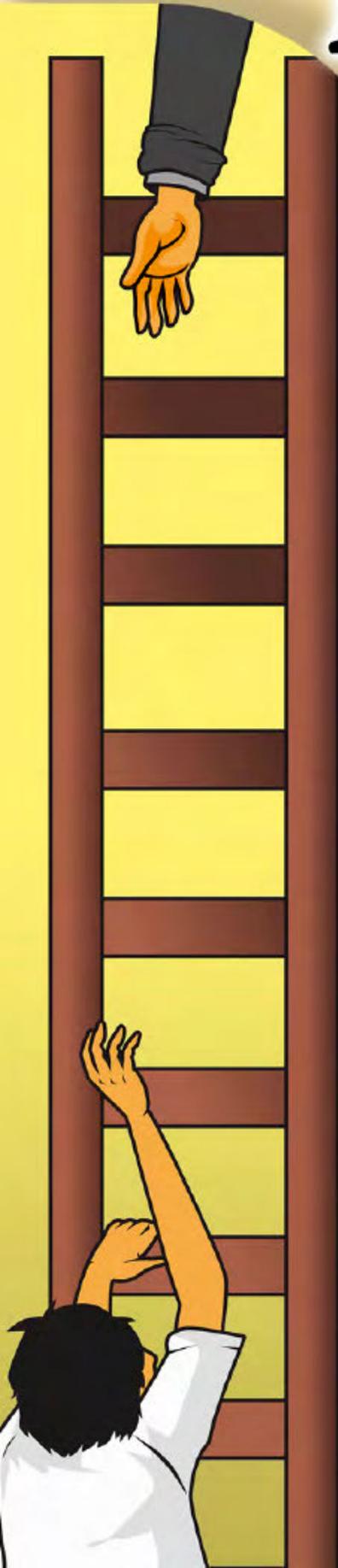




MATEMATIKA



SMP/MTs
Kelas

VIII

Semester 2

Hak Cipta © 2014 pada Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Dilindungi Undang-Undang.

**Milik Negara
Tidak Diperdagangkan**

***Disklaimer:** Buku ini merupakan buku siswa yang dipersiapkan Pemerintah dalam rangka implementasi Kurikulum 2013. Buku siswa ini disusun dan ditelaah oleh berbagai pihak di bawah koordinasi Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, dan dipergunakan dalam tahap awal penerapan Kurikulum 2013. Buku ini merupakan “dokumen hidup” yang senantiasa diperbaiki, diperbaharui, dan dimutakhirkan sesuai dengan dinamika kebutuhan dan perubahan zaman. Masukan dari berbagai kalangan diharapkan dapat meningkatkan kualitas buku ini.*

Katalog Dalam Terbitan (KDT)

Indonesia. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
Matematika / Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.-- Jakarta : Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2014.
vi, 186 hlm : ilus. ; 29,7 cm.

Untuk SMP/MTs Kelas VIII Semester 2
ISBN (jilid lengkap)
ISBN (jilid I)

1. Matematika -- Studi dan Pengajaran I. Judul
II. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

510

Kontributor Naskah : Abdur Rahman As'ari, Mohammad Tohir, Erik Valentino, Zainul Imron, Ibnu Taufiq, Nuniek Slamet Hariarti, dan Dana Arief Lukmana.
Penelaah : Agung Lukito, Turmudi, dan Dadang Juandi.
Penyelia Penerbitan : Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemdikbud.

Cetakan ke-1, 2014

Disusun dengan huruf Times New Roman, 11 pt.

Kata Pengantar

Matematika adalah bahasa universal dan karenanya kemampuan matematika siswa suatu negara sangat mudah dibandingkan dengan negara lain. Selain dari itu, matematika juga dipakai sebagai alat ukur untuk menentukan kemajuan pendidikan di suatu negara. Kita mengenal PISA (*Program for International Student Assessment*) dan TIMSS (*The International Mathematics and Science Survey*) yang secara berkala mengukur dan membandingkan antara lain kemajuan pendidikan matematika di beberapa negara.

Standar internasional semacam ini memberikan arahan dalam merumuskan pembelajaran matematika di SMP/MTs. Hasil perbandingan antara yang kita ajarkan selama ini dengan yang dinilai secara internasional menunjukkan adanya perbedaan, baik terkait materi maupun kompetensi. Perbedaan ini menjadi dasar dalam merumuskan pembelajaran Matematika dalam Kurikulum 2013.

Buku Matematika Kelas VIII SMP/MTs Kurikulum 2013 ini ditulis dengan berdasarkan pada materi dan kompetensi yang disesuaikan dengan standar internasional tersebut. Terkait materi misalnya, sebagai tambahan, sejak kelas VII telah diajarkan antara lain tentang data dan peluang; pola dan barisan bilangan, aljabar, dan bangun; serta transformasi geometri. Keseimbangan antara matematika angka dan matematika pola dan bangun selalu dijaga. Kompetensi pengetahuan bukan hanya sampai memahami secara konseptual tetapi sampai ke penerapan melalui pengetahuan prosedural dalam pemecahan masalah matematika. Kompetensi keterampilan berfikir juga diasah untuk dapat memecahkan masalah yang membutuhkan pemikiran order tinggi seperti menalar pemecahan masalah melalui permodelan, pembuktian dan perkiraan/pendekatan.

Walaupun demikian, pembahasan materi selalu didahului dengan pengetahuan konkret yang dijumpai siswa dalam kehidupan sehari-hari. Permasalahan konkret tersebut dipergunakan sebagai jembatan untuk menuju ke dunia matematika abstrak melalui pemanfaatan simbol-simbol matematika yang sesuai melalui permodelan. Sesampainya pada ranah abstrak, metode-metode matematika diperkenalkan untuk menyelesaikan model permasalahan yang diperoleh dan mengembalikan hasilnya pada ranah konkret.

Buku ini menjabarkan usaha minimal yang harus dilakukan siswa untuk mencapai kompetensi yang diharapkan. Sesuai dengan pendekatan yang dipergunakan dalam Kurikulum 2013, siswa diberanikan untuk mencari dari sumber belajar lain yang tersedia dan terbentang luas di sekitarnya. Peran guru sangat penting untuk meningkatkan dan menyesuaikan daya serap siswa dengan ketersediaan kegiatan pada buku ini. Guru dapat memperkayanya dengan kreasi dalam bentuk kegiatan-kegiatan lain yang sesuai dan relevan yang bersumber dari lingkungan sosial dan alam.

Implementasi terbatas pada tahun ajaran 2013/2014 telah mendapat tanggapan yang sangat positif dan masukan yang sangat berharga. Pengalaman tersebut dipergunakan semaksimal mungkin dalam menyiapkan buku untuk implementasi menyeluruh pada tahun ajaran 2014/2015 dan seterusnya. Walaupun demikian, sebagai edisi pertama, buku ini sangat terbuka dan terus dilakukan perbaikan untuk penyempurnaan. Oleh karena itu, kami mengundang para pembaca memberikan kritik, saran dan masukan untuk perbaikan dan penyempurnaan pada edisi berikutnya. Atas kontribusi tersebut, kami mengucapkan terima kasih. Mudah-mudahan kita dapat memberikan yang terbaik bagi kemajuan dunia pendidikan dalam rangka mempersiapkan generasi seratus tahun Indonesia Merdeka (2045).

Jakarta, Januari 2014
Menteri Pendidikan dan Kebudayaan

Mohammad Nuh



Daftar Isi

Kata Pengantar	iii
Daftar Isi	iv
Bab 1 Persamaan Linear Dua Variabel	1
Narasi Tokoh Matematika Persamaan Linear Dua Variabel	3
Persamaan Linear Dua Variabel	4
Kegiatan 1.1 Membuat Persamaan Linear Dua Variabel.....	5
Latihan 1.1	8
Kegiatan 1.2 Menentukan Selesaian Persamaan Linear Dua Variabel.....	10
Latihan 1.2	14
Kegiatan 1.3 Membuat Model dari Sistem Persamaan Linear Dua Variabel	15
Latihan 1.3	20
Kegiatan 1.4 Menyelesaikan Masalah yang berkaitan dengan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel	21
Latihan 1.4	29
Tugas Projek 1	30
Merangkum 1	32
Uji Kompetensi 1	33
Bab 2 Persamaan Kuadrat	37
Narasi Tokoh Persamaan Kuadrat	39
Kegiatan 2.1 Menentukan Akar Persamaan Kuadrat dengan Memfaktorkan	40
Latihan 2.1	49
Kegiatan 2.2 Menentukan Akar Persamaan Kuadrat dengan Melengkapi Kuadrat Sempurna	50
Latihan 2.2	54
Tugas Projek 2	57
Merangkum 2	57
Uji Kompetensi 2	57

Bab 3 Lingkaran	59
Narasi Tokoh Lingkaran	61
Kegiatan 3.1 Mengidentifikasi Unsur-unsur Lingkaran	64
Latihan 3.1	69
Kegiatan 3.2 Memahami Hubungan antara Sudut Pusat dengan Sudut Keliling yang Menghadap Busur Sama	71
Latihan 3.2	74
Kegiatan 3.3 Memahami Hubungan antara Sudut Pusat dengan Panjang Busur dan Luas Juring	76
Latihan 3.3	82
Togas Projek 3	83
Merangkum 3	83
Uji Kompetensi 3	84
Bab 4 Bangun Ruang Sisi Datar	89
Narasi Tokoh Bangun Ruang	91
Luas Permukaan Bangun Ruang	92
Kegiatan 4.1 Menentukan Luas Permukaan Kubus dan Balok	93
Latihan 4.1	97
Kegiatan 4.2 Menentukan Luas Permukaan Prisma	98
Latihan 4.2	103
Kegiatan 4.3 Menentukan Luas Permukaan Limas	104
Latihan 4.3	108
Kegiatan 4.4 Menentukan Volume Kubus dan Balok	109
Latihan 4.4	114
Kegiatan 4.5 Menentukan Volume Prisma	115
Latihan 4.5	119
Kegiatan 4.6 Menentukan Volume Limas	120
Latihan 4.6	124
Kegiatan 4.7 Menaksir Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang Sisi Datar tidak Beraturan	126
Latihan 4.7	129
Tugas Projek 4	129
Merangkum 4	129
Uji Kompetensi 4	130

Bab 5	Perbandingan	131
	Narasi Tokoh Perbandingan dalam Hukum Ohm	133
	Kegiatan 5.1 Menerapkan Perbandingan Senilai	135
	Latihan 5.1	139
	Kegiatan 5.1 Menerapkan Perbandingan Berbalik Nilai	140
	Latihan 5.2	144
	Tugas Projek 5	146
	Merangkum 5	147
	Uji Kompetensi 5	148
Bab 6	Peluang	153
	Narasi Tokoh Peluang	155
	Kegiatan 6.1 Memahami Peluang Teoretik	156
	Projek 6.1	160
	Latihan 6.1	161
	Kegiatan 6.2 Membandingkan Peluang Empirik dengan Peluang Teoretik	162
	Latihan 6.2	167
	Projek 6.2	167
	Merangkum 6	168
	Uji Kompetensi 6	169
	Uji Kompetensi Semester 2	171
	Daftar Pustaka	183
	Glosarium	185

“Pendidikan adalah senjata paling mematikan di dunia,
karena dengan itu Anda dapat mengubah dunia”
– Nelson Mandela

Kami ucapkan :
Selamat belajar & mengajar
Jangan menyerah, suksesmu adalah sukses kita semua





Kata Kunci

- Persamaan Linear Dua Variabel.
- Model Matematika
- Selesaian.
- Sistem Persamaan Linear Dua Variabel.



Sumber: Kemdikbud



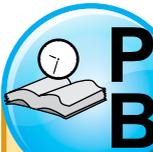
Kompetensi Dasar

1. Menentukan nilai variabel persamaan linear dua variabel dalam konteks nyata.
2. Membuat dan menyelesaikan model matematika dari masalah nyata yang berkaitan dengan persamaan linear dua variabel.

Setiap hari rambut kita terus bertambah panjang. Rambut kita akan memanjang 0,3 milimeter tiap hari. Misalkan panjang rambut seorang gadis yang berumur 18 tahun pada gambar di atas awalnya adalah 250 mm. Kita bisa memperkirakan panjang rambutnya y milimeter setelah x hari dengan persamaan linear

$$y = 0,3x + 250$$

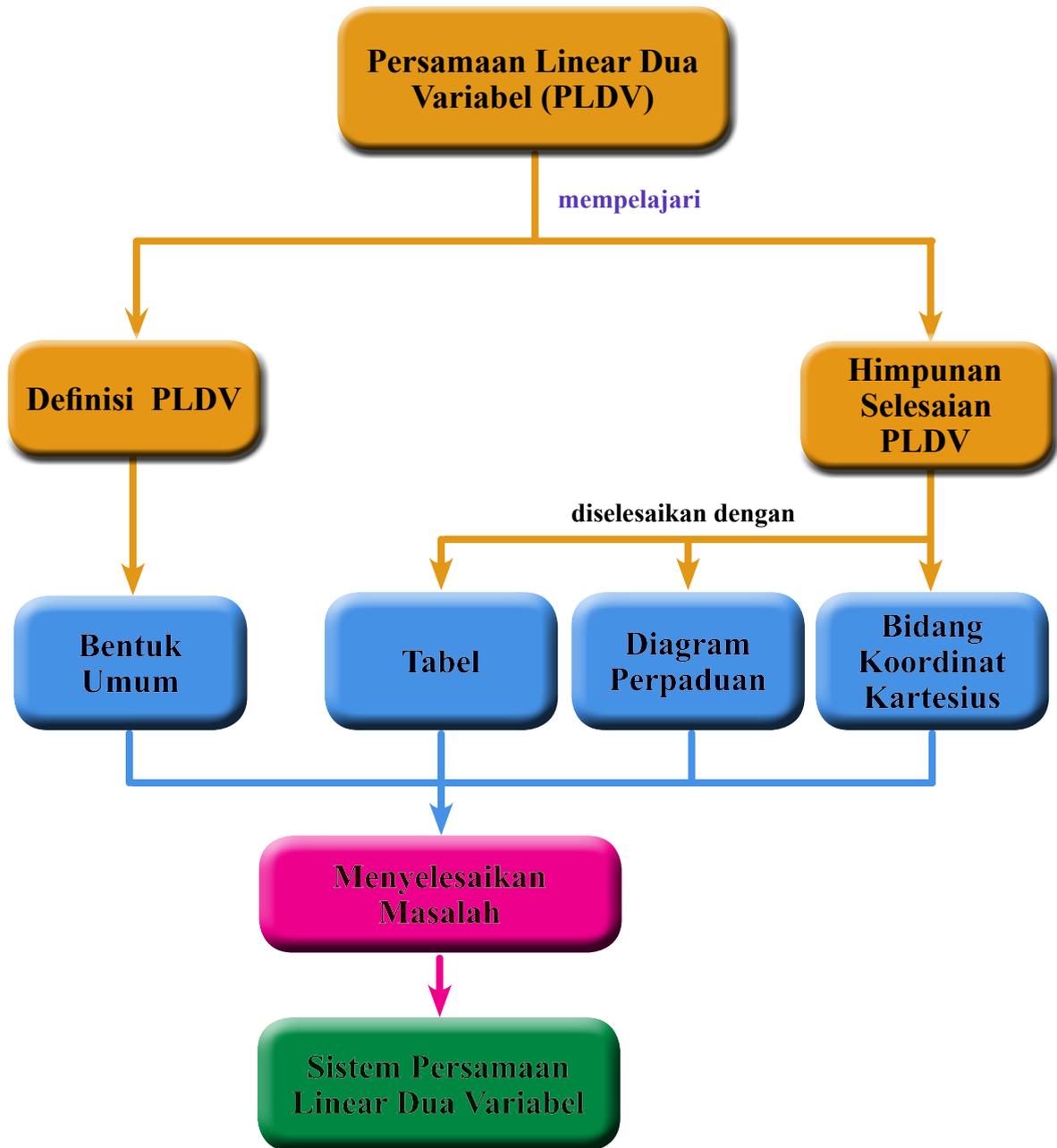
Bagaimana dengan panjang rambut kalian? Dapatkah kalian menentukan persamaan linear panjang rambut kalian sendiri?



Pengalaman Belajar

Berdasarkan Kompetensi Dasar di atas, pengalaman belajar yang akan kita lalui antara lain.

1. Membuat dan mendefinisikan bentuk persamaan linear dua variabel.
2. Menentukan selesaian persamaan persamaan linear dua variabel.
3. Membuat model matematika dari masalah sehari-hari yang berkaitan dengan persamaan linear dua variabel.
4. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan linear dua variabel.





Diophantus
(250 SM - 200 SM)

Diophantus Dan Persamaan Linear Dua Variabel

Persamaan linear dua variabel berkaitan erat dengan persamaan diophantine. Persamaan ini pertama kali dipelajari oleh seseorang yang bernama Diophantus yang menghabiskan hidupnya di Alexandria. Diophantus juga dikenal dengan julukan “bapak dari aljabar”. Namun julukan itu kemudian disandang oleh Al-Khawarizmi tentunya. Dia merupakan seorang matematikawan Yunani yang bermukim di Iskandaria, pada waktu itu Alexandria adalah pusat pembelajaran Matematika.

Semasa hidup Diophantus terkenal karena karyanya yang berjudul *Arithmetica*. *Arithmetica* adalah suatu pembahasan analitis teori bilangan yang berisi tentang pengembangan aljabar yang dilakukan dengan membuat persamaan. Persamaan-

persamaan tersebut dikenal sebagai *Diophantine Equation* (Persamaan Diophantine).

Persamaan deophantine merupakan suatu persamaan yang mempunyai solusi yang diharapkan berupa bilangan bulat. Persamaan Diophantine tidak harus berbentuk persamaan linier, bisa saja kuadrat, kubik, atau lainnya selama mempunyai solusi bilangan bulat.

Bentuk paling sederhananya diberikan oleh

$$ax + by = c$$

a , b koefisien dan c konstanta bulat yang diberikan. Penyelesaian persamaan Diophantine adalah semua pasangan bilangan bulat (x, y) yang memenuhi persamaan ini. Jika d adalah FPB dari a dan b , maka agar persamaan di atas mempunyai solusi maka d harus dapat membagi c . Terkadang dalam menentukan pasangan bilangan bulat yang memenuhi persamaan, kita harus mencoba-coba dan pandai menentukan pola dari selesiannya.

Hikmah apa yang dapat kalian ambil dari biografi Diophantus ini?

1. Menyelesaikan masalah tidaklah semudah menyelesaikan perkalian dengan mencongak. Kita harus menentukan strategi yang tepat untuk menyelesaikannya.
2. Terkadang kita dihadapkan dengan masalah yang selesiannya tidak tunggal. Oleh karena itu jangan pernah menyerah untuk menggali informasi lebih dalam sehingga mendapatkan selesaian lainnya.

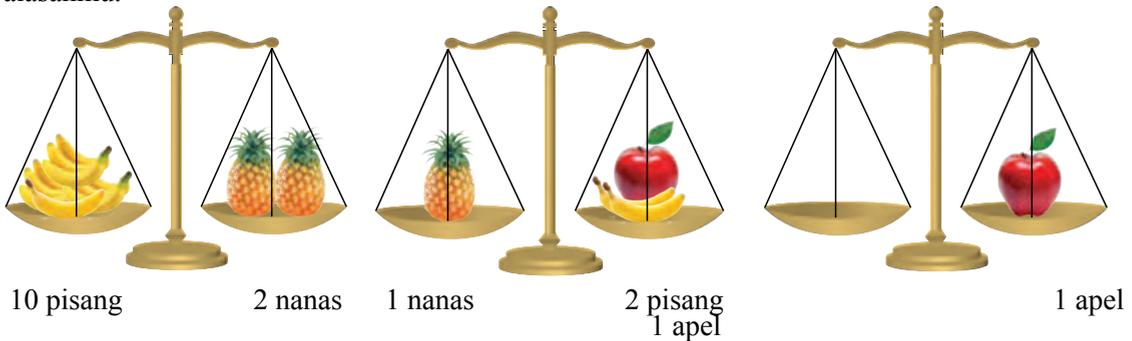


Persamaan Linear Dua Variabel

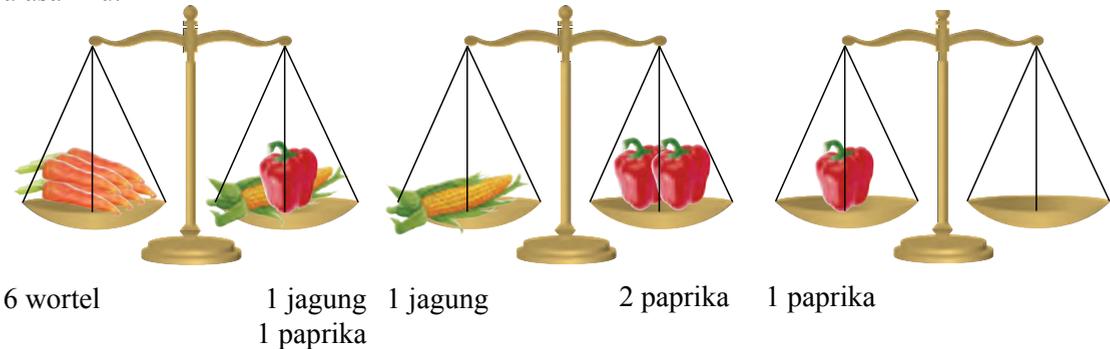
Di Kelas VII, kalian telah mempelajari materi tentang persamaan linear satu variabel. Masih ingatkah kamu apa yang dimaksud dengan persamaan linear satu variabel? Selain persamaan linear dua variabel, kalian tentunya masih ingat persamaan garis lurus pada Bab 4 di Semester 1. Persamaan garis lurus masih erat kaitannya dengan persamaan linear dua variabel. Oleh karena itu, untuk memahami pengertian dan konsep dasar PLDV, pelajari masalah berikut dan selesaikanlah.

Pasar Buah

1. Berapa banyak pisang yang dibutuhkan untuk menyeimbangkan timbangan ketiga? Jelaskan alasanmu.



2. Berapa banyak wortel yang kamu butuhkan untuk menyeimbangkan timbangan ketiga? Jelaskan alasanmu.



Penghilang Dahaga

3. Berapa banyak gelas air yang dapat kamu tuangkan ke dalam botol besar? Jelaskan alasanmu.



Kegiatan 1.1

Membuat Persamaan Linear Dua Variabel

Masalah 1.1

Agen Bus yang mana ya?

Sekelompok siswa SMP Sukamaju merencanakan studi wisata. Perwakilan kelompok mereka mengamati brosur spesial yang ditawarkan oleh dua agen bus. Kedua brosur tersebut tampak seperti di bawah ini.



Gambar 1.1 Brosur penawaran spesial agen bus Angkasa dan Galaksi

Menurutmu, agen bus manakah yang akan kamu pilih? Jelaskan alasanmu mengapa agen bus itu kamu pilih.

Ayo, cek jawabanmu dengan melengkapi tabel di bawah ini.

Tabel 1.1 Perbandingan harga sewa agen bus Angkasa dan Galaksi

Banyak Siswa	Agen Bus Angkasa	Agen Bus Galaksi
5		
15		
25		
35		
45		

Sekarang, gunakan Tabel 1.1 di atas untuk menerangkan agen bus manakah yang tawarannya lebih baik, kemudian bandingkan dengan jawabanmu pada pertanyaan di atas.

1. Dapatkah kalian menentukan persamaan besar biaya yang dikeluarkan untuk menyewa bus tanpa harus repot membuat tabel?
2. Bagaimana cara membuat model matematikanya? Dan bagaimana juga cara menyelesaikannya?



Alternatif Pemecahan Masalah

Setelah mempelajari Bab ini, kalian akan mampu membuat model dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan linear dua variabel.



Ayo Kita Amati

Perhatikan dengan seksama pada masalah pemilihan agen bus.

1. Uraikan dengan kata-kata bagaimana menentukan biaya sewa bus di Agen Bus Angkasa jika siswa yang mengikuti studi wisata banyaknya sembarang.

Biayanya sama dengan ... ditambah ...

2. Gunakan variabel dan bilangan untuk menuliskan sebuah persamaan yang menjelaskan biaya penggunaan Bus Angkasa dengan banyak siswa sebarang. Misal h menunjukkan biaya yang dikeluarkan dan s menunjukkan banyak siswa:

$h = \dots$

3. Gunakan cara yang sama yang kamu lakukan pada pertanyaan 1 dan 2 untuk menuliskan sebuah persamaan yang menjelaskan biaya penggunaan Bus Galaksi dengan banyak siswa sembarang. Misal h menunjukkan biaya yang dikeluarkan dan s menunjukkan banyak siswa:

$h = \dots$

Persamaan yang telah kalian buat pada pertanyaan nomor 2 dan 3 adalah bentuk ***persamaan linear dua variabel***.



Ayo Kita Menanya

Terkait dengan fokus pengamatan di atas, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. “Biaya pemesanan Rp4.000.000,00” dan “Biaya pemesanan Rp2.000.000,00”
2. “Uang sewa” dan “banyak siswa yang mengikuti studi wisata berbeda-beda”
3. “Persamaan linear” dan “selesaian, bukan penyelesaian”

Tulislah pertanyaan kalian di buku tulis.



Ayo Kita Menggali Informasi

Sebelum kalian menggali informasi, sebaiknya kalian perhatikan uraian berikut:

Contoh bentuk persamaan linear dua variabel

- a. $y = x + 5$
- b. $a + 2b = 4$
- c. $3m + 6n = 9$

Variabel pada persamaan $y = x + 5$ adalah x dan y , sedangkan variabel pada persamaan $a + 2b = 4$ adalah a dan b . Adapun variabel pada persamaan $3m + 6n = 9$ adalah m dan n . Perhatikan bahwa pada setiap contoh persamaan di atas, banyaknya variabel ada dua dan masing-masing berpangkat satu.

Persamaan linear dua variabel dapat dinyatakan dalam bentuk $ax + by = c$ dengan $a, b, c \in R, a, b \neq 0$, dan x, y suatu variabel.

Carilah sedikitnya 10 contoh yang termasuk persamaan linear dua variabel dan yang bukan termasuk persamaan linear dua variabel dari buku matematika, buku pelajaran lainnya, atau internet.



Berdasarkan informasi yang kalian dapatkan, coba perhatikan tabel 5.2 berikut dan jawablah pertanyaan-pertanyaannya.

Tabel 1.2 Bentuk Umum Persamaan Linear Dua Variabel

Nomor	Persamaan Linear Dua Variabel	Bentuk Umum
1	$3x + 4y = 12$	$ax + by = c, a = 3, b = 4, c = 12$
2	$h = 100.000s + 2.000.000$	$as + bh = c, a = 100.000, b = 1, c = 2.000.000$
3	$y = \frac{1}{2}x + 7$	$ax + by = c, a = \frac{1}{2}, b = 1, c = 7$
4	$-9s + 2t = 4$	$as + bt = c, a = -9, b = 2, c = 4$
5	$0,3a - 0,6b = 2,1$	$am + bn = c, a = 0,3, b = -0,6, c = 2,1$
6	$\frac{1}{3}p + \frac{2}{9}q = \frac{4}{3}$	$ap + bq = c, a = \frac{1}{3}, b = \frac{2}{9}, c = \frac{4}{3}$
7	$y = x$	$ax + by = c, a = -1, b = 1, c = 0$
8	$2x + y = 4$	$ax + by = c, a = 2, b = 1, c = 4$

Perhatikan nilai-nilai a , b , dan c . Adakah syarat-syarat suatu persamaan dikatakan persamaan linear dua variabel? Kalau ada, apa saja syarat-syaratnya? Bagaimana bila salah satu dari nilai variabel x atau y sama dengan nol? Lalu, bagaimana jika nilai a dan b keduanya sama dengan nol? Apakah membentuk suatu persamaan linear dua variabel? Buatlah simpulan dan berikan alasamu.



Ayo Kita Berbagi

Sajikan hasil penalaran kalian di depan kelas, Periksa dan secara santun silakan saling memberi komentar dan menanggapi komentar temanmu.



Latihan 1.1

1. Lima siswa SMP Sukamaju telah menabung untuk mengikuti studi wisata. Mereka menyajikan data untuk menunjukkan tabungan masing-masing sebagai berikut.

waktu (minggu)	Jumlah (Rupiah)
0	50000
2	65000
4	80000
6	95000
8	110000
10	125000

waktu (minggu)	Jumlah (Rupiah)
0	0
1	25000
2	50000
3	75000
4	100000
5	125000

waktu (minggu)	Jumlah (Rupiah)
0	0
1	25000
2	40000
3	60000
4	70000
5	95000

Tabungan Lem
 $T = 3000w$
 T menunjukkan jumlah tabungan
 w menunjukkan lama menabung (minggu)

Tabungan Fiki
 $T = \frac{250000}{w}$
 T menunjukkan jumlah tabungan
 w menunjukkan lama menabung (minggu)

Manakah di antara kelima data di atas yang dapat menyatakan persamaan linear dua variabel? Jelaskan.

2. Perhatikan penyederhanaan bentuk aljabar yang dilakukan Zainul berikut.

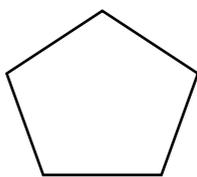
$$\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3, x \neq y$$

$$\frac{(x - y)(x + y)}{x - y} = 3$$

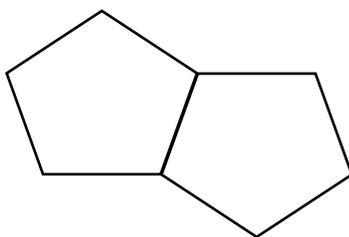
$$x + y = 3$$

Setelah itu, Zainul mengatakan bahwa $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3$ merupakan persamaan linear dua variabel karena bisa disederhanakan menjadi $x + y = 3$. Menurut kalian, apakah pernyataan Zainul benar?

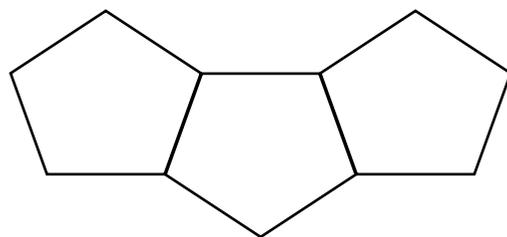
3. Bentuk umum persamaan linear dua variabel adalah $ax + by = c$. Jika diketahui persamaan $y = x$, berapakah nilai a , b , dan c ? Jika diketahui persamaan $y = x + 1$, berapakah nilai a , b , dan c ? Bagaimanakah grafik yang terbentuk dari kedua persamaan tersebut?
4. Perhatikan ketiga bangun yang terbentuk dari segi lima berturan berikut.



Bangun 1



Bangun 2



Bangun 3

- a. Salin dan lengkapi tabel sampai bangun kelima.
b. Tuliskan persamaan untuk menentukan keliling tiap-tiap bangun.

Banyak segilima	Keliling
1	5
2	8
3	11
...	...



Selesaian Persamaan Linear Dua Variabel



Kegiatan 1.2

Menentukan Selesaian Persamaan Linear Dua Variabel



Masalah 1.2

Koperasi Sekolah

Bu Retno bertanggung jawab atas koperasi sekolah. Koperasi sekolah dibuka setiap hari dan menjual segala kebutuhan siswa. Namun, karena mengajar, Bu Retno tidak setiap waktu menjaga koperasi sekolah. Oleh karena itu, Bu Retno memberlakukan “Sistem Kejujuran” setiap siswa yang ingin membeli pensil dan penghapus.

Siswa hanya tinggal meletakkan uangnya ke dalam “kotak kejujuran” yang disediakan. Di koperasi sekolah, harga setiap pensil adalah Rp2.500,00 dan harga setiap penghapus Rp1.500,00.



Gambar 1. 2 Koperasi sekolah

Suatu hari, Bu Retno mendapatkan Rp10.500,00 dalam kotak kejujuran. Beliau merasa kebingungan ketika menentukan harga pensil dan penghapus yang terjual. Supaya lebih mudah, Bu Retno membuat dua daftar harga: satu untuk harga pensil dan satu lagi untuk harga penghapus.

Tabel 1. 3 Daftar harga pensil dan penghapus

Banyak Pensil	Harga
0	Rp0
1	Rp2.500,00
2	Rp5.000,00
3	Rp7.500,00
4	Rp10.000,00
5	Rp12.500,00
6	Rp15.000,00
7	Rp17.500,00

Banyak Penghapus	Harga
0	Rp0
1	Rp1.500,00
2	Rp3.000,00
3	Rp4.500,00
4	Rp6.000,00
5	Rp7.500,00
6	Rp9.000,00
7	Rp10.500,00

Bu Retno mengira bahwa barang yang terjual adalah 3 pensil dan 2 penghapus. Apakah ada kemungkinan lainnya?

Di hari yang lain terdapat Rp15.000,00 dalam kotak kejujuran. Bu Retno tidak dapat menentukan apa saja yang terjual. Bisakah kalian membantu Bu Retno?

Nah, banyak pensil dan penghapus yang kalian tentukan merupakan penyelesaian persamaan linear dua variabel jika menghasilkan jumlah yang sama dengan jumlah uang yang ada dalam kotak.

 **Alternatif Pemecahan Masalah**

Masalah yang dihadapi Bu Retno bisa dengan mudah kita selesaikan, jika kita mengganti nilai banyak pensil dan penghapus ke persamaan yang kalian buat.



Coba perhatikan bentuk persamaan linear dua variabel dari masalah Koperasi Sekolah yang dihadapi Bu Retno beserta penyelesaian dan bukan penyelesaiannya pada Tabel 1.4 berikut.

Tabel 1.4 Selesaian dan Bukan Selesaian atas Masalah Bu Retno

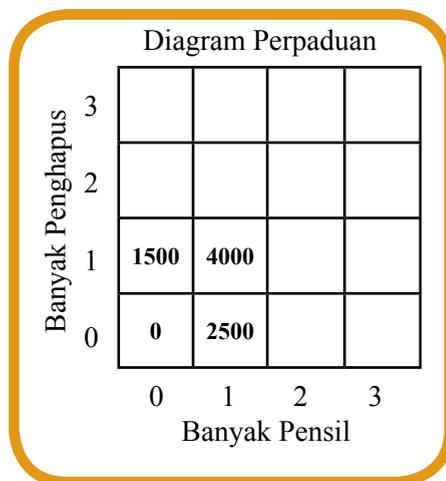
Persamaan	Contoh Selesaian	Contoh Bukan selesaian
$2.500p + 1.500h = 10.500$ p adalah banyak pensil dan h adalah banyak penghapus. Persamaan di atas memiliki selesaian (p, h)	$(3, 2)$ sebab $2.500(3) + 1.500(2) = 10.500$	$(1, 5)$ sebab $2.500(1) + 1.500(5) \neq 10.500$
	$(0, 7)$ sebab $2.500(0) + 1.500(7) = 10.500$	$(4, 1)$ sebab $2.500(4) + 1.500(1) \neq 10.500$



Bu Retno masih belum puas dengan tabel harga yang dibuatnya. Bu Retno mencoba berpikir bagaimana caranya untuk mendapatkan semua harga perpaduan dari pensil dan penghapus dalam satu diagram.

Muncul ide Bu Retno untuk membuat diagram perpaduan harga. Kalian amati bagian dari diagram yang dibuat oleh Bu Retno di bawah ini.

Dari diagram yang dibuat Bu Retno yang telah kalian amati, coba tuliskan pertanyaan yang ingin kalian ketahui jawabannya. Tulis pertanyaan pada buku catatan kalian.





Ayo Kita Menggali Informasi

Sebelum kalian menggali informasi, sebaiknya perhatikan contoh soal berikut.



Contoh 1.1

Tentukan selesaian dari $3x + 2y = 6$.



Penyelesaian

$3x + 2y = 6$ adalah persamaan linear dengan dua variabel

- dapat juga disebut dengan persamaan garis lurus
- jadi, semua titik koordinat yang berada pada garis tersebut merupakan penyelesaiannya
- Misal: $x = 0$ dan $y = 3$; $(0, 3)$
- Misal: $x = 2$ dan $y = 0$; $(2, 0)$



Contoh 1.2

Tentukan selesaian dari $4x + 2y = 8$.



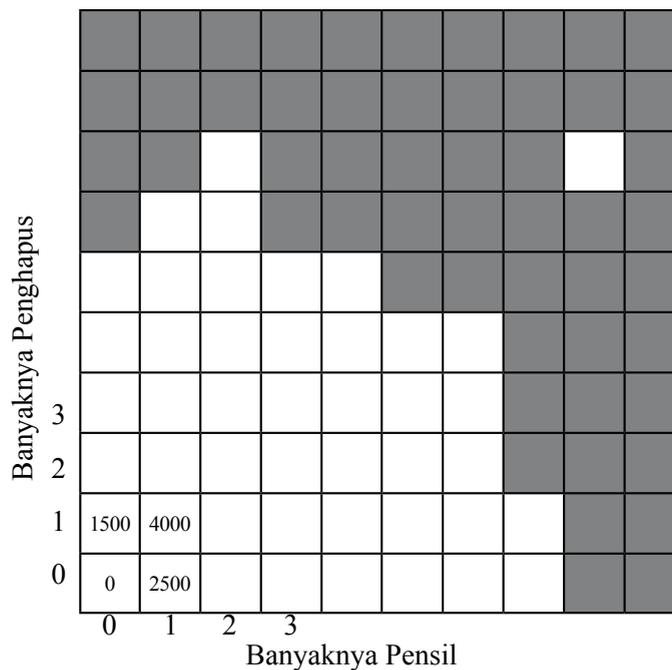
Penyelesaian

Untuk mencari nilai x dan y yang memenuhi persamaan $4x + 2y = 8$, dapat ditulis dalam bentuk tabel seperti berikut.

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	8	6	4	2	0	...
(x, y)	...	$(-2, 8)$	$(-1, 6)$	$(0, 4)$	$(1, 2)$	$(2, 0)$...

Jadi, himpunan selesaian persamaan $4x + 2y = 8$ adalah $\{..., (-2, 8), (-1, 6), (0, 4), (1, 2), (2, 0), \dots\}$.

Jika kalian memperluas diagram seperti di bawah ini, kalian dapat menunjukkan perpaduan harga pensil dan penghapus lebih banyak lagi.



Gambar 1.3 Diagram perpaduan harga penghapus dan pensil

- Salin dan lengkapi persegi berwarna putih sesuai harga dari perpaduan pensil dan penghapus.
- Lingkari harga tiga pensil dan dua penghapus.



Ayo Kita Menalar

- Dari pengalaman kalian menggali informasi, hal-hal apa saja yang perlu diperhatikan dalam menentukan penyelesaian dari suatu persamaan linear dua variabel?
- Berapakah banyak pensil dan penghapus jika uang yang diperoleh Rp4.000,00? Adakah penyelesaian lain?
- Berapakah banyak pensil dan penghapus jika uang yang diperoleh Rp12.000,00? Adakah penyelesaian lain?
- Apa yang dapat kalian simpulkan dari pertanyaan 2) dan 3)?



Ayo Kita Berbagi

Sajikan hasil penalaran kalian di depan kelas, Periksa dan secara santun silakan saling memberi komentar dan menanggapi komentar temanmu, dan menyepakati kalimat-kalimat yang paling tepat.

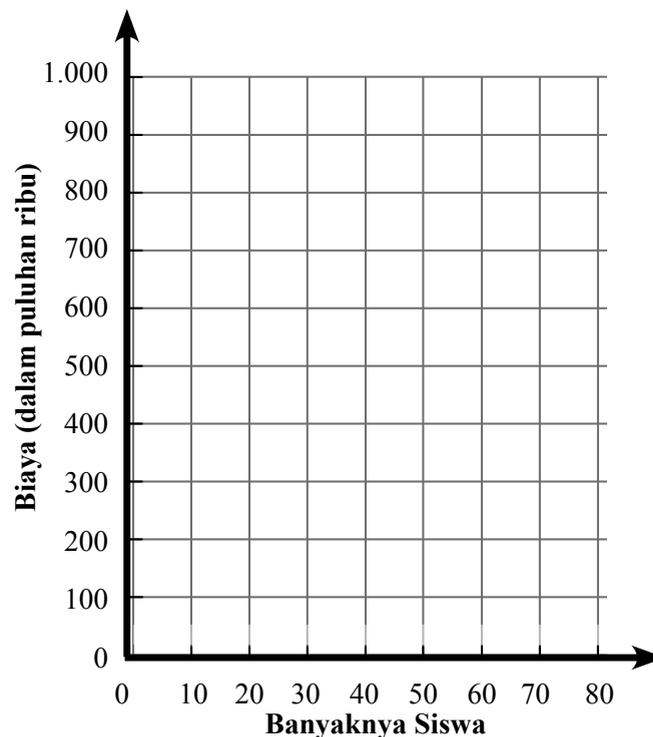


Latihan 1.2

1. Amati kembali masalah Bu Retno. Jika dalam kotak kejujuran terdapat uang Rp15.000,00, berapa banyak pensil dan penghapus yang terjual? Jelaskan bagaimana kalian menentukannya.
2. Perhatikan dialog berikut.

Zainul : “Seharusnya persamaan $4x + 5y = 11$ tidak memiliki penyelesaian.”
Erik : “Lho, $4x + 5y = 1$ punya penyelesaian, misalnya $(-1, 3)$.”

 - a. Mengapa Zainul mengatakan itu, sedangkan Erik mengatakan hal yang lain?
 - b. Nah, untuk semesta yang bagaimanakah pernyataan Zainul benar?
3. Apakah $2x + 4y = 10$ mempunyai penyelesaian pada himpunan bilangan asli? Sebutkan apa saja selesaiannya.
4. Apakah $2x + 4y = 9$ mempunyai penyelesaian pada himpunan bilangan asli? Jelaskan.
5. Perhatikan kembali brosur penawaran dua agen bus. Pada diagram di bawah ini, gunakan warna yang berbeda untuk melukis grafik biaya yang dikeluarkan 5, 15, 25, 35, dan 45 siswa. Gunakan satu warna untuk menunjukkan Agen Bus Angkasa dan warna lain untuk Agen Bus Galaksi.



- a. Dari grafik yang telah kamu buat, kapankah kedua agen bus memiliki biaya yang sama?
- b. Berapakah batas banyak siswa yang mengikuti studi wisata supaya penawaran agen bus Angkasa lebih baik? Jelaskan bagaimana kamu menentukannya.
- c. Berapakah batas banyak siswa yang mengikuti studi wisata supaya penawaran agen bus Galaksi lebih baik? Jelaskan bagaimana kamu menentukannya.



Sistem Persamaan Linear Dua Variabel



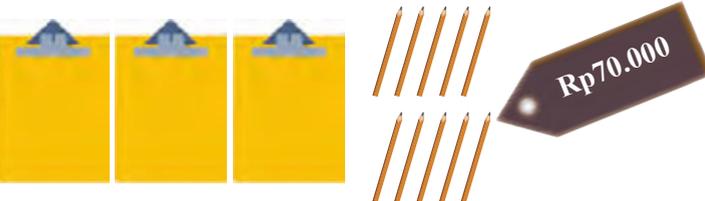
Kegiatan 3

Membuat Model Masalah dari Sistem Persamaan Linear Dua Variabel



Masalah 1.3

Perhatikan masalah berikut ini. Nawa dan Rina membeli alat tulis untuk mereka sendiri dan teman-temannya. Mereka membeli di toko yang sama dan membeli barang dengan merek yang sama. Masalahnya, mereka lupa meminta struk pembelian.

Alat Tulis	Keterangan
	Rina mengeluarkan Rp80.000,00 untuk membeli empat papan penjepit dan delapan pensil
	Nawa mengeluarkan Rp70.000,00 untuk membeli tiga papan penjepit dan sepuluh pensil

Gunakan gambar-gambar di atas untuk menjawab masalah berikut:

1. Tanpa mengetahui harga sebuah papan penjepit atau pensil, dapatkah kalian menentukan barang mana yang lebih mahal? Jelaskan.
2. Berapa harga sebuah pensil? Jelaskan.



Alternatif Pemecahan Masalah

Untuk menyelesaikan masalah tersebut, Nawa dan Rina membuat persamaan masing-masing pembelian mereka. Persamaan yang dibuat Nawa adalah $4j + 8p = 80.000$ dan persamaan yang dibuat Rina adalah $3j + 10p = 80.000$.

Huruf j menunjukkan harga papan penjepit dan p menunjukkan harga pensil.



**Ayo
Kita Amati**

Untuk membantu mereka, lengkapi tabel berikut untuk tiap-tiap persamaan supaya lebih mudah menentukan harga papan dan pensil yang mereka beli.

$4j + 8p = 80.000$		$3j + 10p = 70.000$	
j	p	j	p
10.000			4.000
	4.000	12.000	
15.000			2.500
	2.000	16.000	
17.000			1.900

(a)

(b)



**Ayo Kita
Menanya**

Terkait dengan fokus pengamatan di atas, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. “papan penjepit, pensil” dan “harga masing-masing”
2. “cara”, “sistem persamaan linear dua vareabel”

Tuliskan beberapa pertanyaan pada buku tulis kalian.



**Ayo Kita
Menggali Informasi**

Sebelum kalian menggali informasi, sebaiknya kalian perhatikan uraian berikut:



Contoh 1.3

Tentukan selesaian dari $x + 2y = 10$ dan $2x - y = 5$.



