperoleh adalah data asli, karena setiap responden bertemu langsung dengan si peneliti;
- c. untuk ukuran data yang besar, misalnya banyak data lebih 100, metode ini memerlukan waktu, tenaga, dan biaya yang besar.

Jadi, seorang peneliti harus memiliki pertimbangan untuk memilih metode. Hal ini untuk menyesuaikan kondisi waktu, tenaga, dan biaya yang dimiliki.



- Guru mengajak siswa berdiskusi dengan temannya untuk menjawab pertanyaan: dalam bidang apa metode wawancara ini lebih efektif digunakan? Berikan penjelasanmu untuk contoh yang kamu berikan.

Masalah -9.2

Putri, seorang mahasiswi Ilmu Gizi di salah satu sekolah tinggi ilmu kesehatan di Jakarta, hendak meneliti tentang tingkat kekebalan tubuh siswa/i SMP di salah satu SMP di kawasan Jakarta Timur. Dia membutuhkan data ini sebagai bahan untuk laporan akhir kuliah. Bagaimana Putri memperoleh data tersebut?



Alternatif Penyelesaian

Tentunya, metode wawancara tidak tepat digunakan untuk memperoleh data tentang tingkat kekebalan tubuh siswa/i tersebut. Alasannya, diperlukan keterangan-keterangan lain untuk memperoleh data tersebut. Artinya, ada kebiasaan sehari-hari untuk mendukung tingkat kekebalan setiap orang. Misalnya kebiasaan mengkonsumsi buah-buahan, berolahraga, dan jam tidur. Oleh karena itu, diperlukan teknik lain untuk menemukan data tersebut.

Putri mencoba mendesain berbagai pertanyaan untuk membantu menemukan data tersebut. Untuk mendesain pertanyaan tersebut diperlukan pengetahuan tentang bidang yang dikaji, dalam hal ini mengenai kesehatan. Semua data yang didesain ini nantinya akan dituangkan dalam lembaran-lembaran pertanyaan. Lembaran-lembaran pertanyaan ini disebut angket, yang memuat pertanyaan-pertanyaan untuk membantu menemukan data tentang kekebalan tubuh siswa/i tersebut.

Jadi, metode angket adalah cara memperoleh data melalui pertanyaan-pertanyaan yang di desain sedemikian rupa sehingga membantu menemukan data yang valid. Proses penggunaan angket ini adalah dengan Putri menyebarkan angket tersebut ke setiap siswa/i SMP di salah satu SMP di kawasan Jakarta Timur. Kemungkinan besar, Putri tidak mampu melihat setiap siswa mengisi angket tersebut, dikarenakan ketidaksesuaian waktu dan kondisi.

Jadi perlu dipertimbangkan beberapa hal mengenai metode angket ini, yaitu:

- diperlukan kejujuran setiap responden untuk memperoleh data yang valid;
- ketepatan setiap pertanyaan yang disajikan dalam angket menjadi faktor penting, selain kemampuan responden menjawab pertanyaan dalam angket.

Jadi, untuk masalah ini Putri harus mampu mengantisipasi kedua hal di atas, supaya memperoleh data yang menggambarkan keadaan siswa tersebut. Dengan demikian, Putri mampu mengumpulkan data yang valid mengenai tingkat kekebalan tubuh siswa SMP di salah satu SMP di Jakarta Timur.

Masalah -9.3

Andra adalah seorang peneliti dari sebuah lembaga penelitian. Ia hendak meneliti perilaku perubahan suara burung Jalak Bali yang ditangkarkan di salah satu penangkaran di Bali. Dia hendak meneliti perubahan suara dari burung Jalak kecil hingga burung Jalak dewasa. Bagaimana cara Andra mengumpulkan data tersebut?



Alternatif Penyelesaian

Mari kita pahami bagaimana Andra mengumpulkan data tentang perubahan suara burung Jalak. Untuk menjawab masalah ini, tentunya metode yang telah kita temukan di atas tidak tepat, mengapa? Andra memutuskan untuk pergi ke salah satu penangkaran burung Jalak Bali di salah satu pusat penangkaran di Bali. Untuk memperoleh bagaimana perubahan suara burung tersebut, Andra harus mengamati setiap perubahan suara tersebut per satuan waktu yang telah disesuaikan. Selain itu, Andra juga harus mengamati waktu paling sering burung-burung tersebut berkicau, untuk mendapat data yang valid.

Proses mengamati perilaku perubahan suatu objek yang dikaji disebut observasi. Metode ini sering digunakan untuk mengamati objek-objek dalam bidang pertanian, peternakan, teknik dan lalu lintas.

Dalam menjalankan metode ini ada beberapa yang harus dipertimbangkan untuk memperoleh data yang akurat, sebagai berikut:

- faktor cuaca dan alam terkadang mengganggu keberhasilan pengumpulan data;
- medan yang ekstrim terkadang menjadi penghalang si peneliti untuk memperoleh data yang akurat;
- faktor ekonomis juga mendapat perhatian untuk keberhasilan suatu observasi.

Dari tiga masalah yang dikaji di atas, dapat kita simpulkan bahwa paling tidak ada tiga metode pengumpulan data sebagai berikut.

1. Wawancara

Data diperoleh dengan menanyakan langsung ke setiap responden. Tentunya, diperlukan sikap komunikasi yang baik untuk mendukung metode ini.

2. Angket

Data diperoleh dengan menyajikan variasi pertanyaan yang mendukung topik yang diteliti. Diperlukan pengetahuan tentang bidang yang sedang diteliti untuk memaksimalkan keakuratan data.

3. Observasi

Data diperoleh melalui pengamatan langsung terhadap objek yang sedang diteliti.



- Guru memberikan pertanyaan yang bertujuan agar siswa berpikir tentang cara-cara lain dalam pengumpulan data. Mempersilahkan siswa berdiskusi dengan teman-temannya. Pertanyaan yang diberikan adalah: apakah masih ada metode pengumpulan data yang lain? Jelaskan metode tersebut dan berikan contohnya!

3. PENGOLAHAN DATA

Dua sub bab di atas membahas tentang definisi data dan bagaimana cara memperoleh data tersebut. Selanjutnya kita akan membahas tentang nilai-nilai apa yang dapat kita peroleh dari data tersebut. Dengan demikian nilai-nilai tersebut membuat orang lebih mudah mengerti dengan kajian dalam penelitian tersebut.

a. Rata-Rata (Mean)

Masalah -9.4

Persahabatan antara beberapa anak di suatu sekolah juga terlihat pada saat mereka mau berbagi makanan yang dimiliki setiap anak. Desi, Nurul, Uthie, dan Dewi merupakan empat orang sahabat yang masih duduk dibangku kelas VI SD. Suatu hari, Desi membawa 4 potong roti ke sekolah dan Nurul juga membawa 8 potong roti sebagai ganti jajanan. Desi dan Nurul mengumpulkan roti mereka berdua untuk dibagi sama rata untuk mereka berempat. Berapa potong roti masing-masing yang diperoleh keempat orang anak itu?



Alternatif Penyelesaian

Jika roti yang dibawa Desi digabung dengan roti yang dibawa Nurul maka banyak roti seluruhnya adalah $4 + 8 = 12$ potong roti.

Agar mereka mendapat pembagian yang sama rata, maka masing-masing siswa mendapat tiga potong roti, kita hitung dengan cara: $\frac{12}{4} = 3$.

Pemahaman mendapat bagian yang sama rata diperoleh dengan menjumlahkan semua bagian yang ada dibagi dengan banyaknya objek. Dalam hal ini bagian yang sama banyak disebut rata-rata (*mean*).

Secara matematis rata-rata (*mean*) didefinisikan sebagai berikut.



Definisi 9.2

Misalkan $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ adalah suatu data. Rata-rata (*mean*) data tersebut disimbolkan \bar{x} , didefinisikan sebagai berikut.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

n adalah banyak data.

Contoh 9.2

Dengan menggunakan data mengenai enam pahlawan nasional Indonesia yang telah disajikan pada Gambar 9.1., tentukanlah rata-rata lama hidup keenam pahlawan tersebut!

Berdasarkan Gambar 9.1, diketahui lama hidup keenam pahlawan tersebut, yaitu.

55 tahun, 58 tahun, 55 tahun, 45 tahun, 82 tahun, dan 85 tahun.

Karena banyak datanya adalah 6, maka jumlah seluruh umur dibagi banyak data nilai rata-rata ditentukan sebagai berikut.

$$\bar{x} = \frac{55 + 58 + 55 + 45 + 82 + 85}{6} = \frac{380}{6} = 63,33$$

Makna bilangan ini adalah bahwa rata-rata lama hidup keenam pahlawan nasional di atas adalah sekitar 63 tahun 4 bulan.



- Guru memberikan beberapa pertanyaan kepada siswa untuk melihat apakah siswa telah memahami konsep yang sudah ditemukan. Pertanyaan itu dapat berupa:
 - » Hitunglah rata-rata lama hidup pahlawan tersebut, jika ditambahkan 2 pahlawan nasional lain dengan umur 60 tahun?
 - » Menurut kamu mungkinkah rata-rata suatu data bernilai negatif? Jelaskan!

Masalah -9.5

Data nilai ulangan harian yang diperoleh Iwan ditunjukkan sebagai berikut.

Matematika	: 70	Biologi	: 75	Sejarah	: 80
Bahasa Inggris	: 75	Fisika	: 65	Geografi	: 85

- Berapakah nilai rata-rata ulangan harian Iwan?
- Jika setiap nilai ditambah dengan 10, berapakah nilai rata-rata ulangan harian setelah penambahan? Apa yang bisa kamu simpulkan?
- Jika setiap nilai dikurang dengan 5, berapakah nilai rata-rata Iwan? Apa yang bisa kamu simpulkan?
- Jika setiap nilai dikali dengan 0,5, berapakah nilai rata-rata Iwan? Apa yang bisa kamu simpulkan?
- Jika ternyata nilai ulangan harian mata pelajaran penjas adalah 0, berapakah nilai rata-rata Iwan setelah digabung dengan nilai mata pelajaran PJOK? Apa yang bisa kamu simpulkan?



Alternatif Penyelesaian

- a) Rata-rata nilai ulangan Iwan adalah:

$$\bar{x} = \frac{70 + 75 + 75 + 65 + 80 + 85}{6} = \frac{450}{6} = 75$$

Maka nilai rata-rata ulangan harian Iwan adalah 75.

- b) Jika setiap nilai ditambah dengan 10, maka nilai rata-rata ulangan harian setelah penambahan adalah:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{(70 + 10) + (75 + 10) + (75 + 10) + (65 + 10) + (80 + 10) + (85 + 10)}{6} \\ \bar{x} &= \frac{550}{6} = 85\end{aligned}$$

Maka nilai rata-rata ulangan harian Iwan adalah 85.

Jika kita perhatikan nilai rata-rata ulangan harian Iwan sebelum penambahan dan setelah penambahan, ternyata nilai rata-rata Iwan setelah penambahan juga bertambah 10, yaitu dari rata-rata 75 sebelum penambahan menjadi 85 setelah penambahan.

- c) Jika setiap nilai di kurang dengan 5, maka nilai rata-rata Iwan dihitung sebagai berikut:

$$\bar{x}' = \frac{(70-5) + (75-5) + (75-5) + (65-5) + (80-5) + (85-5)}{6}$$
$$\bar{x}' = \frac{420}{6} = 70$$

Maka nilai rata-rata ulangan harian Iwan setelah pengurangan adalah 70.

Jika kita perhatikan nilai rata-rata ulangan harian Iwan sebelum pengurangan dan setelah pengurangan, ternyata nilai rata-rata Iwan setelah penambahan juga berkurang 5, yaitu dari rata-rata 75 sebelum pengurangan menjadi 70 setelah pengurangan.

- d) Jika setiap nilai dikali dengan 0,5, maka nilai rata-rata Iwan dihitung sebagai berikut:

$$\bar{x} = \frac{(70 \times 0,5) + (75 \times 0,5) + (75 \times 0,5) + (65 \times 0,5) + (80 \times 0,5) + (85 \times 0,5)}{6}$$
$$\bar{x} = \frac{225}{6} = 37,5$$

Maka nilai rata-rata ulangan harian Iwan setelah setiap nilai dikali 0,5 adalah 85. Jika kita perhatikan nilai rata-rata ulangan harian Iwan sebelum perkalian dan setelah perkalian, ternyata nilai rata-rata Iwan juga dikali dengan 0,5, yaitu dari rata-rata 75 sebelum perkalian menjadi 37,5 setelah perkalian.

Dari alternatif penyelesaian Masalah-9.5, kita simpulkan sifat-sifat rata-rata sebagai berikut.



Sifat -9.1

1. Jika setiap data bertambah sebesar r , maka rata-rata baru akan bertambah sebesar r .
2. Jika setiap data berkurang sebesar s , maka rata-rata baru akan berkurang sebesar s .
3. Jika data lama dikali sebesar t , maka rata-rata baru menjadi t kali rata-rata lama.
4. Jika data lama dibagi sebesar u , $u \neq 0$, maka rata-rata baru menjadi rata-rata lama dibagi u .



Latihan

Sebagai latihan siswa:

Dari data penggemar klub sepak bola “Persebaya” ditemukan data tentang umur setiap anggota klub yaitu, banyaknya anggota yang berumur 20 tahun adalah 10 orang, banyaknya anggota yang berumur 30 tahun adalah 15 orang, banyaknya anggota yang berumur 40 tahun adalah 10 orang, dan banyak anggota yang berumur 50 tahun ke atas adalah 2 orang. Tentukanlah rata-rata umur anggota klub tersebut!

b. Median (Me)

Perhatikan pola data berikut ini!

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70.

Angka yang berada pada urutan tengah adalah 40.



Jika banyak data relatif kecil, cukup gampang menentukan angka yang berada ditengah-tengah urutan data. Bagaimana jika banyak data cukup banyak? Misalnya menentukan data yang berada ditengah-tengah pada urutan data sebagai berikut.

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots, 35, 36, 37, 38, 39.$$

Data yang berada pada urutan tengah dapat ditentukan dengan membagi dua data sama banyak. Bagian yang sama banyak tersebut adalah:

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots, 15, 16, 17, 18 \rightarrow \text{data berada di sebelah kiri}$$

$$20, 21, 22, 23, \dots, 36, 37, 38, 39 \rightarrow \text{data berada di sebelah kanan.}$$

19 adalah data yang berada di tengah-tengah ke dua bagian tersebut.

Oleh karena itu, data yang berada di tengah-tengah adalah 19.

Seandainya, banyak data genap, misalnya:

$$10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80.$$

Maka tidak ada data yang berada tepat di tengah. Untuk mencari nilai data tengah kita tentukan dengan menjumlahkan data keempat dengan data kelima kemudian dibagi dengan dua, yaitu:

$$\frac{40 + 50}{2} = 45. \text{ Jadi nilai data tengahnya adalah } 45.$$

Untuk banyak data yang relatif banyak maka data yang berada di tengah-tengah urutan data, ditentukan dengan cara yang sama.

Berdasarkan contoh di atas, kita temukan definisi sebagai berikut.



Definisi 9.3

Misalkan $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ adalah suatu data, dengan $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n$

Data yang posisinya di tengah-tengah urutan data disebut Median, disimbolkan dengan Me .