Penyelesaian

$x + 2y = 10$ dan $2x - y = 5$ adalah sistem persamaan linear dua variabel

- Jika pengganti-penganti dari kedua variabel dapat dinyatakan benar, maka dapat dikatakan penyelesaian dari sistem persamaan tersebut.
- Variabel dari masing-masing persamaan harus sejenis.
- Misal: $x = 6$ dan $y = 2$;

$$\begin{array}{rcl}
 x + 2y & = & 10 \\
 6 + 2(2) & = & 10 \\
 6 + 4 & = & 10 \\
 10 & = & 10 \text{ (Benar)}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 2x - y & = & 5 \\
 2(6) - 2 & = & 5 \\
 12 - 2 & = & 5 \\
 10 & = & 5 \text{ (Salah)}
 \end{array}$$

Jadi, karena salah satu persamaan menjadi kalimat yang salah. Maka $x = 6$ dan $y = 2$ bukan penyelesaian dari sistem persamaan $x + 2y = 10$ dan $2x - y = 5$

- Misal: $x = 4$ dan $y = 3$;

$$\begin{array}{rcl} x + 2y & = & 10 \\ 4 + 2(3) & = & 10 \\ 4 + 6 & = & 10 \\ 10 & = & 10 \text{ (Benar)} \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} 2x - y & = & 5 \\ 2(4) - 3 & = & 5 \\ 8 - 3 & = & 5 \\ 5 & = & 5 \text{ (Benar)} \end{array}$$

Jadi, karena kedua persamaan menjadi kalimat yang benar. Maka $x = 4$ dan $y = 3$ adalah penyelesaian dari sistem persamaan $x + 2y = 10$ dan $2x - y = 5$

Cara di atas adalah salah satu cara untuk menentukan selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel, yaitu dengan mensubstitusikan nilai x dan y sebarang pada dua persamaan tersebut. Sehingga apabila kedua persamaan tersebut menjadi kalimat yang benar, maka nilai x dan y adalah penyelesaian dari sistem persamaan linear tersebut. Cara seperti ini masih kurang efektif, karena masih butuh waktu untuk menemukan nilai x dan y yang merupakan selesaian.

Sekarang coba temukan cara lain pada *buku tertentu*, *di internet*, atau *informasi lainnya*. Tentang cara menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel.



Ayo Kita Menalar

Berdasarkan informasi yang kalian dapatkan, maka terapkanlah pada soal berikut ini:

- 1) Tentukan syarat sebuah sistem persamaan linear dua variabel memiliki selesaian.
- 2) Tentukan penyelesaian sistem persamaan dari $2(x+1) - 3y = 5$ dan $3x - 2(y+3) = 1$
- 3) Gunakan gambar 1.4 di bawah ini untuk menjawab masalah 1 – 3.
 - a. Tanpa mengetahui harga sebuah kacamata atau celana, dapatkah kalian menentukan barang mana yang lebih mahal? Jelaskan.
 - b. Berapa banyak celana yang dapat dibeli jika kalian mempunyai uang Rp400.000,00?
 - c. Berapa harga sebuah kacamata? Jelaskan alasanmu.



Gambar 1.3 Perbandingan harga dua paket kacamata dan celana

Strategi apa yang kalian gunakan untuk menyelesaikan ketiga masalah di atas? Berapa persamaan yang terbentuk dari dua gambar di atas?



Ayo Kita Berbagi

Sajikan hasil penalaran kalian di depan kelas, Periksa dan secara santun silakan saling memberi komentar dan menanggapi komentar temanmu.



Masalah 1.4

Jika diketahui sistem persamaan $12.345x + 54.321y = 45.678$ dan $54.321x + 12.345y = 87.654$. Bagaimana cara menentukan nilai $x^3 + y^3$? Jelaskan.



Alternatif Pemecahan Masalah

Untuk menyelesaikan permasalahan ini kalian sebaiknya memahami terlebih dahulu permasalahan yang sederhana, berikut ini.



Ayo Kita Amati

1. Diketahui sistem persamaan $12x + 21y = 27$ dan $21x + 12y = 72$. Tentukan nilai $x^3 + y^3$.

Penyelesaian:

Untuk menyelesaikan persamaan tersebut, ikutilah langkah-langkah penyelesaian berikut:

Langkah I: tuliskan persamaan tersebut menjadi persamaan (1) dan (2)

Langkah II: jumlahkan kedua persamaan tersebut dan sederhanakan, misalkan persamaan baru tersebut adalah persamaan (3)

Langkah III: kurangkan kedua persamaan tersebut dan sederhanakan, misalkan persamaan baru tersebut adalah persamaan (4)

Langkah IV: dari persamaan (3) dan (4), jumlahkan atau kurangkan sehingga diketahui nilai x dan nilai y -nya

Langkah V: selanjutnya nilai x dan y subsitusikan ke bentuk $x^3 + y^3$

2. Diketahui sistem persamaan $123x + 321y = 369$ dan $321x + 123y = 963$

Penyelesaian:

Lakukan langkah-langkah penyelesaian seperti nomor 1.

3. Diketahui sistem persamaan $234x + 432y = 468$ dan $432x + 234y = 864$

Penyelesaian:

Lakukan langkah-langkah penyelesaian seperti nomor 1.

Tuliskan penyelesaian soal nomor 1, 2, dan 3 pada buku tulis/lembar kerja kalian.



Ayo Kita Menanya

Terkait dengan fokus pengamatan di atas, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. “koevisien x dan y di ruas kiri” dan “konstanta di ruas kanan”
2. “cara” dan “penyelesaian”

Tuliskan beberapa pertanyaan pada buku tulis/lembar kerja kalian.



Ayo Kita Menggali Informasi

Coba kalian gunakan cara lain untuk menentukan nilai $x^3 + y^3$ yang terdapat pada kegiatan ayo kita amati.

Agar kalian menjadi lebih yakin bagaimana cara menyelesaikan pada masalah 5.4, cobalah membuat penyelesaian sebagai berikut, dan lengkapilah:

Diketahui:

Langkah I: Tulislah persamaan tersebut menjadi persamaan (1) dan (2)

$$12345x + 54321y = 45678 \quad (1)$$

$$54321x + 12345y = 87654 \quad (2)$$

Langkah II: Jumlahkan kedua persamaan tersebut dan sederhanakan, misalkan persamaan baru tersebut adalah persamaan (3)

$$12345x + 54321y = 45678$$

$$\underline{54321x + 12345y = 87654} \quad +$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots \quad \text{atau} \quad \dots\dots\dots = \dots \quad (3)$$

Langkah III: Kurangkan kedua persamaan tersebut dan sederhanakan, misalkan persamaan baru tersebut adalah persamaan (4)

$$12345x + 54321y = 45678$$

$$\underline{54321x + 12345y = 87654} \quad -$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots \quad \text{atau} \quad \dots\dots\dots = \dots \quad (4)$$

Langkah IV: Dari persamaan (3) dan (4), jumlahkan atau kurangkan sehingga diketahui nilai x dan nilai y -nya

Dari persamaan (3) dan (4) didapat:

$$\dots\dots\dots = \dots$$

$$\underline{\dots\dots\dots} = \dots \dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots \quad \text{atau} \quad x = \dots \quad \text{sehingga} \quad y = \dots$$

Langkah V: Selanjutnya nilai x dan y subsitusikan ke bentuk $x^3 + y^3$

$$\text{Jadi, } x^3 + y^3 = \dots = \dots = \dots = \dots$$



Ayo Kita Berbagi

Tuliskan hasil diskusi di buku tulis kalian, kemudian tukarkan dengan teman kalian yang lain. Paparkan di depan kelas dan silakan memberi komentar secara santun.



Latihan 1.3

1. Setelah perwakilan kelompok menentukan agen bus untuk menyewa bus, sekarang mereka menimbang paket harga untuk biaya penginapan dan tiket masuk museum. Kedua paket ditunjukkan seperti di bawah ini.
Misalkan terdapat penawaran studi wisata dari agen wisata lainnya yang menawarkan paket untuk biaya hotel dan tempat wisata.

PAKET X Akomodasi :
> Penginapan 3 malam
> 2 Tiket Objek Wisata
Rp415.000 per orang

PAKET Y Akomodasi :
> Penginapan 4 malam
> 4 Tiket Objek Wisata
Rp620.000 per orang

- a. Tulis sebuah persamaan untuk Paket X dengan h menyatakan biaya akomodasi hotel setiap malam dan t menyatakan biaya tiket masuk objek wisata.
 - b. Tulis sebuah persamaan untuk Paket Y dengan h menyatakan biaya akomodasi hotel setiap malam dan t menyatakan biaya tiket masuk objek wisata.
2. Lima sampan besar dan dua sampan kecil dapat mengangkut 36 orang.
Dua sampan besar dan sebuah sampan kecil dapat mengangkut 15 orang.
 - a. Tulislah dua persamaan yang menyatakan informasi di atas. Gunakan huruf b dan k untuk variabel.
 - b. Menunjukkan apa huruf b dan k pada persamaan yang kamu tulis?
 3. Dalam persamaan-persamaan berikut, bilangan 96 dan 27 dapat menyatakan panjang, berat, harga, atau apapun yang kalian inginkan.
 $4l + 3m = 96$
 $l + m = 27$
Tulislah sebuah cerita yang sesuai dengan persamaan di atas.
 4. Sebuah persegi panjang memiliki panjang 1 cm lebih dari 2 kali lebarnya. Jika keliling persegi panjang 44 cm, maka hitunglah panjang dan lebar persegi panjang tersebut.
 5. Jika diketahui sistem persamaan linear dua variabel $1234567x + 7654321y = 3456789$ dan $7654321x + 1234567y = 9876543$. Bagaimana cara menentukan nilai $x^2 - y^2$? Jelaskan.



Penerapan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel



Kegiatan 1.2

Menyelesaikan Masalah yang Berkaitan dengan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel



Masalah 1.5

Panjang Rambut

Sekarang, panjang rambut Ayun yang berumur 18 tahun adalah 250 milimeter (mm). Dia ingin menduga panjang rambutnya satu bulan. Kemudian dia tahu bahwa rambut akan bertambah panjang 0,3 mm tiap hari. Adiknya, Nadia, menyarankan untuk membuat tabel untuk mengetahui panjang rambutnya setiap 10 hari. Namun, Ayun mengatakan bahwa ada suatu persamaan yang mudah untuk mengetahui panjang rambutnya setelah sekian hari.

Berikut ini hal-hal yang dilakukan Ayun:

1. Membuat model persamaan
2. Menyelesaikan model persamaan
3. Menafsirkan hasil selesaian
4. Memeriksa ketepatan selesaian



Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.4 Gadis berambut panjang



Alternatif Pemecahan Masalah



Ayo Kita Amati

Berikut yang dilakukan Ayun untuk membuat model persamaan mengenai panjang rambutnya.

1. Membuat model persamaan

Panjang rambut saya adalah 0,3 dikalikan sekian hari ditambah dengan panjang rambut saya sekarang.

Ayun menulis suatu persamaan

$$\text{panjang rambut} = 0,3 \times \text{jumlah hari} + 250$$

2. Menyelesaikan model persamaan

Maria menyederhanakan persamaan yang dibuat Ayun dengan menggunakan huruf sebagai variabel. Dia menggunakan p sebagai pengganti panjang rambut dan h sebagai pengganti jumlah hari:

$$p = 0,3 \times h + 250$$

Ketika kamu mengalikan suatu bilangan dengan variabel, kamu dapat menghilangkan tanda perkalian. Sehingga kamu bisa meringkas persamaan menjadi:

$$p = 0,3h + 250$$

3. Menafsirkan hasil selesaian

Sekarang, dengan persamaan yang ditulis, mereka bisa dengan mudah menafsirkan panjang rambut Ayun saat 1 bulan. Mereka melakukan penghitungan berikut ini:

$$p = 0,3h + 250$$

Karena yang diukur adalah rambut Ayun selama 1 bulan yakni 30 hari, berarti $h = 30$. Sehingga

$$p = 0,3(30) + 250$$

$$p = 9 + 250$$

$$p = 259$$

Jadi, panjang rambut Ayun setelah 10 hari adalah 259 mm.

4. Memeriksa ketepatan selesaian

Untuk memeriksa ketepatan penafsiran mereka, Maria mengeceknya dengan cara sebagai berikut.

Apakah benar kalau panjang rambut Ayun 259 mm, waktu yang dibutuhkan untuk memanjangkannya 30 hari?

Maria memisalkan $p = 259$ dan mensubstitusikannya ke dalam persamaan.

$$259 = 0,3h + 250$$

$$259 - 250 = 0,3h$$

$$9 = 0,3h$$

$$30 = h$$

Ternyata benar bahwa lama yang dibutuhkan Ayun untuk memanjangkan rambutnya hingga 259 mm adalah 30 hari.



Coba bantu Ayun dan Maria untuk menaksir lama yang dibutuhkan Ayun memanjangkan rambutnya sampai 274 mm.

Masalah Panjang Rambut seperti di atas lebih mudah diselesaikan daripada masalah yang diselesaikan Nawa dan Rina di Kegiatan 1.3. Apa perbedaan masalah Panjang Rambut dan masalah Nawa dan Rina yang tidak memiliki struk belanja? Manakah yang lebih efektif menggunakan diagram perpaduan dan tabel harga?

Tulislah pertanyaan lain yang ingin kalian ketahui jawabannya pada buku tulis/lembar kerja.



Ayo Kita Menggali Informasi

Dalam Masalah 1.5, kalian mendapatkan pengalaman dalam menulis persamaan linear dengan dua variabel untuk mengekspresikan berbagai kondisi masalah dan menyelesaikan masalah dengan menentukan nilai salah satu variabel saja. Terkadang, terdapat masalah melibatkan dua model persamaan linear yang harus diselesaikan secara bersama-sama. Tugas kalian adalah untuk menemukan satu pasangan (x, y) dari nilai-nilai yang memenuhi kedua persamaan linear.

a. Penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan grafik dan substitusi.

Dalam kegiatan ini, kalian akan mengembangkan kemampuan dalam menulis, menafsirkan, dan memecahkan sistem persamaan linear.

Ada beberapa metode yang berbeda untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel. Ketika kalian menyelesaikan masalah ini, kalian akan menggali informasi tentang jawaban pertanyaan berikut.

Bagaimana grafik dan substitusi aljabar digunakan untuk memecahkan sistem persamaan linear dua variabel?

Untuk menjawab pertanyaan tersebut, perhatikan Contoh 1.4 berikut.

Setelah kalian melakukan kegiatan mengamati dan membuat pertanyaan, coba perhatikan contoh soal berikut.



Contoh 1.4

Keliling sebuah kebun yang berbentuk persegi panjang adalah 42 m. Selisih panjang dan lebar kebun adalah 9 m. Tentukan panjang dan lebar kebun?



Alternatif Penyelesaian

Masalah dari situasi Contoh 1.4 dapat diselesaikan dengan membuat model persamaan dan menyelesaikannya.

Misalkan panjang persegi panjang = x dan lebarnya = y , maka kalimat matematikanya adalah:

Keliling kebun yang berbentuk persegi panjang adalah 42 m, dapat dibentuk persamaan

$$2x + 2y = 42$$

Selisih panjang dan lebar kebun adalah 9 m, dapat dibentuk persamaan

$$x - y = 9$$

Dalam Bab 4 semester 1, kalian telah mempelajari bahwa persamaan dalam bentuk $ax + by = c$ disebut persamaan linear karena grafik selesaian mereka adalah berupa garis lurus. Gambar di bawah menunjukkan grafik selesaian untuk persamaan $2x + 2y = 42$ dan $x - y = 9$.

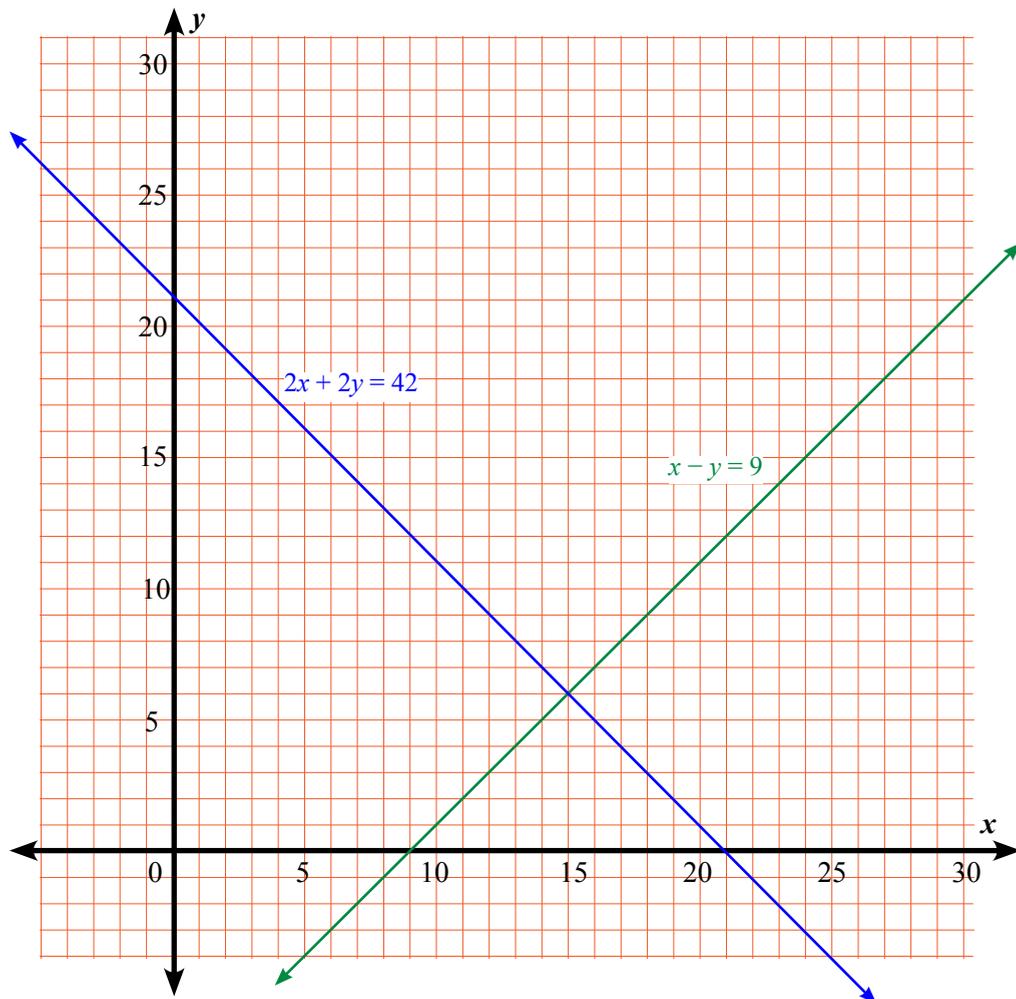
Selesaian dari persamaan $2x + 2y = 42$

x	-3	0	3	6	9	12	15	18	21	24
y	24	21	18	15	12	9	6	3	0	-3

Selesaikan dari persamaan $x - y = 9$

x	-3	0	3	6	9	12	15	18	21	24
y	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12	15

Dari kedua tabel selesaian, terdapat sebuah pasangan terurut (x, y) yang memenuhi kedua persamaan, yakni $(15, 6)$.



Gambar. Grafik selesaian $2x + 2y = 42$ dan $x - y = 9$

Titik perpotongan kedua garis merupakan selesaian dari kedua persamaan, yakni $(15, 6)$.

Terdapat banyak kasus yang mudah untuk memecahkan sistem persamaan linear dua variabel tanpa kesulitan untuk menghasilkan grafik dan memperkirakan nilai-nilai x dan y yang dibutuhkan. Salah satu strategi lain adalah, *metode substitusi*, yakni menggabungkan dua persamaan dua variabel ke dalam persamaan tunggal dengan hanya satu variabel dengan mengganti dari satu persamaan ke yang lain.

Langkah 1 Menuliskan model kedua persamaan $2x + 2y = 42$ dan $x - y = 9$

Langkah 2 Persamaan $x - y = 9$ dapat ditulis $x = y + 9$

Langkah 3 Substitusikan persamaan $x = y + 9$ ke persamaan $2x + 2y = 42$,

$$\begin{aligned}2(y + 9) + 2y &= 42 \\2y + 18 + 2y &= 42 \\4y &= 42 - 18 \\4y &= 24 \\y &= 6\end{aligned}$$

Langkah 4 Mengganti nilai y , yakni $y = 6$ ke persamaan $x = y + 9$

$$x = 6 + 9$$

$$x = 15$$

Jadi, panjang kebun yang dimaksud adalah 15 m dan lebarnya 6 m.

b. Penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan eliminasi

Strategi grafik dan substitusi untuk penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel mudah digunakan dalam beberapa situasi, namun tidak pada situasi lainnya. Metode grafik membutuhkan gambar dan penentuan titik yang cermat dan mungkin memberikan perkiraan hanya solusi. Metode substitusi paling mudah untuk memecahkan satu variabel. Ketika kalian menyelesaikan masalah ini, kalian akan menggali informasi tentang jawaban pertanyaan berikut.

Bagaimana penghapusan variabel digunakan untuk memecahkan sistem persamaan linear?

Perhatikan Contoh 1.5 untuk mengetahui penggunaan metode eliminasi dalam menentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel.



Contoh 1.5

Harga 5 buku dan 3 penggaris adalah Rp21.000,00. Jika Maher membeli 4 buku dan 2 penggaris, maka ia harus membayar Rp16.000,00. Berapakah harga yang harus dibayar oleh Suci jika ia membeli 10 buku dan 3 penggaris yang sama?



Penyelesaian

Misalkan x adalah harga buku dan y adalah harga penggaris.

Langkah 1 Membuat sistem persamaannya:

Harga 5 buku dan 3 penggaris adalah Rp21.000,00 persamaannya $5x + 3y = 21.000$

Harga 4 buku dan 2 penggaris adalah Rp16.000,00 persamaannya $4x + 2y = 16.000$

Langkah 2 Mengeliminasi/menghilangkan variabel y , maka koefisien variabel y harus sama

$$\begin{array}{rclcl}5x + 3y = 21.000 & |\times 2| & 10x + 6y & = & 42.000 \\4x + 2y = 16.000 & |\times 3| & \underline{12x + 6y} & = & \underline{48.000} \\ & & -2x & = & -6.000 \\ & & x & = & 3.000\end{array}$$

Langkah 3 Menggantikan nilai x ke salah satu persamaan

$$\begin{aligned}5x + 3y &= 21.000 \\5(3.000) + 3y &= 21.000 \\15.000 + 3y &= 21.000 \\3y &= 21.000 - 15.000 \\3y &= 6.000 \\y &= \frac{6.000}{3} \\y &= 2.000\end{aligned}$$

Langkah 4 Mengecek nilai x dan y dalam kedua persamaan

$$\begin{aligned}5(3.000) + 3(2.000) &= 21.000 \\4(3.000) + 2(2.000) &= 16.000\end{aligned}$$

Harga 1 Buku adalah Rp3.000,00 dan harga 1 penggaris adalah Rp2.000,00.

Karena Suci ingin membeli 10 Buku dan 3 penggaris, maka

$$\begin{aligned}10x + 3y &= 10(3.000) + 3(2.000) \\&= 30.000 + 6.000 \\&= 36.000\end{aligned}$$

Jadi, uang yang harus dibayar oleh Suci adalah Rp36.000,00.

Contoh 1.6

Tohir mempunyai uang Rp14.500,00. Sejumlah uang itu akan dihabiskan untuk membeli 6 buah peralatan sekolah. Ia membeli beberapa buku dengan harga Rp4.000,00 per buku, dan ia juga membeli beberapa pensil dengan harga Rp2.500,00 per pensil. Berapa banyak pensil yang dibeli Tohir?

Alternatif Penyelesaian

Misalkan banyak buku adalah b , dan banyak pensil adalah p (b, p adalah bilangan asli)
Maka persamaan matematika dari soal tersebut adalah

$$4.000b + 2.500p = 14.500$$

Disederhanakan menjadi $8b + 5p = 29$ dimana $b + p = 6$

$$\begin{aligned}8b + 5p &= 33 \\5b + 5p &= 30 \quad - \\3b &= 3 \\b &= 1\end{aligned}$$

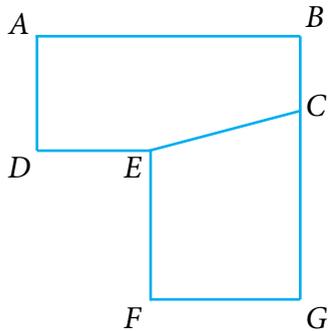
$$\begin{aligned}\text{sehingga } b + p &= 6 & 1 + p &= 6 \\& & p &= 6 - 1 \\& & p &= 5\end{aligned}$$

Jadi, banyak pensil yang dibeli Tohir adalah 5



Contoh 1.7

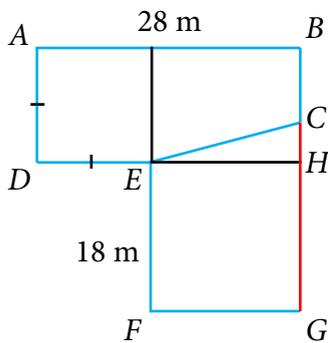
Perhatikan *Gambar* berikut ini.



Bangun $ABCDEFG$ adalah menunjukkan keadaan sebuah kamar. Keadaan yang sebenarnya $AD = DE$, $AB = 28$ meter, dan $EF = 18$ meter serta luas kamar 624 m^2 . Jika sebuah penyekat dibuat dari E sampai C yang membagi luas kamar menjadi dua bagian yang sama luas, maka jarak dari C ke G adalah



Alternatif Penyelesaian



Luas kamar seluruhnya = 624 m^2

Karena luasnya membagi dua, maka luas $ABCED = 312 \text{ m}^2$ dan luas $CEFG = 312 \text{ m}^2$

Perhatikan kembali ilustrasi gambar diatas...

$$AD = DE = HB, EH = FG,$$

$$AB = DH = 28 = DE + EH,$$

$$AB = AD + EH$$

$$AD + EH = 28 \quad (1)$$

Luas kamar seluruhnya = luas $ABHD$ + Luas $EFGH$

$$624 = AB \times AD + EF \times FG$$

$$624 = 28AD + 18FG$$

$$624 = 28AD + 18EH \quad (2)$$

Dari persamaan (2) dan (1), diperoleh

$$28AD + 18EH = 624 \quad \Rightarrow 14AD + 9EH = 312 \quad | \times 1 \quad \Rightarrow 14AD + 9EH = 312$$

$$AD + EH = 28 \quad \Rightarrow AD + EH = 28 \quad | \times 9 \quad \Rightarrow 9AD + 9EH = 252$$

$$\begin{array}{r} \text{-----} \\ 5AD = 60 \\ AD = 12 \quad \Rightarrow EH = 16 \end{array}$$

Dengan demikian Perhatikan trapesium $EFGC$.

$$\text{Luas trapesium } EFGC = \frac{1}{2} (CG + EF) \times FG$$

$$\text{Luas trapesium } EFGC = \frac{1}{2} (CG + EF) \times EF$$

$$312 = \frac{1}{2} (CG + 18) \times 16$$

$$624 = (CG + 18) \times 16$$

$$39 = CG + 18$$

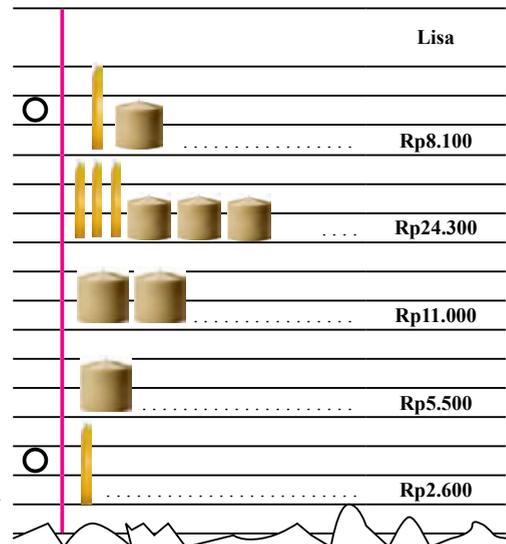
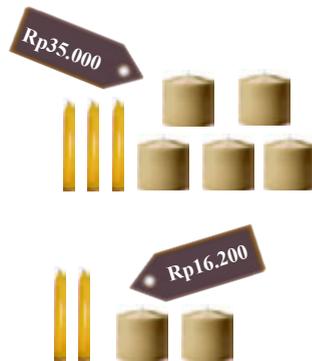
$$CG = 21$$

Jadi, jarak dari C ke G adalah 21 m



Ayo Kita Menalar

Nah...., sekarang perhatikan strategi yang digunakan Lisa untuk menentukan harga masing-masing lilin.



Gambar 4.6 Penalaran Lisa untuk Menyelesaikan Masalah Pembelian Lilin

Jelaskan strategi yang digunakan Lisa untuk menentukan harga sebuah lilin kuning dan sebuah lilin putih.



Ayo Kita Berbagi

Sajikan hasil penalaran kalian di depan kelas, Periksa dan secara santun silakan saling memberi komentar dan menanggapi komentar temanmu.



Latihan 1.4

- Andre membayar Rp100.000,00 untuk tiga ikat bunga sedap malam dan empat ikat bunga aster. Sedangkan Rima membayar Rp90.000,00 untuk dua ikat bunga sedap malam dan lima ikat bunga aster di toko bunga yang sama dengan Andre.
 - Tulis persamaan yang menyatakan informasi di atas.
 - Tulis sebuah persamaan yang menunjukkan harga seikat bunga sedap malam dan enam ikat bunga aster.
 - Temukan harga seikat bunga sedap malam dan seikat bunga aster.
- Tiga T-shirt dan empat topi dijual seharga Rp960.000,00. Dua T-shirt dan lima topi dijual Rp990.000,00. Berapakah harga setiap T-shirt? Berapakah harga setiap topi?



- Marlina membeli dua gelas susu dan dua donat dengan total harga Rp66.000,00. Sedangkan Zeni membeli empat gelas susu dan tiga donat dengan total harga Rp117.000,00. Tentukan harga segelas susu.
- Suatu yayasan menyumbangkan 144 buku ke 4 sekolah. Banyak buku yang diterima untuk setiap sekolah tidak sama. Selisih buku yang diterima sekolah A dan B adalah 16. Selisih buku yang diterima sekolah B dan C adalah 12. Selisih buku yang diterima sekolah C dan D adalah 8. Sekolah A menerima buku paling sedikit dibandingkan dengan yang diterima sekolah lain. Jika sekolah D menerima buku 2 kali lebih banyak dari pada buku yang diterima sekolah A, tentukan banyak buku yang diterima masing-masing sekolah.



Tugas Projek 1

Melakukan Percobaan: Air yang terbang sia-sia

Di berbagai situasi, pola dan persamaan menjadi terlihat ketika data telah dikumpulkan, diolah, dan disajikan. Kalian akan melakukan percobaan secara berkelompok. Setiap kelompok terdiri atas 4 orang.

Dalam percobaan ini, kalian akan menyimulasikan sebuah kran yang bocor dan mengumpulkan data volume air yang terbang setiap 5 detik. Kalian akan menggunakan data tersebut untuk memprediksi

seberapa banyak air yang terbang ketika kran mengalami kebocoran selama satu bulan. Bacalah petunjuk secara seksama sebelum memulai percobaan. Sajikan hasil temuanmu di kelas.



Alat dan Bahan:

1. 1 buah gelas plastik
2. Gelas ukur (berbentuk silinder)
3. Air
4. Jam tangan atau stopwatch
5. Paku



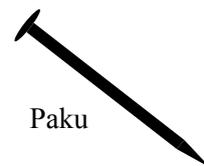
Stopwatch



Gelas Plastik



Gelas Ukur



Paku

Petunjuk:

Bagi tugas untuk tiap-tiap anggota kelompokmu.

1. Buatlah tabel untuk mencatat waktu dan jumlah air yang terbuang. Isilah kolom waktu dari 0 detik sampai 60 detik dengan interval 5 detik (maksudnya, 5, 10, 15, dan seterusnya).

Waktu (detik)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Jumlah Air yang terbuang (ml)												

2. Gunakan paku untuk melubangi bagian dasar gelas plastik. Tutupi lubang dengan jarimu.
3. Isilah gelas plastik dengan air.
4. Siapkan gelas ukur dan letakkan di bawah gelas plastik yang kalian pegang.
5. Setelah siap untuk mulai mengukur waktu, lepaskan jari kalian dari lubang gelas plastik sehingga air menetes ke dalam gelas ukur (simulasi kran bocor).
6. Catat jumlah air dalam gelas ukur setiap 5 detik selama satu menit.

Gunakan percobaan ini untuk menulis sebuah poster, mencoba meyakinkan orang untuk menghemat air.

Poster yang kalian buat harus mencakup informasi berikut.

- Grafik data yang kalian catat.
- Persamaan Linear yang terbentuk beserta penjelasan variabel yang kalian maksud.
- Data yang menunjukkan prediksi kalian untuk:

Jumlah air yang terbuang sia-sia selama 15 detik, 2 menit, 2,5 menit, dan 3 menit seandainya air kran yang bocor memiliki laju yang sama seperti gelas plastik kalian.

Jelaskan bagaimana kalian membuat prediksi. Apakah kalian menggunakan tabel, grafik, atau metode lain?

- Penjelasan tentang berapa banyak air yang terbuang sia-sia dalam satu bulan jika kran air yang bocor memiliki laju seperti lubang gelas plastik. Jelaskan bagaimana kalian membuat prediksi.
- Biaya air yang terbuang sia-sia dalam satu bulan (untuk menyelesaikan ini, kalian harus mengetahui berapa biaya air di daerah kalian masing-masing. Kemudian gunakan informasi tersebut untuk menghitung biaya air yang terbuang sia-sia).



Merangkum 1

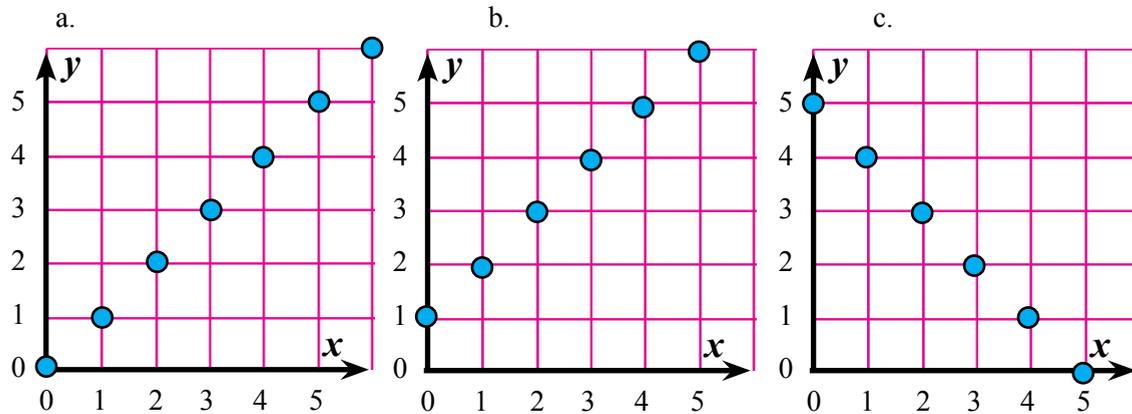
Kalian telah mempelajari ciri-ciri persamaan linear dua variabel, menentukan nilai variabel, menentukan pasangan berurut sebagai penyelesaian dari persamaan linear dua variabel dan sistem persamaan linear dua variabel, serta membuat model dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan linear dua variabel. Pertanyaan berikut akan membantu kalian untuk merangkum apa yang telah kalian pelajari.

1. Apa yang kamu ketahui tentang persamaan **linear dua variabel**?
2. Prosedur apa saja yang kalian lakukan ketika *membuat persamaan linear dua variabel*?
3. Apa yang kalian butuhkan ketika membuat tabel untuk menentukan *selesaian persamaan linear dua variabel*?
4. Bagaimana diagram perpaduan harga membantu kalian untuk menentukan *selesaian persamaan linear dua variabel*?
5. Bagaimana grafik dapat membantu kalian untuk menentukan *selesaian persamaan linear dua variabel*?
6. Apa yang kamu ketahui tentang *sistem persamaan linear dua variabel*?
7. Prosedur apa saja yang kalian lakukan ketika menyelesaikan *sistem persamaan linear dua variabel*?
8. Dalam hal apakah *sistem persamaan linear dua variabel* bermanfaat?
9. Topik atau materi apa saja yang berkaitan erat dengan materi **Persamaan Linear Dua Variabel**?

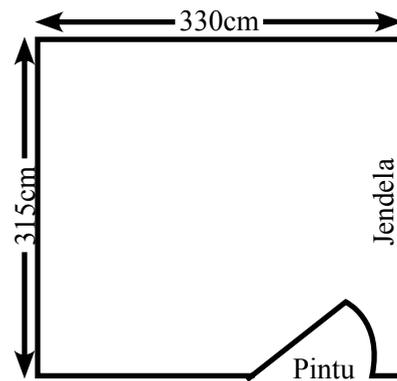


Uji Kompetensi 1

1. Selesaikan soal berikut dengan benar.
Tentukan persamaan setiap grafik berikut.



2. Andi dan Dian sedang menata ulang ruang OSIS. Mereka ingin meletakkan lemari di sepanjang salah satu dinding ruangan. Mereka mulai mengukur ruang dan menggambar bagan.



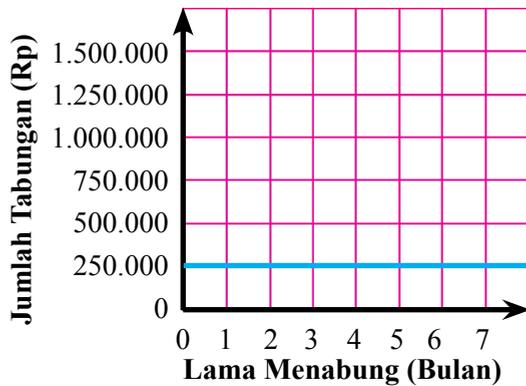
Andi dan Dian mengecek lemari yang ada di toko lemari terdiri dua ukuran yang berbeda yaitu 45 cm dan 60 cm.

- a. Tentukan persamaan linear dua variabel yang terbentuk.
b. Berapa banyak lemari yang akan dipesan Andi dan Dian supaya tepat ditempatkan di sepanjang dinding yang berukuran 315 cm? Cobalah temukan lebih dari satu kemungkinan jawaban
3. Lengkapi pasangan terurut untuk tiap-tiap persamaan.
- a. $y = -x + 6$; (9,) b. $y = 6x - 7$; (2,)
- c. $2x - 15y = 13$; $\left(\quad, -\frac{3}{4} \right)$ d. $-x + 12y = 7$; $\left(\quad, \frac{3}{4} \right)$

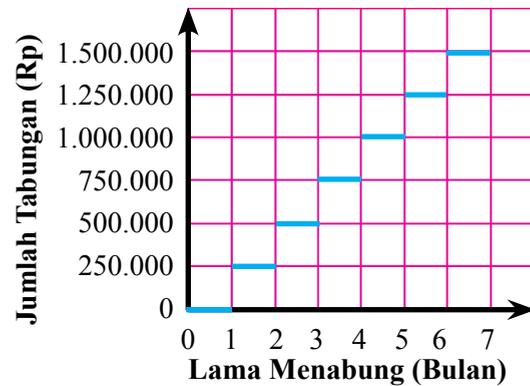
4. Pilihan Ganda

Muhalim akan pergi ke Makassar tahun depan untuk mengikuti pawai drum band sekolahnya. Dia berencana menyisihkan Rp250.000,00 dari uang bulanannya pada setiap akhir bulan untuk perjalanannya. Pilihlah grafik yang menunjukkan bagaimana tabungan Muhalim akan terbentuk selama selang waktu tertentu.

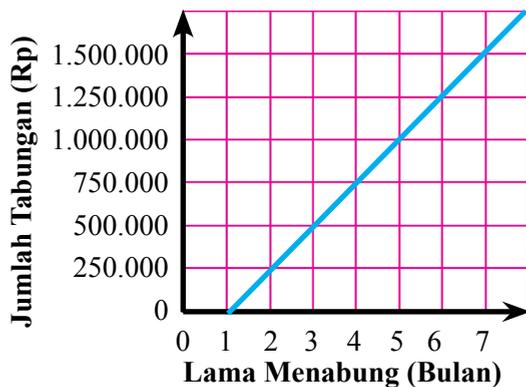
a.



b.

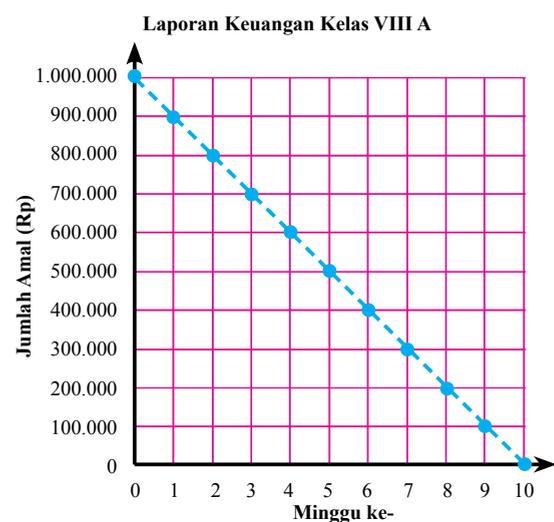


c.



d. Tak satupun yang benar

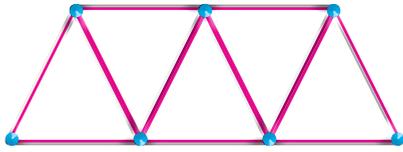
5. Kelas VIII A mengumpulkan uang amal untuk membantu korban bencana alam. Mereka menggunakan uang amal untuk membeli perlengkapan sekolah bagi anak-anak yang menjadi korban bencana. Albertus menggunakan grafik untuk mengetahui jumlah uang amal tiap akhir pekan.



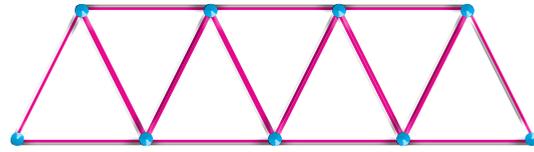
- a. Informasi apa yang ditunjukkan oleh grafik tentang laporan keuangan di kelas VIII A?
 - b. Buat tabel data untuk 10 minggu pertama. Jelaskan mengapa tabel menunjukkan hubungan yang linear.
 - c. Tuliskan suatu persamaan yang menunjukkan hubungan linear dari laporan keuangan kelas VIII A. Jelaskan makna variabel dan bilangan-bilangan pada persamaan yang kamu buat.
 - d. Bagaimana kalian menentukan jika grafik, tabel dan persamaan dari laporan keuangan Kelas VIII A adalah linear?
6. Hadi membeli dua T-shirt dan sebuah sweater di pasar dengan total harga Rp300.000,00. Ketika sampai di rumah, dia menyesal karena salah satu T-shirt yang dia beli jahitannya rusak. Dia memutuskan untuk menukar satu T-shirt untuk sebuah sweater.
 - a. Akhirnya Hadi menukarkan T-shirtnya, namun dia harus membayar Rp60.000,00 lagi karena sweater lebih mahal daripada T-shirt.
 - b. Berapakah harga masing-masing barang yang dibeli Hadi? Jelaskan alasanmu.
 7. Malam ini sebuah film animasi terbaru sedang diputar di sebuah bioskop. Beberapa orang dewasa dan anak-anak sedang mengantri membeli tiket.
 - a. Berapa rupiah biaya tiket yang akan ditagih oleh petugas penjualan tiket pada gambar ketiga?
 - b. Berapa rupiah yang akan kalian bayar jika kamu pergi menonton film di bioskop?



8. Baharuddin membuat model jembatan dari batang kayu. Ketika membangun jembatan, dia memiliki ide dengan membuat pola segitiga seperti di bawah ini. Banyaknya batang kayu bergantung pada banyaknya batang kayu yang berada di bagian bawah.



Batang kayu bagian bawah = 3
 Banyak batang kayu keseluruhan = 11
 a. Salin dan lengkapi tabel berikut

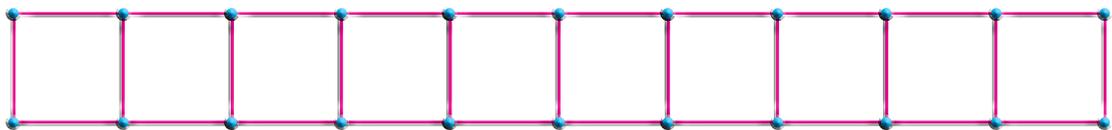


Batang kayu bagian bawah = 4
 Banyak batang kayu keseluruhan = 15

Jembatan Kayu

Batang kayu bagian bawah	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Banyak batang kayu keseluruhan	3	7	11

- b. Tuliskan persamaan yang menghubungkan banyak kayu keseluruhan t dengan banyak kayu bagian bawah b . Jelaskan bagaimana kalian memperoleh persamaan.
 c. Apa yang kalian ketahui tentang sifat segitiga dan persegi panjang yang membuat model di atas lebih baik daripada model jembatan di bawah.



9. Hadi membeli dua T-shirt dan sebuah sweater di pasar dengan total harga Rp300.000,00. Ketika sampai di rumah, dia menyesal karena salah satu T-shirt yang dia beli jahitannya rusak. Dia memutuskan untuk menukar satu T-shirt untuk sebuah sweater. Akhirnya Hadi menukarkan T-shirtnya, namun dia harus membayar Rp60.000,00 lagi karena sweater lebih mahal daripada T-shirt.
 Berapakah harga masing-masing barang yang dibeli Hadi? Jelaskan alasanmu.
10. Diberikan suatu sistem persamaan berikut.
 $5p + 3k = 12$
 $10p + 6k = 16$
 Bisakah kalian menemukan nilai p dan k ? Jelaskan alasanmu.



Kata Kunci

- Persamaan kuadrat
- Akar
- Faktor



Kompetensi Dasar

Menentukan akar persamaan kuadrat dengan satu variabel yang tidak diketahui.