Jika banyak data ganjil, maka:

$$Me = \text{Data ke } \frac{(n+1)}{2}, n \text{ banyak data.}$$

Jika banyak data genap, maka:

$$Me = \frac{\text{Data ke } \left(\frac{n}{2}\right) + \text{Data ke } \left(\frac{n}{2} + 1\right)}{2}, n \text{ banyak data}$$

Masalah -9.6

Dari data Klub Pencinta Lagu “Ungu” ditemukan data tentang umur setiap anggota klub, yaitu: banyaknya anggota yang berumur 18 tahun adalah 5 orang, banyaknya anggota yang berumur 20 tahun adalah 5 orang, banyaknya anggota yang berumur 30 tahun adalah 10 orang, dan banyak anggota yang berumur 40 tahun ke atas adalah 5 orang. Berapakah median data tentang umur penggemar Ungu tersebut?



Alternatif Penyelesaian

Anggota yang berumur 18 tahun adalah 5 orang, banyaknya anggota yang berumur 20 tahun adalah 5 orang, banyaknya anggota yang berumur 30 tahun adalah 10 orang, dan banyak anggota yang berumur 40 tahun ke atas adalah 5 orang. Banyak data keseluruhan adalah 25. Karena banyak datanya adalah genap maka median dihitung sebagai berikut.

$$Me = \text{Data ke } \frac{(n+1)}{2} = \text{Data ke } \frac{(25+1)}{2} = \text{Data ke } 13.$$

Jadi, data yang berada di tengah-tengah urutan data anggota pencita lagu Ungu adalah data ke-13, yaitu 30. Artinya, jika kita mengurutkan anggota-anggota tersebut maka anggota yang berada di urutan ke-13 dengan umur 30 tahun berada di tengah data tersebut.

c. Modus (Mo)

Dalam 5 tahun terakhir ini, klub sepakbola Barcelona memiliki seorang penyerang yang sangat ditakuti oleh lawan-lawanya yaitu Leonil Messi. Hampir setiap musim dalam 5 tahun terakhir ini Messi (sebutan untuk Leonil Messi) merupakan pencetak gol terbanyak untuk klub Barcelona. Jika ada data tentang daftar nama pencetak gol klub Barcelona dalam lima tahun terakhir, maka nama Messi paling sering muncul di daftar tersebut. Dalam hal ini nama Messi disebut modus dari data tentang daftar nama pencetak gol klub Barcelona dalam lima tahun terakhir.

Untuk lebih memahami konsep *Modus*, perhatikan pemecahan Masalah-9.7 berikut.

Masalah -9.7

Hasil survei tentang banyak penjualan telepon genggam pada bulan Maret tahun 2011 di sebuah toko ditunjukkan sebagai berikut.

Merk A	: 30 unit	Merk D	: 35 unit
Merk B	: 25 unit	Merk E	: 50 unit
Merk C	: 26 unit	Merk F	: 12 unit

Telepon genggam merek apa yang paling laris dari data tersebut?



Alternatif Penyelesaian

Perhatikan data penjualan di atas, merek telepon genggam yang paling laris di toko tersebut adalah merk E. Hal ini diketahui dari data penjualan merek telepon genggam E adalah yang paling banyak laku terjual. Jika data tersebut dibuat dalam sebuah daftar merek telepon genggam yang laku, maka E adalah merek telepon genggam yang paling banyak ditulis pada daftar tersebut. Dalam hal ini E disebut modus dari data penjualan telepon genggam.

Berdasarkan alternatif penyelesaian masalah di atas, modus dapat kita definisikan sebagai berikut.



Definisi 9.4

Misalkan $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ adalah suatu data, data yang paling sering muncul disebut modus, disimbolkan dengan Mo .

Contoh 9.2

Diketahui nilai rapor seorang siswa kelas VII SMP pada semester I, sebagai berikut.
65, 70, 75, 85, 80, 85, 90.

Berdasarkan data tersebut nilai 85 disebut modus dari data nilai rapor siswa tersebut.

4. PENYAJIAN DATA

a. Penyajian Data dalam Bentuk Tabel

Mari kita cermati data usia para pahlawan nasional Indonesia seperti yang telah dikaji di atas. Sajian data tentang usia ke-6 pahlawan nasional Indonesia tersebut dalam bentuk tabel ditunjukkan sebagai berikut.

Tabel 9.3: Usia Pahlawan Nasional Indonesia

Nama Pahlawan Nasional	Lama Hidup (tahun)
Jenderal Gatot Soebroto	55
Si Singamangaraja XII	58
Prof. MR.DR. Soepomo, S.H	55
LetJend. Oerip Soemoharjo	45
Jend. Besar TNI Abdul Haris Nasution	82
Sultan Mahmud Badaruddin	85

Dari Tabel 9.3 di atas, keterangan apakah yang dapat kita pahami? Beberapa keterangan yang kita peroleh adalah sebagai berikut.

- Sultan Mahmud Badaruddin adalah pahlawan nasional Indonesia dengan usia paling tua.
- Dari 6 pahlawan di atas, empat orang di antaranya hidup dengan usia di bawah 60 tahun.

Dapatkan kamu menambah lagi keterangan dari tabel di atas? Silahkan mencoba!



Latihan

Sebagai latihan siswa:

Sajikanlah data tentang usia 10 orang teman satu kelas dalam bentuk tabel. Usahakanlah sajian yang kamu tampilkan semenarik mungkin!

Jika kita ingin menyajikan data tentang tahun kelahiran dan usia keenam pahlawan nasional Indonesia di atas, dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

Tabel 9.4: Tahun Kelahiran dan Usia Pahlawan Nasional Indonesia

Nama Pahlawan Nasional	Tahun Kelahiran	Lama Hidup (tahun)
Jenderal Gatot Soebroto	1907	55
Si Singamangaraja XII	1849	58
Prof. MR.DR. Soepomo, S.H	1903	55
LetJend. Oerip Soemoharjo	1893	45
Jend. Besar TNI Abdul Haris Nasution	1918	82
Sultan Mahmud Badaruddin	1767	85

Tabel 9.4 di atas memberikan fakta tentang tahun lahir dan usia beberapa orang pahlawan nasional Indonesia, dan secara kolektif tabel tersebut juga menyediakan fakta-fakta tentang siapa pahlawan nasional Indonesia (dari keenam pahlawan) yang lebih dahulu lahir dan usia paling tinggi.

b. Penyajian Data dengan Diagram Batang

Mari kita cermati langkah penyajian data dalam bentuk diagram batang tentang data jam belajar setelah pulang sekolah 30 orang siswa kelas VII SMP.

Data diperoleh dengan menanyakan secara langsung kepada siswa satu per satu. Tampilan data yang diperoleh disajikan pada tabel berikut.

Tabel 9.5: Data Jam Belajar 30 Orang Siswa Kelas VII SMP

No.	Nama Siswa	Durasi Belajar	No.	Nama Siswa	Durasi Belajar
1	Siswa 1	2 jam	16	Siswa 16	0 jam
2	Siswa 2	1 jam	17	Siswa 17	1 jam
3	Siswa 3	2,5 jam	18	Siswa 18	1,5 jam
4	Siswa 4	4 jam	19	Siswa 19	2 jam
5	Siswa 5	0 jam	20	Siswa 20	2,5 jam
6	Siswa 6	5 jam	21	Siswa 21	0 jam
7	Siswa 7	2 jam	22	Siswa 22	0,5 jam
8	Siswa 8	1 jam	23	Siswa 23	2 jam
9	Siswa 9	0,5 jam	24	Siswa 24	2,5 jam
10	Siswa 10	3 jam	25	Siswa 25	1,5 jam
11	Siswa 11	2 jam	26	Siswa 26	1 jam
12	Siswa 12	1 jam	27	Siswa 27	1 jam
13	Siswa 13	3 jam	28	Siswa 28	1,5 jam
14	Siswa 14	3 jam	29	Siswa 29	2 jam
15	Siswa 15	2 jam	30	Siswa 30	1 jam

Untuk menyajikan data di atas dalam bentuk diagram batang, kita dapat menerapkan pengetahuan cara menggambarkan grafik fungsi. Jika biasanya, satu titik pada koordinat tersebut ditandai dengan “o”, untuk sajian data ini digantikan dengan batang. Adapun langkah-langkah menyajikan grafik batang adalah sebagai berikut.

Langkah I:

Kelompokkan data menurut kesamaan data. Artinya, mengelompokkan data menurut lama waktu jam belajar yang sama. Akibatnya sajian data di atas berubah menjadi:

Tabel 9.6: Lama Waktu Belajar 30 Orang Siswa Kelas VII SMP

Durasi Jam Belajar (jam)	Banyak Siswa
0	3
0,5	2
1	7
1,5	3
2	7
2,5	3
3	3
4	1
5	1

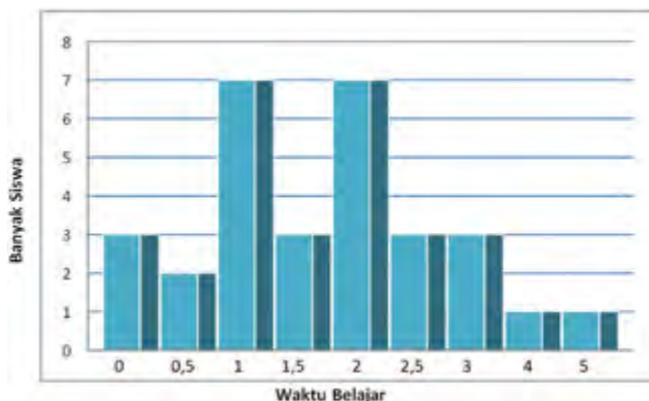
Dari tabel di atas dapat kita lihat bahwa ada 3 siswa yang tidak belajar setelah pulang sekolah. Selain itu, siswa kelas VII SMP paling lama belajar hanya 5 jam.

Silahkan pahami lebih lanjut tabel di atas!

Coba kamu jelaskan apa makna angka 7 dan 3 pada kolom banyak siswa pada tabel tersebut!

Langkah II:

Menggambar diagram batang.



Gambar 9.3: Diagram batang waktu belajar siswa kelas VII SMP



- Guru mempersilahkan siswa memberikan penjelasan tentang sesuatu hal yang ada pada Gambar 9.3!
- Guru memberi tugas kepada siswa tentang suatu data yang dapat dia temukan kemudian menggambarkannya dengan menggunakan diagram batang.

c. Penyajian Data dengan Diagram Lingkaran

Metode lain untuk menyajikan data dari suatu kumpulan objek dapat dilakukan dengan metode diagram lingkaran. Dari sebutannya, itu berarti data ditampilkan dalam bentuk lingkaran, tetapi bukan data secara langsung melainkan persentase setiap kelompok pada objek yang dikaji.

Mari kita perhatikan data berikut ini!

Hasil *polling* kepada 15 pengunjung suatu pusat perbelanjaan di daerah perkotaan mengenai merek telepon genggam yang paling disukai remaja ditunjukkan pada tabel berikut.

Tabel-9.7: Hasil *polling* merek telepon genggam yang disukai 15 orang remaja

Nama Panjang	Merek Telepon	Nama Panjang	Merek Telepon
Susan	Blackberry	Cinta	Sony
Shinta	Nokia	Laura	Mito
Hans	Sony	Marsanda	Samsung
Patar	Samsung	Mery	Mito
Kharis	Samsung	Vera	Nokia
Ayu	Nokia	Luna	Blackberry
Laras	Samsung	Desi	Blackberry
Mona	Sony		

Dari data di atas, kita akan menyusun kembali banyaknya pengunjung yang menyukai merek telepon genggam tertentu. Tujuan dari susunan ini adalah untuk mempermudah kita menampilkan diagram lingkaran.

Tabel-9.8: Banyak peminat berbagai merek telepon genggam

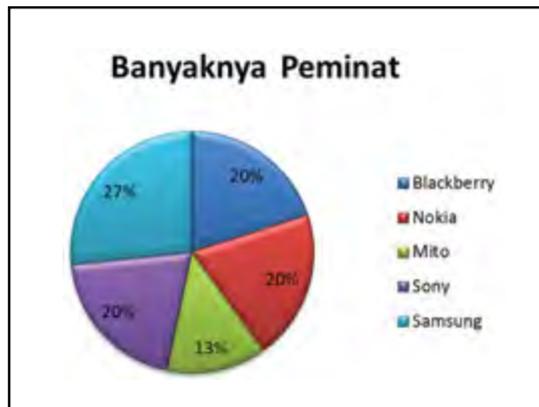
Nama Merek telepon genggam	Banyaknya Peminat
Blackberry	3
Nokia	3
Mito	2
Sony	3
Samsung	4
Total pengunjung	15

Sekarang, banyaknya pengunjung tersebut akan kita ubah dalam bentuk persentase.

- Persentase yang menyukai Blackberry = $\frac{3}{15} \times 100\% = 20\%$
- Persentase yang menyukai Nokia = $\frac{3}{15} \times 100\% = 20\%$
- Persentase yang menyukai Mito = $\frac{2}{15} \times 100\% = 133,3\%$
- Persentase yang menyukai Sony = $\frac{3}{15} \times 100\% = 20\%$
- Persentase yang menyukai Samsung = $\frac{4}{15} \times 100\% = 26,67\%$

Penyajian data dengan menggunakan diagram lingkaran dilakukan dengan cara membagi suatu lingkaran menjadi beberapa bagian sesuai dengan banyak karakteristik yang dimuat dalam data. Misalnya untuk contoh ini, kita membagi satu lingkaran (100%) menjadi 5 bagian sesuai dengan besar persentase setiap merek telpon genggam.

Penyajian data di atas dengan menggunakan diagram lingkaran ditunjukkan seperti Gambar 9.4 berikut.



Gambar 9.4: Diagram Lingkaran Tentang Persentase Peminat Merek Telpon Genggam



Keterangan yang dapat kita sampaikan dari Gambar 9.4 adalah:

- Dari seluruh pengunjung yang ditanya, Samsung merupakan merek telpon genggam yang paling banyak diminati yaitu sebanyak 26,67%.
- Guru mempersilahkan siswa untuk menambahkan keterangan yang dapat dipahami dari diagram di atas. Kemudian mengarahkan siswa untuk berdiskusi dengan temannya.

d. Penyajian Data dengan Grafik Garis

Penyajian data dengan grafik garis merupakan metode terakhir penyajian data.

Perhatikan data berikut ini!

Mahasiswi Ilmu Gizi melakukan survey di TK “Pelangi” mengenai buah-buahan yang paling sering dimakan mereka setiap hari. Terdapat 21 orang anak pada TK tersebut. Adapun data yang diperoleh mahasiswi tersebut adalah sebagai berikut.

Tabel 9.9: Hasil survei 20 anak TK tentang buah yang dimakan setiap hari

Inisial Anak	Buah yang dimakan	Inisial Anak	Buah yang dimakan
AD	Mangga	KP	Kueni
AK	Apel	MD	Melon
BL	Jeruk	MF	Apel
BS	Melon	OB	Pisang
CL	Apel	QK	Jeruk
CM	Pisang	RH	Jeruk
CH	Salak	RD	Pisang
DH	Kueni	SR	Melon
DT	Mangga	SK	Salak
EF	Salak	YD	Jeruk

Ringkasan data pada Tabel 9.9 di atas, dapat kita sajikan sebagai berikut.