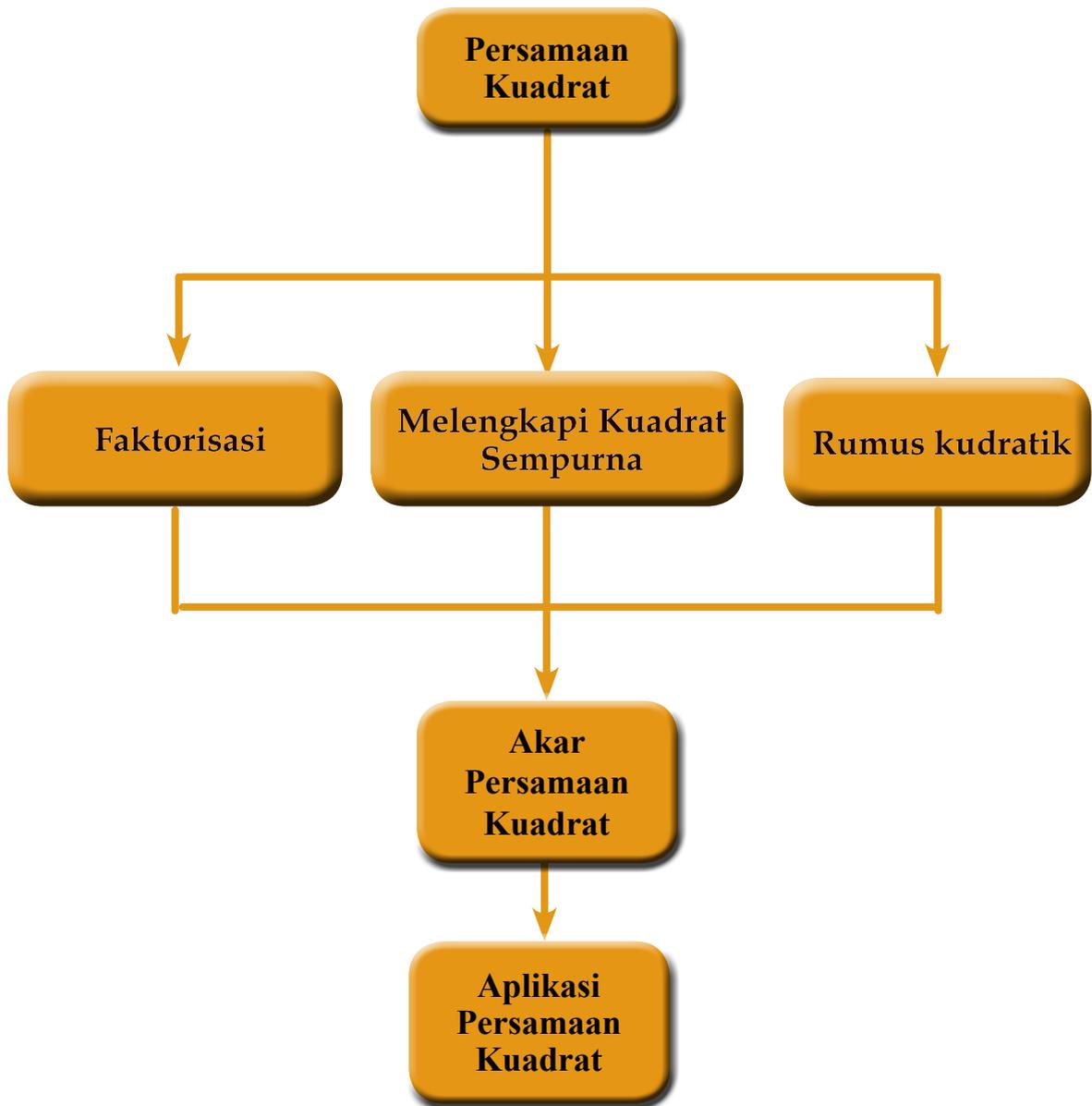


Pengalaman Belajar

1. Menentukan akar persamaan kuadrat satu variabel dengan cara:
 - a. Faktorisasi
 - b. Melengkapi kuadrat sempurna
 - c. Rumus kuadrat
2. Menyelesaikan masalah persamaan kuadrat berkaitan dengan kehidupan nyata.



Saat kalian melempar bola ke udara, ketinggian bola tergantung pada tiga faktor, yaitu posisi awal, kecepatan saat bola di lemparkan, dan gaya gravitasi. Gravitasi bumi menyebabkan bola yang terlempar ke atas mengalami percepatan ketika benda semakin mendekati bumi. Besar percepatan gravitasi bumi sebesar $9,8 \text{ m/s}^2$. Ini berarti bahwa kecepatan bola ke bawah meningkat $9,8 \text{ m/s}$ untuk setiap detik di udara. Jika kalian menyatakan ketinggian bola pada setiap waktu dengan suatu persamaan, maka persamaan yang terbentuk adalah persamaan kuadrat.





Al-Khwarizmi
(780 - 850)

Abu 'Abdallah Muhammad ibnu Musa al-Khwarizmi, kerap dijuluki sebagai Bapak Aljabar, karena sumbangan ilmu pengetahuan Aljabar dan Aritmatika. Beliau merupakan seorang ahli matematika dari Persia yang dilahirkan pada tahun 194 H/780 M, tepatnya di Khwarizm, Uzbekistan. Selain terkenal sebagai seorang ahli matematika, beliau juga adalah astronomer dan geografer yang hebat. Berkat kehebatannya, Khawarizmi terpilih sebagai ilmuwan penting di pusat keilmuan yang paling bergengsi pada zamannya, yakni Baital-Hikmah atau House of Wisdom yang didirikan khalifah Abbasiyah di Metropolis Intelektual World, Baghdad.

Kitab *Al-Jabr Wal Muqabalah* merupakan kitab pertama dalam sejarah dimana istilah aljabar muncul dalam konteks disiplin ilmu. Sumbangan Al-Khwarizmi

dalam ilmu ukur sudut juga luar biasa. Tabel ilmu ukur sudutnya yang berhubungan dengan fungsi sinus dan garis singgung tangen telah membantu para ahli eropa memahami lebih jauh tentang ilmu ini. Ia mengembangkan tabel rincian trigonometri yang memuat fungsi sinus, kosinus dan kotangen serta konsep diferensiasi. Kitab yang telah ditulisnya yaitu 1) *Al-Jabr wa'l Muqabalah*: Beliau telah mencipta pemakaian secans dan tangens dalam penyelidikan trigonometri dan astronomi, 2) *Hisab al-Jabr wa al-Muqabalah*: Beliau telah mengajukan contoh-contoh persoalan matematika dan mengemukakan 800 buah masalah yang sebagian besar merupakan persoalan yang dikemukakan oleh Neo Babylonian dalam bentuk dugaan yang telah dibuktikan kebenarannya oleh al-Khwarizmi, 3) Sistem Nomor : Beliau telah memperkenalkan konsep sifat dan ia penting dalam sistem Nomor pada zaman sekarang. Karyanya yang satu ini memuat Cos, Sin dan Tan dalam penyelesaian persamaan trigonometri, teorema segitiga sama kaki dan perhitungan luas segitiga, segi empat dan lingkaran dalam geometri.

(Sumber: www.id.wikipedia.org)

Beberapa hikmah yang mungkin bisa kita petik antara lain:

1. Kita harus jeli melakukan pengamatan fenomena yang ada di sekitar kita.
2. Kita harus mau dan mampu melakukan pembuktian-pembuktian tentang fenomena alam sekitar yang merupakan bukti kekuasaan Tuhan melalui keilmuan yang diketahui manusia. Dengan demikian, kita dapat memperkuat keyakinan pada Tuhan.
3. Kita harus semangat dalam melakukan aktivitas positif yang telah direncanakan untuk memperkuat ketahanan fisik dan psikis dalam menghadapi tantangan.



Menentukan Akar Persamaan Kuadrat



Kegiatan 2.1

Menentukan Akar Persamaan Kuadrat Dengan Memfaktorkan

Persamaan kuadrat satu variabel adalah suatu persamaan yang memiliki pangkat tertingginya dua. Beberapa contoh bentuk persamaan kuadrat yaitu: $3x^2 - 7x + 5 = 0$, $x^2 - x + 12 = 0$, $x^2 - 9 = 0$, $2x(x - 7) = 0$, dan lainnya. Secara umum, bentuk persamaan kuadrat adalah $x^2 + bx + c = 0$ dengan $a \neq 0$, $a, b, c \in R$.

$$ax^2 + bx + c = 0$$



Konstanta adalah simbol yang menunjukkan bilangan tertentu. Konstanta yang terdapat pada suku ax^2 dan bx bisa juga disebut *koefisien*.

Dalam kehidupan sehari-hari, kita dapat menjumpai beberapa masalah yang terkait dengan persamaan kuadrat. Perhatikan masalah berikut.

Contoh 2.1

Tuliskan bentuk umum persamaan kuadrat $5x^2 - 2x + 3 = 2x^2 + 4x - 12$.

Alternatif Penyelesaian

$$5x^2 - 2x + 3 = 2x^2 + 4x - 12$$

$$3x^2 - 2x + 3 = 4x - 12$$

$$3x^2 - 6x + 15 = 0$$

Jadi bentuk sederhana persamaan kuadrat $5x^2 - 2x + 3 = 2x^2 + 4x - 12$ adalah $3x^2 - 6x + 15 = 0$

Dalam kehidupan sehari-hari, kita dapat menjumpai beberapa masalah yang terkait dengan persamaan kuadrat. Perhatikan masalah berikut.

Contoh 2.2

Johan dan Mario bekerja bersama-sama mengecat dinding dalam waktu 18 menit. Jika Johan bekerja sendirian, ia memerlukan waktu 15 lebih lama daripada waktu yang diperlukan Mario. Berapa waktu yang diperlukan Johan dan Mario masing-masing untuk mengecat dinding?

Kegiatan yang dilakukan Johan dan Mario dapat disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 2.1. Penyelesaian pekerjaan Johan dan Mario

Pekerja	Kuantitas dinding	Laju = kuantitas dinding/waktu	Waktu
Mario	1	$\frac{1}{t}$	t
Johan	1	$\frac{1}{t+15}$	$t+15$
Bersama	1	$\frac{1}{18}$	18

Persamaan untuk menyelesaikan masalah ini adalah $\frac{1}{t} + \frac{1}{t+15} = \frac{1}{18}$.

Disederhanakan menjadi $\frac{1}{t} + \frac{1}{t+15} = \frac{1}{18} \times 18t(t+15)$.

$$18t(t+15) \times \frac{1}{t} + 18t(t+15) \times \frac{1}{t+15} = 18t(t+15) \times \frac{1}{18}$$

$$18(t+15) + 18t = t(t+15)$$

$$18t + 270 + 18t = t^2 + 15t$$

$$36t + 270 = t^2 + 15t$$

$$0 = t^2 - 21t - 270$$

$$0 = (t-30)(t+9)$$

$$t-30 = 0 \text{ atau } t+9 = 0$$

$t = 30$ atau $t = -9$ (nilai $t = -9$ tidak berlaku karena waktu selalu positif)

Jadi, Johan memerlukan waktu 30 menit untuk mengecat dinding sendirian, dan Mario memerlukan waktu $30 + 15 = 45$ menit untuk mengecat dinding sendirian.

Secara umum bentuk persamaan kuadrat adalah $ax^2 + bx + c = 0$,

dengan a, b, c bilangan real, dan $a \neq 0$. a disebut koefisien x^2 , b koefisien x , c konstanta.

Akar persamaan kuadrat dari $ax^2 + bx + c = 0$ adalah nilai x yang memenuhi persamaan tersebut.

Cara menentukan akar persamaan kuadrat ada tiga cara:

- (1) Memfaktorkan
- (2) Melengkapi Kuadrat Sempurna
- (3) Rumus Kuadratik

Pada kegiatan belajar Bab 2, semester 1 kalian telah mempelajari tentang perkalian bentuk aljabar. Sekarang coba kalian perhatikan kembali perkalian bentuk aljabar berikut.

Tabel 2.2. Perkalian bentuk aljabar

$x^2 + 2x = x(x + 2)$ Jadi, $x^2 + 2x = x(x + 2)$	$(x + 1)(x + 4) = (x + 1)(x + 4)$ $= x^2 + 4x + x + 4$ $= x^2 + 5x + 4$ Jadi, $(x + 1)(x + 4) = x^2 + 5x + 4$	$(3x - 4)(x + 3) = (3x - 4)(x + 3)$ $= 3x^2 + 9x - 4x - 12$ $= 3x^2 + 5x - 12$ Jadi, $(3x - 4)(x + 3) = 3x^2 + 5x - 12$
Bagaimana, jika sebaliknya (dari bawah ke atas)?		
$x(x + 2) = x^2 + 2x$	$x^2 + 5x + 4 = (x + 1)(x + 4)$	$3x^2 + 5x - 12 = (3x - 4)(x + 3)$
Bentuk seperti ini disebut dengan “Memfaktorkan”		

Dengan memperhatikan Tabel 2.2, selanjutnya cara memfaktorkan tersebut dapat digunakan untuk menentukan akar persamaan kuadrat. Kalian dapat mengamati cara menentukan akar persamaan kuadrat dengan cara memfaktorkan pada Tabel 2.3 berikut.



**Ayo
Kita Amati**

Tabel 2.3. Cara menentukan akar persamaan kuadrat dengan memfaktorkan.

Bentuk $x^2 - b^2 = 0$	Bentuk $ax^2 + bx + c = 0$
1) $x^2 - 4 = 0$ $(x - 2)(x + 2) = 0$ $x - 2 = 0$ atau $x + 2 = 0$ $x_1 = 2$ atau $x_2 = -2$ Jadi, himpunan selesaiannya adalah $\{2, -2\}$	1) $x^2 + 10x + 25 = 0$ $(x + 5)^2 = 0$ $(x + 5)(x + 5) = 0$ $x + 5 = 0$ atau $x + 5 = 0$ $x_1 = -5$ atau $x_2 = -5$ $x_1 = x_2 = -5$ Jadi, himpunan selesaiannya adalah $\{-5, -5\}$
2) $x^2 - 9 = 0$ $x^2 - 3^2 = 0$ $(x - 3)(x + 3) = 0$ $x - 3 = 0$ atau $x + 3 = 0$ $x_1 = 3$ atau $x_2 = -3$ Jadi, himpunan selesaiannya adalah $\{3, -3\}$	2) $x^2 + 5x + 4 = 0$ $(x + 1)(x + 4) = 0$ $x + 1 = 0$ atau $x + 4 = 0$ $x_1 = -1$ atau $x_2 = -4$ Jadi, himpunan selesaiannya adalah $\{-1, -4\}$

Bentuk $x^2 - b^2 = 0$	Bentuk $ax^2 + bx + c = 0$
3) $x^2 - 36 = 0$ $x^2 - 6^2 = 0$ $(x - 6)(x + 6) = 0$ $x - 6 = 0$ atau $x + 6 = 0$ $x_1 = 6$ atau $x_2 = -6$ Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{6, -6\}$	3) $2x^2 + 7x + 3 = 0$ $(x + 3)(2x + 1) = 0$ $x + 3 = 0$ atau $2x + 1 = 0$ $x_1 = -3$ atau $x_2 = -\frac{1}{2}$ Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{-3, -\frac{1}{2}\}$



Ayo Kita Menanya

Terkait dengan fokus perhatian di atas, coba buatlah pertanyaan yang memuat suatu persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan a , b , dan c tertentu (kalian tentukan sendiri).



Sedikit Informasi

» **Faktor nol**

Dalam menentukan akar persamaan kuadrat dengan cara memfaktorkan, harus memperhatikan prinsip perkalian dengan nol, yaitu jika hasil perkalian dua bilangan adalah nol, maka salah satu atau kedua faktornya adalah nol.

Jika $a \times b = 0$ maka $a = 0$ atau $b = 0$ atau keduanya



Contoh 2.3

$$(x + 2)(2x - 6) = 0$$

$$(x + 2) = 0 \text{ atau } (2x - 6) = 0$$

$$x_1 = -2 \text{ atau } x_2 = 3$$

Jadi, penyelesaian dari $(x + 2)(2x - 6) = 0$ adalah $x = -2$ atau $x = 3$

» **Memfaktorkan bentuk $ax^2 + bx + c$, $a = 1$**

Persamaan kuadrat $x^2 + bx + c = 0$, dan p, q bilangan bulat, hasil pemfaktorrannya adalah $(x + p)(x + q)$. Jika bentuk $(x + p)(x + q)$ dikalikan, maka diperoleh

$$\begin{aligned} (x + p)(x + q) &= x^2 + qx + px + pq \\ &= x^2 + (q + p)x + pq \\ &= x^2 + (p + q)x + pq \end{aligned}$$

Dengan demikian persamaan kuadrat $x^2 + bx + c = 0$ ekuivalen dengan persamaan kuadrat $x^2 + (p + q)x + pq$

Jadi, $p + q = b$ dan $q \cdot p = c$



Contoh 2.4

Tentukan akar-akar selesaian dari bentuk $x^2 - 15x + 14 = 0$.



Alternatif Penyelesaian

Carilah dua bilangan yang merupakan faktor dari 14 dan jika dijumlah sama dengan -5 . Misalkan dua bilangan tersebut adalah p dan q , maka $pq = 14$ dan $p + q = -15$

p	q	$p + q$	pq
1	14	15	14
2	7	9	14

p	q	$p + q$	pq
-1	-14	-15	14
-2	-7	-9	14

Dengan demikian bilangan yang memenuhi nilai $p = -1$ dan $q = -14$

Jadi, bentuk $x^2 - 15x + 14 = 0$ dapat difaktorkan menjadi

$$x^2 - 15x + 14 = 0$$

$$(x - 1)(x - 14) = 0$$

$$x - 1 = 0 \text{ atau } x - 14 = 0$$

$$x_1 = 1 \text{ atau } x_2 = 14$$

Jadi, himpunan selesaiannya adalah $\{1, 14\}$



Contoh 2.5

Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan kuadrat $x^2 - 25 = 0$.



Alternatif Penyelesaian

$$x^2 - 25 = 0$$

tulis persamaan

$$x^2 + 0x - 25 = 0$$

tulis bentuk lain, sehingga tampak koefisien x . Dua bilangan yang jika dikalikan menghasilkan -25 dan jika dijumlahkan hasilnya 0, adalah 5 dan -5 .

$$x^2 + 5x - 5x - 25 = 0$$

ubah $0x$ menjadi $5x - 5x$

$$(x^2 + 5x) - (5x + 25) = 0$$

beri tanda kurung. Perhatikan bahwa -25 berubah menjadi $+25$

$$x(x + 5) - 5(x + 5) = 0$$

faktorkan bentuk aljabar dalam kurung

$$(x - 5)(x + 5) = 0$$

gunakan sifat distributif

$$x - 5 = 0 \text{ atau } x + 5 = 0$$

faktor nol

$$x = 5 \text{ atau } x = -5$$

selesaikan

Jadi, nilai x yang memenuhi persamaan kuadrat $x^2 - 25 = 0$ adalah $x_1 = 5$ atau $x_2 = -5$. Dengan kata lain, himpunan selesaian dari persamaan kuadrat $x^2 - 25 = 0$ adalah $\{-5, 5\}$.

» **Memfaktorkan bentuk $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 1$**

Kalian sudah mengetahui bagaimana cara memfaktorkan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan $a \neq 1$. Jika kalian perhatikan kembali tabel di kegiatan Ayo Kita Amati, maka terdapat persamaan kuadrat yang mempunyai nilai $a \neq 1$. Bagaimanakah cara kalian untuk memfaktorkan persamaan kuadrat dengan $a \neq 1$?

Untuk mengetahui bagaimana cara menentukan akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan $a \neq 1$, amati prosedur berikut.

$$2x^2 + 7x + 3 = 0$$

$$2x^2 + 7x + 3 = 2x^2 + \dots + 3 \quad \text{Bagian tengah yakni } 7x \text{ akan diuraikan sehingga pemfaktoran akan lebih mudah dilakukan}$$

kalikan nilai a dan c , yakni 2 dan 3 akan menghasilkan 6.

Tentukan dua bilangan lain jika dikalikan menghasilkan 6 dan jika dijumlahkan menghasilkan b , yakni 7.

Misal dua bilangan tersebut adalah p dan q , maka dapat kedua bilangan tersebut tampak pada tabel berikut.

p	-6	-3	1	2
q	-1	-2	6	3
$p + q$	-7	-5	7	5

Dari tabel di atas, dapat kita ketahui bahwa nilai kedua bilangan tersebut adalah 1 dan 6. Maka nilai koefisien x , yakni b dapat dijabarkan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} 2x^2 + 7x + 3 &= 2x^2 + \dots + 3 \\ &= 2x^2 + 1x + 6x + 3 && \text{jabarkan } 7x \text{ menjadi hasil penjumlahan } 1x + 6x \\ &= (2x^2 + 1x) + (6x + 3) && \text{beri tanda kurung} \\ &= x(2x + 1) + 3(2x + 1) && \text{faktorkan bentuk aljabar dalam kurung} \\ &= (x + 1)(2x + 1) && \text{gunakan sifat distributif} \end{aligned}$$

Sehingga, untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 + 7x + 3 = 0$ dapat dengan mudah diselesaikan.

$$\begin{aligned} 2x^2 + 7x + 3 &= 0 \\ (x + 1)(2x + 1) &= 0 && \text{faktorkan} \\ (x + 1) = 0 \text{ atau } (2x + 1) = 0 &&& \text{faktor nol} \\ x = -1 \text{ atau } x = -\frac{1}{2} &&& \text{selesaikan} \end{aligned}$$

Jadi, akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 + 7x + 3 = 0$ adalah $x_1 = -1$ atau $x_2 = -\frac{1}{2}$. Dengan kata lain,

himpunan penyelesaian dari persamaan kuadrat $2x^2 + 7x + 3 = 0$ adalah $\{-1, -\frac{1}{2}\}$.



Contoh 2.6

Tentukan akar-akar persamaan kuadrat $6x^2 + x - 15 = 0$



Penyelesaian

$$6x^2 + x - 15 = 0$$

tulis persamaan

$$6x^2 + 1x - 15 = 0$$

kalikan 6 dengan (-15) , hasilnya adalah 90. Dua bilangan lain yang dikalikan menghasilkan 90 dan jika dijumlahkan menghasilkan 1 adalah -9 dan 10.

$$6x^2 - 9x + 10x - 15 = 0$$

ubah $1x$ menjadi $-9x + 10x$

$$(6x^2 - 9x) + (10x - 15) = 0$$

beri tanda kurung

$$3x(2x - 3) + 5(2x - 3) = 0$$

faktorkan bentuk aljabar dalam kurung

$$(3x + 5)(2x - 3) = 0$$

gunakan sifat distributif

$$3x + 5 = 0 \text{ atau } 2x - 3 = 0$$

faktor nol

$$x = -\frac{5}{3} \text{ atau } x = \frac{3}{2}$$

selesaikan

Jadi, akar-akar persamaan kuadrat $6x^2 + x - 15 = 0$ adalah $x_1 = -\frac{5}{3}$ atau $x_2 = \frac{3}{2}$. Dengan kata lain,

himpunan penyelesaian dari persamaan kuadrat $6x^2 + x - 15 = 0$ adalah $\{-\frac{5}{3}, \frac{3}{2}\}$.



Ayo Kita Menalar

Menentukan Persamaan Kuadrat Baru

Setelah kalian mempelajari bagaimana menentukan akar-akar persamaan kuadrat, ada kalanya kalian membuat persamaan baru yang sudah diketahui nilai akar-akarnya.

Misalkan persamaan kuadrat baru memiliki akar-akar p dan q . Maka, dapat dinyatakan bahwa $x = p$ dan $x = q$.

$x = p$ dapat ditulis $x - p = 0$, dan $x = q$ dapat ditulis $x - q = 0$. Sehingga persamaan kuadrat yang dibentuk adalah

$$(x - p)(x - q) = 0$$

$$x^2 - px - qx - pq = 0$$

$$x^2 - (px + qx) - pq = 0$$

$$x^2 - (p + q)x - pq = 0$$

Jadi, persamaan kuadrat yang sudah diketahui akar-akarnya p dan q adalah $x^2 - (p + q)x - pq = 0$



Contoh 2.7

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya 5 dan -2 adalah ...



Penyelesaian

Misal akar-akar yang diketahui adalah $x_1 = 5$ dan $x_2 = -2$, maka dapat dinyatakan dalam bentuk $x - 5 = 0$ dan $x + 2 = 0$. Sehingga, persamaan kuadrat yang dibentuk adalah

$$(x - 5)(x + 2) = 0$$

$$x^2 + 2x - 5x - 10 = 0$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

Jadi, persamaan kuadrat yang akar-akarnya 5 dan -2 adalah $x^2 - 3x - 10 = 0$.



Contoh 2.8

Persamaan kuadrat $x^2 - 5x + 6 = 0$ mempunyai akar-akar p dan q .

Tentukan persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $p - 3$ dan $q - 3$.



Alternatif Penyelesaian

Misalkan $p - 3 = x_1$ dan $q - 3 = x_2$ adalah persamaan kuadrat yang baru.

Langkah 1 : Menentukan akar-akar persamaan kuadrat

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

tulis persamaan

$$x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$$

jabarkan $-5x$ menjadi $-3x - 2x$. Karena dua bilangan yang jika dikalikan hasilnya 6 dan jika dijumlahkan hasilnya -5 adalah -3 dan -2 .

$$(x^2 - 3x) - (2x + 6) = 0$$

beri tanda kurung

$$x(x - 3) - 2(x - 3) = 0$$

faktorkan bentuk aljabar dalam kurung

$$(x - 2)(x - 3) = 0$$

gunakan sifat distributif

$$x - 2 = 0 \text{ atau } x - 3 = 0$$

faktor nol

$$x = 2 \text{ atau } x = 3$$

selesaikan

Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 5x + 6 = 0$ adalah p dan q , maka $p = 2$ dan $q = 3$.

Langkah 2: Menentukan akar-akar persamaan kuadrat baru

Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 5x + 6 = 0$ adalah p dan q , maka $p = 2$ dan $q = 3$.

Sehingga akar-akar persamaan kuadrat yang baru adalah $x_1 = p - 3 = 2 - 3 = -1$ dan $x_2 = q - 3 = 3 - 3 = 0$

Langkah 3: Menentukan persamaan kuadrat baru

Persamaan kuadrat baru dengan akar-akar x_1 dan x_2 adalah

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$(x - (-1))(x - 0) = 0 \quad \text{substitusi } x_1 \text{ dan } x_2$$

$$(x + 1)(x) = 0 \quad \text{sederhanakan}$$

$$x^2 + x = 0 \quad \text{gunakan sifat distributif}$$

Jadi, persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $p - 3$ dan $q - 3$ adalah $x^2 + x = 0$.

Masalah 2.1

Wuri dan Edi menyelesaikan sebuah persamaan kuadrat. Dalam menyelesaikan, Wuri membuat kesalahan dalam menulis konstanta dan dia memperoleh akar-akar 2 dan 6. Sedangkan Edi membuat kesalahan dalam menulis koefisien x dan memperoleh akar-akar -7 dan -1 . Bagaimanakah bentuk persamaan kuadrat yang diselesaikan Wuri dan Edi?

Sedikit Informasi

Jika x_1 dan x_2 merupakan akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, maka jumlah akar-akarnya yakni $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ dan hasil kali kedua akarnya, $x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$.

- Jumlah dan hasil kali akar-akar dari persamaan kuadrat $x^2 - 6x + 8 = 0$ berturut-turut adalah 6 dan 8.
- Jika jumlah akar-akar sebuah persamaan kuadrat adalah $-2\frac{1}{2}$ dan hasil kali kedua akarnya adalah $-\frac{3}{2}$, maka persamaan kuadrat itu adalah $2x^2 + 5x - 3 = 0$.

Ayo Kita Berbagi

Selesaikanlah Masalah 2. 3 dalam kegiatan bernalar dan selidikilah kebenaran dari masalah dalam Sedikit Informasi. Setelah selesai menjawab, tukarkan hasil kerja kalian dengan teman sebangku. Periksa periksa kebenaran penyelesaiannya dan jawabannya.



Latihan 2.1

- Tentukan akar persamaan berikut.
 - $3x - 12$
 - $x^2 + 7x + 6$
 - $-3x^2 - 5x + 2$
- Nyatakan persamaan $3(x^2 + 1) = x(x - 3)$ dalam bentuk umum persamaan kuadrat .
- Akar-akar persamaan $3x^2 - 12x + 2 = 0$ adalah α dan β . Tentukan persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $(\alpha + 2)$ dan $(\beta + 2)$.
- Jika p dan q adalah akar-akar persamaan $x^2 - 5x - 1 = 0$, maka persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $2p + 1$ dan $2q + 1$.
- Diketahui akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 - 4x + 1 = 0$ adalah m dan n . Tentukan persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $m + n$ dan $m \times n$.
- Pergunakan pemfaktoran sebagai berikut untuk menjawab soal 6a. – 6f.

$ax^2 + bx = 0$	$ax^2 - bx = 0$
$x(ax + b) = 0$	$x(ax - b) = 0$
$x = 0$ atau $ax + b = 0$	$x = 0$ atau $ax - b = 0$
$x = 0$ atau $x = -\frac{b}{a}$	$x = 0$ atau $x = \frac{b}{a}$

 - Tentukan himpunan penyelesaian persamaan $3x^2 - 12x = 0$.
 - Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan kuadrat $36x^2 + 12x = 0$.
 - Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan kuadrat $x^2 - x = 7x - x^2$.
 - Tentukan himpunan penyelesaian dari $3(x - 2) = (x + 2)(4x - 3)$
 - Jumlah semua akar persamaan $\frac{a}{4} = \frac{a^2 - 2a}{12}$
 - Jumlah kuadrat akar-akar persamaan $2(x - 1) + 2 = x(x + 1)$
- Tentukan nilai p yang memenuhi $x_1 - x_2 = 2$ dengan x_1 dan x_2 merupakan akar-akar persamaan $2x^2 - 8x - p = 0$.
- Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya berkebalikan dengan akar-akar persamaan $5x^2 - 4x - 3 = 0$.



Kegiatan 2.2

Menentukan Akar Persamaan Kuadrat dengan Melengkapkan Kuadrat Sempurna

Selain menentukan akar persamaan dengan cara memfaktorkan, kalian dapat memperluas teknik penyelesaian persamaan kuadrat dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna. Sebelum mempelajari lebih lanjut, kalian perlu mengenal terlebih dahulu tentang sifat akar.



Contoh 2.9

1. Akar persamaan kuadrat $x^2 = 9$
Ekuivalen dari persamaan kuadrat $x^2 = 9$ adalah $x = \sqrt{9}$ atau $x = -\sqrt{9}$
Dapat disederhanakan menjadi $x = 3$ atau $x = -3$

Jika $x^2 = k$, dimana k sebarang bilangan real maka, $x = \sqrt{k}$ atau $x = -\sqrt{k}$

2. Akar persamaan $(x + 5)^2 = 16$
Sesuai sifat akar kuadrat maka diperoleh $x + 5 = \pm 4$
Sehingga, $x = \pm 4 - 5$ yang menunjukkan ada dua akar, yaitu
 $x = 4 - 5$ atau $x = -4 - 5$
 $x = -1$ atau $x = -9$



Masalah 2.2

Metode yang telah kalian pelajari sebelumnya relatif mudah untuk diterapkan. Akan tetapi tidak semua persamaan kuadrat dapat diselesaikan secara langsung menggunakan metode tersebut. Sehingga kita harus mengembangkan metode penyelesaian persamaan kuadrat yang lain. Ayo amati kegiatan berikut.

1. $x^2 - 4 = 0$
2. $x^2 + 10x + 25 = 0$
3. $x^2 - 9 = 0$
4. $x^2 + 5x + 4 = 0$
5. $x^2 - 36 = 0$
6. $2x^2 + 7x + 3 = 0$



Alternatif Pemecahan Masalah

Untuk menyelesaikan masalah di atas, ayo amati kegiatan berikut.



Uraian berikut ini merupakan cara lain yang dapat kalian gunakan untuk menentukan akar yang memenuhi persamaan kuadrat. Coba perhatikan dengan seksama.

Tabel 2.4. Menentukan akar persamaan kuadrat dengan cara melengkapi kuadrat sempurna.

Bentuk $x^2 - b^2 = 0$	Bentuk $ax^2 + bx + c = 0$
<p>1) $x^2 - 4 = 0$ $x^2 = 4$ $x = \sqrt{4}$ $x = \pm 2$ $x_1 = 2$ atau $x_2 = -2$</p> <p>Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{2, -2\}$</p>	<p>1) $x^2 + 10x + 25 = 0$ $x^2 + 10x = -25$ $x^2 + 10x + \left(\frac{10}{2}\right)^2 = -25 + \frac{100}{4}$ $(x + 5)^2 = 0$ $(x + 5) = \pm \sqrt{10}$ $x + 5 = 0$ $x = -5$ $x_1 = x_2 = -5$</p> <p>Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{-5, -5\}$</p>
<p>2) $x^2 - 9 = 0$ $x^2 = 9$ $x = \sqrt{9}$ $x = \pm 3$ $x_1 = 3$ atau $x_2 = -3$</p> <p>Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{3, -3\}$</p>	<p>2) $x^2 + 5x + 4 = 0$ $x^2 + 5x = -4$ $x^2 + 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = -4 + \frac{25}{4}$ $\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{-16 + 25}{4}$ $\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ $\left(x + \frac{5}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{9}{4}}$ $\left(x + \frac{5}{2}\right) = \pm \frac{3}{2}$ $x_1 = -\frac{5}{2} + \frac{3}{2} = -1$ $x_2 = -\frac{5}{2} - \frac{3}{2} = -4$</p> <p>$x_1 = -1$ atau $x_2 = -4$ Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{-1, -4\}$</p>

Bentuk $x^2 - b^2 = 0$	Bentuk $ax^2 + bx + c = 0$
3) $x^2 - 36 = 0$ $x^2 = 36$ $x = \sqrt{36}$ $x = \pm 6$ $x_1 = 6$ atau $x_2 = -6$ Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{6, -6\}$	3) $2x^2 + 7x + 3 = 0$ $2x^2 + 7x = -3$ $x^2 + x = -\frac{3}{2}$ $x^2 + \frac{7}{2}x + \left(\frac{7}{4}\right)^2 = -\frac{3}{2} + \frac{49}{16}$ $\left(x + \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{-24 + 49}{16}$ $\left(x + \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$ $\left(x + \frac{7}{4}\right) = \pm \sqrt{\frac{25}{16}}$ $x + \frac{7}{4} = \pm \frac{5}{4}$ $x_1 = -\frac{7}{4} + \frac{5}{4} = -\frac{1}{2}$ $x_2 = -\frac{7}{4} - \frac{5}{4} = -3$ $x_1 = -\frac{1}{2}$ atau $x_2 = -3$ Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{-\frac{1}{2}, -3\}$



Ayo Kita Menanya

Terkait dengan fokus perhatian di atas, coba buatlah pertanyaan yang memuat suatu persamaan kuadrat $x^2 - b^2 = 0$ dan $ax^2 + bx + c = 0$ dengan a , b , dan c tertentu (kalian tentukan sendiri).

Misal: Jika terdapat persamaan kuadrat $x^2 - 5x + 7 = 1$.

"manakah cara yang paling mudah untuk menentukan nilai dari persamaan kuadrat tersebut antara menggunakan cara memfaktoran dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna?"



Ayo Kita Menggali Informasi

Untuk memperkuat pemahaman kalian tentang persamaan kuadrat, coba kalian gali beberapa informasi dari buku referensi matematika atau internet tentang hal berikut.

1. Carilah persamaan kuadrat (minimal 3) yang mempunyai akar -1 dan 1 .
2. Cara menentukan akar persamaan kuadrat dengan rumus kuadrat.



Sedikit Informasi

Mungkin kalian pernah mendengar kata **Diskriminan**. Diskriminan (**D**) pada persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan $a \neq 0$? yaitu $D = b^2 - 4ac$



Contoh 2.10

Tentukan diskriminan dan pada persamaan kuadrat berikut.

- a. $x^2 + 2x - 8 = 0$
- b. $-2x^2 + 3x + 5 = 0$



Alternatif Penyelesaian

Diskriminan $D = b^2 - 4ac$

$$\begin{array}{ll}
 \text{a. } D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-8) & \text{b. } D = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 5 \\
 = 4 + 32 & = 9 - 40 \\
 = 36 \quad (D > 0) & = -31 \quad (D < 0)
 \end{array}$$

Kalian dapat mengidentifikasi jenis selesaian pada suatu persamaan kuadrat dengan memperhatikan diskriminannya.



Ayo Kita Menalar

Berdasarkan hasil pengamatan kalian dan informasi yang kalian dapatkan. Gunakan nalar kalian untuk memperdalam pemahaman, ayo nalarkan hal berikut. Lengkapi tabel berikut.

Tabel 2.5. Diskriminan dan selesaian akar persamaan kuadrat.

Persamaan kuadrat	Diskriminan	Himpunan Selesaian
$x^2 + 5x + 6 = 0$	1	$\{-2, -3\}$
$2x^2 - 5x - 3 = 0$
$x^2 + 2x + 1 = 0$	0	$\{-1\}$
$x^2 - 4 = 0$...	$\{2, -2\}$
$9x^2 - 6x + 1 = 0$	0	...
$x^2 + x + 1 = 0$	-3	$\{\}$
$2x^2 + 2x + 1 = 0$

Kelompokkan jenis-jenis selesaian persamaan kuadrat yang kalian temukan berdasarkan diskriminannya.

Tuliskan kesimpulan yang kalian peroleh pada buku tulis kalian.



Ayo Kita Berbagi

Setelah kalian menuliskan pengamatanmu, silahkan berbagi dengan teman sebangku. Periksa apakah keduanya memiliki makna yang sama. Secara santun, silahkan saling berkomentar, menanggapi komentar, memberikan usul dan menyepakati kalimat-kalimat yang paling tepat.



Latihan 2.2

1. Tentukan akar persamaan berikut.
 - a. $x^2 - 1 = 0$
 - b. $4x^2 + 4x + 1 = 0$
 - c. $-3x^2 - 5x + 2 = 0$
 - d. $2x^2 - x - 3 = 0$
 - e. $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$
2. Tentukan nilai diskriminan pada setiap persamaan no. 1.
3. Jika nilai diskriminan persamaan kuadrat $3x^2 - 5x + c = 0$ adalah 49, maka tentukan nilai c .
4. Persamaan $2x^2 + qx + (q - 1) = 0$ mempunyai akar – akar x_1 dan x_2 .
Jika $x_1^2 + x_2^2 = 4$, maka tentukan nilai q .
5. Persamaan $(1 - m)x^2 + (8 - 2m)x + 12 = 0$ mempunyai akar kembar, maka nilai m .
6. Jika salah satu akar persamaan kuadrat $2x^2 - (3a - 1)x + 5a + 4 = 0$ adalah 2, berapakah nilai a ?



**Sedikit
Informasi**

Penerapan Persamaan Kuadrat dalam Masalah Nyata

Kalian telah mempelajari tentang persamaan kuadrat. Coba aplikasikan persamaan kuadrat tersebut untuk menyelesaikan masalah sehari-hari. Amatilah contoh berikut.



Masalah 2.3

Luas sebidang tanah berbentuk persegi panjang adalah 4.320 m^2 . Jika panjang tanah itu 12 m lebih panjang daripada lebarnya, berapakah panjang dan lebar sebidang tanah tersebut?



Alternatif Pemecahan Masalah

Misalnya panjang tanah = p meter
 lebar tanah = x meter
 maka $p = (12 + x)$ meter

$$\begin{aligned} \text{Luas tanah} &= x \times p \\ 4.320 &= x \times p \\ 4.320 &= x \times (12 + x) \end{aligned}$$

$$x^2 + 12x - 4320 = 0$$

$$(x + 72)(x - 60) = 0$$

$$x + 72 = 0 \quad \text{atau} \quad x - 60 = 0$$

$$x_1 = -72 \quad \text{atau} \quad x_2 = 60$$

Karena ukuran panjang pada sebidang tanah tidak pernah negatif, maka x yang memenuhi adalah $x = 60$.

Untuk $x = 60$ maka panjang tanah adalah $x + 12 = 72$

Jadi, panjang dan lebar tanah tersebut adalah 72 meter dan 60 meter.



Masalah 2.4

Keliling suatu taman kota yang berbentuk persegi panjang adalah 90 m.
 Jika luas taman 450 m^2 ,
 berapa panjang dan lebarnya?





Alternatif Pemecahan Masalah

Misalnya panjang tanah = p meter

$$\text{panjang} + \text{lebar} = \frac{1}{2} \text{ keliling}$$

$$\text{maka } p = (12 + x) \text{ meter}$$

$$\text{lebar} = 45 - p$$

Persamaan : Panjang \times lebar = Luas

$$p(45 - p) = 450$$

$$45p - p^2 = 450$$

$$p^2 - 45p + 450 = 0$$

$$(p - 15)(p - 30) = 0$$

$$p - 15 = 0 \text{ atau } p - 30 = 0$$

$$p = 15 \text{ atau } p = 30$$

Untuk $p = 15$, maka lebar adalah $45 - 15 = 30$

Untuk $p = 30$, maka lebar adalah $45 - 30 = 15$

Jadi panjang dan lebar taman kota adalah 30 m dan 15 m.



Contoh 2.11

Jika saya menambahkan 6 cm pada salah satu sisi suatu persegi, dan menambahkan 4 cm pada sisi yang lain, saya memperoleh persegipanjang yang luasnya sama dengan dua kali luas persegi semula. Berapakah panjang sisi persegi semula?



Penyelesaian

Jika kita misalkan panjang sisi persegi semula adalah s , maka informasi yang kita dapatkan dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$(s + 6) \times (s + 4) = 2 \times s^2$$

$$s^2 + 10s + 24 = 2s^2$$

$$0 = s^2 - 10s - 24$$

$$0 = (s - 12)(s + 2)$$

$$s - 12 = 0 \text{ atau } s + 2 = 0$$

$$s = 12 \text{ atau } s = -2$$

karena ukuran panjang tidak mungkin negatif, maka panjang persegi semula adalah 12 cm.



Tugas Projek 2

Carilah teman pasangan untuk mendiskusikan tugas berikut.

Temukan 3 masalah lain yang terkait persamaan kuadrat dan selesaiannya dalam kehidupan sehari-hari.

Tuliskan jawaban kalian pada lembar kertas dengan rapi dan lengkap. Kemudian pajangkan hasil proyek kalian pada papan pemajangan.



Merangkum 2

Kalian telah mempelajari tentang persamaan kuadrat dan aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari. Jawablah beberapa pertanyaan berikut untuk memantapkan hal penting yang perlu diperhatikan pada materi persamaan kuadrat.

1. Jelaskan dengan contoh soal tentang 3 cara untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat.
2. Jelaskan tentang deskriminan pada persamaan kuadrat.

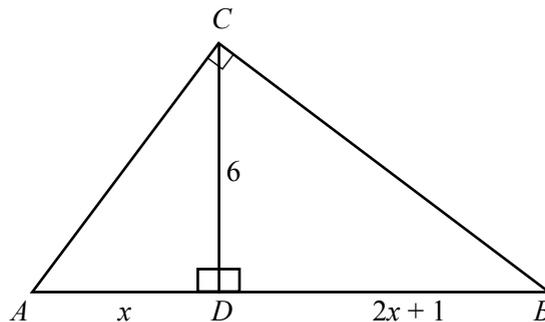


Uji Kompetensi 2

Selesaikan soal berikut dengan teliti.

1. Ubahlah persamaan $3x^2 = 2x - 4$ dalam bentuk umum persamaan kuadrat .
2. Carilah himpunan penyelesaian dari persamaan kuadrat berikut.
 - a. $x^2 - 5x + 6 = 0$
 - b. $x^2 + 2x - 15 = 0$
 - c. $x^2 + 4x - 12 = 0$
3. Bagaimana bentuk persamaan kuadrat yang akar-akarnya 2 dan 5?
4. Nyatakan persamaan $2(x^2 + 1) = x(x + 3)$ dalam bentuk umum persamaan kuadrat .
5. Tentukan himpunan penyelesaian persamaan kuadrat $2x^2 - 5x - 3 = 0$, jika $x \in R$.
6. Jumlah dua bilangan cacah adalah 12. Jika hasil kali dua bilangan itu 35. Tentukan kedua bilangan cacah yang dimaksud .
7. Persamaan kuadrat $x^2 - 5x + 6 = 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $x_1 - 3$ dan $x_2 - 3$ adalah....

8. Akar-akar persamaan $2x^2 - 6x + 2m - 1 = 0$ adalah α dan β . Jika $\alpha = 2\beta$, maka nilai m adalah.....
9. Jika p dan q adalah akar-akar persamaan $x^2 - 5x - 1 = 0$, maka persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $2p + 1$ dan $2q + 1$ adalah...
10. Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + (a - 1)x + 2 = 0$ adalah α dan β .
Jika $\alpha = 2\beta$ dan $a > 0$ maka nilai a ?
11. perhatikan gambar di bawah ini.



Segitiga ACB siku-siku di C . Jika $BD = (2x + 1)$ cm, $AD = x$, dan $CD = 6$ cm, tentukan panjang BD .

12. Persamaan kuadrat $x^2 + ax - b = 0$ mempunyai akar-akar dengan perbandingan $x_1 : x_2 = 5 : 1$. jika $a + b = 1$, maka tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya a dan $-b$.
13. Keliling sebuah kebun yang berbentuk persegi panjang adalah 70 m. Jika luas kebun tersebut adalah 300 m^2 , berapakah panjang diagonal kebun tersebut?