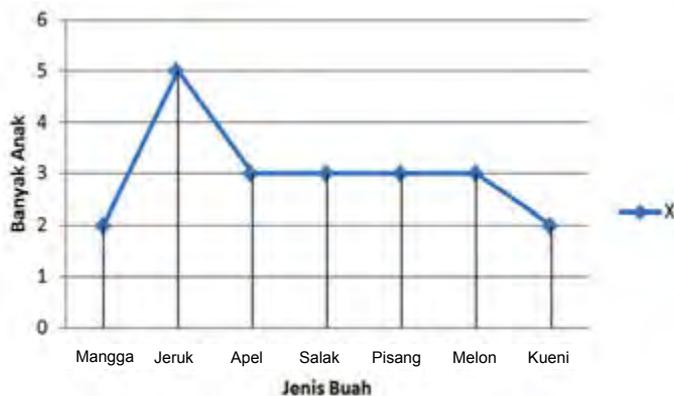
Misalkan:

X : Banyak anak yang mengkonsumsi

Y : Jenis buah yang dikonsumsi

X	Mangga	Jeruk	Apel	Salak	Pisang	Melon	Kueni
Y	2	5	3	3	3	3	2

Tampilan data ini menjadi langkah utama menyajikan data dalam bentuk grafik garis.



Gambar 9.5: Grafik garis jenis buah yang di konsumsi anak TK “Pelangi” setiap hari



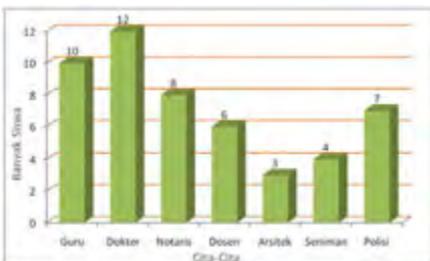
Dari grafik di atas dapat kita pahami bahwa:

- Jeruk adalah buah yang paling sering dikonsumsi oleh anak-anak di TK “Pelangi”. Ada 5 orang yang mengonsumsi Jeruk setiap harinya.
- Guru mengorganisasi siswa untuk mampu menemukan informasi-informasi yang benar dari Gambar 9.5 di atas!



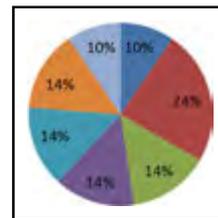
Uji Kompetensi - 9.1

1. Data tentang apakah yang dapat kamu sajikan jika kamu perhatikan guru-guru di sekolahmu? Sajikan data tersebut dalam bentuk:
 - i. Tabel
 - ii. Diagram batang
 - iii. Diagram lingkaran
 - iv. Grafik garis



- a) Berapa orang siswa yang memiliki data?
- b) Sumbu vertikal dan horizontal di atas mendeskripsikan data tentang apa?
- c) Jelaskan keterangan mengenai data tersebut!
- d) Tentukanlah modus data di atas.

3. Di bawah ini disajikan diagram lingkaran.



- a) Data tentang apakah yang ditampilkan diagram di samping?
- b) Berikan keterangan setiap partisi pada lingkaran tersebut!
- c) Jika banyak data adalah 200, berapakah objek/orang yang terdapat pada setiap partisi lingkaran?

4. Manakah dari data di bawah ini yang nilai rata-rata sama dengan median?
 - i. 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18.
 - ii. 8, 8, 5, 6, 9, 10, 12, 15.
 - iii. 20, 15, 30, 35, 60, 70, 80.

5. Diberikan data sebagai berikut.

X : Berat badan siswa (Kg)

Y : Banyaknya siswa

X	45	48	51	54	57	60
Y	3	5	7	q	4	2

Jika modus data di atas adalah 54. Tentukanlah rata-rata dan median data tersebut!

6. Perhatikan tabel di samping ini.

Nama Karyawan	Besar Gaji (dlm ratus ribuan rupiah)
A	25
B	18
C	22
D	20
E	17
F	19
G	22
H	22,5

Sebagai hasil RUPS suatu perusahaan, memutuskan kenaikan gaji dengan aturan sebagai berikut. Gaji buruh kurang atau sama dengan Rp2.000.000,00 diberi kenaikan gaji sebesar 12% dan gaji buruh lebih dari Rp2.000.000,00 mendapat 8% kenaikan gaji. Berapakah rata-rata gaji buruh setelah mengalami kenaikan gaji?

7. Nilai ujian mata pelajaran diberikan dalam tabel berikut.

Nilai	5	6	7	8	9
Frekuensi	3	5	4	6	1

Seorang siswa dinyatakan lulus jika nilai ujian siswa tersebut di atas rata-rata.

Tentukanlah.

- a) persentasi siswa yang lulus dan tidak lulus ujian mata pelajaran tersebut.
b) modus dan median data di atas.

8. Diketahui data dengan pola sebagai berikut.

$(x + 2)$, $(2x - 1)$, x , $3x$, $5x$ memiliki rata-rata 7.

Tentukanlah nilai x dan modus dan median data tersebut!

9. Misalkan data tertinggi suatu data disimbolkan x_{maks} dan data terendah suatu data disimbolkan x_{min} .

Diketahui bahwa $x_{maks} - x_{min} = 6$, dan rata-rata data tersebut adalah 16.

Jika setiap nilai data dikali n kemudian ditambahkan $2m$, diperoleh data baru dengan $x_{maks} - x_{min} = 9$ dan rata-rata menjadi 30. Tentukanlah nilai $m+n$!

10. Misalkan suatu data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ dengan $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n$. Jika semua nilai data dikali w , ukuran apakah yang mengalami perubahan? Hitunglah perubahannya (*mean, median, modus*)!

D. PENUTUP

Berdasarkan materi yang telah kita uraikan di atas, beberapa konsep perlu kita rangkum guna untuk mengingatkan siswa kembali akan konsep yang sangat berguna bagi siswa sebagai berikut.

1. Statistika (*statistics*) adalah suatu ilmu yang mempelajari tentang cara mengumpulkan, mengolah, menjelaskan, meringkas, menyajikan dan menginterpretasi data yang digunakan sebagai dasar pengambilan keputusan.
2. Data adalah seluruh keterangan, informasi atau fakta tentang sesuatu hal atau permasalahan.
3. Datum adalah keterangan, informasi atau fakta yang diperoleh dari satu pengamatan.
4. Terdapat beberapa teknik yang dapat dilakukan dalam mengumpulkan data seperti:
 - a. Wawancara, dilakukan dengan menanyakan langsung data yang diinginkan ke setiap responden.
 - b. Angket, dilakukan dengan menyajikan variasi pertanyaan yang mendukung topik yang diteliti.
 - c. Observasi, data diperoleh melalui pengamatan langsung terhadap objek yang sedang diteliti.
5. Setelah data terkumpul dapat dilakukan pengolahan data untuk memberikan penafsiran/interpretasi tentang data tersebut. Tafsiran data sederhana biasanya dilihat melalui:
 - a. Rata-rata (*mean*). Jika $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ adalah data, maka rata-rata disimbolkan dengan \bar{x} , didefinisikan dengan:
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$
 n merupakan banyak data.

- 
- b. Nilai tengah data (*median*). Jika $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ adalah suatu data, dengan $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n$, maka median (*Me*) dirumuskan dengan: $Me = \text{Data ke } -\frac{(n+1)}{2}$, untuk n ganjil, dan $Me = \frac{\text{Data ke } \left(\frac{n}{2}\right) + \text{Data ke } \left(\frac{n}{2} + 1\right)}{2}$, untuk n genap.
- c. Nilai yang paling sering muncul (*modus*)

6. Penyajian data yang sudah terkumpul dapat dilakukan dengan cara:

- a) tabel;
- b) diagram batang;
- c) diagram lingkaran, dan
- d) diagram garis.

Beberapa hal yang telah kita rangkum di atas adalah modal dasar bagi siswa dalam belajar statistika lebih lanjut. Konsep-konsep dasar di atas harus dipahami oleh siswa dengan baik karena akan membantu dalam pemecahan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Selanjutnya kita akan bahas tentang peluang suatu kejadian dengan melakukan berbagai percobaan.

Peluang

A. KOMPETENSI DASAR DAN PENGALAMAN BELAJAR

Kompetensi Dasar	Pengalaman Belajar
<p>Setelah mengikuti pembelajaran peluang, siswa mampu:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. memiliki sikap terbuka, santun, objektif, menghargai pendapat dan karya teman dalam interaksi kelompok maupun aktivitas sehari-hari; 2. menemukan peluang empirik dari data luaran (output) yang mungkin diperoleh berdasarkan sekelompok data; 3. melakukan percobaan untuk menemukan peluang empirik dari masalah nyata serta menyajikannya dalam bentuk tabel dan grafik. 	<p>Melalui pembelajaran materi peluang, siswa memiliki pengalaman belajar:</p> <ul style="list-style-type: none"> • terlatih berpikir kritis dan kreatif; • menemukan ilmu pengetahuan dari pemecahan masalah nyata; • dilatih bekerjasama secara berkelompok untuk menemukan solusi permasalahan; • dilatih menemukan ide-ide secara bebas dan terbuka; • merasakan manfaat matematika dalam kehidupan sehari-hari.

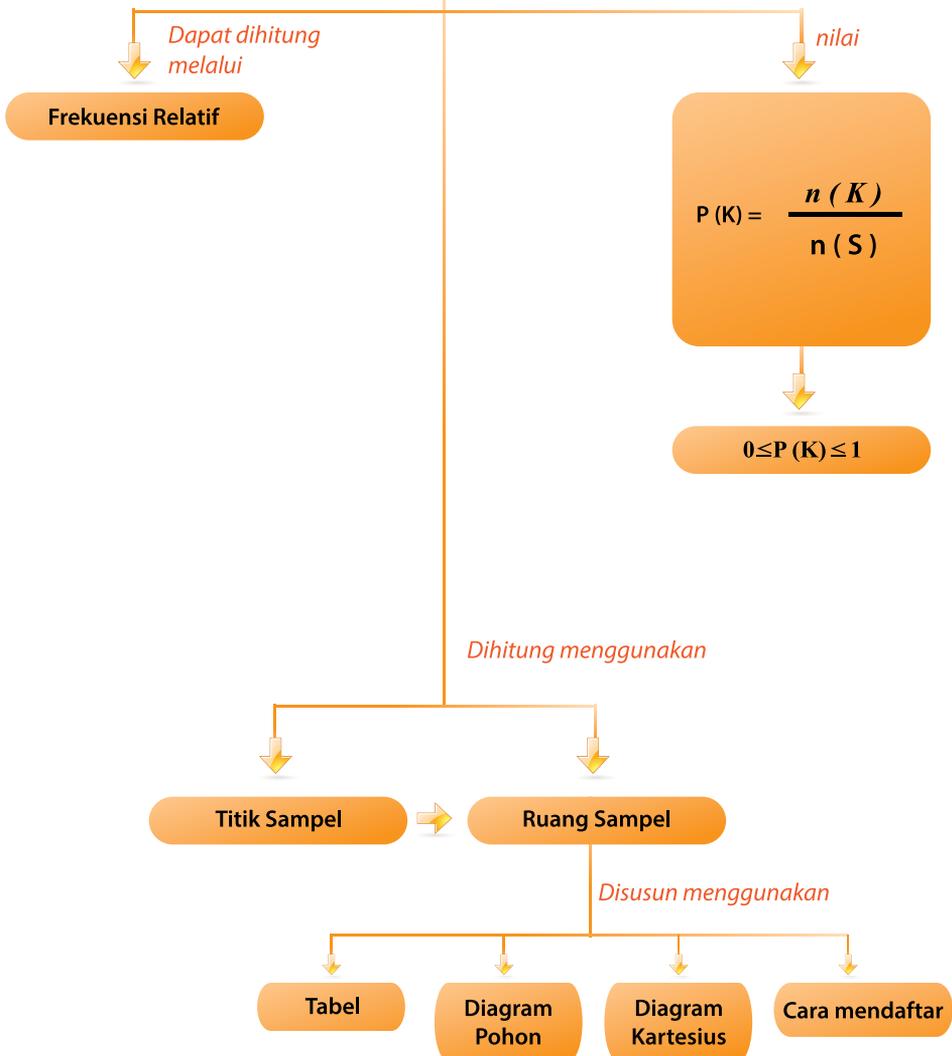
Istilah Penting:

- ✓ Percobaan
- ✓ Kejadian
- ✓ Frekuensi Relatif
- ✓ Ruang Sampel
- ✓ Titik Sampel

B. PETA KONSEP

MASALAH
OTENTIK

PELUANG



C. MATERI PEMBELAJARAN

1. MENEMUKAN KONSEP RUANG SAMPEL



Memotivasi siswa melalui pemanfaatan situasi nyata untuk membangun persepsi positif mempelajari konsep peluang. Orientasikan masalah pada siswa dan organisasikan siswa belajar dalam kelompok menggunakan fasilitas dadu, koin, dan kartu untuk melakukan percobaan dalam kelompok masing-masing.

a. Kejadian Tunggal

Masalah-10.1

Pernahkah kamu bermain permainan ular tangga? Dalam permainan ini kita menggunakan mata dadu. Dengan melakukan lemparan dadu terlebih dahulu maka kita boleh melangkah. Banyaknya langkah yang dijalankan bergantung pada mata dadu yang keluar. Ketika kita melakukan lemparan dadu maka kita tidak pernah tahu mata dadu mana yang akan keluar. Meski demikian, tahukah kamu angka berapa saja yang mungkin akan muncul? Opik dan Upik ingin bermain permainan ular tangga, untuk memulai langkah mereka melemparkan sebuah mata dadu bermata enam. Tentukanlah kemungkinan hasil mata dadu yang mereka lemparkan!



Alternatif Penyelesaian

Sebuah dadu bermata enam yang seimbang jika dilemparkan hanya memunculkan satu mata dadu. Kemungkinan mata dadu yang muncul adalah angka 1, angka 2, angka 3, angka 4, angka 5, dan angka 6.



Gambar 10.1 Mata Dadu

Himpunan semua kemungkinan mata dadu yang muncul pada pelemparan satu dadu ditulis sebagai berikut. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Himpunan S disebut sebagai ruang sampel pelemparan satu dadu.

- Jika Opik menginginkan angka yang muncul adalah angka dua maka kemungkinan mata dadu yang muncul adalah $K = \{2\}$.
- Jika mereka menginginkan angka yang muncul adalah mata enam, maka kemungkinan mata dadu yang muncul adalah $K = \{6\}$.

Masalah-10.2

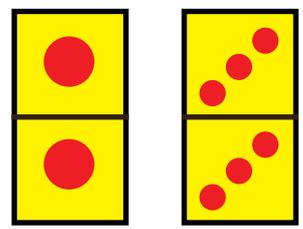
Pada suatu sore, Murdiono dan Ikhsan sedang asik bermain kartu domino. Mereka mencabut sebuah kartu untuk dirangkaikan. Kartu apa saja yang berkemungkinan mereka peroleh?



Alternatif Penyelesaian

Setiap kartu domino memiliki dua mata pada setiap lembarnya. Misalkan kartu bermata satu-satu, tiga-tiga ditulis: 11, 33 maka dapat kita tulis seluruh kemungkinan kartu domino yang muncul adalah:

$$S = \left\{ \begin{array}{l} 00 \ 01 \ 02 \ 03 \ 04 \ 05 \ 06 \\ 11 \ 12 \ 13 \ 14 \ 15 \ 16 \\ 22 \ 23 \ 24 \ 25 \ 26 \\ 33 \ 34 \ 35 \ 36 \\ 44 \ 45 \ 46 \\ 55 \ 56 \\ 66 \end{array} \right\}$$



Gambar 10.2 Kartu Domino

Jika kartu yang memiliki angka kembar disisihkan maka tentukanlah seluruh kemungkinan kartu yang mereka peroleh!

Dengan menggunakan Masalah 10.2 di atas, jika ingin menunjukkan kemungkinan muncul kartu bernilai 12.

- **Kemungkinan muncul kartu bernilai 12 adalah: $K = \{66\}$.**

Dari kedua masalah di atas yakni pelemparan mata dadu dan pencabutan kartu domino merupakan percobaan statistik. Kedua percobaan di atas juga merupakan kejadian sederhana yaitu kejadian yang menghasilkan satu titik sampel. Definisi titik sampel, ruang sampel, dan kejadian kita berikan sebagai berikut.



Definisi 10.1

- Titik Sampel adalah hasil yang mungkin terjadi dari suatu percobaan.
- Ruang Sampel adalah himpunan semua titik sampel, disimbolkan dengan S .
- Kejadian adalah himpunan bagian dari ruang sampel S , disimbolkan dengan K .

b. Kejadian Majemuk

Bagaimana jika kegiatan percobaan statistika menggunakan lebih dari satu percobaan? Sekarang kita menambahkan atau memadukan setiap sampel percobaan yang telah ada. Kombinasi percobaan dengan menggunakan ruang sampel yang ada disebut kejadian majemuk. Misalnya melempar dua buah mata koin, mata dadu atau memadukan mata dadu dan mata koin dalam suatu percobaan.

Masalah-10.3

Beberapa permainan di daerah pedesaan ada yang menggunakan dua koin mata uang. Permainan dilakukan dengan melempar ke dua koin tersebut sekaligus. Biasanya, pemenang dalam percobaan tersebut jika pelemparan dua koin berhasil memunculkan sisi angka-angka dan sisi gambar-gambar. Susunlah semua peristiwa yang mungkin terjadi pada permainan tersebut.



Gambar 10.3 Dua Mata Uang Koin



Alternatif Penyelesaian

Pada permainan tersebut, kita misalkan:

A : menyatakan munculnya sisi angka.

G : menyatakan munculnya sisi gambar.

Ada beberapa cara untuk menyajikan semua kejadian yang mungkin muncul permainan tersebut.

i. Cara Mendaftar

Ada empat kemungkinan yang dapat muncul, yaitu:

- Koin I muncul A , dan koin II muncul A .
- Koin I muncul A , dan koin II muncul G .
- Koin I muncul G , dan koin II muncul A .
- Koin I muncul G , dan koin II muncul G .

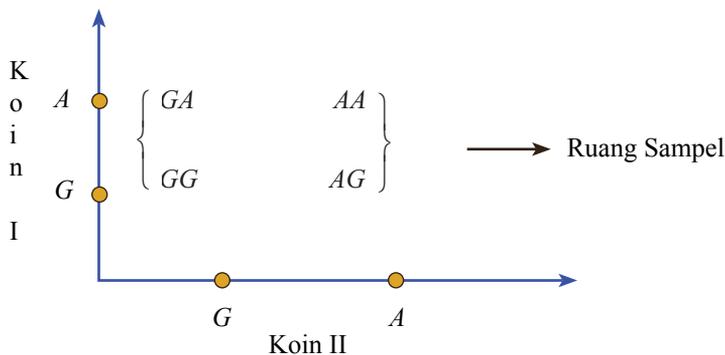
Semua kemungkinan yang dapat muncul tersebut, dapat kita tulis sebagai berikut.

$$S = \{(A, A), (A, G), (G, A), (G, G)\}$$

himpunan S tersebut dikatakan sebagai ruang sampel pelemparan dua koin.

ii. Menggunakan Diagram Kartesius

Dengan menggunakan diagram Kartesius kita dapat menyajikan sebagai hasil pemasangan dari dua titik yang berurutan.



Gambar 10.4 Diagram Kartesius Ruang Sampel Dua Koin

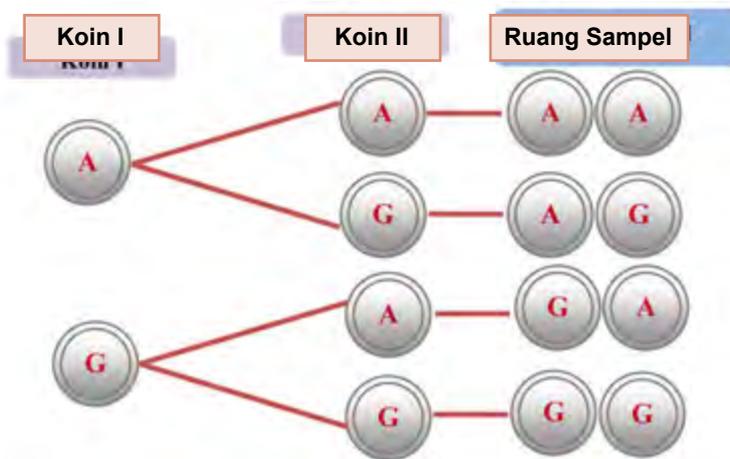
iii. Menggunakan Tabel

Tabel 10.1 Ruang Sampel Pelemparan Dua Koin

<i>Koin I</i> \ <i>Koin II</i>	<i>Angka (A)</i>	<i>Gambar (G)</i>
<i>Angka (A)</i>	{A,A}	{A,G}
<i>Gambar (G)</i>	{G,A}	{G,G}

iv. Diagram Pohon

Kita juga dapat menyajikan ruang sampel dari percobaan pelemparan dua mata koin dengan menggunakan diagram pohon seperti dalam penyajian berikut.



Gambar 10.5 Diagram Pohon Ruang Sampel Pelemparan Dua Koin



Pertanyaan Kritis

Bersama dengan temanmu, tunjukkanlah bahwa banyak ruang sampel pelemparan 3 koin adalah 8. Silahkan gunakan salah satu dari metode di atas!



Arahkan siswa bekerja dalam kelompok untuk melakukan percobaan mengetos tiga buah mata uang untuk menentukan ruang sampel dari hasil percobaan. Amati siswa bekerja dan memberikan kesempatan kepada siswa bertanya hal-hal yang belum dipahami dan memberikan bantuan baik secara individu, kelompok maupun klasikal.

Kita dapat tuliskan pola banyaknya anggota ruang sampel, yang muncul pada pelemparan dari satu koin, dua koin, dan tiga koin, sebagai berikut.

- 1 koin \leftrightarrow banyak anggota ruang sampel = 2 $\rightarrow 2^1$
- 2 koin \leftrightarrow banyak anggota ruang sampel = 4 $\rightarrow 2^2$
- 3 koin \leftrightarrow banyak anggota ruang sampel = 8 $\rightarrow 2^3$
- 4 koin \leftrightarrow banyak anggota ruang sampel = 16 $\rightarrow 2^4$
- . . .
- . . .
- . . .
- n koin \leftrightarrow banyak anggota ruang sampel = $\rightarrow 2^n$

Berdasarkan pola yang kita temukan di atas, secara umum, untuk menghitung banyaknya anggota ruang sampel pelemparan n koin, dapat ditulis sebagai berikut.

Sifat -10.1

Banyaknya anggota ruang sampel dari pelemparan n koin = 2^n .



Mengorganisasikan siswa melakukan percobaan menggunakan dua mata dadu. Meminta siswa secara kelompok melakukan percobaan dan mendaftar semua kemungkinan yang terjadi dengan pelambungan dua mata dadu.

Masalah-10.4

Wahyu baru mengetahui suatu permainan dengan menggunakan dua dadu dari pamannya yang baru pulang dari merantau. Wahyu memahami permainan itu dengan melalui percobaan yang dia lakukan bersama temannya, Rangga.

Mereka berulang-ulang melempar dua dadu sekaligus, secara bergantian, dan mencatat semua kemungkinan yang terjadi.

Sekarang, mari kita bantu Wahyu dan Rangga menuliskan semua kemungkinan yang terjadi.



Gambar 10.6 Dua Mata Dadu



Alternatif Penyelesaian

Pada percobaan ini, kita akan coba mengurut semua kemungkinan-kemungkinan yang bisa muncul. Dadu I memiliki enam angka yang mungkin muncul, demikian juga dadu II.

Mari cermati kemungkinan-kemungkinan berikut ini.

- Jika dadu I muncul angka 1, maka dadu II mungkin memunculkan angka 1, 2, 3, 4, 5, atau 6.
- Jika dadu I muncul angka 2, maka dadu II mungkin memunculkan angka 1, 2, 3, 4, 5, atau 6.

Demikian seterusnya, sampai semua angka pada dadu I dipasangkan dengan semua angka pada dadu II.

Dengan memahami dua buah dadu yang dilemparkan secara bersama menghasilkan ruang sampel dan titik sampel berikut.

Tabel 10.2 Ruang Sampel Dua Mata Dadu

Dadu (I/II)	1	2	3	4	5	6
1	{1,1}	{1,2}	{1,3}	{1,4}	{1,5}	{1,6}
2	{2,1}	{2,2}	{2,3}	{2,4}	{2,5}	{2,6}
3	{3,1}	{3,2}	{3,3}	{3,4}	{3,5}	{3,6}
4	{4,1}	{4,2}	{4,3}	{4,4}	{4,5}	{4,6}
5	{5,1}	{5,2}	{5,3}	{5,4}	{5,5}	{5,6}
6	{6,1}	{6,2}	{6,3}	{6,4}	{6,5}	{6,6}
$n(S)$	36					



Meminta siswa menjawab beberapa pertanyaan berikut dan penyelesaiannya dituangkan pada Lembar Aktivitas Siswa secara kelompok. Meminta salah satu kelompok menyajikan hasil kerjanya di depan kelas.



Pertanyaan Kritis

- Mungkinkah suatu kejadian K sama dengan ruang sampel S ?
- Pada kedua percobaan di atas, cara penyajian ruang dan titik sampel manakah yang lebih baik? Berikan alasan!
- Jika kejadian K adalah munculnya dadu berjumlah ≤ 4 . Tentukan kejadian K !
- Adakah kamu temukan kejadian di luar kejadian K ?

Masalah-10.5

Dhani melakukan percobaan dengan melambungkan tiga buah mata koin ke atas secara bersamaan. Tentukan ruang sampel dan banyak anggota ruang sampel!



Alternatif Penyelesaian

Setiap pelemparan tiga mata koin akan menghasilkan tiga titik mata koin dalam setiap kejadian, maka ruang sampel percobaan tersebut adalah:

$$S = \{(A,A,A), (A,A,G), (A,G,A), (A,G,G), (G,A,A), (G,A,G), (G,G,A), (G,G,G)\}$$

Diperoleh banyak anggota anggota ruang sampel $n(S)=8$



- Guru meminta siswa untuk membandingkan cara penyajian yang lain dan temukan perbedaannya!

Percobaan melambungkan,

- kejadian satu mata koin, $n(S) = 2 = 2^1$
- kejadian dua buah koin, $n(S) = 4 = 2^2$
- kejadian tiga buah koin, $n(S) = 8 = 2^3 \dots$
- kejadian n buah koin, $n(S) = 2^n$
- kejadian satu dadu, $n(S) = 6 = 6^1$
- kejadian dua dadu, $n(S) = 36 = 6^2$
- kejadian tiga dadu, $n(S) = 216 = 6^3 \dots$
- kejadian n buah dadu, $n(S) = 6^n$

Dengan melihat pola yang terbentuk dari ruang sampel di atas kita dapat mengetahui berapa banyak $n(S)$ yang diperoleh untuk n kejadian sebagai berikut.

Tabel 10.3 Tabel Jumlah Sampel

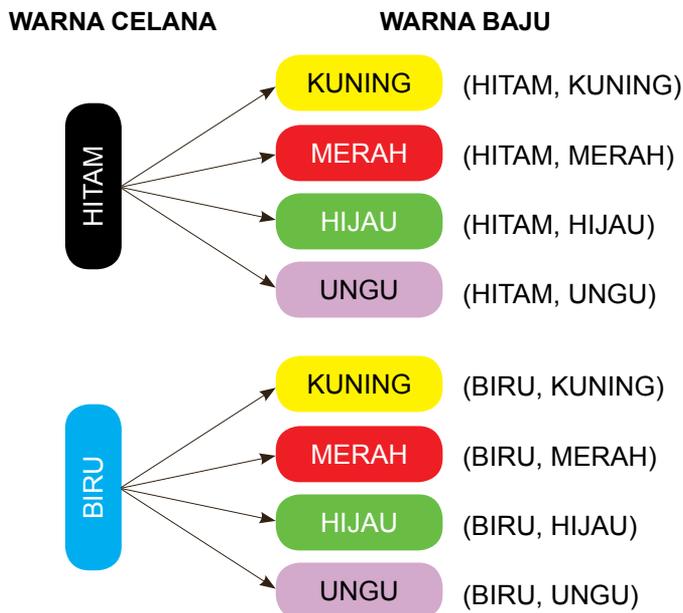
Banyak kejadian n	Banyak Ruang Sampel, $n(S)$		
	Koin	Dadu	Kartu Domino
1	2	6	28
2	4	36	2.704
3	8	216	240.608
....

n	2^n	6^n	52^n
---	-------	-------	--------

Masalah-10.6

Rahmad ingin menghadiri pesta ulang tahun temanya, namun ia bingung untuk menentukan pilihan baju yang akan dipakai. Rahmad memiliki dua celana berwarna hitam dan biru serta empat baju berwarna kuning, merah, putih, dan ungu. Ada berapa banyak pasangan warna celana dan baju yang dapat dibentuk?

Dengan menggunakan diagram pohon dapat kita bentuk pasangan celana dan baju sebagai berikut.



Dari diagram pohon di atas tampak ada 8 macam pasangan warna celana dan baju yang dapat dibentuk sebagai berikut.

$$S = \{(HITAM, KUNING), (HITAM, MERAH), (HITAM, HIJAU), (HITAM, UNGU), (BIRU, KUNING), (BIRU, MERAH), (BIRU, HIJAU), (BIRU, UNGU)\}.$$

2. KONSEP PELUANG

Coba perhatikan kejadian-kejadian berikut ini!

1. Pada pelambungan satu dadu, peluang munculnya angka lebih kecil dari 7 adalah 1.
2. Peluang munculnya sisi angka pada pelambungan 1 koin mata uang adalah $\frac{1}{2}$.
3. Peluang munculnya mata dadu bermata genap adalah $\frac{1}{2}$.

Sekarang kita akan menganalisis kenapa semua pernyataan di atas berlaku demikian.

1. Ruang sampel 1 dadu jika dilambungkan ke atas adalah: $S=\{1,2,3,4,5,6\}$. Jika kita melambungkan 1 mata dadu, pasti muncul angka yang lebih kecil 7, yaitu salah satu dari angka pada ruang sampel. Oleh karena itu, peluang munculnya angka lebih kecil dari 7 pada pelemparan 1 buah dadu adalah 1.
2. Ruang sampel melambungkan 1 mata uang adalah $S=\{\text{Angka}, \text{Gambar}\}$. Munculnya kejadian sisi angka pada pelambungan 1 mata uang adalah 1 dari 2 kemungkinan. Jadi peluang munculnya sisi angka pada percobaan tersebut adalah $\frac{1}{2}$.
3. Dengan memperhatikan kembali ruang sampel mata dadu. Kejadian angka genap pada 1 mata dadu adalah 3, yaitu angka 2, 4, dan 6 dari 6 kemungkinan yaitu 1, 2, 3, 4, 5, 6. Oleh karena itu peluang kejadian munculnya angka genap pada pelemparan 1 mata dadu adalah $\frac{1}{2}$.