Sumber: untubogang.blogdetik.com



Bab 3

Lingkaran



Kata Kunci

- *Lingkaran*
- *Busur*
- *Juring*
- *pi (π)*



Kompetensi Dasar

1. *Mengidentifikasi unsur, keliling, dan luas dari lingkaran.*
2. *Menentukan hubungan sudut pusat, panjang busur, dan luas juring.*
3. *Menyelesaikan permasalahan nyata yang terkait penerapan hubungan sudut pusat, panjang busur, dan luas juring.*

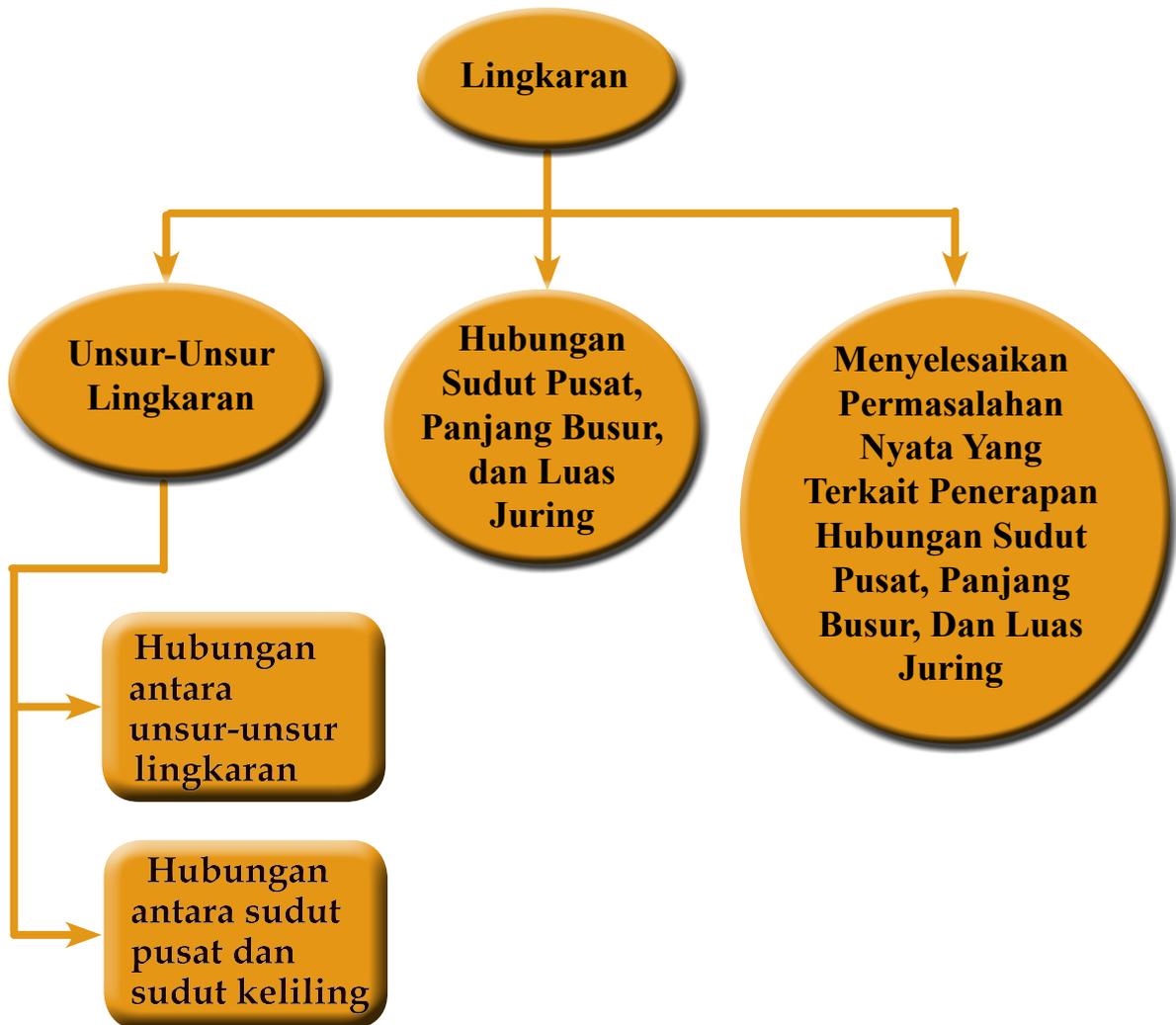


Pengalaman Belajar

1. *Mengidentifikasi unsur-unsur lingkaran.*
2. *Memahami hubungan antar unsur pada lingkaran.*
3. *Mengidentifikasi luas juring dan panjang busur lingkaran.*
4. *Menentukan hubungan sudut pusat dengan panjang busur.*
5. *Menentukan hubungan sudut pusat dengan luas juring.*
6. *Menentukan hubungan sudut pusat dengan sudut keliling.*
7. *Menyelesaikan permasalahan nyata yang terkait penerapan hubungan sudut pusat, panjang busur, dan luas juring.*



Lingkaran adalah salah satu bentuk geometri datar yang banyak kita temui dan kita manfaatkan dalam kehidupan sehari-hari. Lingkaran berguna dalam banyak bidang kehidupan, misal: olah raga, arsitektur, dan teknologi. Banyak alat olah raga yang memanfaatkan bentuk lingkaran seperti pada bentuk lapangan silat, papan target panahan, dan keranjang basket. Bagi seorang arsitek, bentuk lingkaran dinilai memiliki bentuk yang indah untuk mendekorasi rumah, maupun gedung perkantoran. Seperti bentuk pintu, jendela, atap rumah. Kemudian, pada bidang teknologi bentuk lingkaran juga sering kita jumpai, seperti roda mobil, roda motor, setir mobil memanfaatkan bentuk lingkaran.





**Zu Chongzhi
(429 - 500 M)**

Zu Chungzhi lahir di kota Jiankang (Nanjing), Tiongkok pada tahun 429M. Sejak kecil ia sangat cerdas dan suka pengetahuan di bidang matematika dan astronomi. Pada tahun 464, Zu Chungzhi mulai tertarik untuk menemukan bilangan π . Dari sekian ahli matematika Tiongkok yang berupaya menemukan bilangan π , Zu Chungzhi mampu menemukan bilangan yang paling akurat dengan π yang saat ini kita gunakan.

Sebelum Zu Chungzhi, ahli matematika Tiongkok Liu Hui mengajukan cara ilmiah untuk menghitung π , dengan panjang keliling poligon beraturan di dalam lingkaran untuk mendekati panjang keliling lingkaran yang asli. Dengan cara ini Liu Hui berhasil menemukan π sampai 4 angka dibelakang koma. Sedangkan melalui penelitian pada

abad ke-50, Zu Chungzhi mampu menemukan bilangan π dengan ketelitian sampai 6 angka di belakang koma dibandingkan dengan bilangan π saat ini. Zu Chungzhi juga menemukan nilai mirip π dalam bentuk bilangan pecahan $\frac{355}{113}$.

Teladan yang bisa dicontoh dari Zu Chungzhi antara lain:

Zu Chungzhi adalah seorang yang tekun dan gigih dalam berusaha. Meskipun orang-orang sebelumnya sudah menemukan π yang sudah mendekati, Zu Chungzhi tetap gigih berusaha untuk menemukan π yang lebih mendekati.

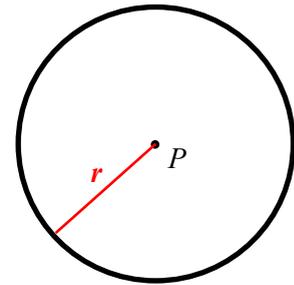
Sebagai seorang Tiongkok, Zu Chungzhi punya keingintahuan terhadap ilmu pengetahuan yang besar. Selain menemukan π , Zu Chungzhi juga banyak menemukan penemuan di bidang astronomi.

A Unsur-Unsur Lingkaran

Lingkaran adalah himpunan semua titik-titik pada bidang datar yang berjarak sama terhadap suatu titik tertentu, yang disebut **titik pusat**. Jarak yang sama tersebut disebut **jari-jari**.

Lingkaran adalah salah satu kurva tutup sederhana yang membagi bidang menjadi dua bagian, yaitu bagian dalam dan bagian luar lingkaran.

Nama lingkaran biasanya sesuai dengan nama titik pusatnya. Pada gambar di samping contoh bentuk lingkaran P . Jarak yang tetap antara titik pada lingkaran dengan pusat lingkaran dinamakan jari-jari, biasanya disimbolkan r .



Selain titik pusat dan jari-jari, masih banyak istilah yang berkaitan dengan lingkaran yang akan kita pelajari pada Kegiatan 1. Dengan pemahaman tentang istilah-istilah tersebut kalian bisa memecahkan berbagai masalah yang terkait dengan lingkaran.

Seperti yang diungkapkan pada pengantar Bab Lingkaran, bentuk-bentuk lingkaran banyak kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari. Berikut ini beberapa masalah sehari-hari yang berkaitan dengan lingkaran. Bisakah kalian menemukan solusinya?

? Masalah 3.1



Sumber pusathalal.com

Gambar 2.1 Tukang kayu

Seorang tukang kayu yang membuat peralatan rumah tangga, perlu untuk memotong papan yang berbentuk persegi atau persegi panjang menjadi lingkaran. Tukang kayu tersebut menemui masalah untuk menentukan titik pusat lingkaran yang akan dibuat. Dapatkah kalian membantu tukang kayu agar mendapatkan bentuk lingkaran sebesar mungkin dari papan-papan tersebut?

! Alternatif Pemecahan Masalah

Langkah 1: Sketsalah bentuk persegi pada papan tersebut

Langkah 2: Gambarlah kedua diagonal persegi tersebut hingga bertemu di satu titik.

Langkah 3: Lingkaran bisa digambar dengan pusat titik tersebut dan jari-jari setengah panjang sisi persegi

Masalah 3.2

Gambar 3.2 di samping adalah foto salah satu peninggalan sejarah, yaitu *stonehenge* yang berada di Inggris. Seorang arkeolog menduga, bentuk utuh *stonehenge* adalah lingkaran. Namun dia tidak bisa menentukan berapakah jari-jari lingkaran dari susunan *stonehenge*, karena bentuknya hanya berupa busur. Andaikan kalian menjadi penemu tersebut, apa yang kalian lakukan untuk menentukan posisi titik pusat *stonehenge* dan membuat sketsa lingkaran.



Sumber: jonosbrothers.wordpress.com

Gambar 3.2 Stonehenge

Alternatif Pemecahan Masalah

- Langkah 1:** Buatlah sketsa dari bentuk *stonehenge* tersebut.
- Langkah 2:** Buatlah dua ruas garis lurus yang terbentuk dari dua pasang titik pada lingkaran.
- Langkah 3:** Buatlah garis bagi tegak lurus pada kedua ruas garis yang kalian buat. Kedua garis bagi tersebut berpotongan tepat di satu titik. Titik tersebut adalah titik pusat lingkaran.
- Langkah 4:** Ukurlah jarak antara titik pusat tersebut dengan suatu titik pada lingkaran, yang selanjutnya disebut jari-jari.
- Langkah 5:** Dengan titik pusat dan jari-jari tersebut kalian bisa menggambar ukuran utuh *stonehenge*.

Dari dua contoh permasalahan tersebut telah disajikan manfaat lingkaran dalam kehidupan tukang kayu dan arkeolog. Untuk mengikuti langkah-langkah tersebut tentunya bukan permasalahan yang susah. Masalahnya adalah “Mengapa langkah-langkah tersebut benar?”. Untuk menjawab pertanyaan tersebut, kalian harus memahami istilah-istilah yang terkait dengan lingkaran, selanjutnya disebut **unsur-unsur lingkaran**. Masih banyak lagi permasalahan yang bisa kalian cari solusinya dengan memahami unsur-unsur lingkaran. Pada Kegiatan 3.1, kalian akan melakukan aktifitas untuk memahami beberapa unsur lingkaran serta hubungan antar beberapa unsur lingkaran.



Kegiatan 3.1

Mengidentifikasi Unsur-unsur Lingkaran

Pengalaman belajar yang diharapkan setelah kalian melakukan kegiatan 3.1 adalah:

1. Mampu mendefinisikan unsur-unsur lingkaran dengan kalimat sendiri
2. Mampu memahami hubungan antar unsur-unsur lingkaran
3. Mampu menyelesaikan permasalahan yang terkait dengan unsur-unsur lingkaran

Kata unsur-unsur lingkaran dalam bahasan ini adalah istilah yang terkait dengan lingkaran. Unsur-unsur yang akan kita pelajari pada kegiatan 1 ini antara lain :

- a. Unsur lingkaran berupa garis (atau ruas garis): busur (busur besar, busur kecil), tali busur, jari-jari, diameter, apotema.
- b. Unsur lingkaran berupa luasan : Juring, tembereng

Berikut disajikan bentuk masing-masing unsur lingkaran yang dimaksud di atas. Perhatikan bagian dengan tanda warna merah, serta ciri-ciri dari setiap unsur tersebut. Silakan kalian merangkai kalimat dari pemahaman kalian terhadap gambar dan ciri-ciri yang disajikan berikut.



*Ayo
Kita Amati*

- a. Unsur-unsur lingkaran yang berupa garis dan ciri-cirinya

Busur

Ciri-ciri

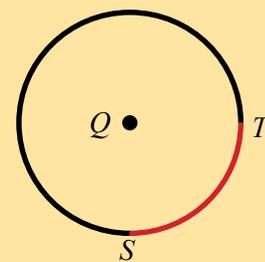
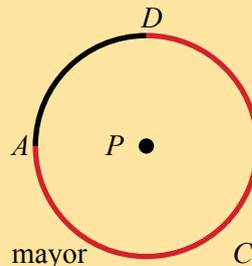
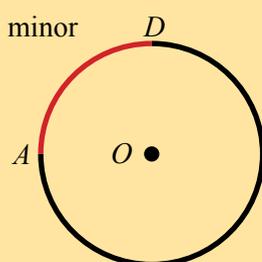
- ◆ Berupa kurva lengkung
- ◆ Berhimpit dengan lingkaran
- ◆ Jika kurang dari setengah lingkaran (busur minor)

Jika lebih dari setengah lingkaran (busur mayor)

Keterangan :

Untuk selanjutnya, jika tidak disebutkan mayor atau minor, maka yang dimaksud adalah minor.

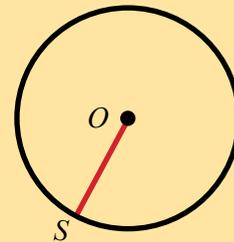
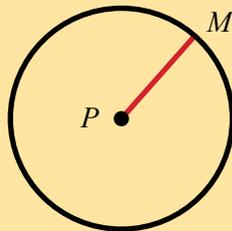
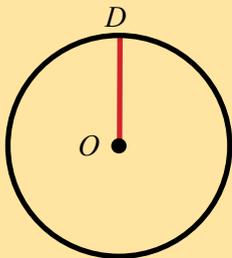
Simbol : \widehat{AD} , \widehat{ACD} , dan \widehat{ST}



Jari-jari

Ciri-ciri

- ◆ Berupa ruas garis
 - ◆ Menghubungkan titik pada lingkaran dengan titik pusat
- Penulisan simbol : \overline{OD} , \overline{PM} , dan \overline{QS} .

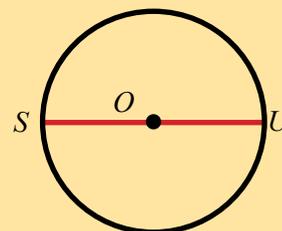
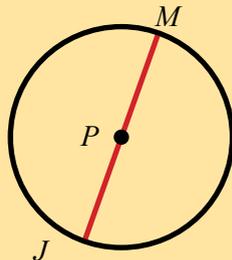
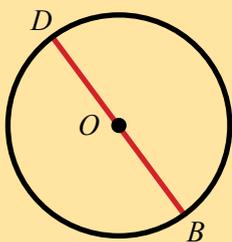


Diameter

Ciri-ciri

- ◆ Berupa ruas garis
- ◆ Menghubungkan dua titik pada lingkaran

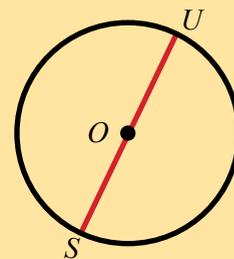
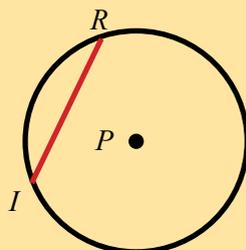
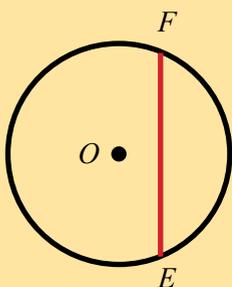
Melalui titik pusat lingkaran



Tali busur

Ciri-ciri

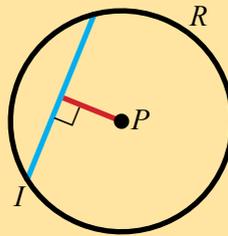
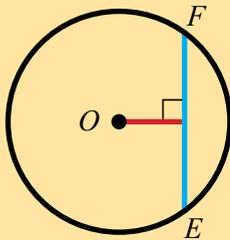
- ◆ Berupa ruas garis
- ◆ Menghubungkan dua titik pada lingkaran



Apotema

Ciri-ciri

- ◆ Berupa ruas garis
- ◆ Menghubungkan titik pusat dengan satu titik di tali busur
- ◆ Tegak lurus dengan tali busur



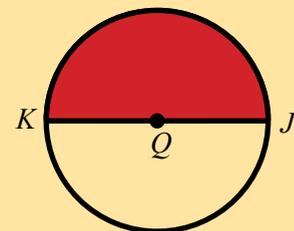
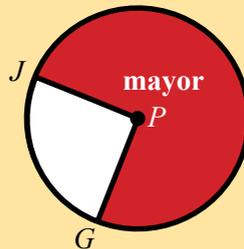
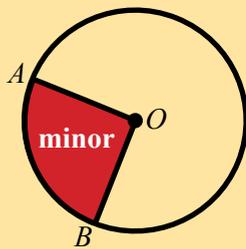
Tidak memiliki apotema terhadap tali busur SU (di Gambar tali busur)

B. Unsur-unsur Lingkaran yang Berupa Luasan dan Ciri-cirinya

Juring

Ciri-ciri

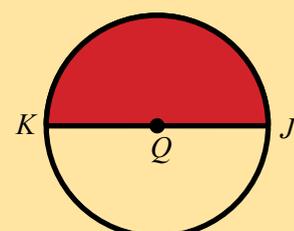
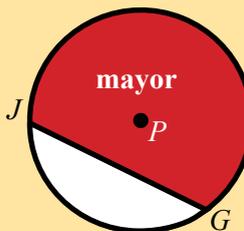
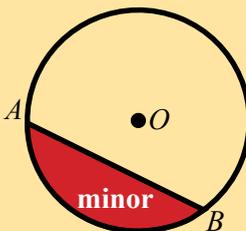
- ◆ Berupa daerah di dalam lingkaran
- ◆ Dibatasi oleh dua jari-jari dan satu busur lingkaran
- ◆ Jari-jari yang membatasi memuat titik ujung busur lingkaran



Tembereng

Ciri-ciri

- ◆ Berupa daerah di dalam lingkaran
- ◆ Dibatasi oleh talibusur dan busur lingkaran

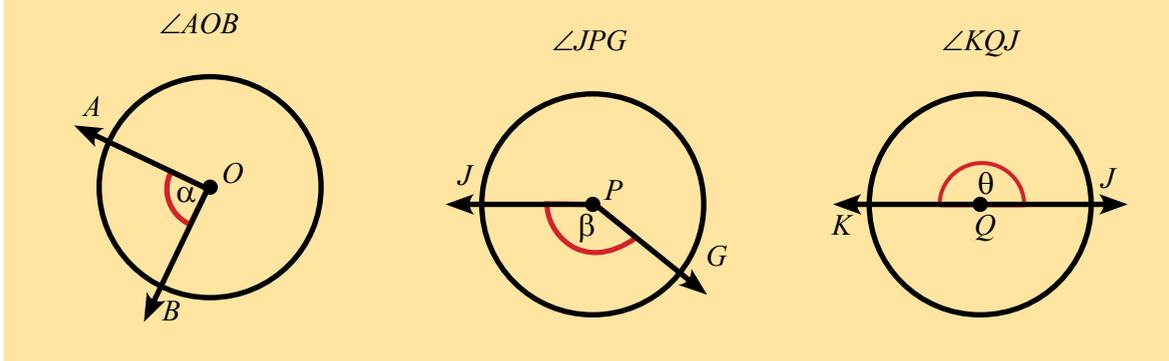


Selain istilah yang disajikan, ada satu istilah lagi yang erat kaitannya dengan lingkaran, yaitu sudut pusat. Perhatikan gambar dan ciri-cirinya berikut.

Sudut pusat (α , β , θ)

Ciri-ciri

- ◆ Terbentuk dari dua sinar garis (kaki sudut)
- ◆ Kaki sudut berhimpit dengan jari-jari lingkaran
- ◆ Titik sudut berhimpit dengan titik pusat lingkaran



Dari pengamatan kalian pada gambar-gambar unsur-unsur lingkaran, rangkailah pengertian tiap unsur tersebut dengan kalimat kalian sendiri. (jangan takut salah)

1. Busur adalah ...
2. Tali busur adalah
3. Jari-jari adalah
4. Diameter adalah
5. Apotema adalah
6. Juring adalah
7. Tembereng adalah
8. Sudut pusat adalah

Dengan mengamati dari sudut pandang lain ciri-ciri unsur-unsur tersebut, kalian bisa membuat pengertian berbeda dari suatu unsur namun tetap memiliki makna sama. Untuk istilah busur, juring, tembereng, maupun sudut, jika tidak disebutkan secara spesifik minor atau mayor, maka kita sepakati minor.



Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba tuliskan pertanyaan tentang hal yang ingin kalian ketahui jawabannya. Buatlah pertanyaan yang memuat kata “unsur lingkaran”, atau salah satu dari unsur lingkaran yang disajikan pada kegiatan **Ayo Kita Amati**.



Ayo Kita Menggali Informasi

Coba kalian kaitkan pengertian masing-masing unsur lingkaran yang kalian buat tadi dengan hubungan beberapa pasangan unsur berikut.

Tabel 3.1 Hubungan Antar Unsur-unsur Lingkaran

Unsur 1	Unsur 2	Hubungan
Diameter	Jari-jari	Panjang diameter adalah 2 kali panjang jari-jari
Busur kecil	Busur besar (yang bersesuaian dengan busur kecil)	Jumlah panjang busur besar dengan busur kecil sama dengan keliling lingkaran
Busur	Keliling lingkaran	Busur adalah bagian dari keliling lingkaran. Atau Keliling lingkaran adalah busur terbesar
Tali busur	Diameter	Diameter adalah tali busur terpanjang.
Apotema	Tali Busur	Apotema selalu tegak lurus dengan suatu tali busur
Juring	Tembereng	Luas tembereng sama dengan luas juring dikurangi segitiga yang sisinya adalah dua jari-jari yang membatasi juring dan tali busur pembatas tembereng.
Sudut pusat	Juring	Luas juring sebanding dengan besar sudut pusat lingkaran (akan ditemukan di kegiatan 3.3)
Sudut pusat	Busur	Panjang busur sebanding dengan sudut pusat lingkaran (akan ditemukan di kegiatan 3.3)

Kritisi hubungan pada Tabel 3.1. Mungkin kalian bisa menemukan hubungan lain yang berbeda. Silakan kalian sebutkan suatu hubungan unsur-unsur pada lingkaran yang belum ada pada Tabel di atas.



Ayo Kita Menalar

1. Apakah setiap tali busur adalah diameter? Jelaskan.
2. Apakah setiap diameter adalah tali busur? Jelaskan.
3. Apakah lingkaran adalah busur? Jelaskan.
4. Pada tali busur yang bagaimana tidak memiliki pasangan apotema? Jelaskan.
5. Misalkan diketahui suatu lingkaran, Bagaimana cara kalian menentukan titik pusatnya? Jelaskan.



Ayo Kita Berbagi

Presentasikan hasil dari kegiatan menalar yang kamu peroleh kepada temanmu sekelas. Sajikan pula pengertian dari unsur-unsur lingkaran dengan bahasamu sendiri.



Latihan 3.1

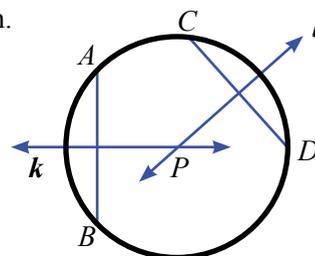
1. Tentukan jari-jari lingkaran yang diketahui diameternya adalah 13 cm.
2. Diketahui panjang jari-jari lingkaran O adalah 0,35 cm. Tentukan panjang diameternya.
3. Apakah perpotongan dua diameter selalu di titik pusat? Jelaskan.
4. Perhatikan gambar di samping.

Garis adalah garis sumbu tali busur AB .

Garis adalah garis sumbu tali busur CD .

Titik P adalah perpotongan garis sumbu k dan l .

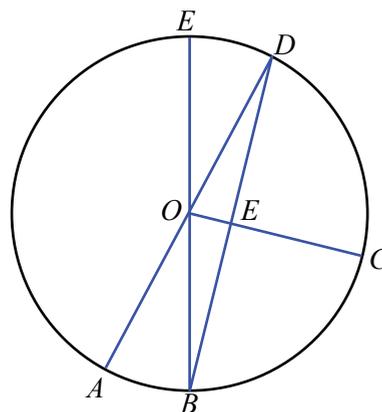
Benarkah perpotongan kedua garis sumbu tersebut tepat di titik pusat? Jelaskan.



5. Adakah tali busur yang lebih panjang dari diameter? Jelaskan
6. Apakah panjang apotema bisa lebih dari jari-jari? Jelaskan.
7. Perhatikan gambar di samping.

Sebutkan maksimal 5 bagian yang disebut

- a. Jari-jari
- b. Diameter
- c. Tali busur
- d. Juring
- e. Busur
- f. Tembereng
- g. Apotema



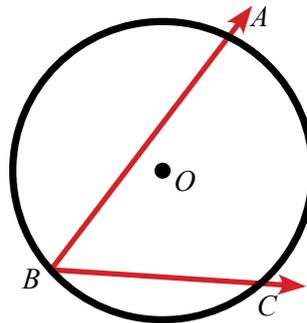
8. Dibutuhkan berapa diameter untuk membagi suatu lingkaran menjadi 32 bagian?
9. Seorang membagi daerah di dalam lingkaran dengan menggambar 6 tali busur. Berapa daerah terbanyak yang bisa dibuat? Jelaskan.
10. Bu Erna memiliki suatu kue berbentuk lingkaran. Bu Erna ingin membagi kue-kue tersebut menjadi 8 bagian yang sama dengan sebuah pisau. Tentukan berapa kali paling sedikit Bu Erna memotong kue tersebut. Jelaskan.

B

Sudut Pusat Dan Sudut Keliling

Pada kegiatan 1 kalian sudah mengenal tentang istilah sudut pusat dan ciri-cirinya. Pada kegiatan 2 ini kalian akan diperkenalkan dengan satu unsur lagi, yaitu sudut keliling.

Sudut keliling adalah sudut yang kaki sudutnya berhimpit dengan tali busur, dan titik pusatnya berhimpit dengan suatu titik pada lingkaran.



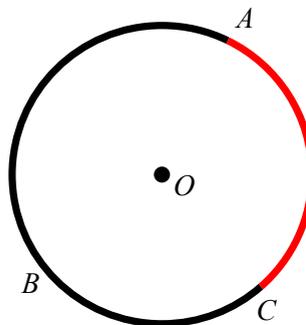
Gambar 3.3 Sudut keliling ABC



Diskusikan

1. Apakah ada sudut keliling yang kaki sudutnya adalah suatu diameter dan suatu tali busur lingkaran? jelaskan.
2. Apakah ada sudut keliling yang kedua kaki sudutnya adalah diameter lingkaran?

Pada Gambar 3.3, bisa kita amati sudut keliling ABC pada lingkaran O . Kaki-kaki sudut ABC (sinar BA dan sinar BC) memotong lingkaran di titik A dan C . Dengan kata lain sudut keliling ABC menghadap busur AC . Tahukan kalian, antara sudut keliling dan sudut pusat yang menghadap busur sama mempunyai hubungan khusus. Mari mencari tahu hubungan tersebut melalui kegiatan 3.2 berikut.



Gambar 3.4 Busur AC

Kegiatan 3.2

Memahami Hubungan antara Sudut Pusat dengan Sudut Keliling yang Menghadap Busur Sama

Pengalaman belajar yang diharapkan setelah kalian melakukan kegiatan 2 adalah:

1. Menemukan hubungan antara sudut pusat dengan sudut keliling yang menghadap busur sama
2. Menemukan hubungan antar sudut keliling yang menghadap busur sama
3. Menemukan hubungan sudut yang saling berhadapan pada segi empat tali busur

Masalah 3.3

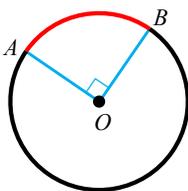
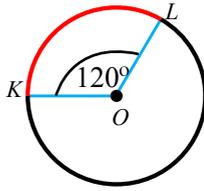
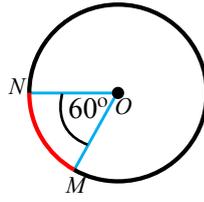
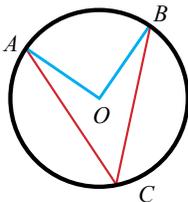
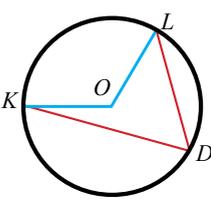
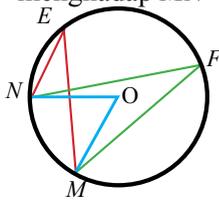
Pada Gambar 3.3, bisa kita amati sudut keliling ABC ($\angle ABC$) pada lingkaran O . Kaki-kaki $\angle ABC$ memotong lingkaran di titik A dan C . Dengan kata lain sudut keliling ABC menghadap busur AC (\widehat{AC}). Tahukan kalian, antara sudut keliling dan sudut pusat yang menghadap busur sama mempunyai hubungan khusus. Bagaimanakah hubungan tersebut?

Kalian akan mencoba memahami hubungan antar unsur-unsur tersebut dengan melakukan aktivitas melipat-lipat kertas. Oleh karena ini pastikan kalian sudah mempersiapkan alat dan bahan berikut:

1. 1 Jangka
2. 1 busur derajat,
3. 1 gunting,
4. 1 penggaris,
5. 6 lembar kertas HVS (boleh lebih).

Ayo Kita Amati

Tabel 3.2 Sudut Keliling dan Sudut Pusat yang Menghadap Busur Sama

Sudut pusat	$\angle AOB$ $m\angle AOB = 90^\circ$ menghadap \widehat{AB} 	$\angle KOL$ $m\angle KOL = 120^\circ$ menghadap \widehat{KL} 	$\angle MON$ $m\angle MON = 60^\circ$ menghadap \widehat{MN} 
Sudut keliling	$\angle ACB$ $m\angle ACB = \dots?$ menghadap \widehat{AB} 	$\angle KDL$ $m\angle KDL = \dots?$ menghadap \widehat{KL} 	$\angle MEN$ dan $\angle MFN$ $m\angle MEN = \dots?$ dan $m\angle MFN = \dots?$ menghadap \widehat{MN} 

Keterangan simbol " $m\angle \dots$ " menyatakan ukuran sudut, sedangkan " $\angle \dots$ " menyatakan nama sudut.



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian pada kegiatan mengamati, tuliskan pertanyaan tentang hal yang ingin kalian ketahui jawabannya.

Pertanyaan yang kalian buat adalah tentang hubungan “sudut pusat” dengan “sudut keliling”.

Contoh pertanyaan:

Jika diketahui $m = \angle AOB$ (sudut pusat) adalah 90° . Berapakah $m = \angle ACB$ (sudut keliling).



Ayo Kita Menggali Informasi

Sebelum kegiatan menggali informasi coba berikan ide kalian menentukan titik pusat suatu kertas yang berbentuk lingkaran.

Pada kegiatan **Ayo Kita Amati** kalian sudah mengamati tentang gambar sudut keliling dan sudut pusat yang menghadap busur sama. Yang menjadi permasalahan sekarang adalah :

- 1) Berapakah ukuran sudut keliling, jika sudut pusatnya diketahui?, atau
- 2) Berapakah ukuran sudut pusat, jika sudut kelilingnya diketahui?

Untuk mengetahui hubungan tersebut, kalian perlu mencarinya. Salah satu cara untuk mencari tahu hubungan antara sudut pusat dengan sudut keliling yang menghadap busur sama adalah dengan kegiatan melipat-lipat kertas. Ikuti kegiatan berikut.

1. Buatlah sketsa dua lingkaran dengan jari-jari sama (misal 5 cm), lalu guntinglah dengan rapi.
2. Lipatlah kedua lingkaran sehingga membentuk sudut pusat 90° . Lalu tandai 2 titik pada busur yang terbentuk misal titik *A* dan *B*.
3. Buka salah satu lipatan tersebut, lalu lipat membentuk sudut keliling tertentu yang masing-masing kaki sudutnya melalui titik *A* dan *B*. (*Keterangan: Misal kaki sudut satu melalui titik A, maka kaki sudut lainnya melalui titik B*)
4. Bandingkan besar sudut keliling dengan sudut pusat yang telah kalian buat.
5. Lakukan kembali langkah 1 sampai 4 untuk tiga sudut pusat berbeda.
6. Gunakan busur derajat untuk mengukur besar sudut pusat yang kalian buat.
7. Catatlah hasil percobaan kalian pada tabel berikut.

Ukuran sudut pusat	Ukuran sudut keliling	$\frac{\text{Ukuran sudut pusat}}{\text{Ukuran sudut keliling}}$

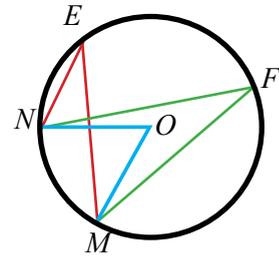
Dari data yang kalian catat, buatlah simpulan tentang hubungan sudut keliling dengan sudut pusat.



Ayo Kita Menalar

Perhatikan gambar ke enam pada kegiatan Ayo Kita Amati.

1. Pada gambar tersebut sebutkan sudut keliling yang terbentuk
2. Kedua sudut keliling serta sudut pusat menghadap busur yang sama, yaitu
3. Menurut kalian bagaimanakah hubungan antara kedua sudut keliling tersebut? Jelaskan.
4. Seandainya kalian membuat sebarang sudut keliling baru yang menghadap busur MN . Bagaimanakah hubungan antara sudut keliling baru tersebut dengan sudut keliling MEN dan MFN ?....
5. Seandainya kalian disuruh membuat semua sudut keliling yang menghadap busur MN . Berapa banyak sudut keliling yang bisa kalian buat?
6. Bagaimanakah hubungan antar semua sudut keliling tersebut? Jelaskan.
7. Bagaimanakah hubungan antara semua sudut keliling tersebut dengan sudut pusat yang menghadap busur yang sama? Jelaskan.
8. Seandainya kalian diberikan suatu kertas yang berbentuk lingkaran. Bagaimanakah cara kalian membuat sudut keliling yang besarnya tepat 90° dengan cara melipat-lipat kertas tersebut? Jelaskan langkah kalian.



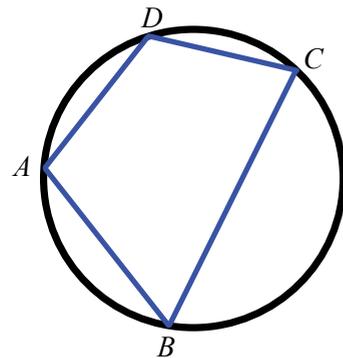
Segi Empat Tali Busur

Segi empat tali busur adalah segi empat yang keempat titik sudutnya berhimpit dengan suatu lingkaran.

Perhatikan segi empat tali busur $ABCD$ berikut.

Dengan kegiatan menalar berikut, diharapkan kalian mampu menemukan hubungan antara dua sudut yang saling berhadapan.

1. Segi empat tali busur $ABCD$ tersusun atas dua pasang sudut keliling yang saling berhadapan. Tuliskan kedua pasang sudut keliling tersebut.
2. Amati busur yang dihadapi oleh masing-masing sudut keliling yang saling berhadapan. Bagaimanakah kedua busur tersebut?
3. Kaitkan dengan hubungan sudut keliling dan sudut pusat yang telah kalian temukan. Lalu simpulkan hubungan antara dua sudut yang saling berhadapan pada segi empat tali busur tersebut.



Gambar 3.5 Segi empat tali busur $ABCD$



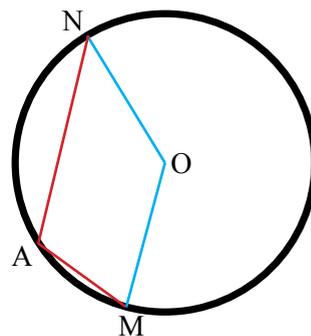
Ayo Kita Berbagi

Presentasi jawaban pada kegiatan menalar kalian pada teman-teman di kelas. Bandingkan dengan jawaban teman kalian yang lain.

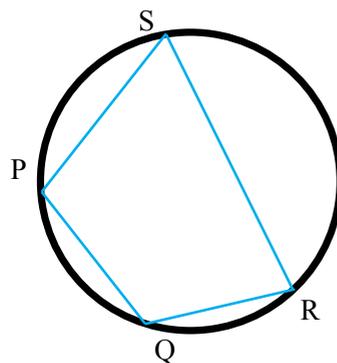


Latihan 3.2

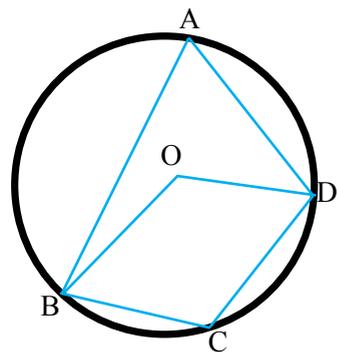
1. Suatu sudut keliling dan sudut pusat menghadap busur yang sama. Jika sudut pusat berukuran 130° maka besar sudut keliling tersebut adalah ...
2. Diketahui sudut pusat POQ dan sudut keliling PAQ . Besar sudut PAQ adalah 130° . Tentukan besar sudut POQ .
3. Perhatikan gambar di samping.
Diketahui besar $\angle MAN$ adalah 160° . Tentukan besar $\angle MON$.



4. Perhatikan segi empat $PQRS$ di samping.
Diketahui $m\angle PQR = 125^\circ$, $m\angle QRS = 78^\circ$
Tentukan $m\angle SPQ$ dan $m\angle RSP$.

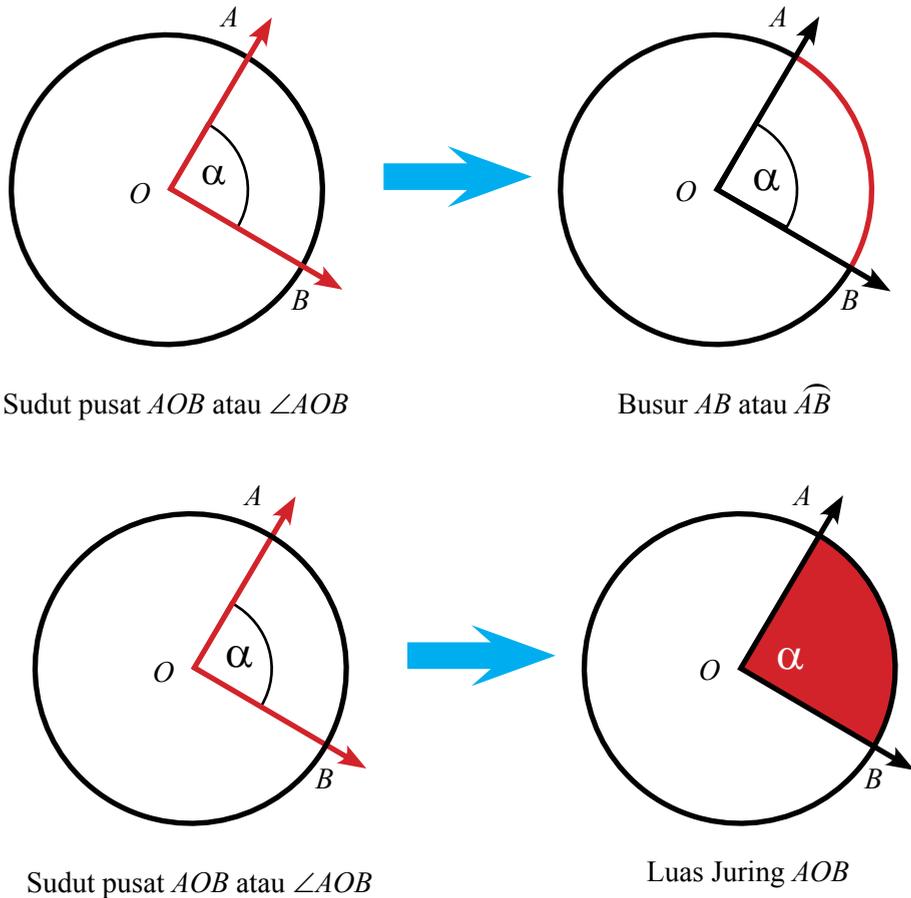


5. Perhatikan lingkaran O di samping.
Diketahui $m\angle BAD = x + 20^\circ$, $m\angle BCD = 3x$
Tentukan $m\angle BOD$ minor dan $m\angle BOD$ mayor.



C Panjang Busur dan Luas Juring Lingkaran

Pada Kegiatan 3.1 kalian sudah mendapatkan informasi tentang ciri-ciri sudut pusat, panjang busur, dan juring lingkaran. Panjang busur sebanding dengan sudut pusat yang menghadapnya. Begitupun luas juring sebanding dengan sudut pusat yang bersesuaian dengan juring tersebut. Perhatikan bagian yang berwarna merah pada gambar berikut.



Dari ilustrasi di atas kita bisa amati panjang busur AB bersesuaian dengan sudut pusat α , begitupun luas juring AOB bersesuaian dengan sudut pusat α . Ukuran sudut pusat lingkaran adalah antara 0° hingga 360° .

? Masalah 3.4

1. Apakah hubungan antara sudut pusat dengan panjang busur lingkaran?
2. Apakah hubungan antara sudut pusat dengan luas juring lingkaran?

Pada kegiatan 3, akan kita cari tahu hubungan antar sudut pusat dengan panjang busur, serta sudut pusat dengan luas juring.

Kegiatan 3.3

Memahami Hubungan Sudut Pusat dengan Panjang Busur dan Luas Juring

Pengalaman belajar yang diharapkan setelah kalian melakukan kegiatan 3.3 adalah:

1. Menentukan hubungan sudut pusat dengan panjang busur.
2. Menentukan hubungan sudut pusat dengan luas juring.

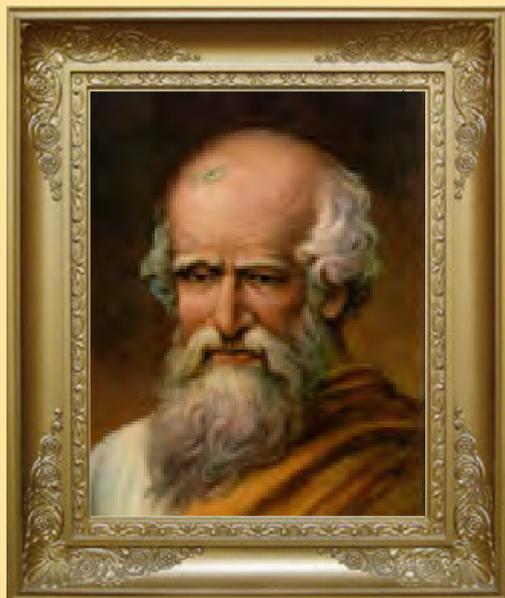
Masih ingat kah kalian dengan rumus keliling dan luas lingkaran yang sudah kalian peroleh ketika SD dulu.

Rumus keliling lingkaran yaitu ...

Rumus luas lingkaran yaitu ...

Mungkin, dulu kalian bertanya “Mengapa rumusnya seperti itu?”, atau “Dari manakah asal mula rumus itu?”. Dalam kedua rumus tersebut, terdapat suatu konstanta yang tentu, yaitu π (pi). Tahukah kamu dari manakah asal mula bilangan pi . Pada kegiatan ini kita akan mengetahui asal usul bilangan π , serta rumus keliling dan luas lingkaran.

Sejarah π (pi)



Sumber: camphalfblood.wikia.com

Gambar 3.3
Archimedes

Bilangan π adalah salah satu bilangan yang ditemukan sejak jaman dahulu. Bilangan itu menunjukkan perbandingan dari keliling terhadap diameter lingkaran.

Beberapa orang jaman dulu menggunakan bilangan 3 sebagai bilangan π . Bilangan itu jauh dari keakuratan, namun bilangan itu mudah untuk digunakan dalam perhitungan. Orang Babilonia menggunakan bilangan yang hampir akurat: $3 + \frac{1}{8}$. Kemudian orang Mesir kuno, yang diperkirakan

berusia 1650 Sebelum Masehi, menggunakan nilai π yaitu $4 \times \frac{8}{9} \times \frac{8}{9}$. Kemudian sekitar 250

Sebelum Masehi, seorang matematikawan Yunani terkenal bernama Archimedes menggunakan poligon sebagai bantuan untuk menemukan nilai π yaitu antara $\frac{223}{71}$ dan $\frac{22}{7}$.

Pada abad ke-50, seorang matematikawan Cina bernama Zu Chungzhi bilangan π yang lebih akurat daripada temuan Archimedes. Nilai ini tersebut adalah $\frac{355}{113}$, dan enam satuan desimal

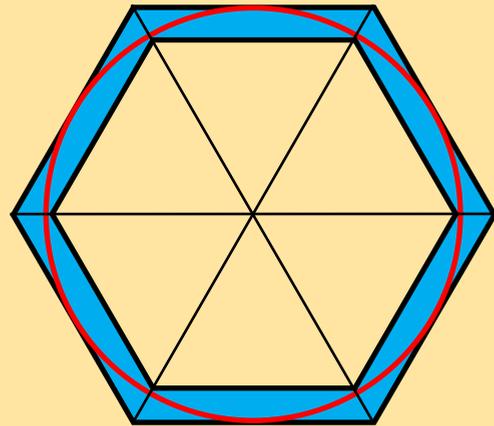
π seperti yang sekarang digunakan. Pada tahun 1400, seorang matematikawan Persia bernama Al Kashi menemukan nilai π hingga 16 digit desimal. Dia menggunakan strategi Archimedes, namun dia melipatgandakan sisinya 23 kali.

William Jones, seorang matematikawan Inggris, memperkenalkan simbol modern untuk “ π ” pada tahun 1700. Simbol “ π ” dipilih karena π di Yunani, pelafalan huruf π menyerupai huruf “ π ” singkatan perimeter (keliling lingkaran). Sejalan dengan berkembangnya teknologi, penemuan nilai π telah lebih dari 1 triliun digit di belakang koma.

Nilai konstanta π yang sekarang kita kenal adalah rasio antara keliling lingkaran dengan diameternya. Jika dinyatakan dengan symbol

$$\frac{K}{d} = \pi. \text{ Dengan kata lain } = \dots \times \dots. \text{ Karena } d = 2r,$$

maka hubungan tersebut dapat juga dinyatakan $K = \underline{\hspace{2cm}}$



Tugas Projek 3.1

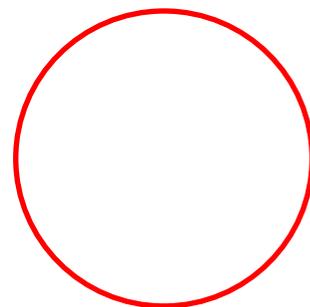
1. Lakukan percobaan untuk menemukan bilangan π dengan langkah-langkah sebagai berikut
 - a. Ukurlah keliling dan diameter benda di sekitar kalian yang berbentuk lingkaran
 - b. Hitunglah rasio (dalam bentuk bilangan desimal) keliling terhadap diameter dari pengukuran tersebut ($\frac{K}{d}$).
 - c. Lakukan langkah a dan b untuk minimal lima benda berbeda.
 - d. Amati rasio ($\frac{K}{d}$) dari kelima benda tersebut. Benarkah mendekati nilai π ?
2. Buatlah laporan yang menarik untuk dipajangkan.

Pada **kegiatan 3** ini kita akan mencari tahu hubungan antara luas lingkaran, sudut pusat, dan luas juring lingkaran, serta keliling lingkaran, sudut pusat, dan panjang busur lingkaran.



Ayo Kita Amati

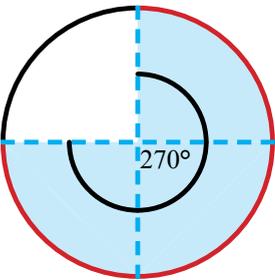
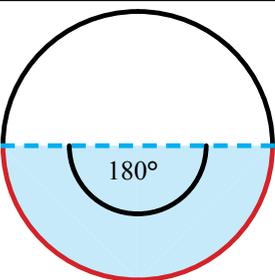
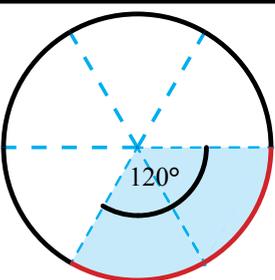
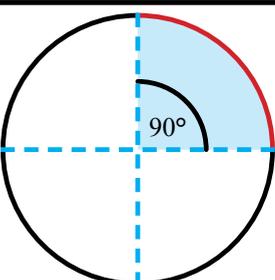
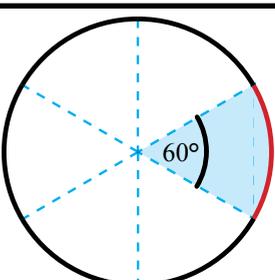
Menurut kalian berapakah keliling lingkaran di samping?



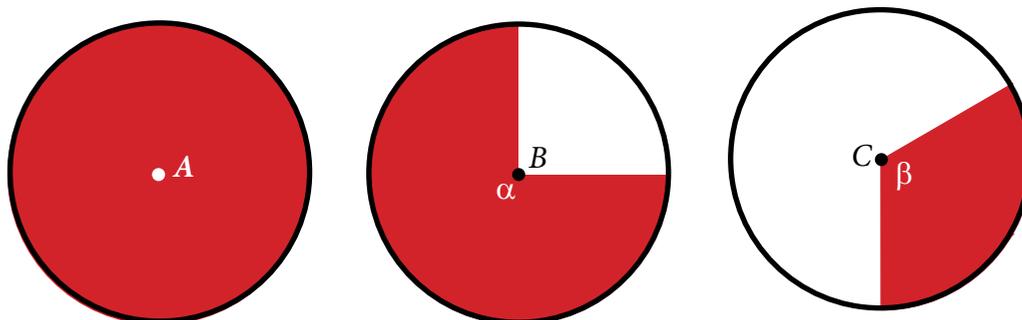
Bagaimana kalau yang ditanyakan adalah hanya busur dari lingkaran. Mari kita temukan rumus untuk menentukannya.

Amati garis yang berwarna merah adalah gambar panjang busur lingkaran yang bersesuaian dengan sudut pusatnya masing-masing. Lengkapi sel yang masih kosong, pada Tabel 3.3a.

Tabel 3.3a Panjang Busur Lingkaran

Gambar Busur	Rasio sudut pusat α terhadap 360°	Rasio panjang busur terhadap keliling lingkaran
	$\frac{\alpha}{360}$	$\frac{\text{panjang busur}}{\text{Keliling lingkaran}}$
	$\frac{270}{360} = \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$
		
		
		
		

Jika jari-jari dan sudut pusat ketiga gambar di bawah ini diketahui, dapatkah kalian menentukan luas ketiga daerah yang diwarnai merah?

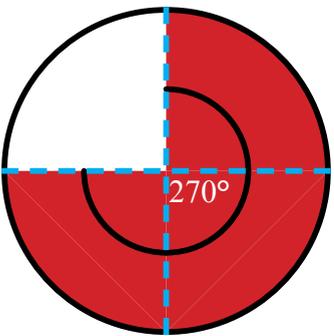
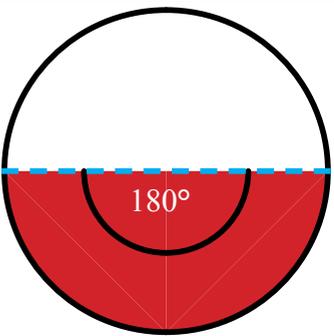


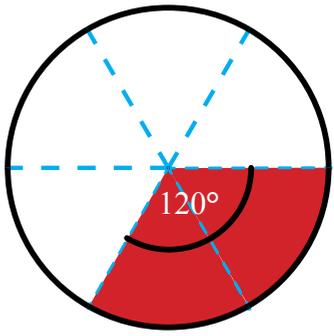
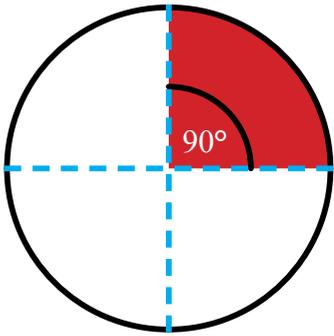
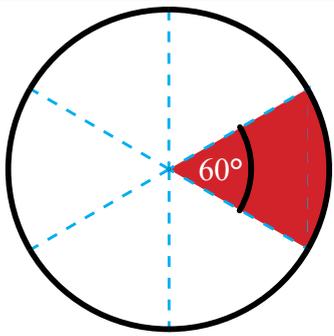
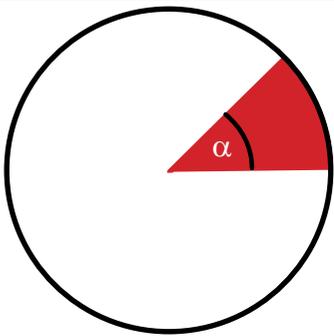
Untuk menentukan luas gambar *A* tentunya mudah. Kalian bisa menggunakan rumus luas lingkaran yang sudah kalian ketahui. Bagaimana dengan luas juring pada Lingkaran *B* dan Lingkaran *C*?

Mari kita temukan rumus untuk menentukan luas juring tersebut.

Berikut ini daerah yang berwarna merah adalah gambar juring lingkaran yang bersesuaian dengan sudut pusatnya masing-masing. Lengkapi sel yang masih kosong pada Tabel 3.3b berikut.

Tabel 3.3b Luas Juring Lingkaran

Gambar Busur	Rasio sudut pusat α terhadap 360°	Rasio luas juring terhadap keliling lingkaran
	$\frac{\alpha}{360}$	$\frac{\text{luas juring}}{\text{luas lingkaran}}$
		
		



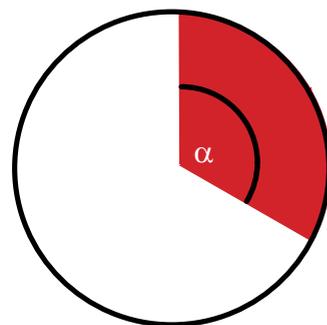
Dari pengamatan kalian terhadap Tabel 3.3a dan 3.3b, buatlah pertanyaan tentang hal yang penting untuk dipertanyakan.

Kalimat tanya sebaiknya terdapat kata “juring” atau “busur”.

Misal:

“Berapakah panjang busur lingkaran dengan sudut pusat α ?”

“Berapakah luas juring lingkaran yang sudut pusatnya 20° ?”





Ayo Kita Menggali Informasi

Ukuran sudut pusat satu lingkaran penuh adalah antara 0° sampai 360° . Kalau kita ingat kembali pada kegiatan 3.1, kita dapatkan informasi bahwa luas juring dan panjang busur sebanding dengan besarnya sudut pusat. Artinya semakin besar sudut pusat, semakin besar pula luas juring dan panjang busurnya.

Dari kegiatan mengamati di atas diperoleh ringkasan informasi seperti berikut. Lengkapi sel yang masih kosong pada Tabel 3.4.

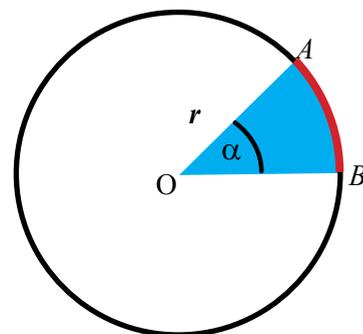
Tabel 3.4 Panjang busur dan Luas juring

Rasio sudut pusat α terhadap 360°	Rasio panjang busur terhadap keliling lingkaran	Rasio luas juring terhadap luas lingkaran
$\frac{\alpha}{360}$	$\frac{\text{panjang busur}}{\text{Keliling lingkaran}}$	$\frac{\text{luas juring}}{\text{luas lingkaran}}$
$\frac{270}{360}$		
$\frac{180}{360}$		
$\frac{90}{360}$		
$\frac{60}{360}$		
$\frac{30}{360}$		
$\frac{\alpha}{360}$		

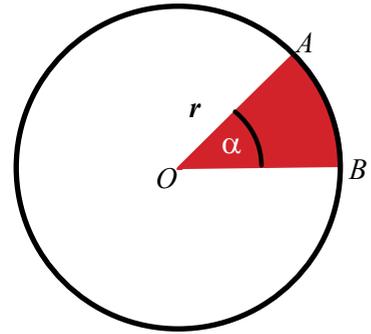


Ayo Kita Menalar

- Amati dan bandingkan kolom 1 dan 2 pada Tabel 3.4. Bagaimana rasionya? Buatlah simpulan tentang rumus menentukan panjang busur AB yang diketahui jari-jarinya r dan sudut pusatnya α .



2. Amati dan bandingkan kolom 1 dan 3 pada tabel di atas. Bagaimanakah rasionya?
Buatlah simpulan tentang rumus luas juring AOB yang diketahui jari-jarinya r dan sudut pusatnya α .
3. Pada kondisi yang bagaimana, panjang busur sama dengan keliling lingkarannya? Jelaskan.
4. Pada kondisi yang bagaimana, luas juring sama dengan luas lingkarannya? Jelaskan.
5. Manakah yang lebih luas.
 - a. Juring lingkaran A dengan sudut pusat α dan jari-jari r , atau
 - b. Juring lingkaran B dengan sudut pusat $\frac{1}{2}\alpha$ dan jari-jari $2r$.
6. Tentukan suatu busur dengan jari-jari dan sudut pusat tertentu, sedemikian sehingga panjangnya sama dengan busur lingkaran dengan jari-jari r dan sudut pusat α .
Petunjuk:
 - a. Tentukan panjang busur lingkaran yang jari-jari r dan sudut pusat α .
 - b. Buatlah busur baru dengan jari-jari tertentu yang dimaksud di atas.



**Ayo Kita
Berbagi**

Presentasikan hasil penalaranmu kepada teman-teman kalian. Presentasikan rumus umum untuk menentukan panjang busur serta rumus umum untuk menentukan luas juring.



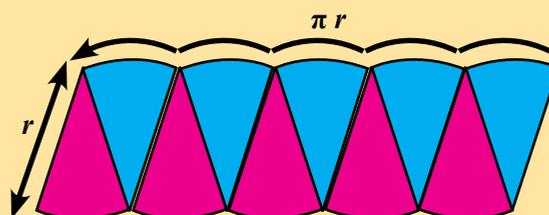
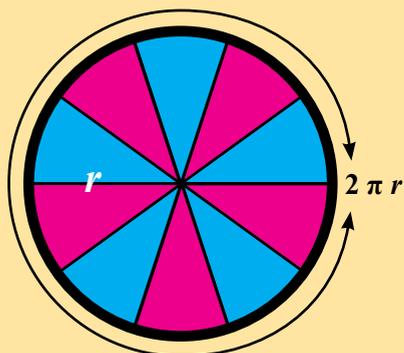
Latihan 3.3

1. Tentukan luas juring lingkaran yang diketahui sudut pusatnya 70° dan jari-jarinya 10 cm .
2. Tentukan panjang busur lingkaran yang diketahui sudut pusatnya 35° dan jari-jarinya 7 cm .
3. Lingkaran A memiliki jari-jari 14 cm. Tentukan sudut pusat dan jari-jari suatu juring lingkaran lain agar memiliki luas yang sama dengan lingkaran A .
4. Buatlah lingkaran A dengan jari-jari tertentu, sedemikian sehingga luasnya sama dengan juring pada lingkaran B dengan sudut pusat dan jari-jari tertentu. Jelaskan.
5. Diketahui:
 - (1) Lingkaran penuh dengan jari-jari r ,
 - (2) setengah lingkaran dengan jari-jari $2r$.
 Tentukan manakah yang kelilingnya lebih besar?



Tugas Projek 3.2

Dengan memotong lingkaran menjadi potongan juring yang sama, kita dapat menyusunnya menjadi bentuk yang menyerupai jajargenjang seperti pada gambar di bawah ini. Perhatikan bahwa panjang sisi bagian bawah dan atas persegi panjang tersebut adalah setengah dari keliling lingkaran.



Tinggi bentuk yang menyerupai jajargenjang tersebut sama dengan jari-jari lingkaran. Ingat bahwa luas jajargenjang adalah hasil kali dari alas dengan tingginya. Sehingga didapat Rumus luas lingkaran $L = (\pi r)(r) = \pi r^2$

Projek kalian

Temukan rumus luas lingkaran dengan pendekatan bangun datar lain.



Merangkum 3

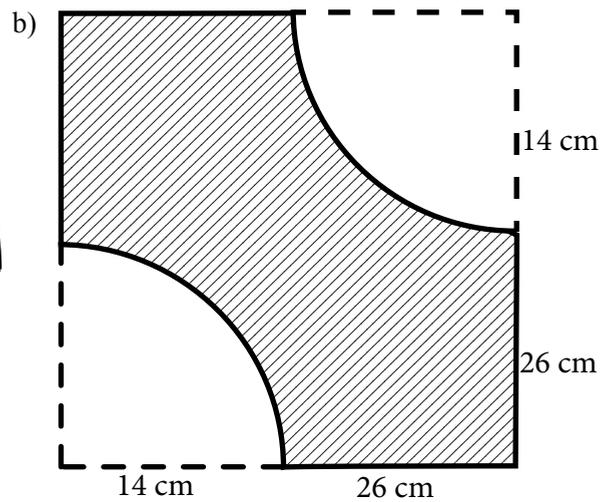
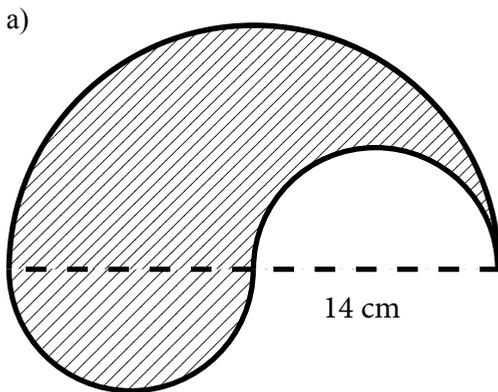
Tuliskan hal-hal penting yang telah kalian dapat dari belajar materi lingkaran.

1. Bagaimanakah hubungan sudut pusat dengan sudut keliling yang menghadap busur tersebut?
2. Bagaimanakah hubungan antara sudut pusat, panjang busur, dan keliling lingkaran?
3. Bagaimanakah hubungan antara sudut pusat, luas juring, dan luas lingkaran?

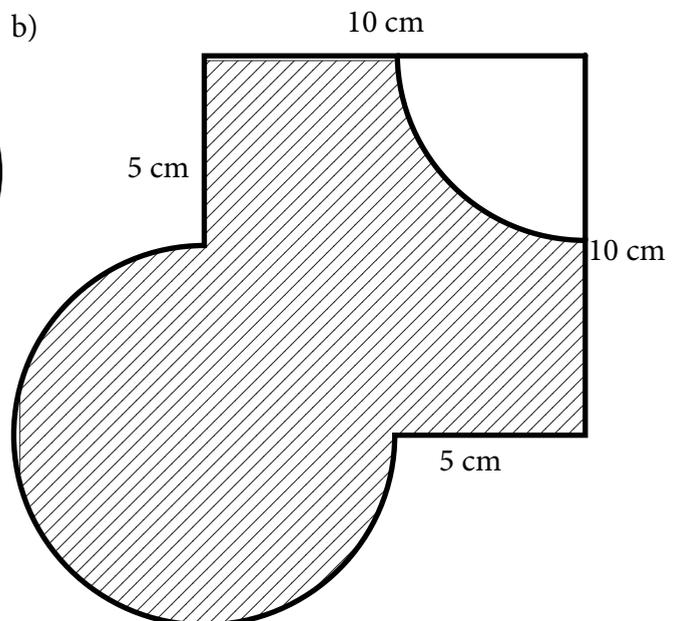
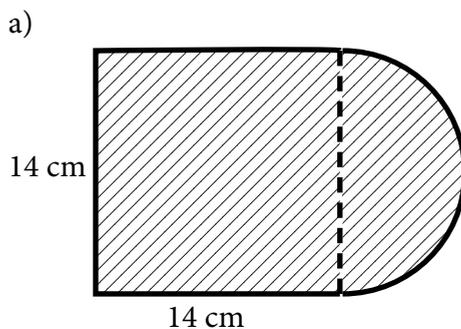


Uji Kompetensi 3

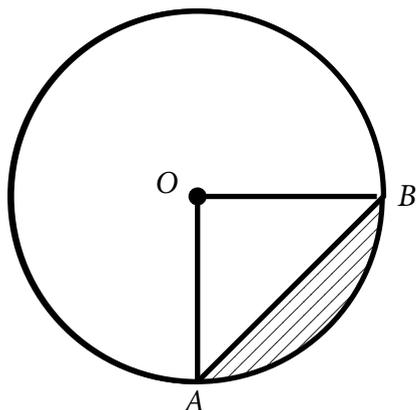
1. Suatu kue berbentuk lingkaran padat dengan jari-jari 14 cm. Kue tersebut dibagi menjadi 6 bagian berbentuk juring yang sama luas. Tentukan:
 - a) Sudut pusat masing masing potongan.
 - b) Luas potongan kue tersebut.
2. Tentukan keliling daerah yang diarsir pada bangun berikut.



3. Amati gambar di bawah ini. Tentukan keliling dan luas daerah yang diarsir.



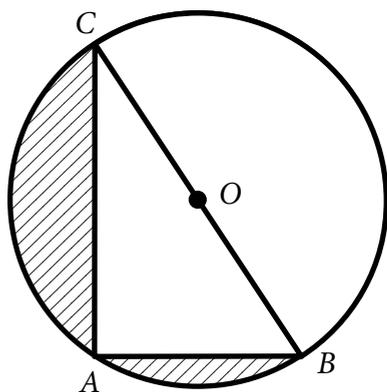
4.



Perhatikan gambar di sebelah ini.. Besar sudut pusat AOB adalah 90° , kemudian jari-jarinya = 21 cm

Hitunglah luas daerah yang diarsir.

5.

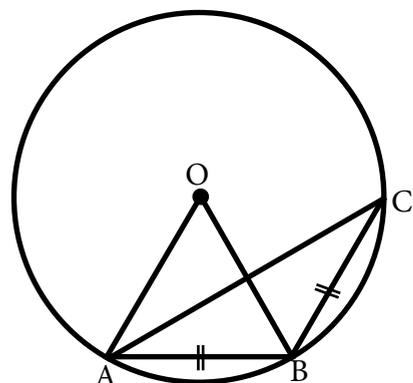


Perhatikan gambar berikut.

Pada gambar disamping, panjang $AB = 12$ cm dan $AC = 16$ cm. Titik O merupakan titik pusat lingkaran. Hitunglah:

- Jari-jari lingkaran O
- Luas daerah yang diarsir

6.

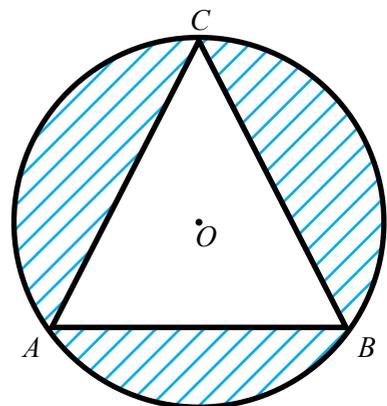


Diketahui $\angle OAB = 55^\circ$ dan $AB = BC$.

Pada gambar disamping, panjang $AB = 12$ cm dan $AC = 16$ cm. Titik O merupakan titik pusat lingkaran. Hitunglah:

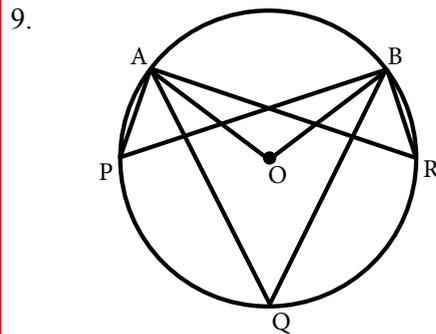
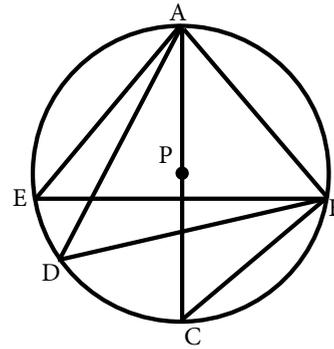
- Jari-jari lingkaran O
- Luas daerah yang diarsir

7.



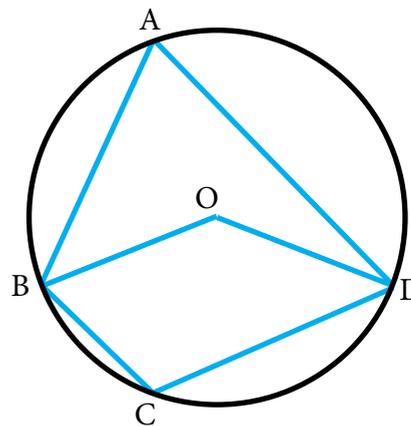
Diketahui segitiga ABC yang ketiga titik sudutnya berada pada lingkaran O . Jika panjang sisi segitiga 14 cm, tentukan luas daerah yang diarsir.

8. Perhatikan gambar di samping ini.
 Diketahui $\angle AEB = 62^\circ$
 Hitunglah besar: $\angle ADB$, $\angle ACB$, dan $\angle ABC$

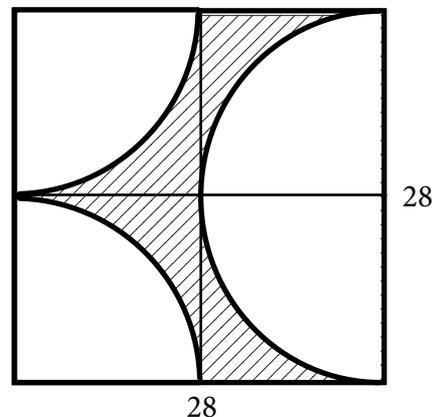


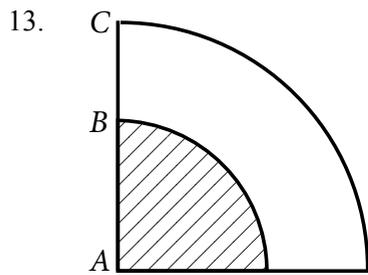
- Perhatikan gambar di samping ini.
 Bila diketahui $\angle APB + \angle AQB + \angle ARB = 1.440$,
 maka tentukan besar $\angle AOB$.

10. Perhatikan lingkaran O di samping.
 Diketahui $m\angle BOD = 110^\circ$
 Tentukan $m\angle BCD$.

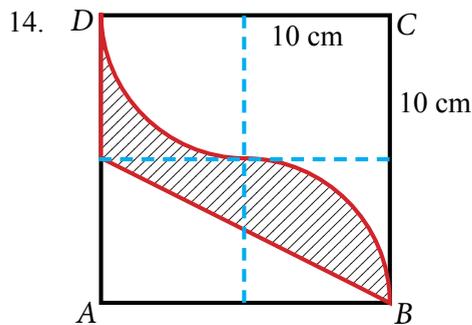


11. Suatu pabrik membuat biskuit yang berbentuk lingkaran padat dengan diameter 5 cm. Sebagai variasi pabrik tersebut juga ingin membuat biskuit dengan ketebalan sama namun berbentuk juring lingkaran dengan sudut pusat 90° . Tentukan diameter biskuit tersebut agar bahan produksinya sama dengan biskuit yang berbentuk lingkaran.
12. Pak Santoso memiliki lahan di belakang rumahnya berbentuk persegi dengan ukuran panjang sisi $28 \text{ m} \times 28 \text{ m}$. Taman tersebut sebagian akan dibuat kolam (tidak diarsir) dan sebagian lagi rumput hias (diarsir). Jika biaya pemasangan rumput Rp50.000,00/ m^2 . Sedangkan biaya tukang pemasang rumput Rp250.000,00.
- Tentukan keliling lahan rumput milik Pak Santoso tersebut.
 - Tentukan anggaran yang harus disiapkan oleh Pak Santoso untuk mengolah lahan tersebut.

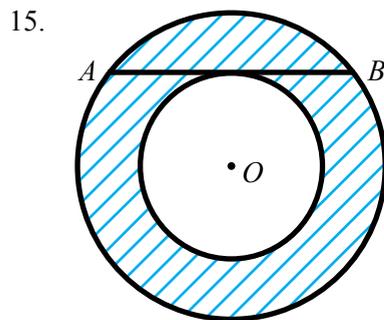




Diketahui bahwa luas daerah yang diarsir setengah dari luas daerah yang tidak diarsir. Tentukan $AB \div AC$.



Diketahui persegi $ABCD$ tersusun dari empat 4 persegi kecil sama ukuran dengan panjang sisi = 10 cm. Tentukan luas daerah yang diarsir berikut. Jelaskan.



Diketahui dua lingkaran yang *isosentris* (pusatnya sama di O). Jika $AB = 70$ cm, tentukan luas daerah yang diarsir. Petunjuk: Ingat kembali teorema *pythagoras*

16. Suatu pabrik biskuit memproduksi dua jenis biskuit berbentuk cakram dengan ketebalan sama, tetapi diameternya beda. Permukaan kue yang kecil dan besar masing-masing berdiameter 7 cm dan 10 cm.



Sumber: bici.staff.umm.ac.id
Gambar 3.6 Biskuit

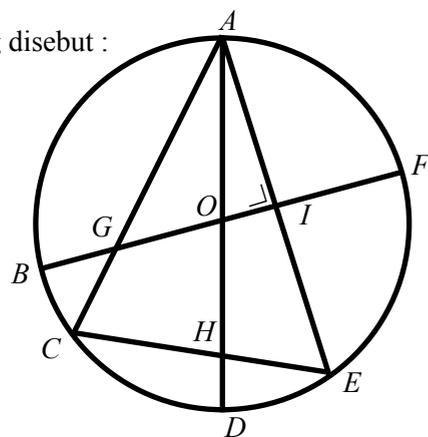
Biskuit tersebut dibungkus dengan dua kemasan berbeda. Kemasan biskuit kecil berisi 10 biskuit dijual dengan harga Rp7.000,00 sedangkan kemasan kue besar berisi 7 biskuit dijual dengan harga Rp10.000,00 Manakah yang lebih menguntungkan, membeli kemasan biskuit yang kecil atau yang besar? Tuliskan alasanmu?

17. Suatu ketika anak kelas VIII SMPN 1 Malang mengadakan *study tour* ke Kebun Raya Pasuruan. Guru menugasi siswa untuk memperkirakan diameter suatu pohon yang cukup besar. Erik, Dana, Veri, Nia, dan Ria berinisiatif untuk menghitung diameter pohon tersebut dengan mengukur keliling pohon. Mereka saling mengaitkan ujung jari seperti terlihat pada gambar. Rata-rata panjang dari ujung jari kiri sampai ujung jari kanan setiap siswa adalah 120 cm. Jika tepat lima anak tersebut saling bersentuhan ujung jarinya untuk mengelilingi pohon tersebut, bisakah kalian menentukan (perkiraan) panjang diameter pohon tersebut?



18. Suatu ban mobil berdiameter 60 cm (0,6 m). Ban tersebut bergaransi hingga menempuh 70.000 km. Sampai dengan berapa putaran ban tersebut hingga masa garansinya habis? (1km = 1.000m)
19. Suatu satelit beredar mengelilingi bumi pada ketinggian 2.000 km dari permukaan bumi. Jika perkiraan diameter bumi adalah 12.800 km, tentukan panjang lintasan yang ditempuh satelit tersebut untuk satu kali mengorbit mengelilingi bumi.
20. Perhatikan gambar berikut.
Sebutkan sebanyak mungkin (jika ada) bagian yang disebut :

- Jari-jari
- Diameter
- Juring
- Tali busur
- Busur
- Tembereng
- Apotema
- Sudut keliling





Kata Kunci

- Kubus
- Balok
- Prisma
- Limas
- Sisi tegak
- Sisi alas
- Luas Permukaan
- Volume



Kompetensi Dasar

1. Menentukan luas permukaan dan volume kubus, balok, prisma, dan limas.
2. Menaksir dan menghitung luas permukaan dan volume bangun ruang yang tidak beraturan dengan menerapkan geometri dasarnya.

Sebuah boneka Danboard dibuat dari kertas karton board. Boneka ini adalah kreasi dari Azuma Kiyohiko seorang komikus serial manga Yotsuba. Bentuk boneka ini sangat unik, yaitu action figure dengan penampilan seperti manusia dengan ukuran mini 7 cm dan 13 cm.

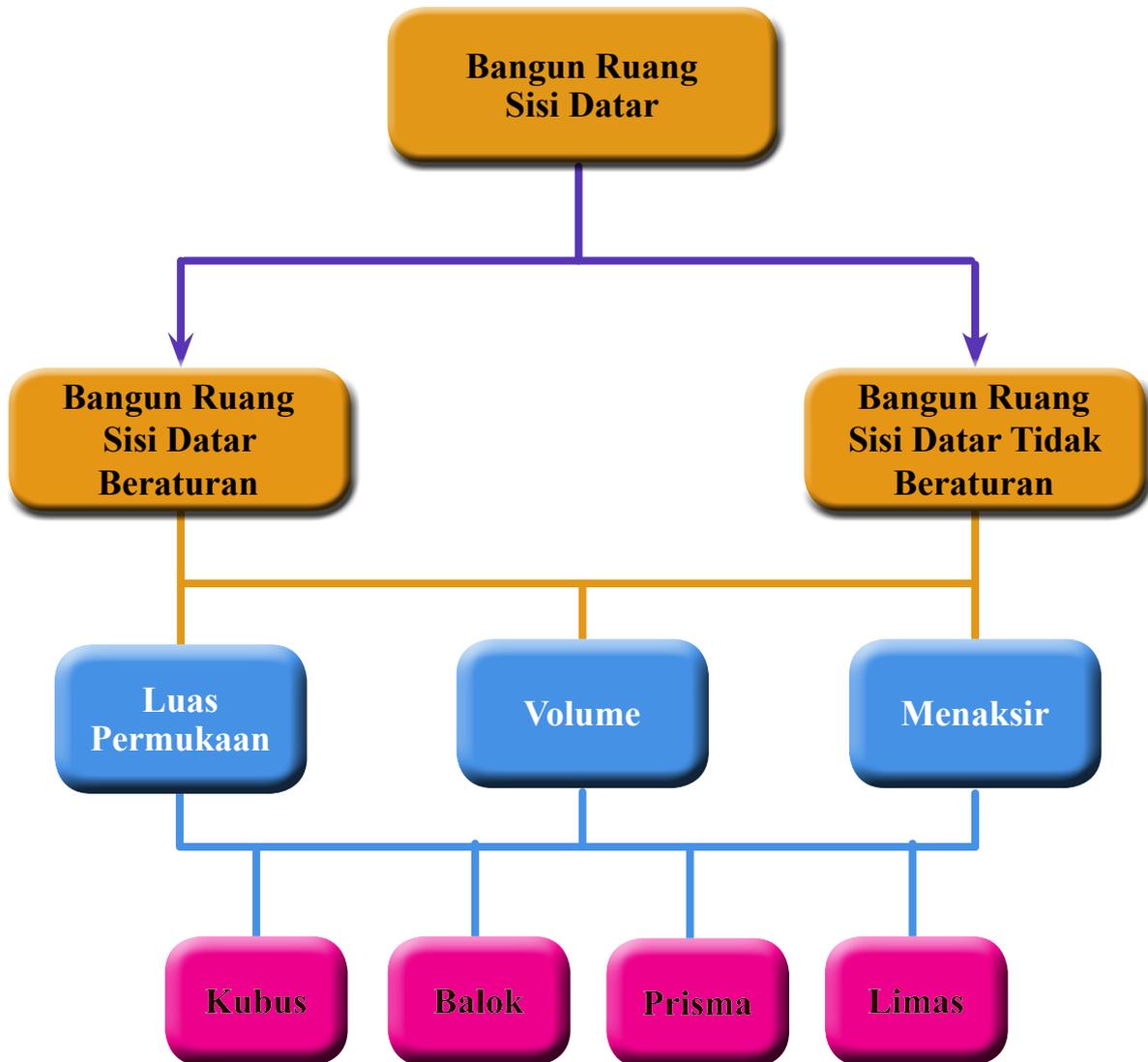
Siapa pun pasti akan merasa gemas ketika melihat si boneka ini. Bagaimana tidak boneka dapat digerakkan secara manual dan dibentuk dengan berbagai macam gaya unik. Perusahaan yang membuatnya menggunakan teknologi tinggi di setiap persendian boneka ini sehingga membuatnya mampu bergerak luwes.

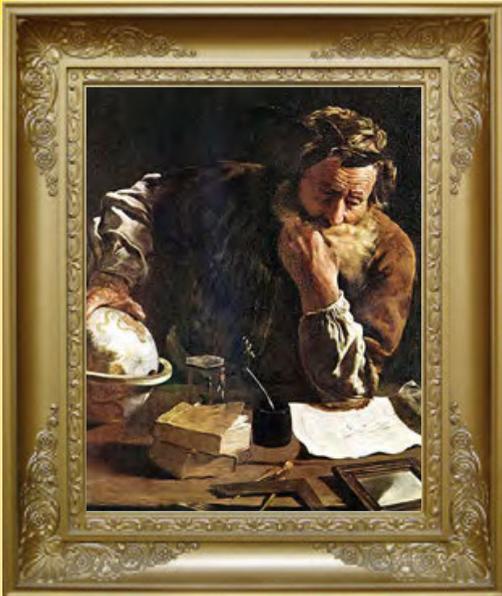
Pertanyaannya sekarang: bagaimanakah cara membuat karton boneka secara manual? Tentunya untuk menjawab pertanyaan tersebut kita harus tahu terlebih dulu tentang materi bangun ruang sisi datar, karena di setiap sisi bagian tertentu luasnya harus ada yang sama.



Pengalaman Belajar

1. Menentukan luas permukaan kubus dan balok dengan menggunakan alat peraga berupa benda nyata.
2. Menentukan luas permukaan prisma yang didapat dari penurunan rumus luas permukaan balok.
3. Menentukan luas permukaan limas dengan syarat-syarat ukuran yang harus diketahui
4. Menentukan volume kubus dan balok melalui pola tertentu sehingga bisa diterapkan pada volume prisma dan limas.
5. Menaksir dan menghitung luas permukaan dan volume bangun ruang yang tidak beraturan dengan menerapkan geometri dasarnya melalui ilustrasi yang ditunjukkan.





Archimedes
(287 SM - 212 SM)

Archimedes dari Syracuse (287 SM - 212 SM). Ia belajar di kota Alexandria, Mesir. Pada waktu itu yang menjadi raja di Sirakusa adalah Hieron II, sahabat Archimedes. Archimedes sendiri adalah seorang matematikawan, astronom, filsuf, fisikawan, dan insinyur berbangsa Yunani. Ia dibunuh oleh seorang prajurit Romawi pada penjarahan kota Syracuse, meskipun ada perintah dari jendral Romawi, Marcellus bahwa ia tak boleh dilukai. Sebagian sejarawan matematika memandang Archimedes sebagai salah satu matematikawan terbesar dalam sejarah, bersama-sama Newton dan Gauss.

Archimedes dikenal karena ide sainsnya mengenai teori mengembang dan tenggelam. Menurut cerita, pada suatu hari ia diminta Raja Hieron II untuk menyelidiki apakah mahkota emasnya dicampuri perak atau tidak. Archimedes memikirkan masalah ini dengan sungguh-sungguh. Hingga ia merasa sangat letih

dan menceburkan dirinya dalam bak mandi umum penuh dengan air. Lalu, ia memperhatikan ada air yang tumpah ke lantai dan seketika itu pula ia menemukan jawabannya. Ia bangkit berdiri, dan berlari sepanjang jalan ke rumah dengan telanjang bulat. Setiba di rumah ia berteriak pada istrinya, "Eureka. Eureka." yang artinya "sudah kutemukan. sudah kutemukan."

Archimedes hanya perlu memperoleh jumlah kuantitas emas yang digunakan untuk membuat mahkota itu, lalu menentukan berat jenisnya dengan proses yang sama. Jika berat jenis mahkota itu tidak sama, berarti emas itu mengandung emas campuran. Ia berhasil menemukan cara mengetahui volume berat jenis benda tersebut dengan memasukkannya ke dalam air. Kemudian, mengukur berapa banyak air yang didorong oleh benda tersebut. Ia juga dikenal sebagai matematikawan yang sangat hebat, salah satu penemukannya adalah menemukan rumus bangun datar dan volume bangun ruang.

Beberapa hikmah yang mungkin bisa kita petik antara lain:

1. Setiap apa yang kita lakukan, buatlah menjadi sesuatu yang sangat berarti.
2. Jika kita dihadapkan dengan suatu masalah, berusaha dengan sekuat tenaga untuk segera mencari solusinya. Salahsatu cara supaya masalah cepat selesai adalah dengan menenangkan diri dan merenungkan tentang masalah tersebut dan munculkanlah pertanyaan-pertanyaan yang sesuai dengan konteks permasalahan. Misalkan: bagaimana cara untuk mengetahuinya? Apa yang harus dilakukan? Kenapa seperti ini? Kenapa tidak begitu? Dan lain-lain.
3. Kita harus bisa menerapkan materi yang satu dengan materi yang lainnya untuk memecahkan masalah yang ada di sekitar kita.
4. Segala sesuatu yang dapat kita amati pada fenomena alam ini dan bisa mempertanyakannya serta bisa memperoleh jawabannya, maka kita akan memperoleh pengetahuan baru yang sangat bermanfaat bagi diri kita pada khususnya dan orang lain pada umumnya.



Luas Permukaan Bangun Ruang

Bisakah kalian menyusun suatu objek seperti Gambar 4.1 berikut:



Sumber: info-bangunan.blogspot.com

(a)



Sumber: matematohir.wordpress.com

(b)



Sumber: v-nix.nl

(c)

Gambar 4.1 (a) Batu bata merah, (b) potongan buah-buahan dan (c) bola emas

Coba perhatikan susunan batu bata merah, potongan buah-buahan, dan bola emas pada gambar 4.1.

Batu bata merah, potongan buah-buahan, dan bola emas tersebut disusun dengan rapi dan membentuk kubus atau balok, bagian luarnya terbentuk bidang-bidang yang merupakan bidang sisi balok.

Dapatkan kalian menghitung luas bidang sisinya? Ada berapa batu bata yang digunakan? Perhatikan perpotongan antar bidang sisinya. Dapatkan kalian menjelaskan apakah yang terjadi? Coba amati, adakah tiga rusuk yang berpotongan di satu titik? Jika ada, sebutkan dan berapa banyaknya?

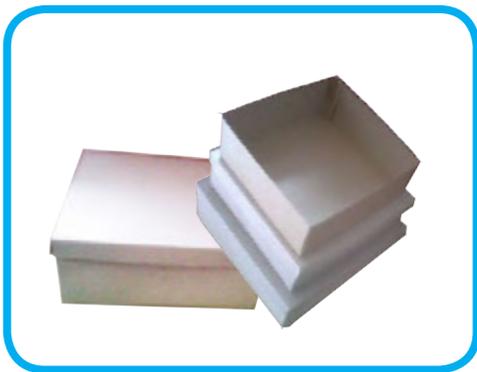
Untuk mengetahui lebih jauh tentang bidang sisi, rusuk dan titik sudut pada kubus dan balok lakukan kegiatan berikut.

Kegiatan 4.1

Menentukan Luas Permukaan Kubus dan Balok

Masalah 4.1

Perhatikan gambar berikut ini atau ambillah dua kotak kue atau kardus kecil yang berbentuk kubus dan balok (kotak kue atau kardus kecil yang diambil harus berbeda dengan kelompok yang lain), kemudian amatilah.



Sumber: indonetnetwork.co.id
(a)



Sumber: iitaminingsih.wordpress.com
(b)

Gambar 4.2 Kotak kue dan kardus

- 1) Irislah beberapa rusuk pada bangun yang berbentuk Balok sehingga apabila dibuka dan direbahkan pada bidang datar akan membentuk bangun datar, sehingga akan didapat apa yang disebut jaring-jaring balok.
- 2) Selanjutnya irislah beberapa rusuk dengan pola irisan yang berbeda pada bangun yang berbentuk Kubus sehingga apabila dibuka dan direbahkan pada bidang datar akan membentuk bangun datar, maka akan didapat apa yang disebut jaring-jaring Kubus.
- 3) Bandingkan kedua bentuk jaring-jaring tersebut, kemudian ukurlah dan hitunglah luasnya.

Alternatif Pemecahan Masalah

Salah satu jawaban dari pertanyaan pada masalah 4.1 di atas adalah sebagai berikut:



1. Perhatikan gambar kotak roti berikut:



Gambar 4.3 Kotak roti dan jaring-jaringnya

Gambar 4.3 di atas merupakan gambar kotak roti yang digunting (diiris) pada tiga buah rusuk alas dan atasnya serta satu buah rusuk tegaknya, yang direbahkan pada bidang datar sehingga membentuk jaring-jaring kotak roti.

Pada gambar (iii) di dapat sebagai berikut:

$$L_1 = L_5, L_2 = L_4, \text{ dan } L_3 = L_6$$

$$\begin{aligned}
 \text{Sehingga luas seluruh permukaan kotak roti} &= L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 \\
 &= (L_1 + L_5) + (L_2 + L_4) + (L_3 + L_6) \\
 &= (2 \times L_1) + (2 \times L_2) + (2 \times L_3) \\
 &= (2 \times 7 \times 20) + (2 \times 7 \times 14) + (2 \times 14 \times 20) \\
 &= (280) + (196) + (560) \\
 &= 1.036
 \end{aligned}$$

Jadi, luas seluruh permukaan kotak roti adalah 1.036 cm².

2. Perhatikan gambar kotak kue berikut: Lakukanlah langkah-langkah seperti Gambar 4.3.



Gambar 4.4 Kotak Kue

Gambar 4.4 merupakan kotak kue yang berbentuk kubus. Coba kalian gambar sendiri pada kotak persegipanjang di atas dengan petunjuk nomor 2. Gambar 4.2, yakni irislah beberapa rusuk dengan pola irisan yang berbeda kotak kue tersebut dan gambarlah juga jaring-jaringnya serta ukurlah kotak kue tersebut dan tentukan luasnya.

Jika suatu kotak roti yang berbentuk balok diiris pada tiga buah rusuk alasnya dan atasnya, serta satu buah rusuk tegaknya, kemudian direbahkan sehingga terjadi bangun datar, maka bangun datar itu dinamakan **jaring-jaring balok**.

Demikian juga pada kotak kue yang berbentuk kubus, apabila diiris pada rusuk-rusuk tertentu dan direbahkan pada bangun datar, maka bangun datar itu dinamakan **jaring-jaring kubus**.

Kesimpulan apa yang dapat kalian ambil dari pengamatan di atas?



Ayo Kita Menanya

Jika kamu ingin membuat kotak pernik-pernik berbentuk kubus dari kertas karton, dimana kotak pernik-pernik tersebut memiliki panjang rusuk 12 cm, maka buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. “Kubus” dan “panjang rusuk 12 cm”
2. “kubus” dan “kertas karton”
3. “banyak” dan “pernik-pernik”

Tuliskan pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.

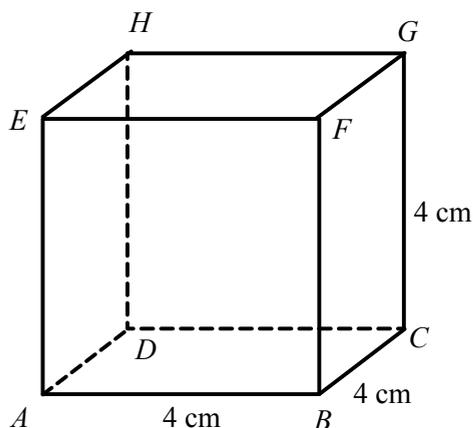


Sedikit Informasi

Luas permukaan balok adalah jumlah seluruh luas sisi balok tersebut. Ada dua luas sisi yang berhadapan sama. Sedangkan luas permukaan kubus sama halnya dengan luas permukaan balok, akan tetapi kalau kubus luas setiap sisi-sisinya adalah sama, sehingga karena sisi balok ada 6, maka luas permukaan kubus adalah luas satu sisinya dikalikan 6.