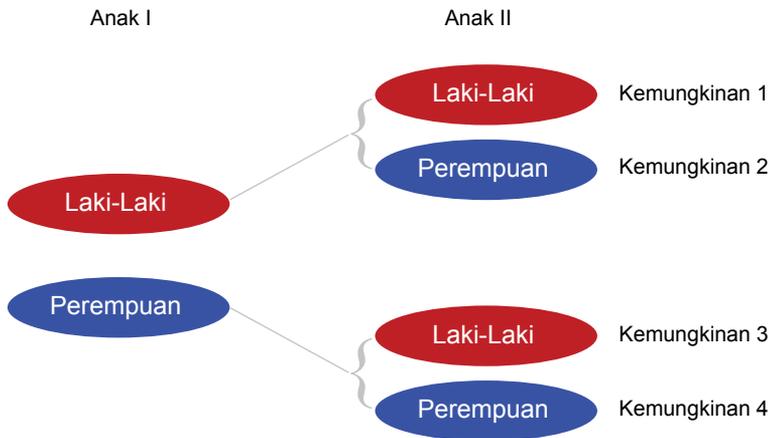
Masalah-10.7

Joko dan istrinya sepakat mengikuti program KB, yaitu memiliki dua orang anak. Keinginan mereka, kedua anak mereka terdiri dari 1 laki-laki dan 1 perempuan. Berapakah peluang keinginan pasangan tersebut terkabul?



Alternatif Penyelesaian

Pertama sekali, kita harus menentukan ruang sampel untuk masalah ini. Perhatikan bagan di bawah ini.



Gambar 10.7. Bagan Ruang Sampel untuk Memiliki 2 Anak

Jadi ruang sampel untuk kejadian di atas adalah 4, yaitu:

$$S = \{(Lk, Lk), (Lk, Pr), (Pr, Lk), (Pr, Pr)\}$$

dengan Lk : Anak Laki-laki

Pr : Anak Perempuan.

Ada dua kemungkinan untuk memiliki 1 anak laki-laki dan 1 anak perempuan, yaitu, kemungkinan 2 dan 3 dari 4 kemungkinan yang ada.

Oleh karena itu, peluang pasangan baru tersebut memiliki 1 anak laki-laki dan 1 perempuan adalah $\frac{1}{2}$.

Dari berbagai masalah di atas, secara matematis kita akan definisikan peluang sebagai berikut.



Definisi 10.2

Peluang suatu kejadian A adalah hasil bagi banyak titik sampel dalam A dengan banyak anggota ruang sampel suatu percobaan, dirumuskan:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$n(A)$: Banyak titik sampel kejadian A

$n(S)$: banyak titik sampel dari suatu percobaan

Masalah-10.8

Tiga buah dadu berwarna merah, biru, dan kuning dilambungkan bersama-sama. Hitunglah banyak kejadian ketiga mata dadu berjumlah 8 yang mungkin terjadi! Berapa peluangnya?



Alternatif Penyelesaian

Pandang satu buah mata dadu yaitu mata dadu merah, diperoleh:

- jika dadu merah muncul angka 1 maka dadu biru dan kuning harus berjumlah 7 yakni:
(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), dan (6,1).
- jika dadu merah muncul angka 2 maka dadu biru dan kuning harus berjumlah 6 yakni:
(1,6), (2,4), (3,3), (4,2) dan (5,1)
- jika dadu merah muncul angka 3 maka dadu biru dan kuning harus berjumlah 5 yakni:
(1,4), (2,3), (3,2), dan (4,1)

- jika dadu merah muncul angka 4 maka dadu biru dan kuning harus berjumlah 4 yakni:
(1,3), (2,2), dan (3,1)
- jika dadu merah muncul angka 5 maka dadu biru dan kuning harus berjumlah 3 yakni:
(1,2) dan (2,1)
- jika dadu merah muncul angka 6 maka dadu biru dan kuning harus berjumlah 2 yakni:
(1,1)

Jadi banyak kejadian jumlah mata dadu 8 adalah: $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$. Karena banyak semua kejadian dalam pelemparan 3 dadu adalah $6^3 = 216$, maka peluang jumlah mata dadu 8 adalah $\frac{21}{216}$.



Latihan

Sebagai latihan siswa:

Berdasarkan Masalah-10.8, mintalah siswa untuk :

- Menyelesaikan dengan cara yang lain!
- Mencoba menyelesaikan untuk kejadian jumlah mata dadu adalah 3!
- Menentukan jumlah mata dadu yang memiliki peluang paling besar dan paling kecil!

Dari semua contoh-contoh dan masalah di atas, coba cermati bahwa nilai peluang suatu kejadian itu selalu berada pada interval 0 dan 1. Angka 1 artinya bahwa kejadian tersebut pasti terjadi, dan angka 0 berarti kejadian tersebut mustahil terjadi.



Sifat -10.2

Misalkan A suatu kejadian dan S adalah ruang sampel dalam sebuah percobaan.

- Nilai peluang A terletak pada $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(S) = 1$
- $P(\emptyset) = 0$

Contoh sederhana kejadian yang pasti terjadi, yaitu, peluang munculnya mata kurang dari 7 dalam pelambungan dadu adalah 1. (Sudahkah tahu kamu alasannya?). Jelaskan!

Latihan

Sebagai latihan siswa:

Tentukan peluang Joko dan istrinya tersebut memiliki 3 orang anak dengan 2 anak laki-laki dan satu anak perempuan.



Uji Kompetensi - 10.1

1. Ambil sebuah paku payung sebagai percobaan, lempar hingga jatuh ke lantai. Dapatkah kamu menentukan ruang sampel dan titik sampelnya? Adakah kamu temukan? Jelaskan!
2. Pada pelemparan dua buah dadu secara bersama-sama, tentukan titik sampel dari keadaan berikut ini!
 - a) Dadu pertama muncul mata 6 dan dadu kedua muncul mata 5. Apakah sama dengan jumlah mata dadu adalah 11? Jelaskan.
 - b) Dadu pertama muncul mata 5.
 - c) Dadu pertama dan dadu kedua muncul mata dadu yang sama.
 - d) Muncul mata dadu berjumlah 6.
3. Dua buah dadu dilemparkan dan menghasilkan bilangan prima pada

- salah satu mata dadu. Buatlah ruang sampel beserta titik sampelnya!
4. Jika sebuah dadu dan sebuah koin dilemparkan secara bersamaan. Dengan menggunakan diagram pohon tentukan ruang sampel percobaan tersebut!
 5. Luna ingin menghadiri sebuah pesta, ia memiliki baju blus bunga, kotak-kotak, dan bergaris untuk pasangan rok berwarna biru tua, coklat, dan putih. Hitunglah berapa banyak pasangan pakaian yang dapat dipakai Luna jika ia juga membeli blus motif polos!
 6. Lambungkan tiga dadu secara bersamaan, tentukanlah ruang sampel dari tiga buah dadu tersebut!
 7. Menu minuman hari ini di rumah makan Minang adalah teh, kopi, dan jus. Sedangkan menu makanan berupa nasi rendang, nasi ayam, nasi soto, dan nasi kebuli. Berapa banyak pilihan yang dapat dipesan oleh pengunjung? Sajikan dalam diagram pohon!
 8. Dari angka-angka 0, 1, 2, 3, 4, 5, dan 7 akan dibentuk bilangan dengan 4 angka dan tidak boleh ada angka yang diulang.
 - a. Berapa banyak bilangan dapat dibentuk?
 - b. Berapa banyak bilangan ganjil yang dapat dibentuk?
 - c. Berapa banyak bilangan yang nilainya kurang dari 5.000 yang dapat dibentuk?

3. KOMPLEMEN KEJADIAN

Masalah-10.8

Sebuah dadu dilambungkan. Jika K adalah kejadian muncul mata dadu ganjil, maka selidikilah kejadian selain K !



Alternatif Penyelesaian

Ruang sampel sebuah dadu adalah $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Kejadian muncul mata dadu ganjil adalah $K = \{1, 3, 5\}$.

Karena itu, kejadian selain K adalah kejadian munculnya selain titik sampel K , disimbolkan dengan K^c (dibaca komplement K), yaitu muncul mata dadu 2, 4, dan 6, sehingga dapat ditulis:

Kejadian selain K adalah $K^c = \{2, 4, 6\}$.

Jika kita perluas dengan memakai dua buah dadu dan K adalah kejadian hasil jumlah dadu bernilai genap, maka dapat kita peroleh komplement dari kejadian K . Ruang sampel pelemparan dua buah mata dadu ditunjukkan sebagai berikut.

Tabel 10.2 Ruang Sampel Dua Mata Dadu

Dadu (I/II)	1	2	3	4	5	6
1	{1,1}	{1,2}	{1,3}	{1,4}	{1,5}	{1,6}
2	{2,1}	{2,2}	{2,3}	{2,4}	{2,5}	{2,6}
3	{3,1}	{3,2}	{3,3}	{3,4}	{3,5}	{3,6}
4	{4,1}	{4,2}	{4,3}	{4,4}	{4,5}	{4,6}
5	{5,1}	{5,2}	{5,3}	{5,4}	{5,5}	{5,6}
6	{6,1}	{6,2}	{6,3}	{6,4}	{6,5}	{6,6}
n(S)	36					

Kejadian K adalah hasil jumlah dadu bernilai genap. Dengan kata lain kejadian K adalah jumlah dua bilangan ganjil atau dua bilangan genap, yakni:

$$K = \{(1,1), (1,3), (1,5), (2,2), (2,4), (2,6), (3,1), (3,3), (3,5), (4,2), (4,4), (4,6), (5,1), (5,3), (5,5), (6,2), (6,4), (6,6)\}.$$

Dapat kita sebut komplement kejadian K adalah jumlah dari bilangan ganjil dan bilangan genap, yakni:

$$K^c = \{(1,2), (1,4), (1,6), (2,1), (2,3), (2,5), (3,2), (3,4), (3,6), (4,1), (4,3), (4,5), (5,2), (5,4), (5,6), (6,1), (6,3), (6,5)\}.$$



Pertanyaan Kritis

Apakah setiap kejadian K memiliki komplemen?
Apakah setiap kejadian dan komplemennya memiliki anggota?
Berikan alasanmu!

Masalah-10.10

Pada pelemparan 1 mata dadu, peluang munculnya angka tidak genap dapat kita tentukan melalui peluang munculnya angka genap.



Alternatif Penyelesaian

Kejadian munculnya angka genap, misalnya kita sebut kejadian A , maka:

$$A = \{2,4,6\}$$

dan kejadian muncul angka tidak genap, kita sebut kejadian A^c , maka:

$$A^c = \{1,3,5\}$$

Peluang kejadian A adalah:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Sedangkan peluang munculnya angka tidak genap,

$$P(A^c) = \frac{n(A^c)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Ternyata jumlah peluang kejadian A dan peluang kejadian bukan A (A^c), jumlahnya sama dengan satu.

Secara matematis kita dapat rumuskan bahwa:



Sifat -10.3

Misalkan A suatu kejadian dan S adalah ruang sampel dalam sebuah percobaan, maka

$$\begin{aligned} P(A) + P(A^c) &= 1 & \text{atau} & & P(A) &= 1 - P(A^c) \\ P(A) &= P(S) - P(A^c) & \text{atau} & & P(A^c) &= P(S) - P(A) \end{aligned}$$

Untuk memahami sifat ini, perhatikanlah penyelesaian masalah berikut.

Masalah -10.11

Tentukanlah peluang munculnya mata dadu yang berjumlah kurang dari atau sama dengan 10 pada pelemparan 2 mata dadu.



Alternatif Penyelesaian

Dengan memperhatikan ruang sampel untuk pelemparan 2 mata dadu di subbab di atas, kita akan menentukan kejadian munculnya mata yang berjumlah kurang atau sama dengan 10, yaitu berjumlah 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 dan 10. Jika kejadian munculnya angka yang jumlahnya kurang dari atau sama dengan 10, disebut kejadian A, maka kejadian bukan A adalah kejadian munculnya mata dadu berjumlah 11 dan 12, karena tidak mungkin jumlahnya lebih dari 12. Kejadian munculnya mata dadu berjumlah 11 dan 12 adalah: $A^c = \{(5,6), (6,5), (6,6)\}$, atau $n(A^c) = 3$.

$$\text{Jadi } P(A^c) = \frac{n(A^c)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$\text{Karena } P(A) = 1 - P(A^c)$$

$$P(A) = 1 - \frac{1}{12}$$

$$P(A) = 1 - \frac{11}{12}$$

Jadi peluang munculnya angka mata dadu yang berjumlah kurang atau sama dengan 10 adalah $\frac{11}{12}$



- Guru meminta siswa untuk menentukan peluang kejadian muncul mata dadu yang jumlahnya kurang dari 10, dengan mengurut semua kejadian-kejadian. Apakah hasilnya sama?
- Guru meminta siswa untuk menyebutkan, kejadian-kejadian yang pasti terjadi dan yang mustahil terjadi!



Uji Kompetensi - 10.2

1. Pada percobaan pelemparan 1 mata dadu dan 1 koin, tentukanlah peluang munculnya mata angka dan mata dadu genap!
2. Dapatkah kamu menentukan peluang datangnya hujan hari ini?. Berapa peluangnya?
3. Pada pelemparan 3 koin, tentukanlah peluang munculnya paling sedikit satu angka!
4. Tentukanlah peluang munculnya paling sedikit satu angka genap pada pelemparan 2 mata dadu!
5. Nomor plat kendaraan terdiri dari empat digit angka, Misalkan E kejadian nomor plat merupakan bilangan berulang. Tentukan peluang E!
6. Ahoy, Badu, Carli, dan Dido akan berfoto bersama secara berdampingan. Hitung peluang Ahoy dan Carli selalu berdampingan!
7. Jika sebuah dadu dilempar 5 kali. Berapakah peluang mata dadu yang muncul selalu ganjil?
8. Tetangga baru yang belum kamu kenal katanya mempunyai 2 anak. Kamu tahu salah satunya adalah laki-laki. Hitung Peluang kedua anak tetangga baru itu semuanya laki-laki!
9. Dalam sebuah klinik dokter spesialis kandungan terdapat enam pasang suami-isteri. Jika dipilih dua orang secara acak dari ruangan tersebut, tentukanlah peluang terpilihnya dua orang tersebut suami-isteri!