Contoh 4.1



Gambar 4.5 Kubus $ABCD.EFGH$

Hitunglah luas permukaan kubus $ABCD.EFGH$ pada Gambar 4.5 di samping.



Penyelesaian

$$\begin{aligned}
 \text{Luas permukaan kubus} &= 6 s^2 \\
 &= 6 \times 4^2 \\
 &= 6 \times 16 \\
 &= 96
 \end{aligned}$$

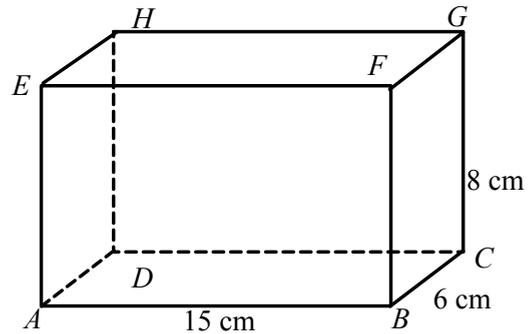
Jadi, luas permukaan bangun yang bentuk kubus adalah 96 cm^2

Contoh 4.2

Hitunglah luas permukaan balok pada Gambar 4.6.

Penyelesaian

$$\begin{aligned}
 \text{Luas permukaan balok} &= 2(pl + pt + lt) \\
 &= 2(15 \times 6 + 15 \times 8 + 6 \times 8) \\
 &= 2(90 + 120 + 48) \\
 &= 2(258) \\
 &= 516
 \end{aligned}$$



Gambar 4.6 Balok ABCD.EFGH

Jadi, luas permukaan bangun yang bentuk balok adalah 516 cm².

Contoh 4.3

Sebuah balok memiliki sisi-sisi yang luasnya 24 cm², 32 cm², dan 48 cm². Berapakah jumlah panjang semua rusuk balok tersebut?

Penyelesaian

Perhatikangambar berikut:

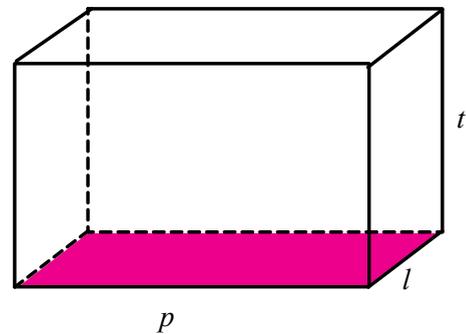
Menurut informasi dari soal, maka di dapat $pl = 48$, $pt = 32$, dan $lt = 24$.

Dengan menyelesaikan sistem persamaan yang ada, maka di peroleh sebagai berikut:

$$\sqrt{\frac{pl \times pt}{lt}} = \sqrt{\frac{48 \times 32}{24}} = 8$$

$$\sqrt{\frac{pl \times lt}{pt}} = \sqrt{\frac{48 \times 24}{32}} = 6$$

$$\sqrt{\frac{pt \times lt}{pl}} = \sqrt{\frac{32 \times 24}{48}} = 4$$



Sehingga jumlah panjang semua rusuk balok = $4(p + l + t) = 4(8 + 6 + 4) = 4(18) = 72$ cm.



Ayo Kita Menggali Informasi

Coba temukan pada buku tertentu, di internet, atau membuat sendiri jika diketahui luas permukaan balok adalah 108 cm^2 . Bagaimana cara menemukan ukuran panjang, lebar, dan tinggi balok tersebut? Berapa banyak kemungkinan ukuran-ukuran yang kalian temukan?



Ayo Kita Menalar

Sebuah karton berukuran $0,5 \text{ m} \times 1 \text{ m}$. Karton tersebut akan dibuat untuk membungkus kado yang berukuran $2 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$. Jika kado yang akan dibuat sebanyak 500 buah, maka berapa banyak minimal karton yang dibutuhkan?



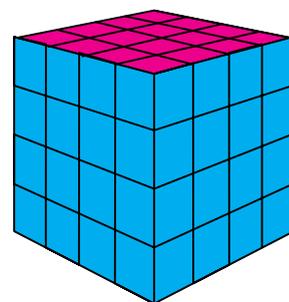
Ayo Kita Berbagi

Setelah selesai menjawab, tukarkan hasil jawaban kalian dengan kelompok yang lain. Kemudian bandingkan hasil jawabannya, diskusikan dengan kelompok tersebut. Tulislah kesimpulan kalian pada lembar kerja/buku tulis yang sudah kalian sediakan.



Latihan 4.1

- Akan dibuat model kerangka balok dari kawat yang panjangnya 10 m. Jika ukuran panjang lebar dan tingginya adalah $30 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$.
 - hitunglah banyak kerangka balok yang dapat dibuat.
 - Berapakah sisa kawat dari yang telah digunakan untuk membuat balok
- Sebuah Aula berbentuk balok dengan ukuran panjang 9 meter, lebar 7 meter, dan tingginya 4 meter. Dinding bagian dalamnya akan dicat dengan biaya Rp.50.000,00- per meter persegi. Tentukan seluruh biaya pengecatan Aula tersebut.
- Perbandingan panjang, lebar dan tinggi sebuah balok adalah $4 : 3 : 2$. Jika luas alas balok tersebut adalah 108 cm^2 , maka hitunglah luas permukaan balok tersebut.
- Diketahui luas suatu jaring-jaring balok adalah 484 cm^2 . Bagaimana cara menemukan ukuran balok tersebut?
- Perhatikan gambar kubus di samping.
Jika sisi atas dan sisi bawah kubus tersebut dicat dengan warna merah, sedang sisi lain dicat dengan warna biru, kemudian kubus dipotong-potong menjadi 64 kubus satuan. Tentukan banyak kubus satuan yang memiliki warna biru saja.
- Diketahui pada setiap sisi kubus dituliskan sebuah bilangan asli. Setiap titik sudutnya diberi nilai yang merupakan hasil kali dari tiga bilangan pada tiga sisi yang berpotongan di titik sudut tersebut. Jika jumlah semua bilangan pada titik-titik sudut tersebut sama dengan 231, tentukan jumlah semua bilangan yang dituliskan pada sisi-sisi kubus tersebut.





Kegiatan 4.2

Menentukan Luas Permukaan Prisma

Pernahkah kalian menjumpai bagian atap gubuk dan tenda perkemahan seperti gambar berikut? Dimanakah kalian menjumpainya?



Sumber: matematohir.wordpress.com



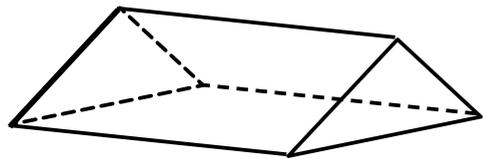
Sumber: smkwikrama.net

Gambar 4.7 Gubuk dan tenda

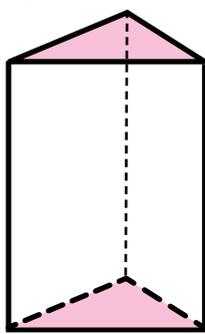
Pada bagian atas gubuk dan tenda dapat digambar sebagai berikut

Dalam matematika Gambar 4.7 di atas disebut dengan prisma.

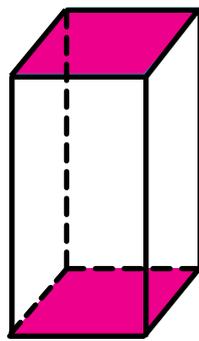
Perhatikan prisma pada gambar di samping. Pada gambar tersebut dibatasi oleh dua sisi yang berbentuk segitiga yang kongruen dan sejajar, serta tiga sisinya yang berbentuk persegi panjang. Perhatikan model prisma pada gambar di bawah ini.



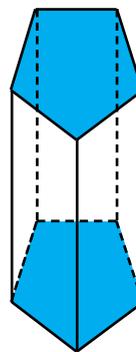
Gambar 4.8 Prisma



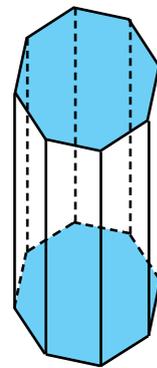
Prisma Segitiga



Prisma Segi empat



Prisma Segi lima



Prisma Segi delapan

Gambar 4.9 Model-model Prisma

Untuk lebih jelasnya ikutilah langkah-langkah kegiatan belajar berikut ini.



Masalah 4.2

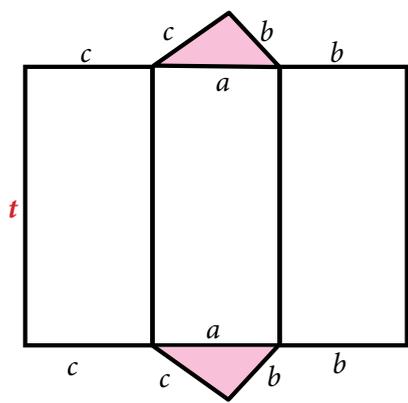
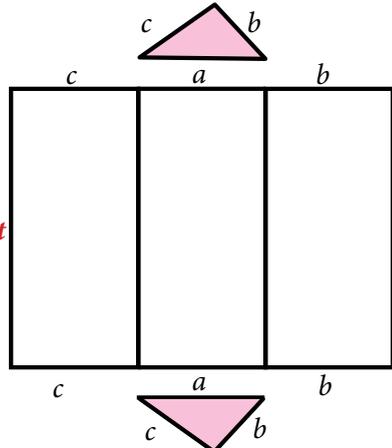
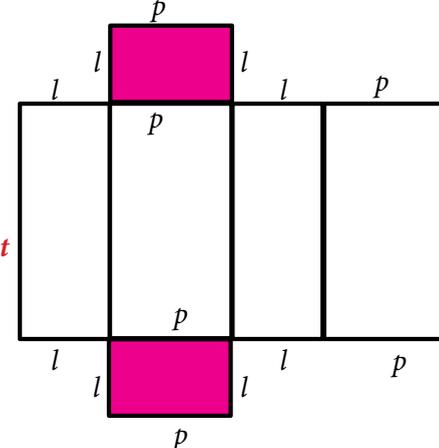
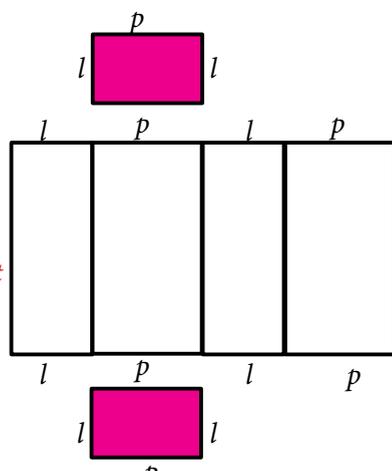
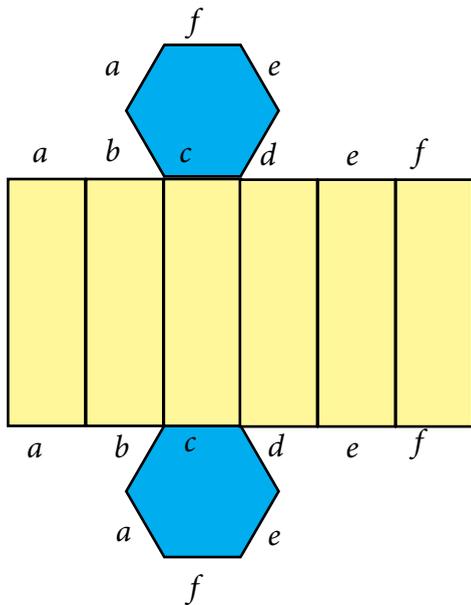
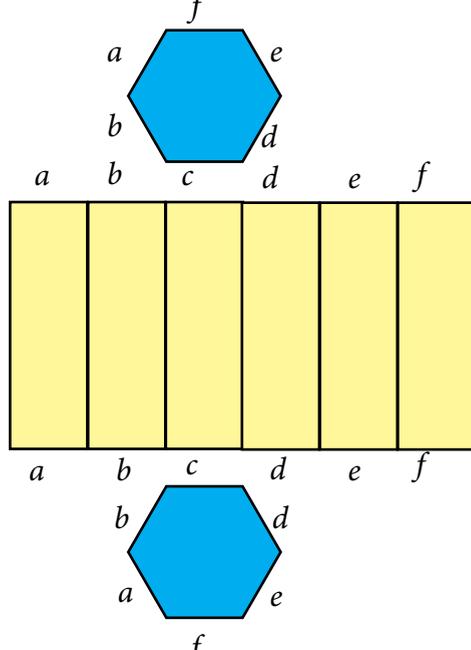
Perhatikan kembali gambar 4.9 di atas. Pada model-model prisma tersebut ada dua sisi yang saling berhadapan luasnya adalah sama. Dua sisi yang luasnya sama masing-masing dinamakan **sisi alas** dan **sisi atas**. Sedang sisi lain yang berbentuk persegi panjang atau jajar genjang disebut **sisi tegak**. Masalahnya sekarang, bagaimanakah langkah-langkah mencari luas permukaan prisma tersebut? Hal-hal apa saja yang harus diperhatikan pada prisma tersebut?

Berikut gambar prisma segitiga, segiempat, dan segienam beraturan dilengkapi dengan jaring-jaringnya

Tabel 4.1a Jaring-jaring prisma

No.	Prisma	Jaring-jaring
1		
2		
3		

Tabel 4.1b Luas permukaan prisma

No.	Jaring-jaring Prisma	Potongan jaring-jaring prisma
1		
2		
3		

Kesimpulan apa yang dapat kalian ambil dari pengamatan di atas?



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. “dua sisi yang saling berhadapan” dan “sisi alas”
2. “sisi alas” dan “sisi atas”
3. “keliling” dan “bidang tegak”

Tuliskan pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.



Sedikit Informasi

Balok juga dapat dikatakan prisma segi empat, sehingga luas permukaan prisma bisa didapat dari luas permukaan balok. Akan tetapi pada luas permukaan prisma yang ditekankan adalah luas alas, keliling alas, dan tinggi.

Perhatikan gambar 4.10 di samping ini, untuk luas permukaan prisma segi empat sama dengan luas permukaan balok, yaitu

$$L = 2(pl + pt + lt)$$

$$L = 2pl + 2pt + 2lt$$

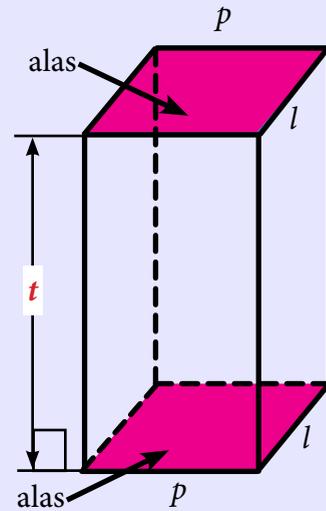
$$L = 2pl + (2pt + 2lt)$$

$$L = 2 \times \text{Luas alas} + (2p + 2l)t$$

$$L = 2 \times \text{Luas alas} + \text{Keliling alas} \times \text{tinggi}$$

Sehingga luas prisma secara umum adalah

$$L = 2 \times \text{Luas alas} + \text{Keliling alas} \times \text{tinggi}$$



Gambar 4.10 Prisma segi empat



Contoh 4.4

Gambar 4.11 merupakan prisma tegak segitiga siku-siku. Tentukan luas permukaan prisma tersebut.



Penyelesaian

Untuk mencari luas permukaan prisma segitiga tersebut, terlebih dulu kita cari panjang semua alasnya, yaitu

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

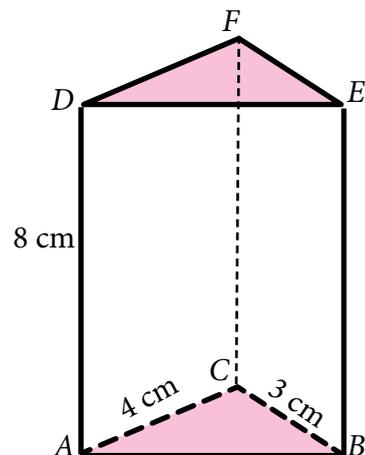
Sehingga

$$L = 2 \times \text{Luas alas} + \text{Keliling alas} \times \text{tinggi}$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + (3 + 4 + 5) \times 8$$

$$= 12 + (12) \times 8 = 12 + 96 = 108$$

Jadi, luas permukaan prisma tegak segitiga siku-siku adalah 108 cm².



Gambar 4.11 Prisma segitiga siku-siku



Contoh 4.5

Diketahui luas permukaan prisma segi empat adalah 256 cm^2 . Alas prisma tersebut berbentuk persegi panjang dengan ukuran panjang 5 cm dan lebar 4 cm. Tentukan tinggi prisma tersebut.



Alternatif Penyelesaian

Luas permukaan prisma segi empat = 500 cm^2
Panjang alas 5 cm dan lebar alas 4 cm.

$$\begin{aligned}
 L &= 2 \times \text{Luas alas} + \text{Keliling alas} \times \text{tinggi} \\
 256 &= 2 \times \text{panjang} \times \text{lebar} + 2 \times (\text{panjang} + \text{lebar}) \times \text{tinggi} \\
 &= 2 \times 5 \times 4 + 2 \times (5 + 4) \times \text{tinggi} \\
 &= 40 + 2 \times (9) \times \text{tinggi} \\
 256 &= 40 + 18 \times \text{tinggi} \\
 256 - 40 &= 18 \times \text{tinggi} \\
 216 &= 18 \times \text{tinggi} \\
 \text{tinggi} &= 12
 \end{aligned}$$

Jadi, tinggi prisma tersebut adalah 12 cm^2 .



Ayo Kita Menalar

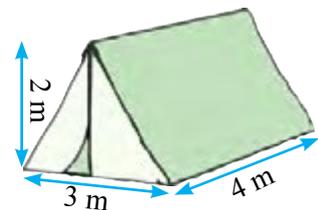
Perhatikan kembali Tabel 4.1a pada nomor 3. Bagaimana caranya kalian menentukan luas permukaannya? Jika $a = 10 \text{ cm}$ dan $t = 40 \text{ cm}$. Jelaskan.



Ayo Kita Selidiki

Coba terapkan hasil penalaran kalian pada soal-soal berikut:

- Pernahkah kamu berkemah? Berbentuk apakah tenda yang kamu pakai? Bila tenda yang kamu pakai seperti gambar tenda di samping, dapatkan kamu menghitung luas kain terkecil yang diperlukan untuk membuat tenda itu? Coba hitunglah.
- Sebuah prisma tegak segi enam beraturan $ABCDEF.GHIJKL$ mempunyai panjang rusuk alas 10 cm, panjang rusuk tegak 80 cm.
 - Gambarlah bangun prismanya.
 - Tentukan luas bidang tegaknya.
 - Tentukan luas permukaan prisma.



Gambar 4.12 Tenda



Ayo Kita Berbagi

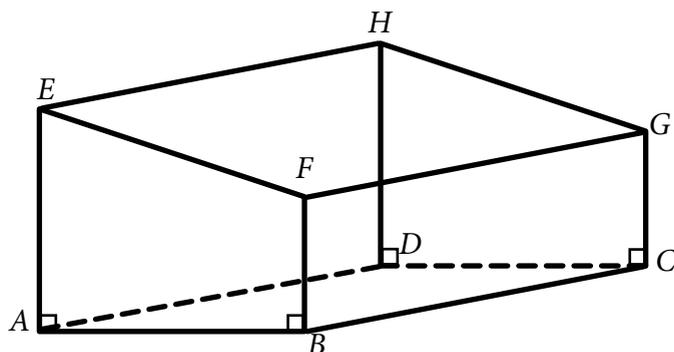
Kemudian lakukan diskusi dalam kelompok kalian untuk menjawab kedua soal tersebut yang dipandu oleh Gurumu sehingga diperoleh pemahaman dan kesimpulan yang sama.

Tuliskan pemahaman dan kesimpulan yang sudah diperoleh pada buku kalian.

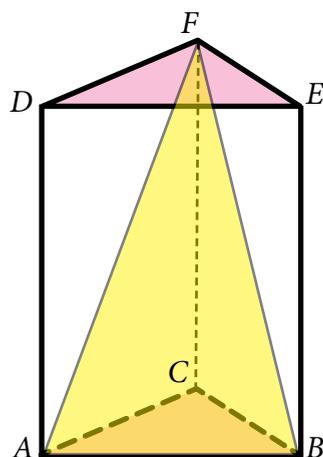


Latihan 4.2

1. Alas sebuah prisma berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang sisi 12 cm, 5 cm dan 13 cm. Jika tinggi prisma adalah 20 cm. Hitunglah luas permukaan prisma tersebut.
2. Gambar di bawah adalah prisma $ABCD.EFGH$. Dengan $ABFE$ sejajar $DCGH$. Panjang $AB = 4$ cm, $BC = 6$ cm, $AE = 8$ cm, dan $FB = 5$ cm. Tentukan luas permukaannya.



3. Sebuah prisma alasnya berbentuk belah ketupat dengan panjang diagonal 16 cm dan 12 cm. Tentukan tinggi prisma jika luas permukaannya adalah 672 cm^2 .
4. Diketahui luas permukaan prisma tegak segi empat beraturan 864 cm^2 dan tinggi prisma 12 cm. Tentukan panjang sisi alas prisma tersebut.
5. Perhatikan gambar prisma berikut ini.



Alas prisma tersebut berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang $BC = 3$ cm dan $AC = 4$ cm. Jika luas permukaan prisma 108 cm^2 , tentukan tinggi prisma tersebut. Bagaimana cara kalian mencari luas bidang ABF ? Jelaskan.

6. Diketahui luas permukaan prisma segi empat adalah 500 cm^2 dengan tinggi 10 cm. Jika alas prisma tersebut berbentuk persegi panjang, maka tentukan kemungkinan-kemungkinan ukuran panjang dan lebar prisma itu.



Kegiatan 4.3

Menentukan Luas Permukaan Limas

Perhatikan bagian atap bangunan di bawah ini.
Berbentuk apakah bagian atap itu?



Sumber: matematohir.wordpress.com

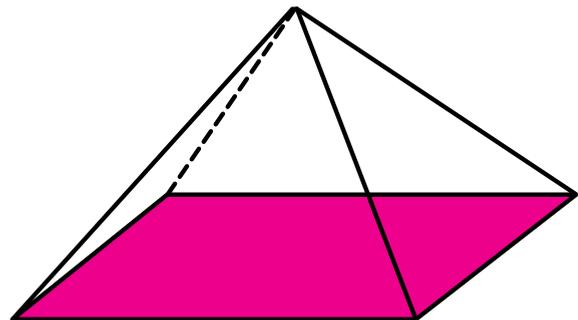


Sumber: gambar-rumah88.blogspot.com

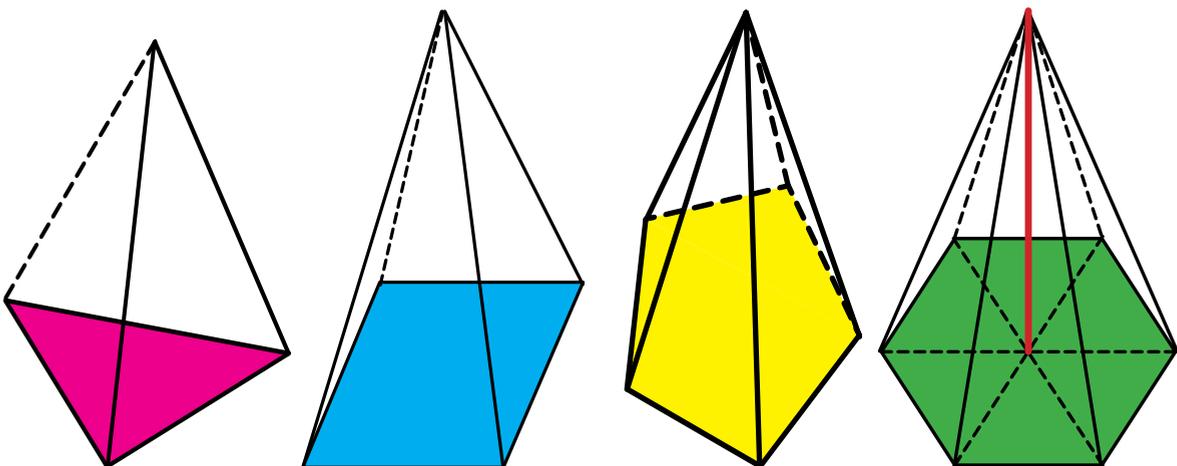
Gambar 4.13 Rumah

Pada bagian atap rumah dapat digambar sebagai berikut.

Dalam matematika gambar disebut dengan limas. Perhatikan limas pada Gambar 4.14 di samping. Pada gambar tersebut dibatasi oleh satu alas yang berbentuk persegi panjang dan empat sisi tegak yang berbentuk segitiga. Perhatikan model limas pada Gambar 4.15 di bawah ini.



Gambar 4.14 Limas beraturan



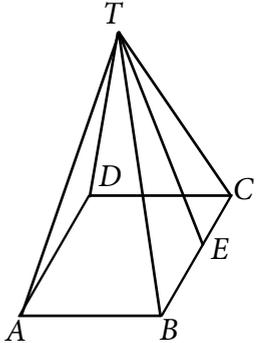
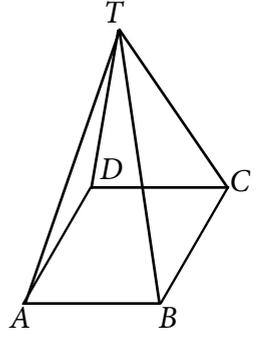
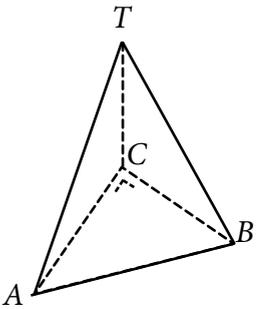
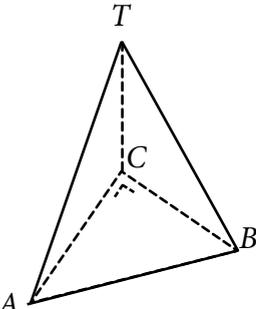
Gambar 4.15 Model-model limas

Untuk lebih jelasnya ikutilah langkah-langkah kegiatan belajar berikut ini.

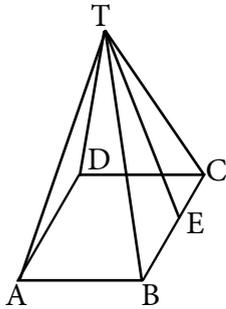
Masalah 4.3

Tabel 4.2 berikut akan disajikan gambar limas beserta ukuran-ukuran yang diketahui:

Tabel 4.2 Kasus luas permukaan limas

No.	Gambar	Keterangan	Bisa / Tidak Bisa
1		<p>Diketahui alas limas tersebut berbentuk persegi dengan panjang $TE = 5$ cm dan $AB = 6$ cm. Apakah Luas Permukaannya bisa ditentukan?</p>	Bisa
2		<p>Diketahui alas limas tersebut berbentuk persegi dengan panjang $TA = 5$ cm, $TC = 7$ cm dan $AB = 6$ cm. Apakah Luas Permukaannya bisa ditentukan?</p>	Tidak Bisa
3		<p>Sebuah limas alasnya berbentuk segitiga dengan panjang $AC = 3$ cm, $BC = 4$ cm, dan $AB = 5$ cm. Apabila tinggi limas 10 cm. Apakah Luas Permukaannya bisa ditentukan?</p>	Bisa
4		<p>Sebuah limas alasnya berbentuk segitiga dengan panjang $AC = 3$ cm, $BC = 4$ cm, $AB = 5$ cm, $TA = 9$ cm, $TB = 10$ cm dan $TC = 10$ cm. Apakah Luas Permukaannya bisa ditentukan?</p>	Tidak Bisa

Alternatif Pemecahan Masalah



Pada gambar 1:

Diketahui alas limas tersebut berbentuk persegi dengan panjang $TE = 5$ cm dan $AB = 6$ cm.

Apakah luas permukaannya bisa ditentukan?

Penyelesaian

Soal tersebut bisa diselesaikan, karena bentuk alasnya persegi dengan ukuran sisi 6 cm dan tinggi bidang tegaknya juga sudah diketahui ukurannya, yaitu 5 cm.

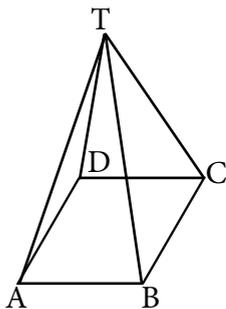
Dengan demikian, selanjutnya tinggal cari luas permukaannya dengan rumus:

$L = \text{luas alas} + \text{jumlah luas bidang tegak}$

$$L = 6^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 5$$

$$L = 36 + 60$$

$$L = 96 \text{ cm}^2$$



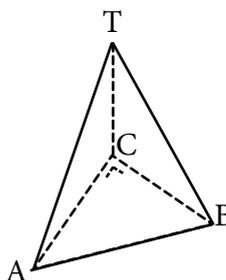
Pada gambar 2:

Diketahui alas limas tersebut berbentuk persegi dengan panjang $TA = 5$ cm, $TC = 7$ cm, dan $AB = 6$ cm.

Apakah luas permukaannya bisa ditentukan?

Penyelesaian

Soal tersebut tidak bisa diselesaikan, karena panjang rusuk tegak TA tidak sama dengan panjang rusuk tegak TC sehingga tidak akan membentuk bangun limas segi empat dan tinggi dari masing-masing bidang tegaknya juga tidak diketahui, walaupun sudah diketahui bahwa alasnya berbentuk persegi dengan ukuran sisi 6 cm.



Pada gambar 3:

Sebuah limas alasnya berbentuk segitiga dengan panjang $AC = 3$ cm, $BC = 4$ cm, dan $AB = 5$ cm. Apabila tinggi limas 10 cm.

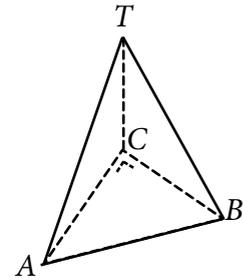
Apakah luas permukaannya bisa ditentukan?

Penyelesaian

Soal tersebut bisa diselesaikan, karena alas limas tersebut berbentuk segitiga siku-siku dengan ukuran sudah diketahui. Sudah diketahui juga ukuran tinggi limasnya. Dengan demikian, selanjutnya luas masing-masing bidang, yaitu luas bidang ACB , bidang ACT , bidang BCT , dan bidang ABT . Khusus untuk mencari luas bidang ABT carilah terlebih dulu panjang AT dan BT dengan menggunakan Pythagoras. Coba kalian lanjutkan untuk menentukan luas permukaan limas tersebut.

Pada gambar 4:

Sebuah limas alasnya berbentuk segitiga dengan panjang $AC = 3$ cm, $BC = 4$ cm, $AB = 5$ cm, $TA = 9$ cm, $TB = 10$ cm dan $TC = 10$ cm. Apakah Luas Permukaannya bisa ditentukan?



Penyelesaian

Soal tersebut tidak bisa diselesaikan, karena panjang rusuk tegaknya tidak sama, yaitu $TA = 9$ cm, $TB = 10$ cm dan $TC = 10$ cm. walaupun sudah diketahui bahwa alasnya berbentuk segitiga siku-siku dengan ukuran $AC = 3$ cm, $BC = 4$ cm, $AB = 5$ cm.



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. "syarat diketahui" dan "luas permukaan limas"
2. "sisi alas" dan "rusuk tegak"
3. "bidang tegak" dan "limas"

Tulislah pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.



Ayo Kita Menggali Informasi

Coba temukan minimal 10 soal pada *buku tertentu*, *di internet*, atau *membuat sendiri* beserta jawabannya yang berkenaan dengan luas permukaan limas.



Ayo Kita Menalar

Berdasarkan kegiatan menggali informasi yang telah kalian dapatkan. Sekarang coba kalian jelaskan bagaimana cara menentukan ukuran alas suatu limas segiempat beraturan jika diketahui luas permukaan limas tersebut adalah 360 cm² dan luas sisi tegaknya adalah 100 cm. Berapa banyak ukuran alas yang kalian temukan?



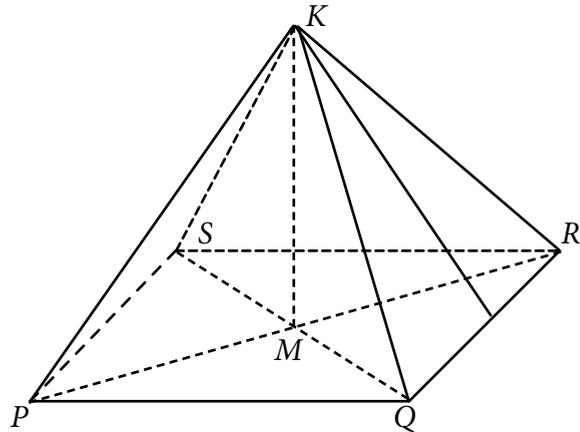
Ayo Kita Berbagi

Setelah selesai menjawab pertanyaan pada kegiatan bernalar di atas. Kemudian tukarkan hasil kesimpulan kalian dengan kelompok yang lain. Selanjutnya bandingkan hasil kesimpulannya, diskusikan dengan kelompok tersebut..



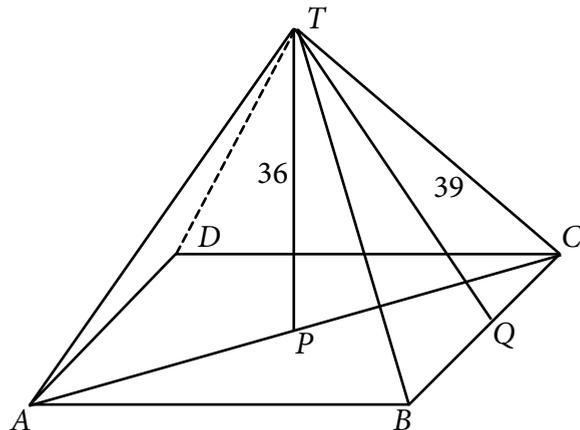
Latihan 4.3

- Perhatikan limas segi empat beraturan $K.PQRS$ di bawah. Sebutkan semua:
 - rusuk
 - bidang sisi tegak
 - tinggi limas

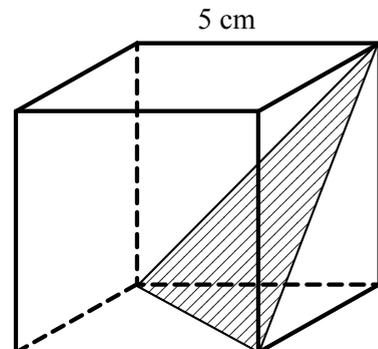


- Kerangka model limas dengan alas berbentuk pergi panjang dengan panjang lebarnya masing-masing 16 cm dan 12 cm, sedangkan tinggi limas 24 cm. Tentukan panjang kawat yang diperlukan untuk membuat kerangka model limas tersebut.

- Sebuah limas tingginya 36 cm dan tinggi rusuk tegaknya 39 cm. Jika alasnya berbentuk persegi maka tentukan:
 - keliling persegi
 - luas permukaan limas



- Alas sebuah limas berbentuk persegi dengan panjang sisi 12 cm. Jika jumlah luas sisi limas 384 cm^2 , maka berapakah volume limas tersebut?
- Gambar di bawah menunjukkan sebuah kubus dengan panjang rusuk 5 cm yang dipotong sehingga salah satu bagiannya berbentuk limas segitiga (tetrahedron). Tentukan luas permukaan kedua bangun hasil perpotongannya.





Volume Bangun Ruang Sisi Datar

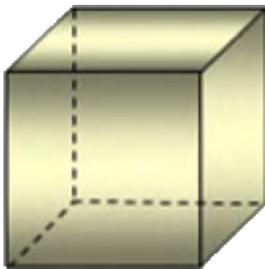


Kegiatan 4.4

Menentukan Volume Kubus dan Balok

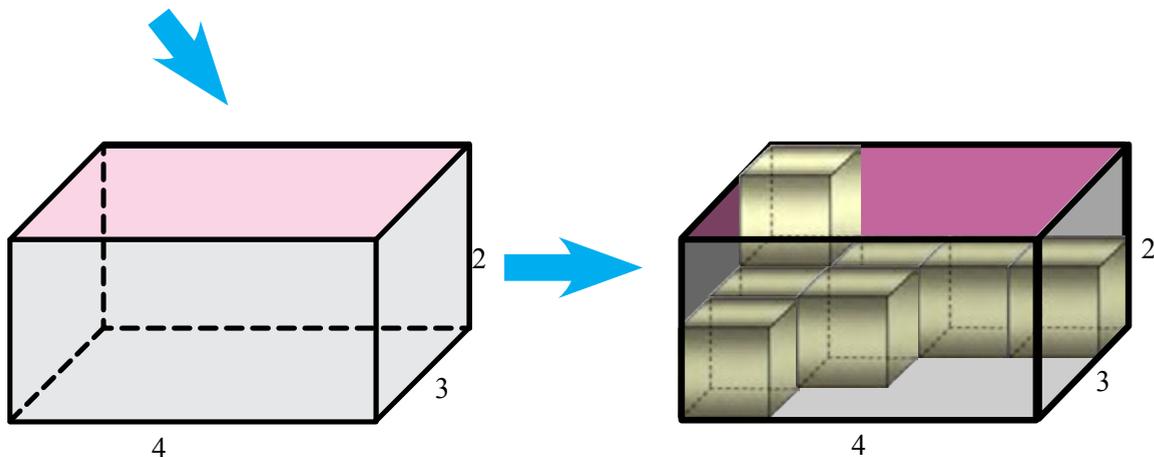
Masalah 4.4

Pada kegiatan kali ini kalian akan mempelajari mengenai Volume kubus dan balok. Perhatikan kubus satuan berikut ini.



Gambar 4.16a adalah Kubus satuan, yaitu kubus yang ukuran rusuk-rusuknya 1 satuan.

Gambar 4.16a Kubus satuan



Gambar 4.16b Balok

Balok berukuran $4 \times 3 \times 2$ satuan pada Gambar 4.16b akan dimasukkan kubus dari Gambar 4.16a berukuran 1 satuan.

Berapakah kubus satuan yang dibutuhkan untuk mengisi balok hingga penuh?

Apakah banyak kubus satuan yang memenuhi balok hingga penuh merupakan volume balok?

Bagaimanakah dengan volume kubus pada gambar 1?

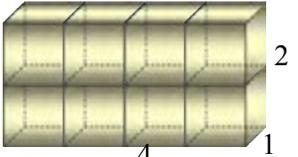
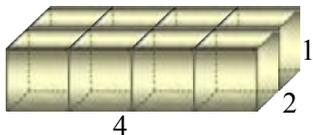
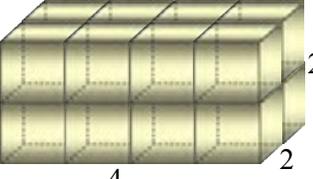
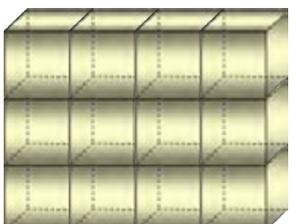
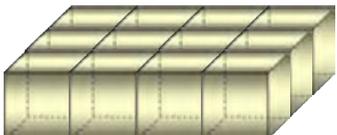
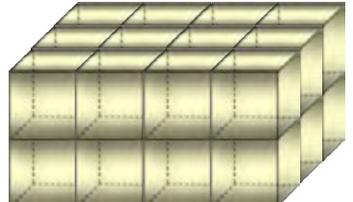
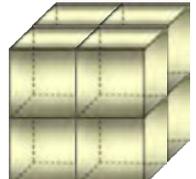
Untuk lebih jelasnya ikutilah langkah-langkah kegiatan belajar berikut ini.

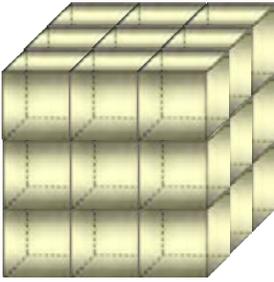
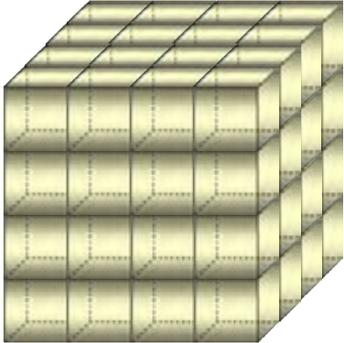
Alternatif Pemecahan Masalah



Perhatikan gambar susunan kubus berikut ini. Kemudian amatilah.

Tabel 4.3 Pengertian volume balok

No.	Balok	Banyak kubus satuan	Berukuran ($p \times l \times t$)	Volume (V)
1		Ada 8 kubus	$4 \times 1 \times 2$	$V = 8$ satuan kubik
2		Ada 8 kubus	$4 \times 2 \times 1$	$V = 8$ satuan kubik
3		Ada 16 kubus	$4 \times 2 \times 2$	$V = 16$ satuan kubik
4		Ada kubus	$4 \times 1 \times 3$	$V = \dots$ satuan kubik
5		Ada 12 kubus	$\dots \times \dots \times \dots$	$V = \dots$ satuan kubik
6		Ada kubus	$\dots \times \dots \times \dots$	$V = \dots$ satuan kubik
7		Ada 8 kubus	$2 \times 2 \times 2 = 2^3$	$V = 8$ satuan kubik

No.	Balok	Banyak kubus satuan	Berukuran ($p \times l \times t$)	Volume (V)
8		Ada kubus	$\dots \times \dots \times \dots = \dots$	$V = \dots$ satuan kubik
9		Ada kubus	$\dots \times \dots \times \dots = \dots$	$V = \dots$ satuan kubik

- 1) Perhatikan pola susunan kubus pada tabel di atas.
- 2) Bandingkan banyaknya susunan kubus pada tabel di atas.
- 3) Perhatikan polanya untuk menentukan volume balok dan kubus secara umum.

Kesimpulan apa yang dapat kalian ambil dari pengamatan di atas?



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. “Volume” dan “gambar 1 dan 2 pada tabel 4.3a”
2. “sisi alas” dan “kubus, balok”
3. “kubus” dan “balok”

Tulislah pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.



Ayo Kita Menggali Informasi

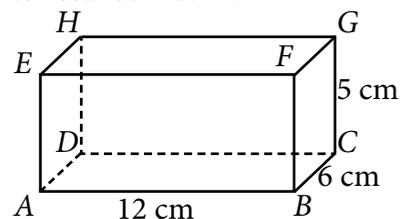
Sebelum menggali informasi, sebaiknya kalian perhatikan contoh soal berikut ini:



Contoh 4.6

Perhatikan gambar balok di samping.

Berapakah volumenya?



Alternatif Penyelesaian

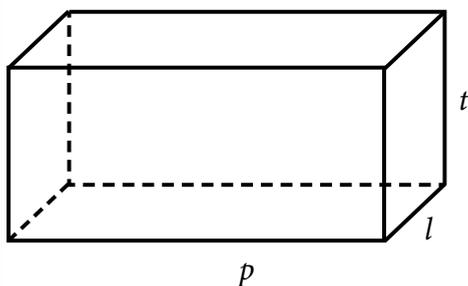
Balok di atas mempunyai $p = 12$ cm, $l = 8$ cm, dan $t = 5$ cm.

$$\begin{aligned} V &= p \times l \times t \\ &= 12 \times 8 \times 5 \\ &= 480 \end{aligned}$$

Jadi, Volume Balok tersebut adalah 480 cm^3

Contoh 4.7

Volume sebuah balok 72 cm^3 . Hitunglah luas permukaan minimal yang dapat dimiliki oleh balok tersebut.



Alternatif Penyelesaian

Perhatikan gambar balok di samping.

Diketahui volume balok = 72 cm^3 ,

$$V = p \times l \times t = 72$$

Untuk mendapatkan luas permukaan minimal, maka diperoleh pola penjumlahan kebalikan dari ukuran balok

tersebut, yaitu:
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} + \frac{1}{t} = \frac{pl + pt + lt}{plt}$$

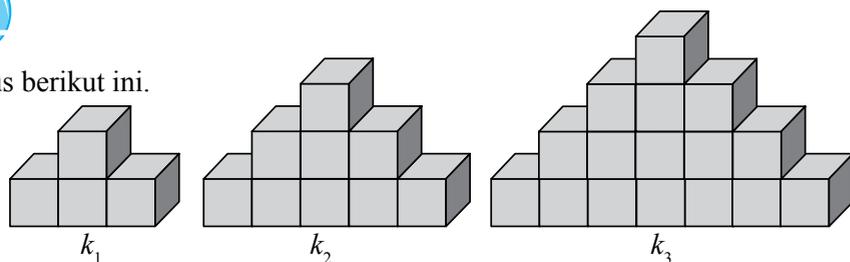
Nilai terkecil dari jumlah kebalikan ukuran balok tersebut diperoleh jika nilai plt terbesar (maksimum) atau nilai-nilai p , l , dan t adalah sama atau mempunyai selisih minimal dari tiga bilangan tersebut dan apabila tiga bilangan tersebut dikalikan sama dengan 72 , yaitu $p = 6$, $l = 4$, dan $t = 3$.

Dengan demikian luas permukaannya adalah $L = 2(pl + pt + lt) = 2(6 \times 4 + 6 \times 3 + 4 \times 3) = 108$

Jadi, luas permukaan minimal yang dapat dimiliki oleh balok tersebut adalah 108 cm^2

Contoh 4.8

Perhatikan susunan kubus berikut ini.



Banyaknya susunan kubus pada k_1 , k_2 , k_3 , dan seterusnya semakin bertambah dengan pola susuna seperti pada gambar di atas.

- Berapa banyak susuna kubus pada pola berikutnya (k_4)?
- Berapa banyak susunan kubus pada k_{10}

Alternatif Penyelesaian

Banyak susunan kubus pada k_1 adalah 4 kubus

Banyak susunan kubus pada k_2 adalah 9 kubus

Banyak susunan kubus pada k_3 adalah 16 kubus

Perhatikan pola berikut ini.

$$k_1 \Rightarrow 4 \text{ kubus} : 2 \times 2 \Rightarrow 2^2 = (1 + 1)^2 \text{ kubus}$$

$$k_2 \Rightarrow 9 \text{ kubus} : 3 \times 3 \Rightarrow 3^2 = (2 + 1)^2 \text{ kubus}$$

$$k_3 \Rightarrow 16 \text{ kubus} : 4 \times 4 \Rightarrow 4^2 = (3 + 1)^2 \text{ kubus}$$

maka

$$k_4 \Rightarrow 25 \text{ kubus} : 5 \times 5 \Rightarrow 5^2 = (4 + 1)^2 \text{ kubus}$$

.....

....

sehingga

$$k_n \Rightarrow \dots \text{ kubus} : \dots \times \dots \Rightarrow \dots^2 = (n + 1)^2 \text{ kubus}$$

Dengan demikian kita sudah mempunyai bentuk umumnya, yaitu $k_n = (n + 1)^2$ kubus

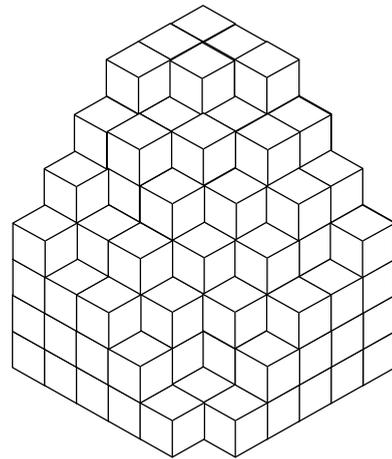
Jadi unuk:

a. k_4 adalah $k_4 = (4 + 1)^2 = 5^2 = 25$ kubus

b. k_{10} adalah $k_{10} = (10 + 1)^2 = 11^2 = 121$ kubus

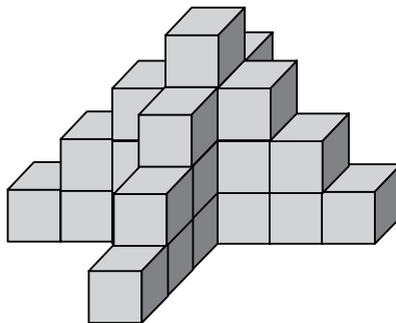
Sekarang perhatikan kubus-kubus kecil yang disusun seperti tampak pada gambar berikut.

Coba kalian tentukan banyaknya susunan kubus kecil tersebut.



**Ayo Kita
Menalar**

Sebuah tugu akan dibangun dengan menumpuk kubus-kubus beton yang rusuknya 10 cm, seperti tampak pada gambar di bawah. Antar sisi-sisi kubus yang berdempetan dan sisi kubus dengan lantai akan direkat dengan semen setebal 1 cm.



Jika tinggi tugu yang diinginkan adalah 21,99 m, berapa banyak kubus beton yang diperlukan?



**Ayo Kita
Berbagi**

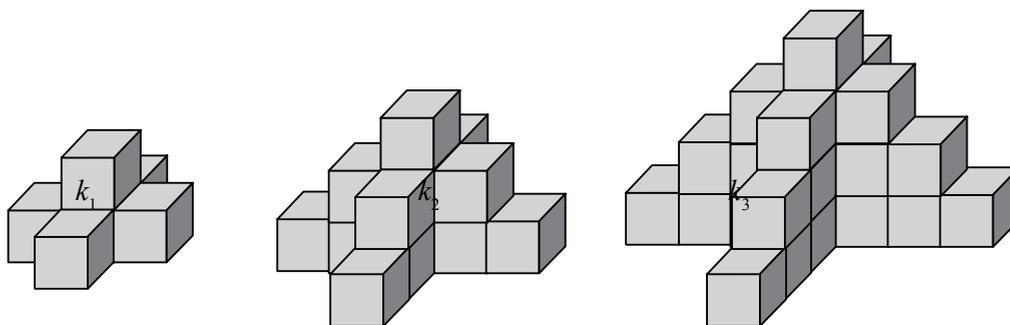
Setelah selesai menjawab, tukarkan hasil jawaban kalian dengan teman sebangku. Kemudian bandingkan hasil jawabannya. Dikusikan..

Tulislah kesimpulan kalian pada lembar kerja/buku tulis kalian.



Latihan 4.4

1. Sebuah bak mandi berbentuk kubus memiliki panjang rusuk 1,4 m. Tentukan banyak air yang dibutuhkan untuk mengisi bak mandi tersebut hingga penuh.
2. Sebuah akuarium berbentuk balok memiliki ukuran panjang 74 cm dan tinggi 42 cm. Jika volume air di dalam akuarium tersebut adalah 31.080 cm^3 , tentukan lebar akuarium tersebut.
3. Perbandingan panjang, lebar dan tinggi sebuah balok adalah $p : l : t = 5 : 2 : 1$, jika luas permukaan balok 306 cm^2 , maka tentukan besar volum balok tersebut.
4. Diketahui volume balok 100 cm^3 . Bagaimana cara menemukan ukuran balok tersebut? Berapa banyak kemungkinan ukuran-ukuran yang kalian temukan?
5. Sebuah batang bambu dengan diameter 10 cm dan panjang 4 meter diikat di dasar kolam berbentuk balok dengan ukuran panjang 4,5 m, lebar 55 cm, dan tinggi 40 cm untuk direndam dalam suatu larutan pengawet. Jika diasumsikan ujung-ujung bambu tertutup, berapa liter larutan pengawet harus dimasukkan sampai bak menjadi penuh?
6. Sebuah tangki penampungan minyak tanah berbentuk prisma yang alasnya berupa belah ketupat yang panjang diagonal-diagonalnya 4 m dan 3 m. Tinggi tangki 2,5 m. Pada dasar tangki terdapat kran yang dapat mengalirkan minyak tanah rata-rata 75 liter setiap menit. Berapa lama waktu yang diperlukan untuk mengeluarkan minyak tanah dari tangki itu sampai habis?
7. Perhatikan susunan kubus berikut ini.



Banyaknya susunan kubus pada k_1, k_2, k_3 , dan seterusnya semakin bertambah dengan pola susuna seperti pada gambar di atas.

- a. Berapa banyak susuna kubus pada pola berikutnya (k_4).
- b. Berapa banyak susunan kubus pada k_{10} .

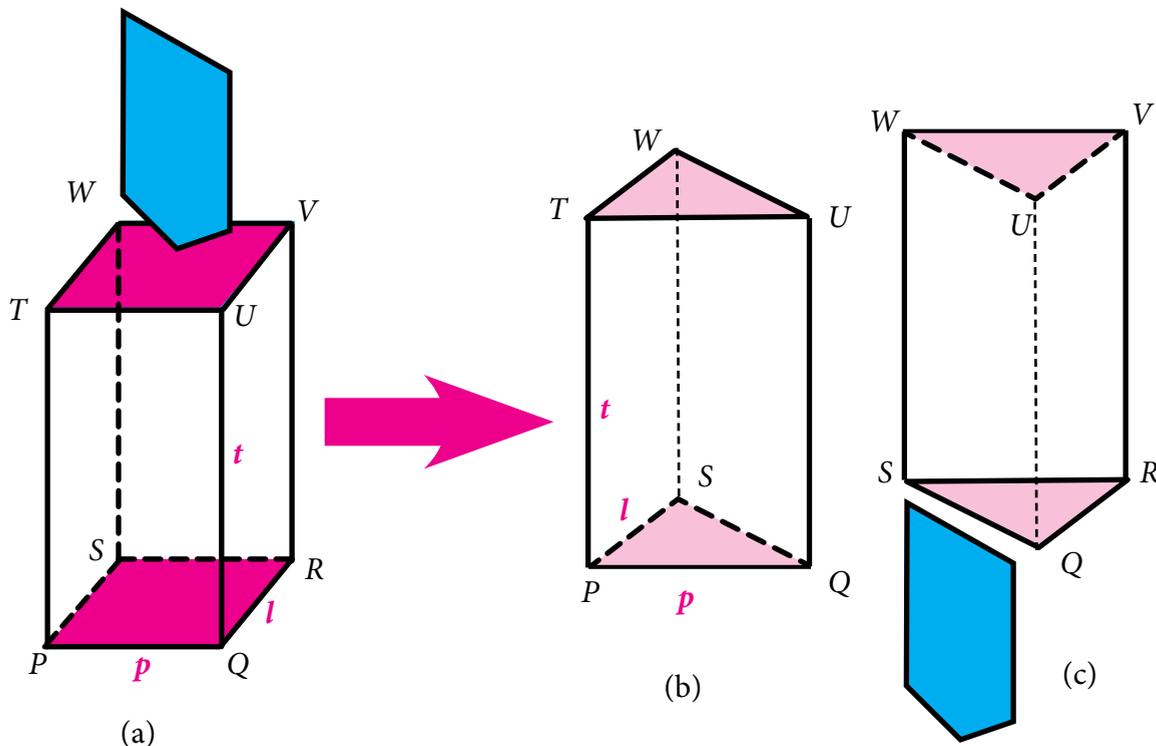
Kegiatan 4.5

Menentukan Volume Prisma

Pada Kegiatan 4.2 kalian sudah mempelajari tentang luas permukaan prisma. Pada kegiatan 5 ini kalian akan mempelajari tentang volume prisma. Coba kita ingat kembali tentang volume balok pada kegiatan 4. Volume balok juga dapat dikatakan sebagai volume prisma segi empat, mengapa demikian?

Masalah 4.5

Coba perhatikan balok pada Gambar 4.17 di bawah yang diiris menjadi dua prisma segitiga tegak. Prisma-prisma segitiga tegak (b) dan (c) sama bentuk dan ukurannya, sehingga jumlah volume kedua prisma segitiga tegak itu sama dengan volume balok.



Gambar 4.17 Balok dan Prisma

Jelas bahwa Volume masing-masing Prisma segitiga itu sama, yaitu setengah Volume Balok.

Untuk lebih jelasnya ikutilah langkah-langkah kegiatan belajar berikut ini.

1. Bagaimana hubungan antara luas alas prisma dengan tingginya?
2. Bagaimana prosedur memperoleh volume prisma yang bermula dari volume balok?

Alternatif Pemecahan Masalah



Perhatikan gambar prisma yang diiris menjadi dua prisma segitiga tegak berikut ini. Kemudian amatilah.

Tabel 4.4 Pengertian volume prisma

No.	Prisma	Luas alas (L_a)	Ukuran tinggi (t)	Volume (V)
1		$L_a = p \times l$	t	$V = p \times l \times t$ $= (p \times l) \times t$ $= L_a \times t$
2		$L_a = p \times l$	t	$V = \frac{1}{2} (p \times l \times t)$ $= \frac{1}{2} (p \times l) \times t$ $= L_a \times t$
3		$L_a = p \times l$	t	$V = \frac{1}{2} (p \times l \times t)$ $= \frac{1}{2} (p \times l) \times t$ $= L_a \times t$
Hubungan ini juga berlaku untuk setiap Prisma, bahwa Volume Prisma adalah Volume = Luas alas x Tinggi				



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. “balok, prisma” dan “volume”
2. “sisi alas” dan “balok, prisma”

Tuliskan pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.



Ayo Kita Menggali Informasi

Sebelum menggali informasi, sebaiknya kalian perhatikan contoh soal berikut ini:



Contoh 4.9

Sebuah Prisma alasnya berbentuk segitiga dengan panjang sisi-sisinya 3 cm, 4 cm, dan 5 cm. Apabila tinggi prisma 10 cm, berapakah volum prisma ?

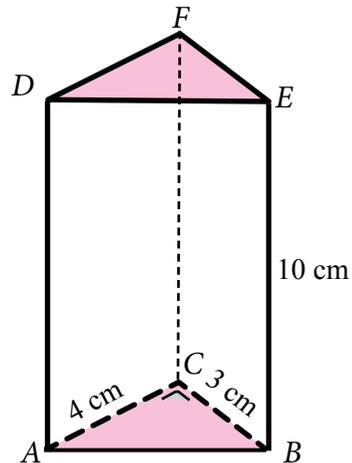


Alternatif Penyelesaian

Volume = Luas alas \times Tinggi

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4\right) \times 10 \\
 &= 6 \times 10 \\
 &= 60
 \end{aligned}$$

Jadi, volume prisma tersebut adalah 60 cm³



Contoh 4.10

Sebuah kaleng berbentuk balok berukuran 10 dm \times 8 dm \times 6 dm berisi air penuh. Bila air itu dituangkan pada kaleng lain berbentuk prisma yang luas alasnya 96 dm² dan sudah terisi air setinggi 12 cm. Berapa literkah air pada kaleng berbentuk prisma sekarang?



Alternatif Penyelesaian

Menurut informasi dari soal, bahwa untuk mengetahui berapa liter tinggi air setelah ketambahan air dari kaleng Balok, maka dicari terlebih dahulu volume ketinggian air pada kaleng Prisma, baru setelah itu bisa ditemukan berapakah volume air pada kaleng Prisma, yaitu

$$\begin{aligned}
 \text{Volume air pada kaleng Balok} &= \text{Volume ketinggian air pada kaleng Prisma} \\
 \text{Ukuran kaleng Balok} &= \text{Luas alas kaleng Prisma} \times \text{Ketinggian air} \\
 10 \times 8 \times 6 &= 96 \times \text{Ketinggian air} \\
 \text{Ketinggian air} &= 5 \text{ dm}
 \end{aligned}$$

Kaleng Prisma sudah terisi air setinggi 12 cm = 1,2 dm

Dengan demikian dapat ditemukan volume air pada kaleng Prisma sekarang:

$$\begin{aligned}\text{Volume air pada Kaleng Prisma sekarang} &= \text{Luas alas Prisma} \times \text{Tinggi air sekarang} \\ &= 96 \times (1,2 + 5) \\ &= 96 \times 6,5 \\ &= 624\end{aligned}$$

Jadi, banyaknya air air pada kaleng berbentuk prisma sekarang adalah $624 \text{ dm}^3 = 624$ liter.

Sekarang coba buat masalah sendiri jika diketahui alas sebuah prisma berbentuk persegi. Misal

panjang sisi 12 cm dan tinggi prisma adalah 15 cm. Jika sisi-sisi alasnya diperkecil $\frac{3}{4}$ kali, tentukan perbandingan volume prisma sebelum dan sesudah diperkecil.



**Ayo Kita
Menalar**

Coba gunakan penalaran kalian pada kasus berikut.

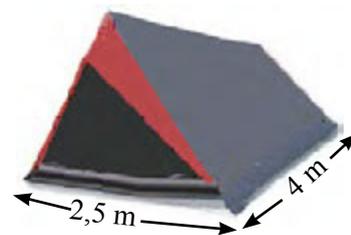
Diketahui volume prisma tegak segitiga siku-siku adalah 64 cm^3 . Bagaimana cara menemukan ukuran alas dan tinggi prisma tersebut? Berapa banyak kemungkinan ukuran-ukuran yang kalian temukan?



**Ayo
Kita Selidiki**

Coba terapkan hasil penalaran kalian pada soal-soal berikut:

1. Ada dua prisma segitiga siku-siku, yaitu prisma *A* dan prisma *B*. Tinggi kedua prisma sama panjang. Jika panjang sisi siku-siku terpendek prisma *A* sama dengan tiga kali panjang sisi siku-siku terpendek prisma *B*, dan sisi siku-siku yang lain sama panjang maka tentukan perbandingan volume prisma *A* dan prisma *B*.
2. Sebuah tenda pramuka berbentuk prisma tegak segitiga. Panjang tenda 4 m, sedangkan lebarnya 2,5 m. Jika volume tenda 10 m^3 , maka tentukan tinggi tenda tersebut.



Sumber: Kemdikbud

Gambar 4.18 Tenda



**Ayo Kita
Berbagi**

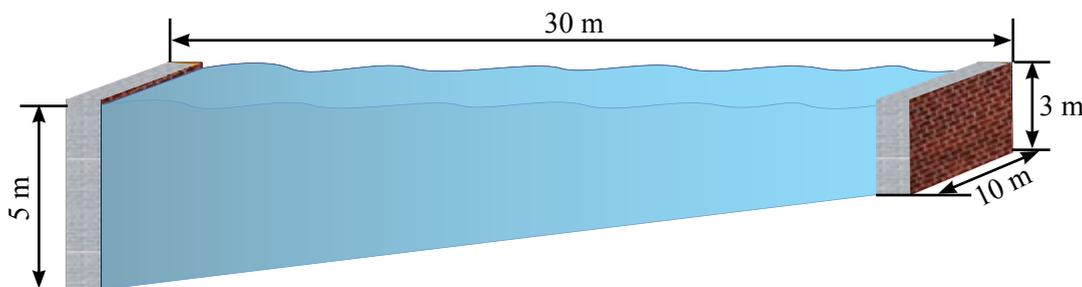
Kemudian presentasikan hasil jawaban dalam kelompok kalian di depan kelas. Sedangkan kelompok yang lain menyemaknya dan memberi tanggapan yang sopan santun.

Tulislah hasil pembahasan yang sudah didiskusikan pada lembar kerja/buku tulis kalian.



Latihan 4.5

1. Hitunglah volume air dalam kolam renang yang panjangnya 30 m, lebarnya 10 m, kedalaman air pada ujung dangkal 3 m terus melandai hingga pada ujung dalam 5 m.



2. Alas sebuah prisma berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang 12 cm, 16 cm dan 20 cm. Jika tinggi prisma 30 cm, hitunglah volume prisma tersebut!
3. Suatu prisma tegak yang alasnya merupakan segitiga dengan panjang sisi-sisinya 3 cm, 4 cm, dan 5 cm. Jika panjang rusuk tegaknya 6 cm, maka berapakah volume prisma tersebut?
4. Sebuah prisma dengan alas berbentuk belah ketupat mempunyai keliling 52 cm dan panjang salah satu diagonal alasnya 10 cm. Jika luas selubung prisma 1.040 cm^2 , maka volum prisma tersebut adalah...
5. Sebuah kaleng berbentuk balok berukuran $10 \text{ dm} \times 8 \text{ dm} \times 6 \text{ dm}$ berisi air penuh. Bila air itu dituangkan pada kaleng lain berbentuk prisma yang luas alasnya 96 dm^2 dan tingginya 9 dm. Berapa dm tinggi air pada kaleng berbentuk prisma?
6. Volum sebuah prisma 540 dm^3 . Bila alas prisma berbentuk segitiga dengan panjang rusuk masing-masing 5 dm, 12 dm, dan 13 dm, maka tentukan luas permukaan prisma tersebut.
7. Kalian ditugaskan untuk prisma yang volumenya 120 cm^3 . Ada berapa rancangan yang dapat kalian buat? Berapa ukuran prisma yang kalian buat? Sebutkan.
8. Alas sebuah prisma berbentuk persegi dengan panjang sisi 12 cm. Tinggi prisma adalah 15 cm.

Jika sisi-sisi alasnya diperkecil $\frac{3}{4}$ kali, tentukan perbandingan volume prisma sebelum dan sesudah diperkecil.



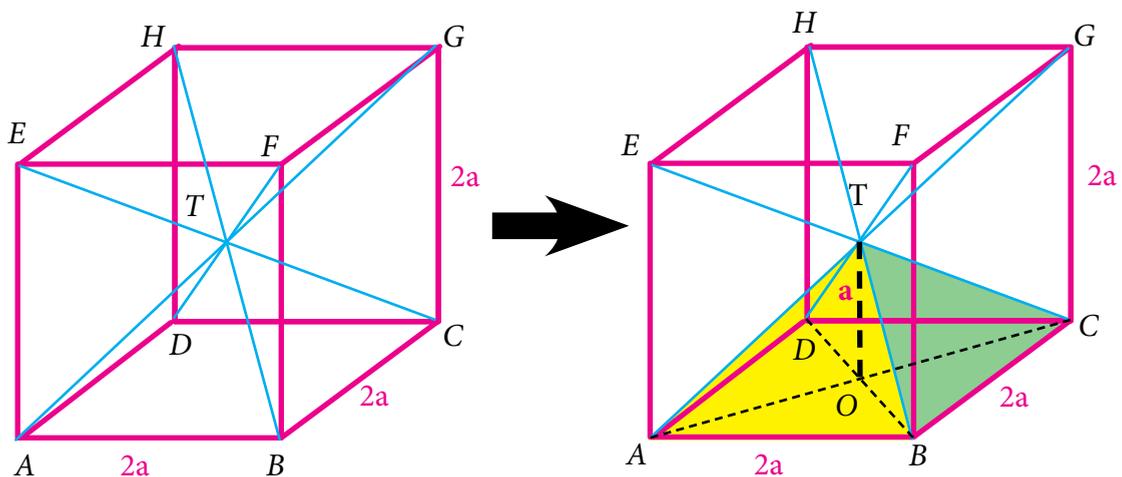
Kegiatan 4.6

Menentukan Volume Limas

Pada kegiatan 4.3 kalian telah membahas tentang luas permukaan limas. Pada kegiatan 4.4 juga kalian sudah membahas tentang volume kubus. Pada kegiatan 4.6 ini kalian diajak untuk berfikir lebih jauh bagaimana caranya menemukan volume limas yang di dapat dari volume kubus.

Masalah 4.6

Coba perhatikan kubus pada gambar di bawah yang keempat diagonal ruangnya saling berpotongan pada satu titik. Terbentuk bangun apakah antar sisi dengan perpotongan diagonal ruang kubus? Bangun yang terbentuk adalah limas yang terdiri dari 6 buah limas yang berukuran sama. Masing-masing limas beralkasan sisi kubus dan tinggi masing-masing limas sama dengan setengah rusuk kubus. satu limas yang terbentuk yaitu $T.ABCD$.



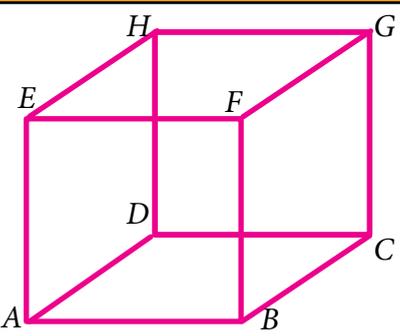
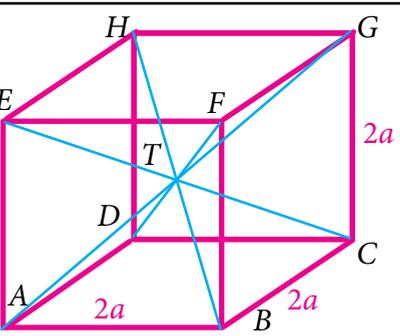
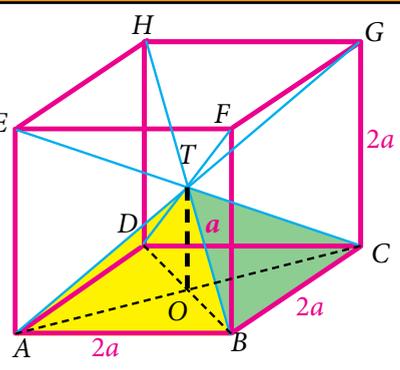
Dikarena luas masing masing limas sama dan limas yang terbentuk ada 6 buah, maka volume 6 buah limas tersebut sama dengan volume kubus atau volume limas sama dengan $\frac{1}{6}$ volume kubus

Untuk lebih jelasnya ikutilah langkah-langkah kegiatan belajar berikut ini.

1. Bagaimana hubungan volume kubus dengan volume limas
2. Bagaimana prosedur memperoleh volume limas yang bermula dari volume kubus?

Perhatikan gambar kubus dan limas yang terbentuk berikut ini. Kemudian amatilah.

Tabel 4.5 Pengertian volume limas

No.	Kubus $ABCD EFGH$	Luas alas (L_a)	Ukuran tinggi (t)	Volume (V_k)
1		$L_a = AB \times BC$	$t = CG$	$ \begin{aligned} V_k &= AB^3 \\ &= AB \times BC \times CG \\ &= (AB \times BC) \times CG \\ &= L_a \times t \end{aligned} $
2		$L_a = 2a \times 2a$	$t = 2a$	$ \begin{aligned} V_k &= (2a)^3 \\ &= 2a \times 2a \times 2a \\ &= (2a \times 2a) \times 2a \\ &= L_a \times 2a \end{aligned} $
No.	Limas $ABCDT$	Luas alas (L_a)	Ukuran tinggi (t)	Volume (V_l)
3		$L_a = 2a \times 2a$	$t = a$	$ \begin{aligned} V_l &= \frac{1}{6} (2a)^3 \\ &= \frac{1}{6} (2a \times 2a) \times 2a \\ &= \frac{1}{3} L_a \times a \\ &= \frac{1}{3} L_a \times t \end{aligned} $
<p>Hubungan ini juga berlaku untuk setiap limas, bahwa volume limas adalah</p> $\text{Volume} = \frac{1}{3} \text{Luas alas} \times \text{Tinggi}$				



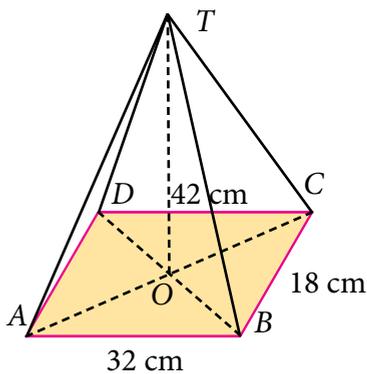
Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengatan kalian, tuliskan pertanyaan-pertanyaan yang ingin kalian ketahui jawabannya pada lembar kerja/buku tulis kalian.



Ayo Kita Menggali Informasi

sebelum menggali informasi, sebaiknya kalian perhatikan contoh soal berikut ini:



Contoh 4.11

Sebuah limas tegak alasnya berbentuk persegi panjang yang sisi-sisinya 18 cm dan 32 cm. Puncak limas tepat berada diatas pusat alas dan tingginya 42 cm. Hitunglah volume limas .

Alternatif Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{Volume} &= \frac{1}{3} \times \text{Luas alas} \times \text{Tinggi} = \frac{1}{3} \times (18 \times 32) \times 42 \\ &= 192 \times 42 = 8.064 \\ \text{Jadi, volume limas tersebut adalah } &8.064 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Contoh 4.12

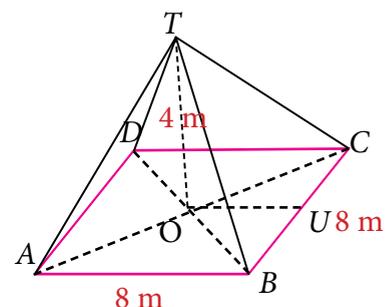
Sebuah atap rumah yang berbentuk limas dengan alas berbetuk persegi dengan panjang sisi 8 m dan tinggi 4 m hendak ditutupi dengan genteng yang berukuran 40 cm × 20 cm. Hitunglah banyak genteng yang diperlukan.



Alternatif Penyelesaian

Perhatikan ilustrasi gambar disamping.
Permukaan atap terdiri dari 4 segitiga sama kaki:
Luas permukaan atap = 4 × segitiga sama kaki

$$\begin{aligned} &= 4 \times \frac{1}{2} \times \text{alas segitiga} \times \text{tinggi segitiga} \\ &= 2 \times BC \times TU \\ &= 2 \times BC \times \sqrt{TO^2 + OU^2} \\ &= 2 \times 8\sqrt{4^2 + 4^2} \\ &= 16\sqrt{2} \text{ m}^2 \end{aligned}$$



Diketahui ukuran genteng = $40 \times 20 = 800 \text{ cm}^2 = 0,08 \text{ m}^2$

dan luas permukaan atap = $16\sqrt{2} \text{ m}^2$

$$\begin{aligned} \text{Banyak genteng yang di butuhkan} &= \frac{\text{Luas permukaan atap}}{\text{ukuran genteng}} = \frac{16\sqrt{2}}{0,08} \\ &= 200\sqrt{2} \\ &= 282,843 \\ &\approx 283 \end{aligned}$$

Jadi, banyak genteng yang diperlukan adalah 283 buah.

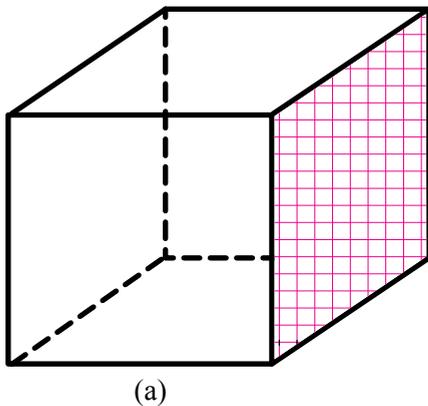
Sekarang coba temukan pada buku tertentu, di internet, atau membuat sendiri jika diketahui Sebuah limas segiempat beraturan akan dimasukkan pada kubus yang mempunyai panjang rusuk 12 cm. Berapakah besar volume maksimal limas itu agar dapat masuk pada kubus tersebut? Jelaskan.



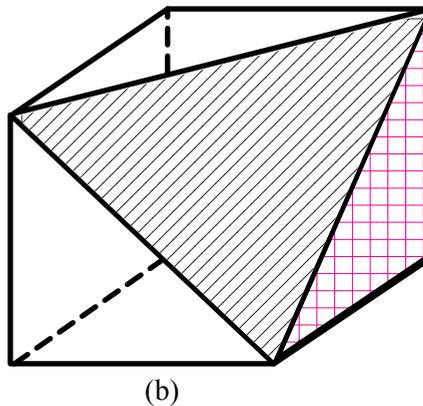
Ayo Kita Bernalar

Berdasarkan informasi yang kalian dapatkan. Coba nalarkan pada kasus berikut:

Perhatikan Gambar 4.19a sebagai kubus sempurna dan Gambar 4.19b merupakan kubus yang sama dengan Gambar 4.19a dengan salah satu bagian sudut dipotong dengan potongan berbentuk limas. Jika panjang rusuk kubus 30 cm, maka bagaimana kalian menentukan volume bangun baru (Gambar 4.19b)? Jelaskan.



(a)



(b)

Gambar 4.19 (a) Kubus (b) Kubus yang salah satu bagian sudut dipotong

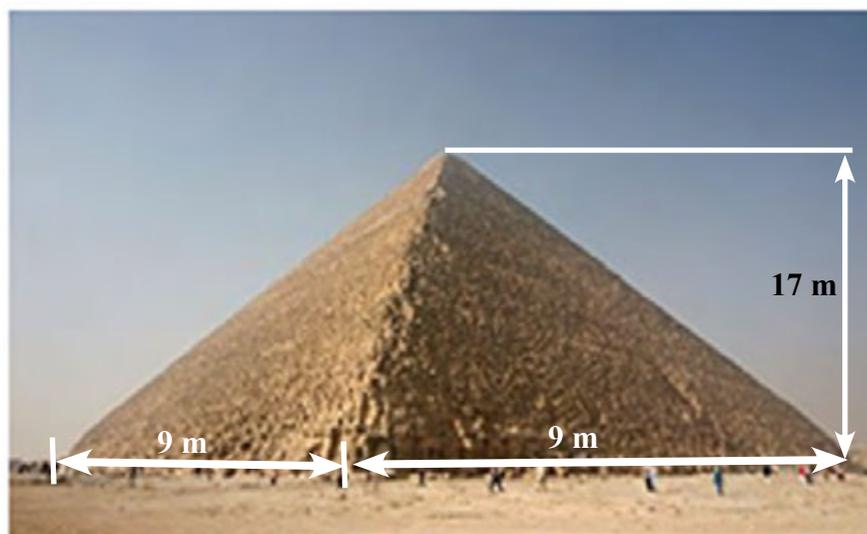


Ayo Kita Selidiki

Coba terapkan hasil penalaran kalian pada soal-soal berikut:

1. Gambar berikut menunjukkan piramida berbentuk limas dengan alas berbentuk persegi yang panjang sisi-sisinya 9 m, dan tingginya 17 m.

2. Alas sebuah limas berbentuk belah ketupat dengan panjang diagonal-diagonalnya 10 cm dan 15 cm. Tinggi limas adalah 18 cm. Jika diagonal-diagonal alas maupun tingginya diperbesar 3 kali, maka tentukan perbandingan volume limas sebelum dan sesudah diperbesar.



Sumber: matematohir.wordpress.com

Gambar 4.20 Piramida



Ayo Kita Berbagi

Tukarkan hasil penyelesaian kalian kepada teman dalam satu kelompok. Diskusikan dengan cara santun dan lemah lembut.

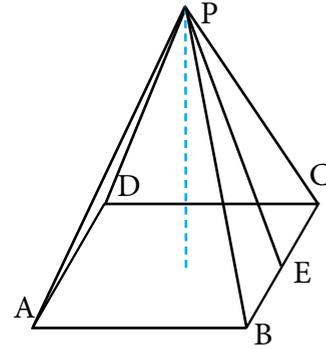
Tuliskan pemahaman dan kesimpulan yang sudah diperoleh pada lembar kerja/buku tulis kalian.



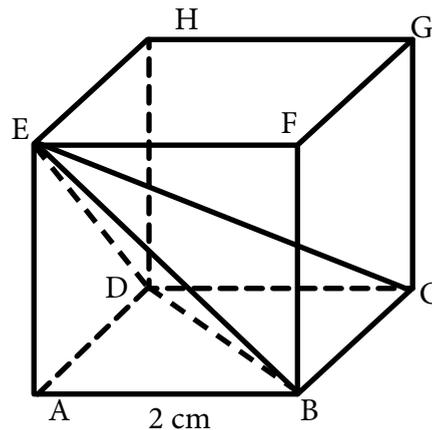
Latihan 4.6

1. Kerangka model limas dengan alas berbentuk pergi panjang dengan panjang dan lebarnya masing-masing 16 cm dan 12 cm, sedangkan tinggi limas 24 cm. Berapa panjang kawat yang diperlukan untuk membuat kerangka model limas tersebut?
2. Sebuah limas tegak alasnya berbentuk persegi panjang yang sisi-sisinya 18 cm dan 32 cm. Puncak limas tepat berada di atas pusat alas dan tingginya 42 cm. Hitunglah volume limas.
3. Suatu limas alasnya berbentuk persegi dengan panjang sisi 6 cm dan volumenya 60 cm^3 . Hitunglah tinggi limas tersebut.
4. Sebuah limas dengan alas berbentuk persegi mempunyai luas alas 81 cm^2 dan volume limas 162 cm^3 . Tentukan luas seluruh sisi tegak limas tersebut.

5. Volume limas $P.ABCD$ di samping ini 48.000 m^3 . Jika alasnya berbentuk persegi dengan panjang sisi 60 m , maka berapakah panjang garis PE ?

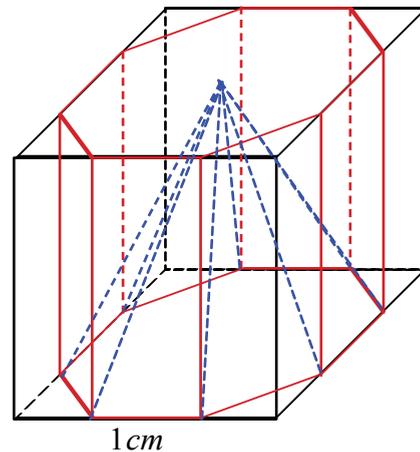


6. Perhatikan kubus $ABCD.EFGH$ dengan panjang rusuk 2 cm . Tentukan volume limas $E.ABCD$..



7. Atap sebuah rumah berbentuk limas dengan alas berupa persegi panjang berukuran $25 \text{ m} \times 15 \text{ m}$. Tinggi atap itu (tinggi limas) adalah 7 m . Volume udara yang terdapat dalam ruang atap itu adalah.....

8. Sebuah limas dan prisma segidelapan beraturan berada di dalam kubus yang alasnya saling berimpitan, seperti terlihat pada gambar di samping. Jika panjang rusuk kubus 1 cm , maka volume Prisma di luar limas adalah...



9. Alas sebuah limas berbentuk persegi panjang dengan ukuran panjang 10 cm dan lebar 8 cm . Tinggi limas adalah 15 cm . Jika sisi-sisi alasnya diperbesar $1\frac{1}{2}$ kali, tentukan besar perubahan volume limas tersebut.



Bangun Ruang Tidak Beraturan



Kegiatan 4.7

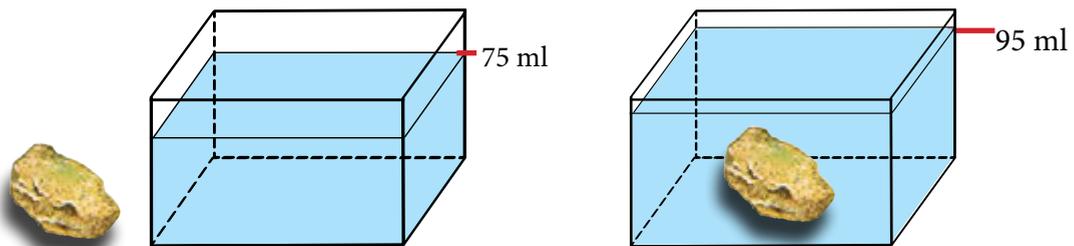
Menaksir Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang Sisi Datar Tidak Beraturan

Bangun ruang tak beraturan merupakan benda-benda nyata yang ada dalam kehidupan sehari-hari, seperti batu, wadah air kemasan, toples, tahu, lapet, teko dan lain-lain. Benda-benda tersebut dapat diketahui luas permukaannya dan volumenya dengan menggunakan konsep mencari luas dan volume pada bangun ruang sisi datar. Contohnya adalah kasus pada berikut ini:



Masalah 4.7

Sebuah kaleng berbentuk balok yang sudah berisi air dengan volume 75 ml. Kemudian kaleng tersebut akan dimasukkan batu yang bentuknya tidak beraturan. Setelah kaleng tersebut kemasukan benda padat, maka volume airnya berubah menjadi 95 ml.



Gambar 4.21 Balok dan batu

Sekarang kita bisa mengetahui bahwa volume air berubah menjadi tambah banyak setelah dimasukkan batu. Apa perubahan volume airnya pertanda volume batu tersebut? Apa memang benar seperti itu? Kenapa demikian? Coba jelaskan.



Ayo Kita Amati

Diketahui: Volume air mula-mula, $V_1 = 75$ ml
Volume batu = b
Volume air setelah ketambahan batu, $V_2 = 95$ ml



Alternatif Penyelesaian

Volume air mula-mula + volume batu = volume air setelah dimasuki batu

$$V_1 + b = V_2$$

$$75 + b = 95$$

$$b = 95 - 75, b = 20. \text{ Jadi, Volume batu adalah } 20 \text{ ml.}$$

Masalah 4.8



Gambar 4.22 Batu, toples, piramida, dan kue lapet

Memilih mana dari bangun kubus, balok, prisma, dan limas yang lebih mudah digunakan untuk menaksir luas permukaan dan volume batu? Toples? Piramida? dan Lapet?

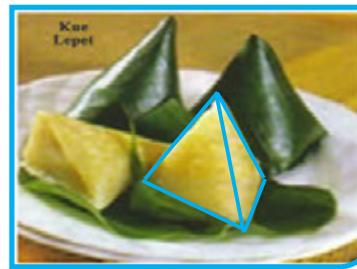
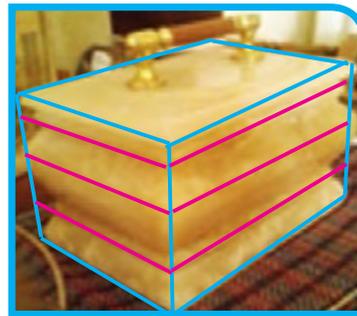
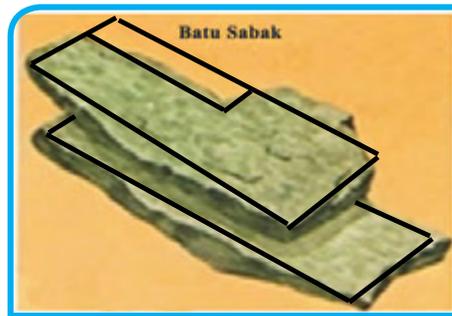
Adakah bangun-bangun ruang tersebut yang memiliki luas permukaan sama? Termasuk juga volumenya sama? Mana yang lebih tepat digunakan untuk menaksir luas permukaan dan volume dari keempat gambar tersebut?

Alternatif Pemecahan Masalah

Ayo Kita Amati

Menentukan luas permukaan atau volume bangun ruang sisi datar tidak beraturan adalah menaksirkan luas permukaan atau volume bangun ruang tersebut dengan cara menentukan bangun ruang tersebut termasuk mendekati bangun ruang yang mana, sehingga nantinya apabila dihitung luas permukaan atau volumenya mempunyai selisih pengukuran yang paling sedikit.

Ilustrasi:



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. “volume batu” dan “cara”
2. “luas permukaan” dan “toteles”
3. “volume maksimum, minimum” dan “lapet”

Tuliskan pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.



Ayo Kita Menggali Informasi

Coba temukan benda-benda di lingkungan sekitarmu. Misalkan yang kamu temukan adalah wadah air minum kemasan, sudah tertera kapasitas isi airnya yaitu 250 ml. Bagaimana caranya kamu menentukan luas permukaan dari wadah kemasan air minum tersebut dengan terlebih dulu menghitung volume tabung lingkaran terkecil dengan volume tabung lingkaran yang paling besar?



Ayo Kita Menalar

Kemudian tuliskanlah 3 contoh yang ada dalam kehidupan sehari yang ada hubungannya dengan materi yang telah kalian diskusikan.

Diskusikan dalam kelompok bagaimana cara menjawabnya serta temukan jawabannya bersama-sama. Tuliskan jawaban tersebut sebagai karya kelompok.



Ayo Kita Berbagi

Setelah selesai menjawab dari kegiatan bernalar, kirimkan karya tersebut ke kelompok lain. Usahakan satu atau dua orang menemani karya itu, dan menjelaskan maksud dari karya itu ke kelompok lain. Tuliskan kesimpulan yang sudah diperoleh pada lembar kerja/buku tulis kalian.



Latihan 4.7

Ambillah enam benda-benda nyata yang ada di sekitar kalian, kemudian ukurlah dan perkirakan luas permukaan dan volumenya.

Contoh:



Gelas



Penghapus



Batu



Pensil



Stabilo



Telur



Tugas Projek 4

Pada kegiatan akhir bab ini kalian akan melakukan suatu projek. Projeknya adalah membuat bangun tertentu hasil kreasi dari bahan kardus.

Gunakan pengetahuan kalian tentang materi Bangun Ruang Sisi Datar dan materi lainnya pada kegiatan projek ini. Kemudian coba pikirkan dan tuliskan di tempat yang disediakan berikut jawaban dari pertanyaan-pertanyaan ini:

1. Supaya rencana mengkreasi bahan kardus ini baik dan unik, kira-kira apa yang harus kita perbuat? (bahan kardus apa yang harus kita sediakan?. Alat-alat apa yang harus kita siapkan? Langkah-langkah mengkreasi bahan dari kardus bagaimana? Berapa biaya yang dibutuhkan untuk mengkreasi bahan kardus ini? dll)
2. Agar tugas kalian ini mendapatkan hasil yang memuaskan, kira-kira strategi apa yang harus kalian perbuat? Bagaimana bentuk strateginya? Apalagi yang harus diperbuat? dll
3. Apakah pelajaran kita saat ini (tentang bentuk-bentuk bangun datar) bisa kalian manfaatkan? Yang mana? Mengapa?



Merangkum 4

Pengalaman belajar tentang Bangun Ruang Sisi Datar telah kalian lalui. Sekarang, cobalah tuliskan hal-hal penting yang menurut kalian sangat berharga dan kira-kira akan bermanfaat bagi kalian untuk belajar lebih jauh dengan menjawab pertanyaan berikut:

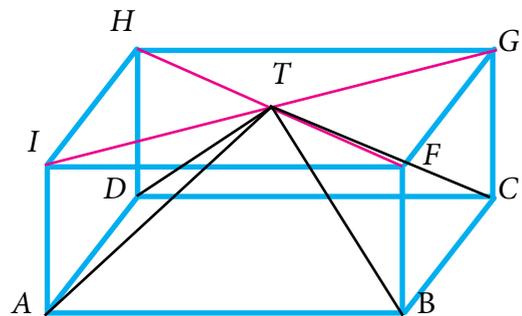
1. Berbentuk bangun apakah jaring-jaring kubus dan balok?
2. Apakah yang dimaksud dengan bangun kubus, balok, prisma dan limas?
3. Tuliskan rumus luas permukaan kubus, balok, prisma, dan limas dilengkapi dengan keterangannya.
4. Tuliskan rumus volume bangun ruang sisi datar dilengkapi dengan keterangannya.



Uji Kompetensi 4

1. Disediakan kawat yang panjangnya 6 m, akan dibuat kerangka balok berukuran $13 \text{ cm} \times 9 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$. Berapakah banyak kerangka balok yang dapat dibuat dari kawat tersebut?
2. Sebuah balok berukuran panjang = $(3x + 2) \text{ cm}$, lebar = $(x + 5) \text{ cm}$, dan tinggi = $(2x - 4) \text{ cm}$. Jika jumlah panjang rusuknya 156 cm, maka:
 - a. Susunlah persamaan dalam x
 - b. Tentukan nilai x
3. Alas sebuah prisma berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang sisi 12 cm, 5 cm dan 13 cm. Jika tinggi prisma adalah 20 cm. Hitunglah luas permukaan prisma tersebut.

4. Sebuah balok $ABCD.EFGH$ di samping, panjang, lebar dan tingginya berturut-turut adalah 8 cm, 6 cm, dan 3 cm. Tentukan:
 - a. Volume limas $T.ABCD$
 - b. Volume balok di luar limas $T.ABCD$



5. Eka membuat model balok padat yang terbuat dari bahan Gypsum dengan luas alas 200 cm^2 dan tingginya 9 cm. Harga Gypsum per liter adalah Rp15.000,00. Berapa rupiah minimal uang Eka yang harus dikeluarkan untuk membuat model balok?
6. Sebuah kotak panjangnya $1 \frac{1}{2}$ kali lebar dan $4 \frac{1}{2}$ kali tingginya. Jumlah semua rusuk 408 cm. Tentukan volum dan luas permukaannya
7. Sebuah tangki penampungan minyak tanah berbentuk prisma yang alasnya berupa belah ketupat yang panjang diagonal-diagonalnya 4 m dan 3 m. Tinggi tangki 2,5 m. Pada dasar tangki terdapat kran yang dapat mengalirkan minyak tanah rata-rata 75 liter setiap menit. Berapa lama waktu yang diperlukan untuk mengeluarkan minyak tanah dari tangki itu sampai habis?
8. Kubus $ABCD.EFGH$ dipotong menjadi empat bagian oleh dua bidang. Bidang pertama sejajar dengan sisi $ABCD$ dan melalui titik tengah rusuk BF . Bidang kedua melalui titik-titik tengah AB , AD , GH , dan FG . Tentukan rasio volume dari bagian ruang yang terkecil dan bagian yang terbesar.
9. Sebuah tangki penampungan minyak tanah berbentuk prisma yang alasnya berupa belah ketupat yang panjang diagonal-diagonalnya 4 m dan 3 m. Tinggi tangki 2,5 m. Pada dasar tangki terdapat kran yang dapat mengalirkan minyak tanah rata-rata 75 liter setiap menit. Berapa lama waktu yang diperlukan untuk mengeluarkan minyak tanah dari tangki itu sampai habis?