10. Bapak dan ibu Haloho sedang merencanakan nama bagi anak mereka yang akan segera lahir dengan nama yang terdiri dari 3 kata dengan nama belakang Haloho. Mereka menginginkan inisial/singkatan nama anak tersebut adalah terurut menurut abjad dengan tak ada huruf yang berulang, sebagai contoh XYZ, tetapi mereka tidak mau ZXY. Banyak pilihan inisial nama yang dapat dipergunakan adalah...

menjawab semua soal dengan benar adalah...
11. Suatu sekolah mengikutsertakan 3 siswa laki-laki dan 2 siswa perempuan dalam seleksi OSN tingkat kabupaten/ kota. Diberikan 3 soal pilihan benar-salah. Peluang bahwa tidak ada satupun siswa laki-laki yang menjawab semua soal dengan benar, sedangkan ada satu siswa perempuan yang dapat

menjawab semua soal dengan benar adalah...
12. Seseorang memiliki sejumlah koin 1000 rupiah. Setelah diperhatikan dengan seksama, ternyata koin yang dimilikinya terdiri dari 3 macam diantara 4 macam koin sekarang yang masih berlaku (500-an, 200-an, 100-an, dan 50-an). Selidiki dan tentukan berapa banyak kombinasi koin yang mungkin dimiliki oleh anak tersebut!

menjawab semua soal dengan benar adalah...
13. Sebuah balok akan diberi warna sedemikian hingga setiap dua sisi yang berdekatan (yakni dua sisi yang dipisahkan oleh tepat satu rusuk) diberi warna yang berbeda. Jika diberikan 6 warna yang berbeda, tentukanlah banyak cara yang berbeda untuk mewarnai kubus!

Projek

Guru meminta siswa untuk mengamati teman-teman sekelas, apakah pernah sakit sehingga tidak bersekolah. Berdasarkan pengamatan tersebut ditentukan peluang suatu hari kelas lengkap, kelas tidak lengkap karena ada 1 orang yang sakit, atau kelas tidak lengkap karena ada lebih dari 1 orang yang sakit. Apa yang dapat disimpulkan dari pengamatan tersebut. Guru meminta siswa untuk membuat laporan dan dipaparkan di depan kelas.



D. PENUTUP

Berdasarkan sajian materi terkait berbagai konsep peluang di atas, beberapa hal penting dapat kita rangkum sebagai berikut.

1. Titik Sampel adalah hasil yang mungkin terjadi dari suatu percobaan.
2. Ruang Sampel adalah himpunan semua titik-titik sampel, disimbolkan dengan S .
3. Kejadian adalah himpunan bagian dari ruang sampel S , disimbolkan dengan K .
4. Ada beberapa cara untuk menyajikan semua kejadian yang mungkin muncul dalam suatu percobaan yaitu: cara mendaftar, menggunakan diagram kartesius, menggunakan tabel, dan menggunakan diagram pohon.
5. Jika K merupakan sebuah kejadian, maka kejadian selain K adalah seluruh kejadian yang tidak terdaftar di K , disebut komplement kejadian K , disimbolkan dengan K^c .
6. Peluang suatu kejadian A merupakan hasil bagi banyaknya titik sampel kejadian A dengan banyak anggota ruang sampel kejadian A , dirumuskan:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)},$$

di mana $n(A)$ adalah banyaknya titik sampel kejadian A dan $n(S)$ adalah banyak kejadian yang mungkin muncul.

7. Jika A adalah suatu kejadian dalam sebuah percobaan, maka peluang kejadian A dan peluang kejadian komplement A berlaku: $P(A) + P(A^c) = 1$.
8. Nilai peluang sebuah kejadian A berada pada interval $0 \leq P(A) \leq 1$. Artinya jika peluang sebuah kejadian A adalah 0 maka kejadian A tidak terjadi, sedangkan jika peluang kejadian A adalah 1 maka kejadian A pasti terjadi.

Beberapa hal yang telah kita rangkum di atas adalah modal dasar bagi siswa dalam belajar peluang. Konsep-konsep dasar di atas harus dipahami oleh siswa dengan baik karena akan membantu dalam pemecahan masalah dalam kehidupan kamu sehari-hari.



PETUNJUK TEKNIS PELAKSANAAN REMEDIAL DAN PENGAYAAN

A. Pengertian dan Prosedur Pelaksanaan Pembelajaran Remedial dan Pengayaan

Kurikulum Matematika 2013 adalah kurikulum berbasis kompetensi dengan pendekatan pembelajaran tuntas. Pembelajaran tuntas (*mastery learning*) dalam proses pembelajaran berbasis kompetensi dimaksudkan adalah pendekatan dalam pembelajaran yang mempersyaratkan peserta didik menguasai secara tuntas seluruh kompetensi dasar pokok bahasan atau mata pelajaran tertentu. Peserta didik dikatakan menguasai secara tuntas seluruh kompetensi dasar pada pokok bahasan atau mata pelajaran matematika pada kelas tertentu, apabila peserta didik tersebut memperoleh hasil penilaian/uji kompetensi lebih besar atau sama dengan dari yang ditetapkan dalam kurikulum. Sebaliknya peserta didik dikatakan tidak tuntas.

Bagi peserta didik yang memperoleh hasil penilaian/uji kompetensi pada pokok bahasan mata pelajaran matematika kurang dari yang ditetapkan, wajib diberi pembelajaran remedial. Pembelajaran remedial pada hakikatnya adalah pemberian bantuan bagi peserta didik yang mengalami kesulitan atau kelambatan belajar. Bantuan dalam pembelajaran remedial mencakup (1) mengkaji ulang materi pada kompetensi dasar yang belum dicapai peserta didik, (2) pemberian tugas terstruktur yang dilakukan secara mandiri dan pemberian *feedback* atas hasil kerja peserta didik, (3) tutor sebaya dalam implementasi model pembelajaran kooperatif tipe *jigsaw*, dan (4) kerjasama sekolah dengan orang tua/wali peserta didik mengatasi masalah belajar peserta didik. Pemberian pembelajaran remedial meliputi dua langkah pokok, yaitu pertama mendiagnosis kesulitan belajar dan kedua memberikan perlakuan (*treatment*) pembelajaran remedial.

Bagi peserta didik yang memperoleh hasil penilaian/uji kompetensi pada pokok bahasan mata pelajaran matematika lebih dari yang ditetapkan oleh kurikulum, wajib diberi pembelajaran pengayaan. Pembelajaran pengayaan adalah pembelajaran yang

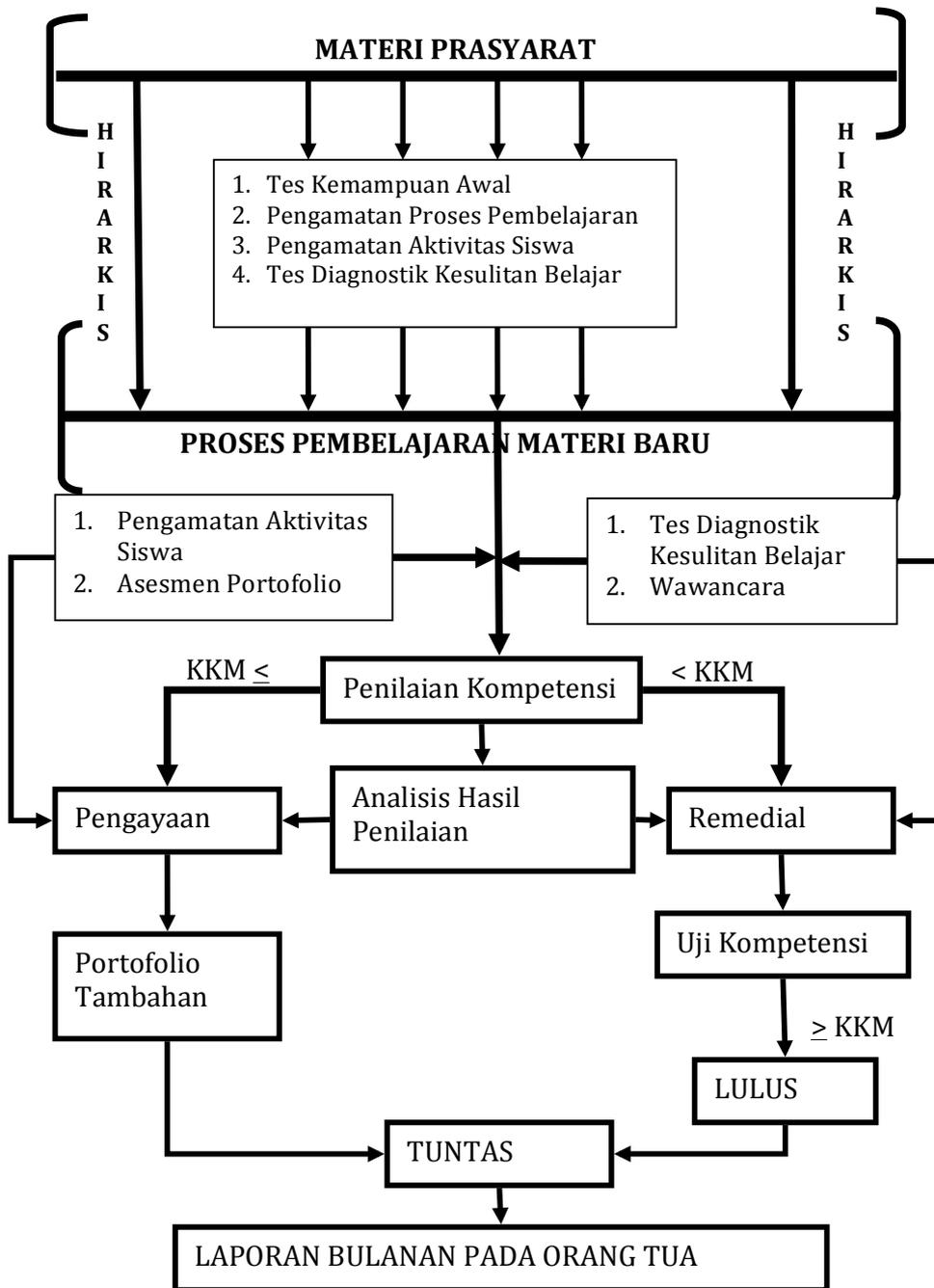


memberikan pengalaman (membangun berpikir tingkat tinggi, yaitu berpikir kritis dan kreatif) lebih mendalami materi terkait kompetensi atau kegiatan peserta didik yang melampaui persyaratan minimal yang ditentukan oleh kurikulum dan tidak semua peserta didik dapat melakukannya. Pendekatan pembelajaran yang diterapkan dalam pelaksanaan pengayaan melalui (1) pembelajaran berbasis masalah dan proyek untuk melatih peserta didik berpikir kritis dan kreatif, ketangguhan diri beradaptasi dan memecahkan masalah, (2) pemberian asesmen portofolio tambahan berbasis masalah, proyek, keterampilan proses, chek up diri dan asesmen kerjasama kelompok, dan (3) pemanfaatan IT dan ICT dalam proses pembelajaran.

Untuk mengukur penguasaan kompetensi perlu dikembangkan suatu penilaian yang mencakup seluruh kompetensi dasar pada pokok bahasan tertentu atau pada satu mata pelajaran matematika dengan menggunakan indikator yang telah ditetapkan oleh pendidik. Penilaian terhadap hasil pembelajaran menggunakan sistem penilaian patokan dan berkelanjutan dalam arti semua indikator ditagih, kemudian hasilnya dianalisis untuk menentukan kompetensi dasar yang telah dikuasai dan belum dikuasai serta mengetahui kesulitan belajar peserta didik. Apabila peserta didik belum tuntas menguasai suatu kompetensi dasar harus mengikuti proses pembelajaran remedial kemudian dilakukan penilaian ulang untuk mengukur pencapaian kompetensi.

Seluruh hasil belajar siswa yang tampak pada hasil penilaian/uji kompetensi dan asesmen otentik/portofolio dijadikan bahan kajian guru, guru konseling, dan kepala sekolah. Hasil belajar tersebut dilaporkan kepada pemangku kepentingan (terutama pada orang tua) setiap bulannya.

Secara garis besar, alur utama pelaksanaan pembelajaran remedial dan pengayaan disajikan pada skema berikut.



Gambar : Alur Utama Pelaksanaan Remedial dan Pengayaan

B. Tujuan Pembelajaran Remedial dan Pengayaan

Pelaksanaan pembelajaran remedial dan pengayaan bertujuan untuk

1. Mencapai ketuntasan belajar peserta didik mencapai kompetensi dasar yang ditetapkan pada kurikulum matematika 2013, baik secara individu maupun klasikal.
2. Mengatasi kesulitan belajar siswa untuk mencapai kompetensi dasar yang ditetapkan pada kurikulum matematika 2013 dengan ukuran melewati Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM).
3. Memberikan pengalaman belajar dan keterampilan berpikir yang lebih mendalam dan lebih luas terkait kompetensi dasar yang ditetapkan pada kurikulum matematika 2013.

C. Soal untuk Penilaian Kompetensi Siswa

Guru matematika di sekolah dapat berkoordinasi dengan teman guru di Musyawarah Guru Mata Pelajaran Matematika atau mengembangkan sendiri soal yang akan digunakan untuk penilaian/uji kompetensi diakhir setiap bab (bahasan) pada buku siswa atau buku guru.

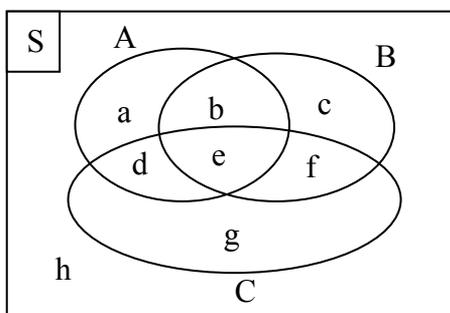
Soal yang dikembangkan dari sisi ranah kognitif dan psikomotor (keterampilan aplikasi matematika dan koneksi matematika dengan dunia nyata, bidang ilmu lain, dan dalam matematika sendiri) harus mewakili indikator kompetensi dasar yang akan dicapai. Sebagai alternatif soal yang akan diujikan untuk penilaian/uji kompetensi pada setiap bab (bahasan) disajikan sebagai berikut.

1. Soal untuk Penilaian/Uji Kompetensi Pada Bab I

1. Ujilah pernyataan ini jika $A \cap B$ dan $B \cap C$ maka $A \cap C$. Jika benar buktikan dan jika salah berikan contoh penyangkalnya.
2. Di dalam sebuah kelas terdapat 40 orang anak. Banyak anak yang gemar Matematika adalah x orang dan yang gemar Fisika adalah y orang, sementara yang gemar kedua-duanya adalah 5 orang. Jika banyak anak yang tidak gemar keduanya adalah 7 orang lebih sedikit dari banyak anak yang gemar

Fisika dan banyak anak yang gemar keduanya adalah 32 orang. Banyak anak yang gemar Matematika saja adalah ...

- 3 Jika S adalah himpunan semesta pembicaraan, A , B , dan C adalah himpunan bagian dari S yang disajikan pada diagram venn di bawah ini:



Tentukan $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup C^C)$.

- 4 Buktikan Jika $P \cap Q \neq \emptyset$ maka $n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q)$
- 5 Buktikan jika banyak anggota himpunan M adalah berhingga, maka banyak anggota himpunan kuasanya adalah berhingga!
- 6 Berikan alasan, mengapa himpunan kosong adalah himpunan bagian dari semua himpunan.

2. Soal untuk Penilaian/Uji Kompetensi Pada Bab II

- 1 Pada sebuah rapat evaluasi perusahaan minyak goreng yang baru berdiri lima tahun lalu ditemukan bahwa hasil produksi selalu meningkat sebesar 1ton dari tahun sebelumnya. Untuk melakukan pengembangan direktur ingin melakukan prediksi hingga tahun ke -100 untuk melihat prospektus perusahaan. Tentukanlah total hasil produksi minyak goreng tersebut hingga tahun ke 100 perusahaan itu berdiri.
- 2 Hitunglah:
- $$-28 + 12 + (-18) =$$
- $$-34 + (-11) + 23 =$$

$$-21 + 56 + (-17) =$$

$$-227 + (-31) + 56 =$$

- 3 Pak Sudi ingin mengajarkan beternak burung puyuh pada dua putranya Dian dan Anto. Dian mendapatkan 6 kandang dan setiap kandang berisi 30 ekor burung puyuh. Sedangkan Anto memiliki 4 kali burung puyuh Dian setelah dikurangi 3 ekor burung puyuh setiap kandang.
- Berapa banyak burung puyuh mereka seluruhnya?
 - Siapakah yang memiliki burung puyuh terbanyak?
- 4 Dalam rangka promosi seorang pengusaha roti membagikan hasil produksinya untuk sejumlah siswa. Terdapat 12 biskuit, 21 wafer, dan 30 crakes. Makanan itu akan dibagikan kepada sejumlah anak dengan jumlah yang sama untuk masing-masing makanan yang diterima tiap anak. Berapa maksimal anak yang dapat menerima ketiga jenis makanan itu?
- 5 Tentukanlah nilai penjumlahan bilangan pecahan berikut.
- $1 + \frac{3}{2} + \frac{5}{4} + \frac{7}{8} + \frac{9}{16} + \dots$
 - $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$
- 6 Ayah memberikan uang belanja pada ibu sebesar Rp. 5.000.000 tiap dua bulannya. Ibu selalu mengeluarkan sebesar $\frac{1}{5}$ dari gaji satu bulan untuk membayar biaya sekolah anak-anak. Anggaran untuk belanja dapur Ia harus mengeluarkan uang sebesar $\frac{3}{2}$ dari biaya biaya sekolah. Berapa rupiah untuk keperluan dapur? Berapakah uang yang dapat ditabung Ibu tiap bulannya?
- 7 Dalam surat warisan Pak Andri akan memberikan $4\frac{3}{5}$ Ha tanah ladang pada ketiga anaknya. Seluruh anak akan mendapatkan bagian yang sama. Berapa Ha setiap anak mendapatkan warisannya Pak Andri?
- 8 Jika p bilangan prima dan p merupakan faktor (habis membagi $a \times b$). Buktikan p faktor dari a atau p faktor dari b .
- 9 xy dan yx adalah dua buah bilangan puluhan dengan x dan y adalah bilangan bulat positif. Jika $xy = yx + 9y$ dan $x - y = 4$ maka $xy + yx$ adalah ...

3. Soal untuk Penilaian/Uji Kompetensi pada Bab III

- 1 Manakah dari pernyataan-pernyataan di bawah ini yang benar. Jika salah, silahkan ganti kalimat dalam soal agar pernyataan tersebut bernilai benar.
 - a. Jika sudut A berpenyiku dengan sudut B , maka ukuran pelurus sudut A merupakan sudut tumpul.
 - b. Untuk jarum jam pendek dan panjang, hanya 2 kali membentuk sudut 180° .
 - c. $180^\circ - \frac{5}{6}$ sudut lurus lebih besar dari pelurus sudut 89° .
 - d. Sudut terkecil yang terbentuk pada saat jam menunjukkan pukul 05.12
- 2 Mari perhatikan gambar di bawah ini.



Tono berangkat kota A pukul 07.30 bergerak menuju kota B dengan kecepatan tetap 40 km/jam. Dalam perjalanan, Tono mengunjungi rumah pamannya selama 15 menit. Kemudian dia meneruskan perjalanan hingga tiba di kota B saat jarum pendek dan jarum panjang membentuk sudut 90° , dengan jarum pendek ke angka 9.

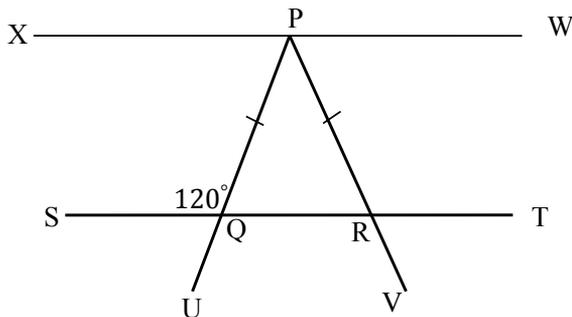
Hitunglah jarak yang ditempuh oleh Tono dari kota A ke kota B.

- 3 Diketahui $\angle P = \frac{a}{b} \times \angle Q$. $\frac{1}{4}$
Buktikan bahwa jika $\angle P$ adalah pelurus $\angle Q$ dan $\angle Q = \frac{1}{4}$ putaran penuh, maka $a = b$.
- 4 Diketahui garis l , garis k , dan garis m merupakan tiga garis yang saling sejajar pada satu bidang tegak. Garis n memotong sembarang garis k .



Gambarkanlah kondisi hubungan ke 4 garis tersebut, dan tentukanlah 12 pasangan sudut-sudut sehadap serta 4 pasangan sudut-sudut dalam sepihak.

- 5 Nyatakanlah kebenaran pernyataan-pernyataan di bawah ini. Beri alasan untuk setiap jawabanmu.
 - a. Dua sudut dalam sepihak besarnya selalu lebih besar dari sudut siku-siku.
 - b. Jika sudut A_3 berseberangan dalam dengan sudut B_1 , maka pelurus sudut A_3 sama besar pelurus sudut B_1 .
- 6 Perhatikan gambar berikut ini. Hitunglah besar $\angle VRQ$ dan $\angle WPR$.



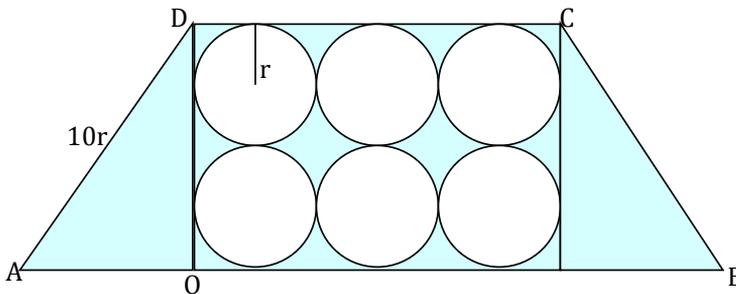
4. Soal untuk Penilaian/Uji Kompetensi pada Bab IV

- 1 Sebuah lapangan basket berbentuk persegi panjang memiliki luas 144 m^2 dengan panjang 12 m. Hitunglah lebar lapangan itu dalam satuan deka meter.
- 2 Diberikan beberapa batang korek api yang akan digunakan untuk membentuk segitiga sama rusuk. Banyak batang korek api yang disediakan disajikan pada tabel berikut.

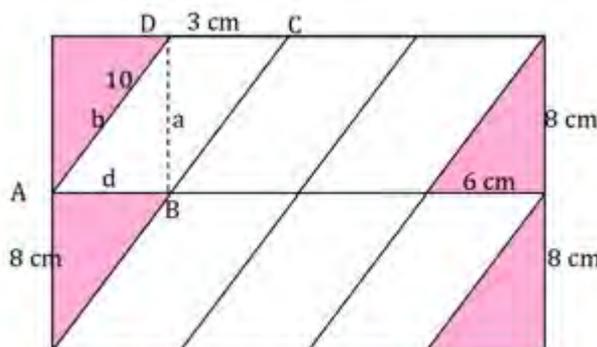
N	6	10	14	18	22	26	...
S	1	2	3	4	5	6	..

- a. Sajikan data pada tabel dalam gambar segitiga dengan panjang rusuk adalah 2 satuan panjang anak korek api.
- b. Temukan pola hubungan banyak anak korek api yang tersedia dan banyak segitiga sama rusuk yang dapat dibentuk.

- c. Berapa banyak segitiga sama rusuk dengan panjang rusuk dua satuan korek api yang dapat dibentuk jika banyak anak korek api yang disediakan adalah 38?
- d. Berapa banyak anak korek api yang disediakan jika banyak segitiga yang dibentuk sebanyak 50?
- e. Berapa luas dan keliling segitiga yang dapat dibentuk dari 30 anak korek api?
3. Diberikan 6 (enam) buah lingkaran dalam sebuah trapesium $ABCD$ sama kaki dengan jari-jari r dan panjang $AD = 5r$. Buktikan bahwa luas daerah yang diarsir (diwarnai) pada trapesium adalah $2r^2(8\sqrt{21} + 12 - 3\pi)$.



4. Diketahui kue berbentuk persegi panjang. Luas permukaan kue adalah 96 cm^2 . Potongan kue berbentuk jajaran genjang dengan ukuran rusuknya 6 cm dan 10 cm sebanyak 6 potong.
- Ada sisa kue hasil potongan yang tidak berbentuk jajaran genjang
- Ditanya: Berapa luas daerah yang tidak berbentuk jajaran genjang



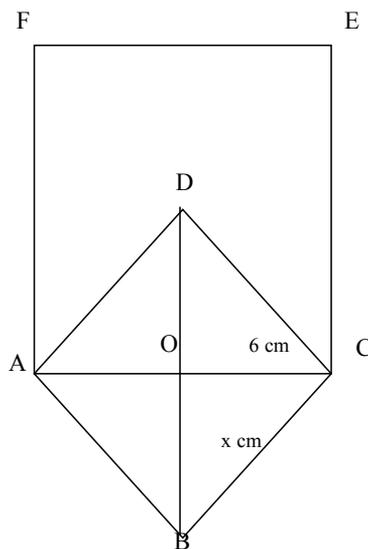
- 5 Misalkan a merupakan alas jajar genjang $PQRS$ dengan t merupakan tingginya. Jika $3t = 5a$, tentukan:

Panjang t dalam a ,

Panjang alas dan tingginya jika luas jajar genjang tersebut 300 cm^2 .

- 6 Setengah bagian dari belah ketupat $ABCD$ berada di dalam persegi panjang $ACEF$ seperti terlihat pada gambar berikut.

Buktikan luas daerah yang diarsir adalah 336 cm^2 , bila $AC : BD = 3 : 4$ dan $BC : CE = 1 : 3$.



5. Soal untuk Penilaian/Uji Kompetensi Pada Bab V

- Pada pertandingan lompat tinggi. Lompatan Amir $3,5 \text{ m}$ lebihnya dari tinggi lompatan Jonatan. Perbandingan tinggi lompatan Amir dan Jonatan $6 : 4$. Berapa tinggi lompatan Jonatan?
- Tentukan nilai a , b , dan c , jika $a - b = 24$; $a : b = 5 : 2$; dan $c = \frac{1}{7}(a + b)$.
- Selisih kelereng Tono dan Toni adalah 40 butir. Banyak kelereng Tono $\frac{1}{2}$ bagian dari banyak kelereng Toni. Berapa banyak kelereng Tono dan Toni?

- 4 Perbandingan $x : y$ senilai dengan $s : t$. Diketahui $x : y = 3 : 5$ dan $x = \frac{1}{6}s$ dan $s - x = 15$, tentukan nilai x, y, s , dan t .
- 5 Untuk membangun ruang kelas Baru sebanyak 2 kelas akan selesai dalam waktu 50 hari jika dikerjakan oleh 15 orang tukang. Setelah 20 hari bekerja bahan habis, pekerjaan terhenti 5 hari. Berapa orang tukang ditambah agar Ruang kelas itu tetap selesai tepat waktu?
- 6 Perbandingan $x : y$ berbalik nilai dengan $s : t$. Diketahui $x : y = 3 : 5$ dan $y = \frac{1}{6}s$ dan $s - y = 25$, tentukan nilai x, y, s , dan t .

6. Soal untuk Penilaian/Uji Kompetensi pada Bab VI

- 1 Tentukan nilai x , jika jumlah dari $(3x + 1) + (3x + 2) + (3x + 3) + \dots + (3x + 50)$ adalah 4275
- 2 Tentukan nilai t jika jumlah $(t + 1^3) + (t + 2^3) + (t + 3^3) + (t + 4^3) + \dots + (t + 100^3) = 25505500$
- 3 Harga satu 1 kg Apokat satu bulan yang lalu Rp. 18.000. Karena musim apokat, harganya turun dipasaran hingga Rp. 3000 per kg. Tentukan harga penurunan apokat dengan penjumlahan bilangan bulat.
- 4 Sebuah setigita sama kaki memiliki panjang rusuk yang sama 5 kali panjang rusuk yang lainnya. Agar keliling segitiga tersebut lebih besar dari 50 m, berapakah panjang masing-masing rusuk segitiga tersebut?
- 5 Tentukanlah penyelesaian dari pertidaksamaan berikut:
 - a. $2x + 1 - 3(2 - x) < 5 - 3(x - 2)$
 - b. $\frac{2}{3}(x + 6) - x < \frac{3}{2}x - 2$
 - c. $\frac{1}{2}(x + \frac{1}{3}(x - \frac{1}{4}(x - 24))) \geq 1$
- 6 Seorang tukang berencana membuat kerangka balok. Dia merencanakan bahwa panjang balok yang akan dibuat adalah 10 cm kurangnya dari



lebarnya dan tingginya harus 2 kali panjangnya. Bahan yang akan dipakai adalah batangan besi dengan panjangnya tidak lebih dari 10 m. Berapakah ukuran balok yang akan dibuat tukang tersebut?

- 7 Pak Dani mempunyai kebun jeruk yang siap panen. Jeruknya berbuah sangat lebat sehingga membutuhkan beberapa pekerja sebanyak mungkin untuk memanennya. Upah harian seorang pekerja adalah Rp 50.000 dan dibutuhkan 2 hari agar selesai memanennya. Pak Dani sudah mempersiapkan uang upah minimal sebesar Rp 490.000 dan jika masih dibutuhkan lagi pekerja maka uang upah yang diharapkan jangan lebih dari Rp 700.000. Berapakah jumlah minimal dan maksimal pekerja Pak Dani?
- 8 Andi, Budi dan Candra mengumpulkan kelereng mereka dalam sebuah ember kecil. Jumlah kelereng Andi 20 butir lebih banyak dari jumlah kelereng Budi dan jumlah kelereng Candra dua kali lebih banyak dari kelereng Andi. Disaat ibu melihat kelereng tersebut penuh dalam 1 ember maka ibu mengatakan bahwa ember tersebut hanya dapat menampung paling banyak 130 butir. Jika pernyataan ibu benar maka berapakah kelereng masing-masing mereka?
- 9 A memberikan 50% uangnya kepada B kemudian B memberikan 25% uang yang dia terima dari A kepada C. Jika C menerima uang tersebut minimal Rp 5.000 maka berapakah uang A?
- 10 Seorang tukang bangunan sedang membuat kamar berbentuk balok dengan ukuran panjang 4 m, lebar 3 m dan tinggi 5 m. Biaya membuat lantai adalah minimal Rp 250.000/m², biaya membuat atap adalah Rp 500.000/m. Biaya keseluruhan adalah Rp 16.000.000. Berapakah biaya membuat dinding kamar tersebut?

7. Soal untuk Penilaian/Uji Kompetensi pada Bab VII

- 1 Keuntungan atas penjualan sebuah barang adalah $x\%$ dari modal. Jika penjualan adalah 11 kali laba tersebut. Tentukanlah perbandingan antara $P : M : L$, dimana P = Penjualan, M = Modal dan L = laba.

- 
- 2 Seorang pedagang buah duku membeli 30 kg. Ia membayar dengan 3 lembar uang seratus ribuan dan mendapat uang kembalian sebesar Rp20.000,00.
- Tentukan harga pembelian seluruhnya.
 - Tentukan harga pembelian tiap kg.
 - Jika pedagang tersebut hanya membeli 8 kg, berapakah ia harus membayar?
- 3 Johan pedagang buah eceran membeli jeruk sebanyak 50 kg dengan harga Rp9.500,00 per kg. Kemudian 30 kg di antaranya dijual dengan harga Rp11.000,00 per kg, dan sisanya dijual dengan harga Rp10.000,00 per kg. Hitunglah:
- Harga pembelian
 - Harga penjualan
 - Besarnya untung atau rugi dari hasil penjualan tersebut.
- 4 Pak Togar mendapat untung 8% dari harga pembelian seekor sapi. Jika Pak Togar memperoleh untung Rp680.000,00, tentukan harga penjualan sapi itu.
- 5 Seorang pedagang memiliki stok 6 karung kedelai dengan bruto masing-masing 80 kg dan tara 3%. Jika harga pembelian kedelai tiap kg Rp. 4.000,00. Tentukan
- Besarnya tara
 - Jumlah uang yang harus dibayarkan
 - Besar keuntungan yang diperoleh apabila dijual dengan harga Rp4.300,00 per kg.
- 6 Ridwan menabung pada sebuah bank sebesar Rp6.000.000,00 dan mendapat bunga sebesar 12% per tahun. Jika besar bunga yang diterima Hanik Rp540.000,00, tentukan lama Hanik menabung.
- 7 Setiap bulan Pak Septa memperoleh gaji Rp 3.000.000,00 dengan penghasilan tidak kena pajak Rp 750.000,00. Jika pajak penghasilan (PPh) diketahui 10%, berapakah besar gaji yang diterima Pak Septa setiap?
- 8 Sebuah usaha multilevel marketing menjanjikan keuntungan penjualan produknya dengan pola:
- Tingkat pertama mendapat untung $\frac{1}{2}$ dari harga barang
 - Tingkat kedua mendapat untung $\frac{1}{4}$ dari harga barang

- Tingkat ketiga mendapat untung $\frac{1}{8}$ dari harga barang
- Tingkat keempat mendapat untung $\frac{1}{16}$ dari harga barang

Maka total keuntungan yang diperoleh selama menjalani bisnis tersebut mulai dari awal hingga sampai pada tingkat pertama dapat dirumuskan menjadi:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

Hitunglah total keuntungan anggota jika ia memulai bisnis dari awal hingga tingkat pertama.

8. Soal untuk Penilaian/Uji Kompetensi pada Bab VIII

- 1 Jika titik $p(x, -y)$ ditranslasikan dengan $T_1(2x-3, 3y-2)$ kemudian dilanjutkan dengan translasi sehingga bayangannya adalah $P'(x-y, x+y)$. Nilai $x^2 + y^2 = \dots$
- 2 Bayangan garis $ax + by - ab = 0$ dengan $a \neq 0$ dan $b \neq 0$ oleh rotasi terhadap titik $O(0,0)$ sebesar sudut 90° searah jarum jam adalah $(a+2b)x + (2a+b)y + ab = 0$ maka nilai $\frac{a^2 + b^2}{ab} = \dots ?$
- 3 Sebuah bangun datar dengan luas L dilatasi dengan dilatasi $D_1[2,0]$ dilanjutkan dengan dilatasi $D_2[4,0]$, dilanjutkan lagi dengan dilatasi $D_3[8,0]$, demikian seterusnya dengan pola dilatasi $D_i[2,0]$ yang sama, dilatasi lagi sampai $D_n[64,0]$ sehingga diperoleh bayangannya dengan luas $L' = m^n L$. Tentukanlah nilai n !
- 4 Jika titik $P(1, -1)$ dicerminkan dengan $x = 2h + 1$, kemudian dilanjutkan lagi dengan cermin $y = 2k - 1$ maka diperoleh bayangan $P'(-3,3)$. Nilai h dan k adalah ...
- 5 Sebuah balon berbentuk bola dengan diameter d cm, diisi udara dengan menggunakan pompa sehingga suatu saat diameter bola bertambah 150%. Tentukanlah pertambahan volume bola pada saat pertambahan panjang diameter ini.

- 6 Sebuah persegi panjang dengan panjang p dan lebar l serta luas L . Jika ukuran panjangnya dikurangi 25% dan lebarnya ditambahi 35% maka terbentuk bujur sangkar dengan luas L' . Perbandingan luas persegi panjang dengan bujursangkar tersebut adalah ...

9. Soal untuk Penilaian/Uji Kompetensi pada Bab IX

- 1 Diketahui tujuh angka berurutan dan selisih dua angka berdekatan sama dengan 2. Jika susunan angka-angka tersebut merupakan suatu data tunggal, dengan rata-rata sama dengan median. Tentukanlah ketujuh angka yang memenuhi kondisi tersebut.
- 2 Data penjualan radio setiap bulan di suatu toko pada tahun 2010 adalah sebagai berikut: 20,3,9,11,4,12,1,9,9,12,8,10. Tentukanlah rata-rata setiap bulan penjualan toko tersebut.
- 3 Nilai ujian mata pelajaran Matematika siswa kelas VII diberikan dalam tabel berikut.

Nilai	5	6	7	8	9	10
Frekuensi	3	5	4	6	1	1

Seorang siswa dinyatakan lulus jika nilai ujian siswa tersebut di atas rata-rata. Tentukanlah berapa banyak siswa yang lulus?.

Modus dan median data di atas.

- 4 Misalkan data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ dengan $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n$, memiliki ukuran \bar{x} , modus, median, kuartil, jangkauan. Jika semua nilai data dikali r , ukuran apakah yang mengalami perubahan? Hitunglah perubahannya.
- 5 Diketahui suatu data memiliki p merupakan data tertinggi dan q merupakan data terendah. Jika $p - q = 16$, dan rata-rata data tersebut adalah 9. Jika setiap nilai data dikali n kemudian ditambahkan $2m$, diperoleh data baru dengan $p - q = 9$ dan rata-rata menjadi 30. Tentukanlah nilai $p + q$ dan $m + n$.
- 6 Diketahui data dengan pola sebagai berikut.
 $(x + 2), (x + 3), (x + 4), (2x + 5), (x + 6), (x + 7)$ dengan rata-rata 8.
 Tentukanlah nilai x . Kemudian tentukanlah modus dan median data tersebut.

10. Soal untuk Penilaian/Uji Kompetensi pada Bab X

- 1 Sebuah percobaan melambungkan tiga buah dadu. Jika kejadian K adalah jumlah ketiga bilangan merupakan bilangan prima. Tentukanlah kejadian K ?
- 2 Jika 2 buah mata koin dan sebuah dadu dilambungkan secara bersama-sama. Tentukan ruang sampel dan banyaknya dari percobaan statistik tersebut.
- 3 Dalam satu set kartu domino diambil sebuah kartu dan dikembalikan kembali pada tumpukannya. tentukan
 - a. kejadian berangka genap
 - b. kejadian bilangan prima yang ganjil
 - c. kejadian berangka lebih dari 12
- 4 Jika kejadian K adalah jumlah mata dadu bernilai 8 dari sebuah percobaan pelemparan tiga buah dadu. Tentukanlah K^c ?
- 5 Dari kota Bekasi ke kota Depok dilayani oleh 5 bus dan dari Depok ke Bogor oleh 4 bus. Seseorang berangkat dari kota Bekasi ke kota Bogor melalui Depok kemudian kembali lagi ke Bekasi juga melalui Depok. Jika saat kembali dari Bogor ke Bekasi, ia tidak mau menggunakan bus yang sama, maka banyak cara perjalanan orang tersebut?
- 6 Untuk menarik minat peserta, panitia seminar kewirausahaan mengadakan lucky draw. Dalam setiap tiket masuk dicantumkan nomor kupon yang akan diundi yang terdiri dari empat digit angka. Salah satu dari nomor kupon tersebut akan menjadi pemenangnya. Berapakah peluang seseorang untuk memenangkan *lucky draw* tersebut?
- 7 Nomor plat kendaraan terdiri dari tiga digit angka, Misalkan K kejadian no plat merupakan bilangan berulang. Tentukan peluang K .
- 8 Dua buah dadu dilambungkan secara bersama. Tentukanlah
 - a. Peluang kejadian K jumlah mata dadu berkelipatan 2.
 - b. Peluang K^c .
- 9 Boaz Salosa melemparkan n dadu, kemudian ia menghitung peluang terjadinya jumlah mata dadu sama dengan 6. Untuk n berapakah peluang tersebut paling besar?

- 10 Abdul dan Abdi sedang asik bermain monopoli, dengan menggunakan dua buah mata dadu. Untuk dapat memenangkan permainan tersebut Anas membutuhkan muncul mata dadu berjumlah 5 atau mata dadu berjumlah 8. Tentukanlah peluangnya!

D. Bentuk Pelaksanaan Pembelajaran Remedial dan Pengayaan

1. Bentuk Pelaksanaan Pembelajaran Remedial

Bentuk pembelajaran remedial tergantung pada jumlah peserta didik yang mengalami kegagalan mencapai kompetensi dasar yang ditetapkan. Beberapa alternatif bentuk pelaksanaan pembelajaran remedial di sekolah.

- a. Jika jumlah peserta didik yang mengikuti remedial lebih dari 50%, maka tindakan yang dilakukan adalah pemberian pembelajaran ulang dengan model dan strategi pembelajaran yang lebih inovatif berbasis pada berbagai kesulitan belajar yang dialami peserta didik yang berdampak pada peningkatan kemampuan untuk mencapai kompetensi dasar tertentu;
- b. Jika jumlah peserta yang mengikuti remedial lebih dari 20% tetapi kurang dari 50%, maka tindakan yang dilakukan adalah pemberian tugas terstruktur baik secara kelompok dan tugas mandiri.
Tugas yang diberikan berbasis pada berbagai kesulitan belajar yang dialami peserta didik dan meningkatkan kemampuan peserta didik mencapai kompetensi dasar tertentu;
- c. Jika jumlah peserta didik yang mengikuti remedial maksimal 20%, maka tindakan yang dilakukan adalah pemberian bimbingan secara khusus, misalnya bimbingan perorangan oleh guru dan tutor sebaya.

2. Bentuk Pelaksanaan Pembelajaran Pengayaan

Bentuk pembelajaran pengayaan adalah pemberian asesmen portofolio tambahan yang memuat asesmen masalah otentik, proyek, keterampilan proses, cek up diri, dan asesmen kerjasama kelompok. Sebelum asesmen



ini dikembangkan terlebih dahulu dilakukan identifikasi kemampuan belajar berdasarkan jenis serta tingkat kelebihan belajar peserta didik, misal belajar lebih cepat, menyimpan informasi lebih mudah, keingintahuan lebih tinggi, berpikir mandiri, superior dan berpikir abstrak, dan memiliki banyak minat. Identifikasi kemampuan berlebih peserta didik dapat dilakukan, antara lain melalui: tes *IQ*, tes inventori, wawancara, pengamatan, dan sebagainya.

Pembelajaran pengayaan dapat dilaksanakan melalui belajar kelompok, belajar mandiri, bimbingan khusus dari guru dan para ahli (mentor).

E. Materi Pembahasan Dalam Pembelajaran Remedial

Materi pembahasan dalam pembelajaran remedial adalah materi (bahasan) terkait kompetensi dasar yang belum dicapai oleh siswa, dengan tolok ukur Kriteria Pencapaian yang ditetapkan. Tindakan-tindakan pada proses pembelajaran memberi perhatian pada pemahaman peserta didik dan mengatasi kesulitan belajar yang dialami siswa.

F. Materi Pembahasan Dalam Pembelajaran Pengayaan

Materi pembahasan pada pembelajaran pengayaan bertumpu pada pengembangan kompetensi dasar wajib yang tertera pada kurikulum matematika 2013, Materi pembahasan dituangkan dalam asesmen masalah otentik, proyek, keterampilan proses, cek up diri, dan asesmen kerjasama kelompok. Keterampilan yang dibangun melalui materi matematika yang dipelajari adalah kemampuan berpikir tingkat tinggi (berpikir kritis dan kreatif) serta kemampuan adaptif terhadap perubahan, penggunaan teknologi dan membangun kerjasama antar siswa adaptif dan orang lain yang lebih memahami masalah yang diajukan dalam *asesmen*.



DAFTAR PUSTAKA

Anton. Howard, Rorres. Chris. (2005). *Elementary Linear Algebra with Applications*. John Wiley & Sons, Inc

A Wagiyo, dkk. (2008) *Pegangan Belajar Matematika*, Jakarta: Pusat Perbukuan Depdiknas.

Ball, Deborah Loewenberg. (2003). *Mathematical Proficiency for All Students (Toward a Strategic Research and Development Program in Mathematics Education)*. United States of America: RAND.

Checkley , Kathy (2006). *The Essentials of Mathematics, Grades 7–12*. United States of America: The Association for Supervision and Curriculum Development (ASCD).

Chung, Kai Lai. (2001). *A Course in Probability Theory*, USA: Academic Press.

Committee on science and mathematics teacher preparation, center for education national research council (2001). *Educating Teachers of science, mathematics, and technology (new practice for new millennium)*. United States of America: the national academy of sciences.

Douglas. M, Gauntlett. J, Gross. M. (2004). *Strings and Geometry*. United States of America: Clay Mathematics Institute.

Hefferon, Jim (2006). *Linear Algebra*. United States of America: Saint Michael's College Colchester.

Howard, dkk. (2008). *California Mathematics. Concepts, Skills, and Problem Solving 7*. Columbus-USA, The McGraw-Hill Companies, Inc.

Johnstone. P.T. (2002). *Notes on Logic and Set Theory*. New York: University of Cambridge.

- 
- Magurn A, Bruce. (2002). *Encyclopedia of Mathematics and Its Applications*. United Kingdom: United Kingdom at the University Press, Cambridge.
- Nurhani, Dewi, dkk. (2008) *Matematika Konsep dan Aplikasinya*, Pusat Perbukuan Depdiknas.
- Rosida, Dana, (2009) *Penunjang Belajar Matematika*, Jakarta: Pusat Perbukuan Depdiknas, 2009
- Slavin, Robert, E. (1994). *Educational psychology, theories and practice*. Fourth Edition. Masschusetts: Allyn and Bacon Publishers.
- Sinaga, Bornok. (2007). *Pengembangan Model Pembelajaran Matematika Berdasarkan Masalah Berbasis Budaya Batak*. Surabaya: Program Pascasarjana UNESA.
- Tan, Oon Seng. (1995). *Mathematics. A Problem Solving Approach*. Singapore: Federal Publication (S) Pte Lsd.
- Urban. P, Owen. J, Martin. D, Haese. R, Haese. S. Bruce. M. (2005). *Mathematics For Yhe International Student (International Baccalaureate Mathematics HL Course)*. Australia: Haese & Harris Publication.
- Van de Walle. Jhon, dkk. (2010). *Elementary and Middle School Mathematics (teaching developmentally)*. United States of America: Allyn & Bacon.
- Wintarti, Atik, dkk.(2008) *Matematika*, Pusat Perbukuan Depdiknas.