Kata Kunci

- Perbandingan senilai
- perbandingan berbalik nilai



Kompetensi Dasar

1. Memahami konsep perbandingan dengan menggunakan tabel, grafik, dan persamaan.
2. Menggunakan konsep perbandingan untuk menyelesaikan masalah nyata dengan menggunakan tabel, grafik, dan persamaan.
3. Menyelesaikan permasalahan dengan menaksir besaran yang tidak diketahui menggunakan grafik, aljabar, dan aritmetika.



Hubungan antara ukuran dari gigi dengan secepatannya adalah perbandingan berbalik nilai. Dari gambar di atas, gir A memiliki gigi dua kali lipat dari gigi yang dimiliki oleh gir B. Sehingga, jika gir A berputar satu kali, gir B akan berputar dua kali.

Misalkan gir A memiliki gigi tiga kali dari gir B, maka jika A berputar satu putaran, maka gir B berputar tiga putaran. Jika gir A memiliki gigi empat kali lebih banyak dari gir B, maka A akan berputar satu kali apabila B berputar empat kali.

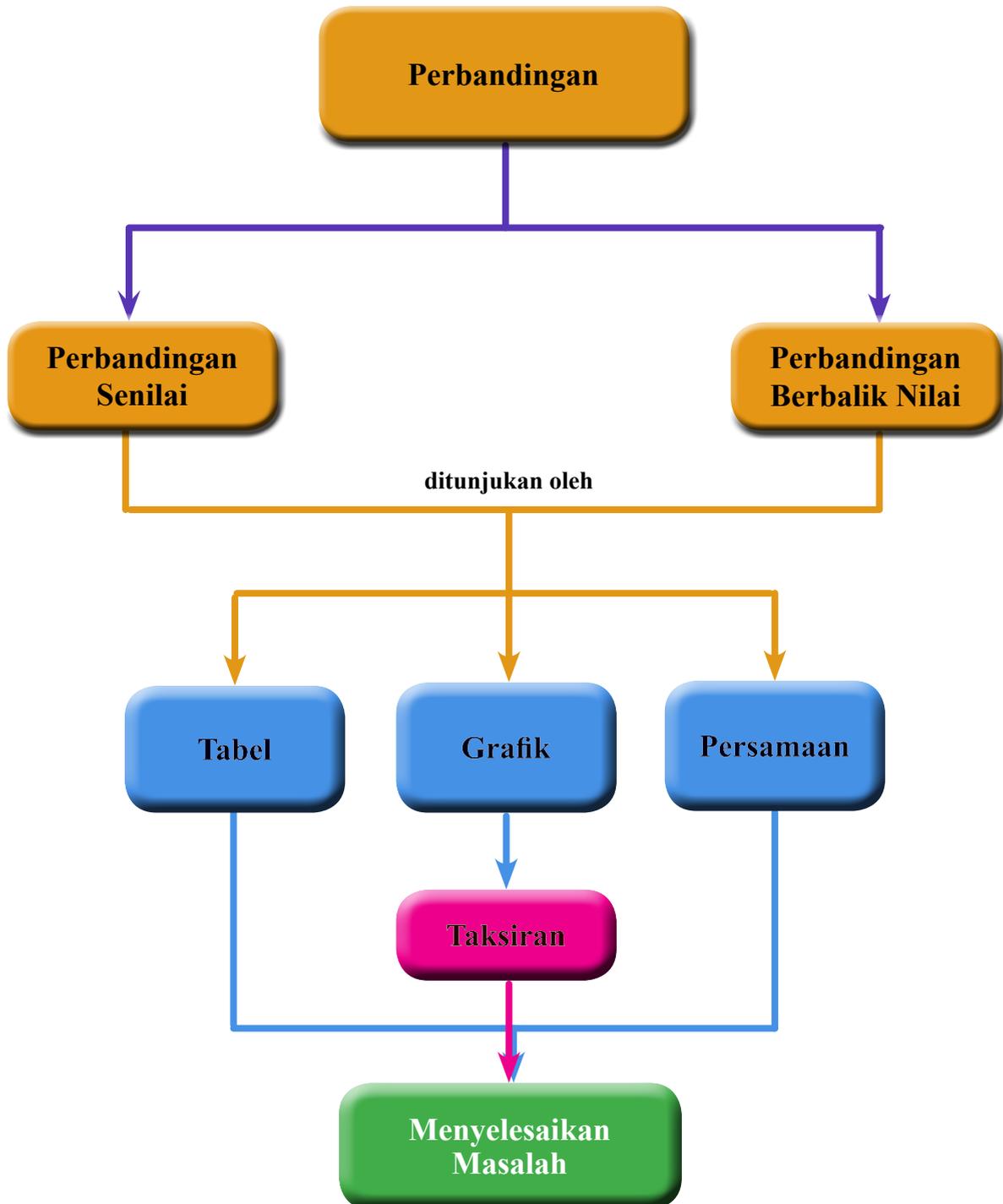
Nah, dua fakta di atas merupakan contoh dari situasi perbandingan yang sering kita jumpai. Nilai pi (π) pada permasalahan lingkaran dan gir pada sepeda.

Materi pada bab ini, kalian akan mengetahui penggunaan tabel, grafik, dan persamaan dalam menyelesaikan permasalahan perbandingan senilai maupun berbalik nilai.



Pengalaman Belajar

1. Menggunakan tabel, grafik, dan persamaan untuk memahami konsep perbandingan senilai dan berbalik nilai.
2. Menyelesaikan masalah perbandingan dengan menggunakan tabel, grafik, dan persamaan.
3. Menaksir besaran yang belum diketahui dengan menggunakan grafik, aljabar, dan aritmetika.





Georg Simon Ohm
(16 Maret 1789 – 6 Juli 1854)

Perbandingan Dalam Hukum Ohm

Georg Simon Ohm (16 Maret 1789 – 6 Juli 1854) adalah seorang fisikawan Jerman yang banyak mengemukakan teori di bidang elektrisitas. Karyanya yang paling dikenal adalah teori mengenai hubungan antara aliran listrik, tegangan, dan tahanan konduktor di dalam sirkuit, yang umum disebut Hukum Ohm.

Hukum Ohm adalah suatu pernyataan bahwa besar arus listrik yang mengalir melalui sebuah penghantar selalu berbanding lurus dengan beda potensial yang diterapkan kepadanya. Sebuah benda penghantar dikatakan mematuhi hukum Ohm apabila nilai resistansinya tidak bergantung terhadap besar beda potensial yang dikenakan kepadanya.

Secara matematis hukum Ohm diekspresikan dengan persamaan:

$$V = I \times R$$

Persamaan di atas terlihat jelas bahwa hubungan tegangan (V) dan kuat arus (I) adalah perbandingan senilai. Semakin besar kuat arus yang mengalir pada suatu rangkaian, maka semakin besar pula beda potensial pada rangkaian tersebut.

Hukum ini oleh Georg Simon Ohm, pada tahun 1825 dipublikasikan pada sebuah paper yang berjudul *The Galvanic Circuit Investigated Mathematically* pada tahun 1827. (Sumber: www.id.wikipedia.org)

Apa hikmah yang dapat kita ambil dari biografi Ohm?

1. Orang yang ingin memahami sains harus memahami matematika, sehingga akan dapat menjabarkan pemahamannya dalam bentuk matematis yang memudahkan. Apa gunanya kita bisa matematika tetapi tidak memahami keteraturan alam?
2. Matematika memang bisa berjalan sendiri tanpa sains, tetapi tanpa sains, matematik akan kehilangan tujuan selain dari kesenangan untuk mengolah logika dan pikiran. Matematika akan menjadi bermakna ketika matematika dapat menjadi alat bantu untuk mengutarakan konsep-konsep dan keteraturan alam ini.
3. Sains tidak mungkin berjalan tanpa matematika, karena konsep tentang alam ini tidak akan bisa diutarakan dan dimanfaatkan dengan baik tanpa matematika.



Perbandingan Senilai dan Berbalik Nilai

Tukang Bangunan



Sumber: www.hargahargabahanbangunan.blogspot.com

Gambar 5.1 Tukang Bangunan Sedang Membangun Rumah

Pak Fatkhur adalah seorang penyedia jasa tukang bangunan (kuli bangunan). Beliau berpengalaman dalam proyek-proyek pembangunan rumah tinggal, karena beliau sendiri juga seorang tukang bangunan. Beliau menjelaskan bahwa dalam menyelesaikan sebuah rumah yang berukuran $12,5 \text{ m} \times 7 \text{ m}$ diselesaikan oleh 5 tukang, termasuk pak Fatkhur sendiri, selama 2 bulan sampai selesai. Untuk mempercepat penyelesaian bangunan, Pak Fatkhur sanggup menyediakan tukang tambahan sesuai dengan permintaan pelanggan. Pak Fatkhur dan 9 temannya pernah membangun rumah selama 1 bulan.

Nah, sekarang coba kalian duga, berapa lama yang dibutuhkan oleh Pak Fatkhur dan 5 orang temannya untuk menyelesaikan sebuah rumah yang ukurannya sama seperti yang dijelaskan di atas?

Jika pelanggan Pak Fatkhur ingin memiliki rumah yang bisa diselesaikan selama 25 hari, berapa pekerja yang dibutuhkan untuk menyelesaikan pembangunan rumah?

bagaimana strategi untuk menyelesaikannya? Yuk pelajari selengkapnya di Bab 5 ini.

Kegiatan 5.1

Perbandingan Senilai



*Ayo
Kita Amati*



Masalah 5.1

Andi memiliki sepeda motor matic baru berkapasitas 125 cc. Dia tahu bahwa sepeda motor *matic* 125 cc memerlukan 1 liter pertamax untuk menempuh jarak 43 km.

Tabel berikut ini menunjukkan banyak pertamax (liter) dan jarak tempuh.

Tabel 5.1 Banyak pertamax (liter) dan Jarak tempuh

Banyak Pertamax (dalam liter), x	1	2	3	4
Jarak yang ditempuh (dalam km), y	43	86	129	172

Andi ingin melakukan perjalanan dari Kota Surabaya ke Banyuwangi yang berjarak sekitar 387 km dan ingin mengetahui banyak pertamax yang dibutuhkan. Dari tabel yang dibuatnya, Andi mengetahui bahwa jarak yang ditempuh dan banyak pertamax yang dibutuhkan adalah **perbandingan senilai**. Sehingga, jika Andi dapat menentukan hubungan keduanya, dia juga dapat menentukan banyak pertamax yang dibutuhkan untuk menempuh jarak sejauh 387 km.



*Ayo Kita
Menanya*

Hubungan apakah antara banyak pertamax dan jarak yang ditempuh?

Untuk menjawab pertanyaan di atas, kita gali informasi dari tabel di atas.



*Ayo Kita
Menggali Informasi*



Contoh 5.1

Tentukan berapa banyak pertamax yang akan dibutuhkan sepeda motor Andi?



*Alternatif
Penyelesaian*

Andi menyelesaikan dengan memperhatikan data dari tabel yang telah dia buat seperti berikut.

$\frac{y}{x} = \frac{43}{1} = 43$	$\frac{y}{x} = \frac{86}{2} = \frac{43}{1} = 43$	$\frac{y}{x} = \frac{129}{3} = \frac{43}{1} = 43$	$\frac{y}{x} = \frac{172}{4} = \frac{43}{1} = 43$
-----------------------------------	--------------------------------------------------	---------------------------------------------------	---------------------------------------------------

Andi telah mengetahui bahwa perbandingan jarak perjalanan yang ditempuh dan banyak pertamax yang dibutuhkan adalah 43.

43 adalah konstanta perbandingan.

$$\frac{y}{x} = \frac{43}{1} \text{ atau } y = 43x \text{ (menggunakan perkalian silang)}$$

Dari persamaan yang dibentuk, kita tahu bahwa y berbanding lurus dengan x . Hubungan tersebut dapat ditunjukkan oleh persamaan, $\frac{y}{x} = k$ atau $y = kx$, k adalah konstanta perbandingan.

Jadi, dapat disimpulkan bahwa

$$\begin{aligned} \text{(Jarak yang ditempuh)} &= 43 \text{ (banyak pertamax)} \\ y &= 43x \end{aligned}$$

Persamaan di atas menyatakan hubungan antar dua variabel.

$$387 = 43 \times x$$

$$387 \div 43 = x$$

$$9 = x$$

Jadi, untuk menempuh perjalanan selama 387 km dibutuhkan 9 liter pertamax.



Andi menggunakan persamaan untuk memperkirakan banyak pertamax yang diperlukan untuk menempuh perjalanan sejauh 387 km. Andi mengganti jarak yang ditempuh (y) dengan 387 dan menyelesaikan persamaan untuk menentukan banyak pertamax (x).



**Ayo Kita
Menalar**

Setelah kalian mengamati, menanya, dan menggali informasi dari Masalah 5.1. Tuliskan jawaban pertanyaan berikut pada buku catatan kalian dan diskusikan dengan temanmu.

1. Manakah di antara pernyataan berikut yang tidak berkaitan perbandingan senilai? Jelaskan alasan kalian.
 - a. y berbanding lurus terhadap x .
 - b. y kelipatan x .
 - c. Hasil kali y dan x adalah konstan.
2. Jelaskan apa yang kalian ketahui tentang “senilai” dalam perbandingan senilai?
3. Bagaimanakah perbandingan kedua variabel pada perbandingan senilai?

Untuk membantu menjawab pertanyaan-pertanyaan di atas, perhatikan Contoh 5.2 berikut.

Contoh 5.2

Tentukan apakah nilai-nilai pada tabel berikut menunjukkan perbandingan senilai. Jika iya, tentukan konstanta perbandingannya.

x	3	4	5
y	6	8	10

Alternatif Penyelesaian

$\frac{y}{x} = \frac{6}{3} = 2$	$\frac{y}{x} = \frac{8}{4} = 2$	$\frac{y}{x} = \frac{10}{5} = 2$
---------------------------------	---------------------------------	----------------------------------

dan y menunjukkan perbandingan senilai dengan konstantanya adalah 2.

Dapat kita ketahui bahwa $\frac{y}{x}$ adalah konstanta. Jadi, perbandingan nilai-nilai x



Sumber: www.klinikhewan.com
Gambar 5.1 Anjing

Contoh 5.3

Binatang Peliharaan

Sebagian besar binatang peliharaan memiliki perbandingan umur yang berbeda-beda dengan pemiliknya. Misalkan, seekor anjing yang berusia 3 tahun sama halnya seperti manusia yang berumur 21 tahun.

Berdasarkan informasi di atas, asumsikan bahwa umur anjing berbanding lurus dengan usia manusia. Berapakah usia manusia seekor anjing yang berumur 6 tahun?

Alternatif Penyelesaian

Tulislah persamaan perbandingan senilaianya. Misal x menyatakan umur anjing dan y menyatakan umur yang setara dengan manusia.

$$\begin{aligned} y &= kx \\ 21 &= k(3) \\ 7 &= k \\ y &= 7x \end{aligned}$$

gunakan persamaan untuk menentukan y jika $x = 6$

$$\begin{aligned} y &= 7x \\ y &= 7(6) \\ y &= 42 \end{aligned}$$

Jadi, umur anjing berumur 6 tahun setara dengan manusia berumur 42 tahun.

Ayo Kita Menanya

Persamaan yang dibentuk oleh perbandingan senilai adalah persamaan linear. Bagaimanakah bentuk grafik yang dibentuk dari perbandingan senilai? Untuk menjawab pertanyaan ini, perhatikan Contoh 5.4 berikut.



Ayo Kita Menggali Informasi



Contoh 5.4

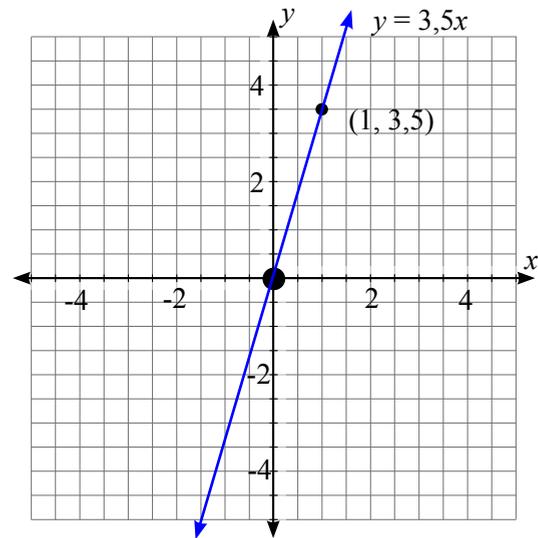
Menggambar grafik persamaan perbandingan senilai.

Misal y berbanding lurus terhadap x , dengan konstanta perbandingan $k = 3,5$. Gambarlah grafik persamaan perbandingannya.



Alternatif Penyelesaian

Persamaan perbandingan yang diminta adalah $y = 3,5x$, seperti gambar di samping. Grafik yang terbentuk memiliki kemiringan 3,5.



Gambar 5.2 Grafik $y = 3,5x$



Contoh 5.5

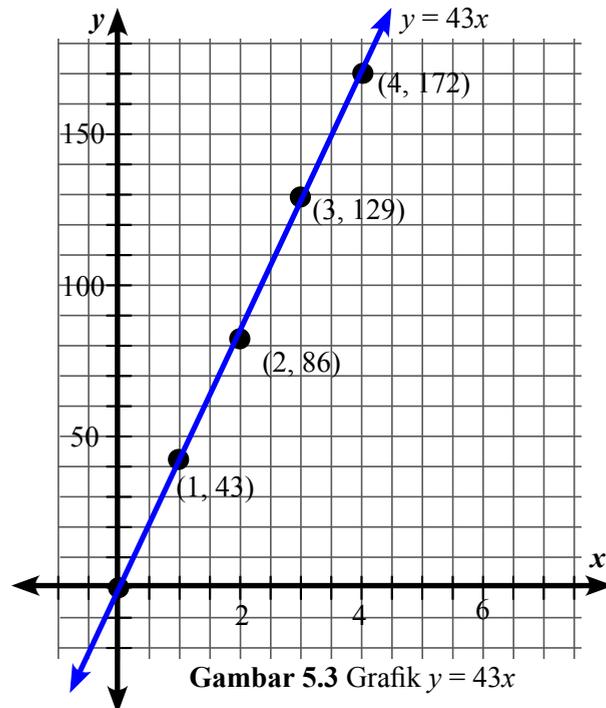
Berdasarkan Masalah 5.1, jarak yang ditempuh untuk sepeda motor *matic* adalah 43 km tiap liter pertamax. Gambarlah grafik persamaan yang menyatakan perbandingan antara banyak liter pertamax dan jarak yang ditempuh.



Alternatif Penyelesaian

Kita tahu bahwa persamaan yang terbentuk adalah $y = 43x$. y adalah jarak yang ditempuh dan x adalah banyak pertamax. Kemiringan garis dari grafik yang dibentuk adalah 43. Dengan membuat tabel seperti yang telah Andi lakukan di Masalah 5.1, kita bisa dengan mudah membuat grafik persamaan dengan menentukan titik-titik pasangan berurutan.

Perhatikan bahwa grafik persamaan perbandingan senilai selalu melalui titik asal $(0, 0)$.



Gambar 5.3 Grafik $y = 43x$



Latihan 5.1

1. Tentukan diantara keempat tabel berikut yang menunjukkan perbandingan senilai, perbandingan berbalik nilai, atau bukan keduanya. Jelaskan bagaimana kalian menentukannya. Tentukan juga bentuk persamaan keempat tabel jika menunjukkan perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai.

a.

x	2	3	8
y	8	12	24

b.

x	6	10	14
y	18	30	42

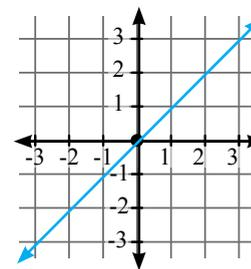
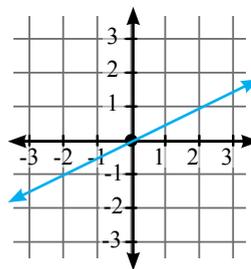
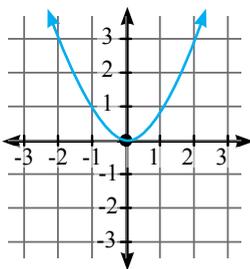
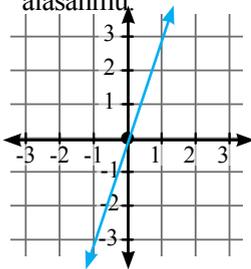
c.

x	2	4	6
y	12	24	36

d.

x	1	3	4
y	1	9	16

2. Manakah grafik berikut ini yang bukan menunjukkan grafik perbandingan senilai? Jelaskan alasanmu.

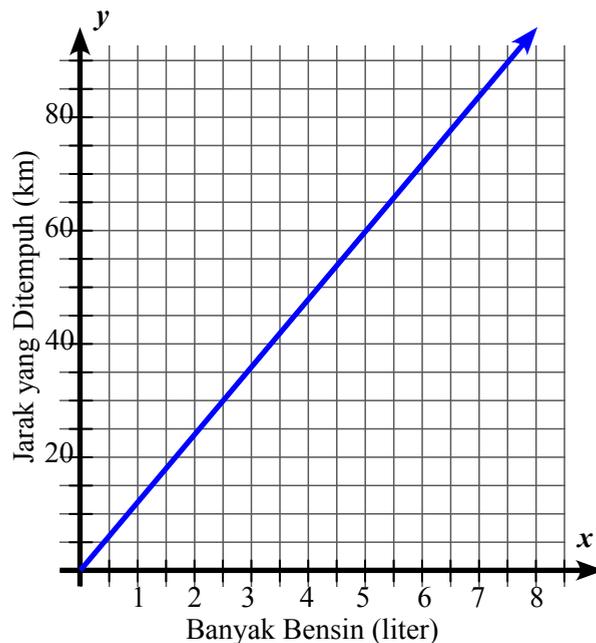


3. Tabel berikut menunjukkan waktu yang ditempuh Andi dalam perjalanan, x , dan jarak yang ditempuhnya, y . Asumsikan Andi berkendara dengan kecepatan konstan. Tentukan kecepatan sepeda motor yang dia kendarai dalam kilometer per jam (km/jam).

Waktu (jam), x	1	2	3
Jarak (km), y	40	80	120

4. Pardi memperoleh Rp12.500,00 tiap lembar untuk laporan yang dia ketik. Tentukan persamaan yang terbentuk dan gambarkan grafiknya.

5. Sebuah mobil memerlukan 1 liter bensin untuk menempuh jarak 12 km. Hubungan antara banyak bensin yang dibutuhkan dengan jarak yang ditempuh digambarkan seperti pada grafik berikut. Dengan menggunakan grafik di samping, dapatkan kalian menentukan persamaan yang terbentuk? Berpakah banyak liter bensin yang dibutuhkan mobil untuk menempuh jarak 72 km? Berpakah jarak yang ditempuh mobil jika bensin yang dibutuhkan sebanyak 6,5 liter? (Anggaplah perjalanan yang ditempuh lancar, tanpa hambatan dan kemacetan)





Kegiatan 3.2

Perbandingan Berbalik Nilai

Dalam Kegiatan 1, kalian telah mempelajari perbandingan senilai dengan rasio kedua variabel adalah konstan. Hubungan lain antar dua variabel adalah **perbandingan berbalik nilai**. Perbandingan berbalik nilai adalah hubungan antar dua variabel yang hasil kali keduanya menghasilkan bilangan yang sama, atau konstan.



*Ayo
Kita Amati*



Masalah 5.2

Kecepatan dan waktu tempuh

Alan mengendarai sepeda motor dan menempuh jarak 480 km ketika mudik. Setiap kali mudik, dia mencoba dengan kecepatan rata-rata yang berbeda dan mencatat lama perjalanan. Tabel 5.3 di bawah ini menunjukkan kecepatan rata-rata motor dan waktu yang ditempuh.

Tabel 5.3 Kecepatan rata-rata motor dan waktu yang ditempuh

Kecepatan Rata-rata (x) (km/jam)	80	75	60	40
Waktu (y) (jam)	6	6,4	8	12

Alan menguji tabel yang dibuatnya untuk mengetahui hubungan antara kecepatan dan waktu selama perjalanan yang berjarak 480 km.



*Ayo Kita
Menanya*

Hubungan apakah antara kecepatan dan waktu yang ditempuh selama perjalanan yang berjarak 480 km? Untuk menjawab pertanyaan di atas, kita gali informasi dari Tabel 5.3 di atas.



*Ayo Kita
Menggali Informasi*



Contoh 5.6

Alan ingin mengetahui lama perjalanan yang ditempuh jika dia mengendarai sepeda motor dengan kecepatan rata-rata 50 km/jam.



Alternatif Penyelesaian

Alan menyelesaikannya seperti berikut.

$$80 \times 6 = 480$$

$$75 \times 6,4 = 480$$

$$60 \times 8 = 480$$

$$40 \times 12 = 480$$

480 merupakan konstanta perbandingan.

$$xy = 480, \text{ atau } y = \frac{480}{x}$$

$$y = \frac{480}{x} \text{ menyatakan hubungan antara dua variabel.}$$

$$\text{Waktu yang ditempuh} = \frac{480}{\text{kecepatan rata-rata sepeda motor yang dikendarai}}$$

$$y = \frac{480}{x}$$

$$y = \frac{480}{50}$$

$$y = 9,6$$

Jadi, lama perjalanan yang ditempuh Alan jika mengendarai sepeda motor dengan kecepatan 50 km/jam adalah 9,6 jam.

Kali ini, perbandingan (rasio) $\frac{y}{x}$ tidak

selalu sama. Sedangkan hasil kalinya, $x \times y$ adalah konstan, yang selalu sama.

Karena hasil kali dua variabel adalah konstan, kondisi ini dikatakan perbandingan berbalik nilai. y berbanding terbalik terhadap x . Hubungan ini dapat ditunjukkan oleh persamaan $xy = k$, atau

$$y = \frac{k}{x}$$

k adalah konstanta.

Alan menggunakan persamaan untuk menentukan waktu yang ditempuh dengan kecepatan 50 km/jam. Dengan mesubstitusi 50 km/jam untuk nilai x , dapat ditentukan nilai y , waktu yang ditempuh.



Ayo Kita Menalar

Setelah kalian mengamati, menanya, dan menggali informasi dari Masalah 5.2. Tuliskan jawaban pertanyaan berikut pada buku catatan kalian dan diskusikan dengan temanmu.

1. Untuk persamaan $y = \frac{k}{x}$, bagaimanakah nilai y jika nilai x mengalami kenaikan?
2. Bagaimanakah nilai x jika nilai y mengalami kenaikan?
3. Dari persamaan perbandingan berbalik nilai, bagaimanakah bentuk grafiknya? Apakah melalui titik asal (0, 0), apakah memotong sumbu koordinat?



Contoh 5.7

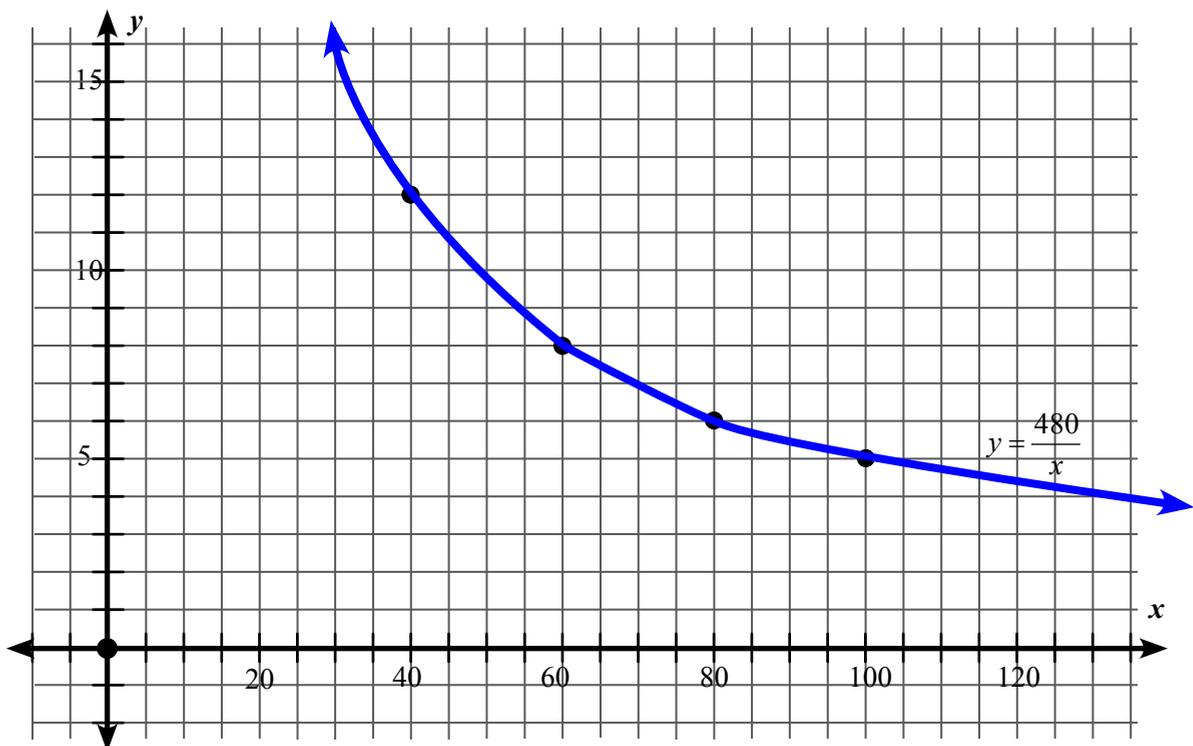
Berdasarkan Masalah 5.2, gambarlah grafik persamaan yang menyatakan perbandingan antara kecepatan rata-rata dan waktu yang ditempuh.

Kita tahu bahwa persamaan yang terbentuk adalah $y = \frac{480}{x}$. y adalah waktu yang ditempuh dan x adalah kecepatan rata-rata. Dengan menggunakan tabel berikut, kita dapat membuat grafik yang terbentuk.

Tabel 5.4 Pasangan terurut kecepatan rata-rata dan waktu

Kecepatan Rata-rata (x) (km/jam)	80	75	60	40
Waktu (y) (jam)	6	6,4	8	12
Pasangan terurut (x, y)	(80, 6)	(75, 6,4)	(60, 8)	(40, 12)

Grafik yang terbentuk adalah sebagai berikut.

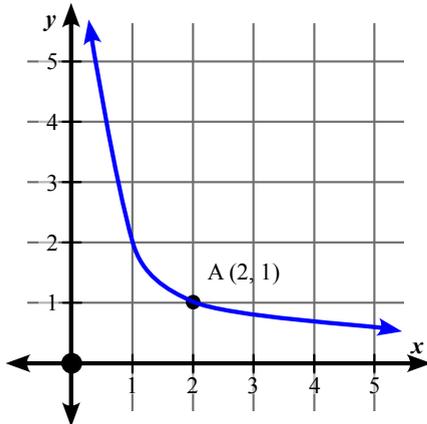


Gambar 5.4 Grafik $y = \frac{480}{x}$

Perhatikan bahwa grafik yang terbentuk dari persamaan perbandingan berbalik nilai tidak melewati titik asal (0, 0) dan tidak memotong sumbu koordinat.



Contoh 5.7



Grafik di samping, x dan y menunjukkan perbandingan berbalik nilai. Manakah persamaan berikut yang menyatakan hubungan x dan y ?

- a. $y = -\frac{2}{x}$ b. $y = \frac{2}{x}$
 c. $y = -2x$ d. $y = 2x$



Penyelesaian

Grafik tersebut melalui $(2, 1)$. Substitusi nilai x dan y untuk memperoleh nilai k .

$y = \frac{k}{x}$ tulis persamaan perbandingan berbalik nilai

$1 = \frac{k}{2}$ substitusi 2 untuk x dan 1 untuk y

$2 = k$

Jadi, persamaan grafik yang dimaksud adalah $y = \frac{2}{x}$. Jawaban yang benar adalah **b**.



Contoh 5.8

Sebuah perusahaan komputer memproduksi *Personal Computer* (PC). Perusahaan tersebut telah menentukan banyaknya komputer yang dijual per bulan, s , berbanding terbalik dengan harga setiap komputer, P . Dua ribu komputer terjual setiap bulan saat harganya Rp6.000.000,00 per set. Berapakah banyak komputer yang terjual setiap bulan jika harga komputer menurun menjadi Rp5.000.000,00 per set?



Alternatif Penyelesaian

$s = \frac{k}{P}$ tulis persamaan perbandingan berbalik nilai

2000 = $\frac{k}{6.000.000}$ substitusi 2000 untuk s dan 6.000.000 untuk P

12.000.000 = k selesaikan nilai k dengan mengalikan kedua ruas dengan 6.000.000. konstanta perbandingannya adalah 12.000.000.000

$s = \frac{12.000.000.000}{P}$ tulis persamaan perbandingan berbalik nilai

$s = \frac{12.000.000.000}{5.000.000}$ substitusi nilai $P = 5.000.000$

$s = 2400$

jadi, saat harga komputer Rp5.000.000,00 per set, 2400 komputer dapat terjual per bulan.



Latihan 5.2

1. Tentukan apakah tiap tabel berikut menunjukkan perbandingan berbalik nilai. Jika iya, jelaskan.

a.

x	2	6	8
y	8	14	32

b.

x	3	6	5
y	12	24	32

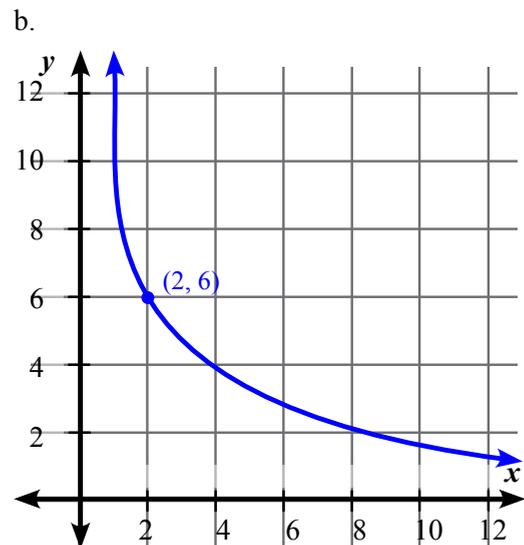
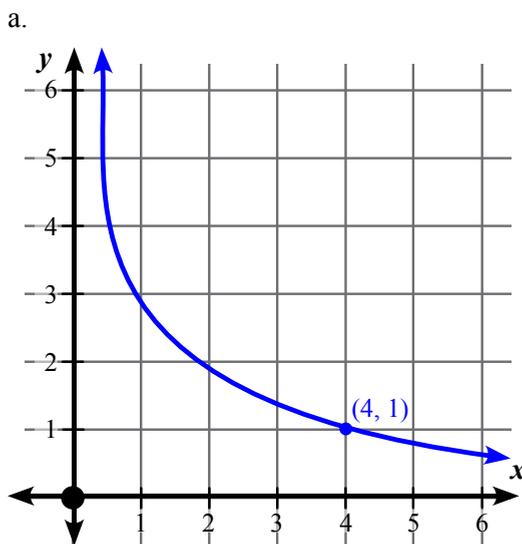
c.

x	2	3	1
y	8	6	16

d.

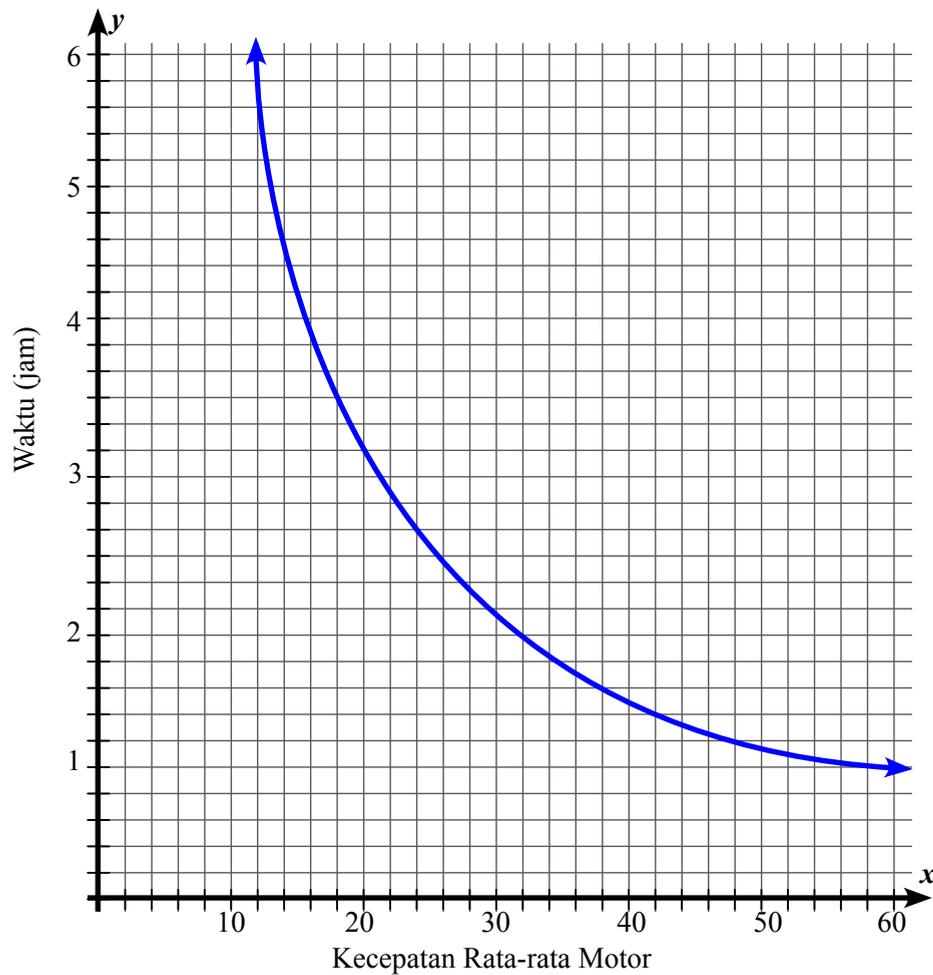
x	2	1	4
y	6	12	3

2. Tentukan persamaan dari grafik berikut.



3. Andrea mengatakan bahwa persamaan $\frac{y}{2} = \frac{8}{x}$ bukanlah persamaan perbandingan berbalik nilai karena bentuknya tidak $y = \frac{k}{x}$. Jelaskan dan perbaiki kesalahan yang disampaikan oleh Andrea.
4. Pak Fatkhur adalah seorang penyedia jasa tukang bangunan (kuli bangunan). Beliau berpengalaman dalam proyek-proyek pembangunan rumah tinggal, karena beliau sendiri juga seorang tukang bangunan. Beliau menjelaskan bahwa dalam menyelesaikan sebuah rumah dapat diselesaikan oleh 5 tukang, termasuk pak Fatkhur sendiri, selama 2 bulan sampai selesai *finishing*. Untuk mempercepat penyelesaian bangunan, Pak Fatkhur sanggup menyediakan tukang tambahan sesuai dengan permintaan pelanggan. Pak Fatkhur dan 9 temannya pernah membangun rumah selama 1 bulan. Nah, sekarang coba kalian duga, berapa lama yang dibutuhkan oleh Pak Fatkhur dan 5 orang temannya untuk menyelesaikan sebuah rumah yang ukurannya sama seperti yang dijelaskan di atas? Jika pelanggan Pak Fatkhur ingin memiliki rumah yang bisa diselesaikan selama 25 hari, berapa pekerja yang dibutuhkan untuk menyelesaikan pembangunan rumah?

5. Jarak kota P ke kota Q adalah 60 km. Grafik di bawah ini menunjukkan hubungan antara kecepatan sepeda motor (km/jam) dan waktu yang diperlukan (jam).



- Dengan menggunakan grafik di atas, tentukan kecepatan kendaraan bila waktu yang dibutuhkan untuk menempuh perjalanan dari kota P ke Q adalah 1,5 jam. Jelaskan bagaimana kalian memperoleh jawaban.
- Dapatkah kalian menentukan persamaan grafik di atas? Jelaskan.
- Pertanyaan terbuka**

Dapatkah kalian menentukan kecepatan yang dibutuhkan pengendara untuk menempuh total lama perjalanan pergi dan perjalanan pulang selama 3 jam? Bagaimana kalian menentukannya.



Tugas Projek 5

Percobaan Pantulan Bola

Dalam percobaan ini, kalian akan menyelidiki bagaimana tinggi bola dijatuhkan berkaitan dengan tinggi pantulan. Bacalah petunjuk dengan seksama sebelum dimulai. Bersiaplah untuk menjelaskan temuan kalian di depan teman sekelasmu.

Alat dan Bahan:

Alat ukur: Mistar kayu atau rol meter (mistar yang bisa ditegakkan)

Bola bekel/ bola tenis/ bola pingpong (bola yang bisa memantul)



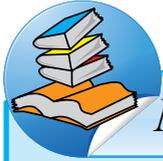
Petunjuk:

Bagilah pekerjaan di antara anggota kelompok kalian.

1. Buatlah tabel dengan kolom untuk mencatat ketinggian bola saat jatuh dan tinggi pantulan.
2. Pegang mistar kayu tegak lurus pada permukaan datar, seperti lantai tak berkarpet atau meja.
3. Pilih dan catat ketinggian saat bola akan dijatuhkan pertama kali. Pegang bola sehingga kalian bisa menentukan bagian atas bola atau bagian bawah bola adalah ketinggian awal.
4. Jatuhkan bola dan catat ketinggian pantulan pertama. Jika bagian atas bola adalah sebagai ketinggian awal, cari ketinggian bagian atas bola ketika pantulan pertama. Jika bagian bawah bola sebagai ketinggian awal, tentukan ketinggian bagian bawah bola. (Kalian mungkin harus melakukan ini beberapa kali sebelum merasa yakin bahwa kalian telah memperkirakan ketinggian pantulan dengan baik.)
5. Ulangi Langkah 4. untuk beberapa ketinggian yang berbeda.

Setelah kalian selesai melakukan percobaan, tuliskan laporan yang meliputi:

- a. Grafik pada bidang koordinat dari data yang kalian kumpulkan
- b. Pejelasan variabel yang kalian selidiki dalam percobaan ini dan penjelasan hubungan antar variabel
- c. Daftar yang menunjukkan dugaan kalian untuk
 - tinggi pantulan untuk ketinggian saat dijatuhkan dari 2 meter
 - tinggi yang diperlukan untuk menjatuhkan bola supaya ketinggian pantulan bola menjadi 2 meter
- d. Penjelasan tentang bagaimana kalian membuat dugaan, apakah kalian menggunakan tabel, grafik, atau metode lain, dan petunjuk dalam data yang membantu kalian membuat dugaan
- e. Penjelasan tentang ketinggian pantulan bola yang kalian harapkan saat bola dijatuhkan dari 0 cm dan dimana kalian bisa menemukan ini pada grafik
- f. Penjelasan tentang variabel lain selain ketinggian bola saat dijatuhkan, yang dapat mempengaruhi ketinggian bola memantul.



Merangkum 5

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut untuk menuntun kamu menyimpulkan pengalaman belajar yang telah kamu lakukan.

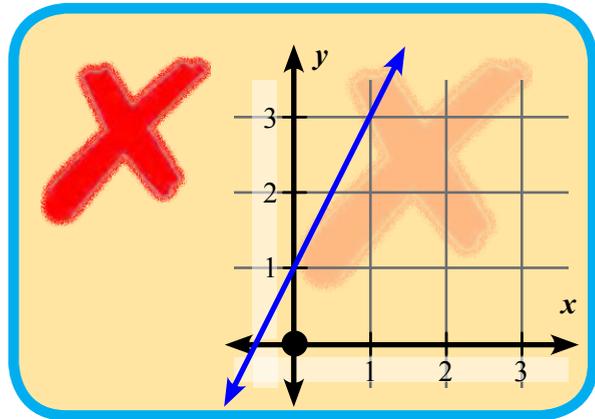
1. Kapan dua besaran dikatakan berbanding lurus (perbandingan senilai)?
2. Kapan dua besaran dikatakan berbanding terbalik (perbandingan berbalik nilai)?
3. Tentukan apakah pernyataan berikut benar atau salah.
 - Dalam persamaan perbandingan senilai $y = kx$, jika x meningkat, maka y meningkat.
 - Dalam persamaan perbandingan berbalik nilai $y = \frac{k}{x}$, jika x meningkat, maka y meningkat.
 - Jika x berbanding terbalik terhadap y , ketika x dilipatgandakan, maka y berlipatganda juga.
 - Jika a berbanding lurus terhadap b (perbandingan senilai), maka b konstan.
4. Apakah grafik setiap persamaan perbandingan senilai berupa garis lurus? Apakah grafik setiap grafik garis lurus menunjukkan persamaan perbandingan senilai?
5. Apakah kamu sudah menemukan bahwa perbandingan senilai maupun berbalik nilai sangat dekat dengan kehidupanmu sehari-hari?
6. Sebutkan apa saja masalah nyata yang berhubungan dengan perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai, selain masalah-masalah yang sudah ada di bab ini.
7. Bandingkan perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai secara numerik dan secara grafis. Jelaskan perbedaan antara keduanya.



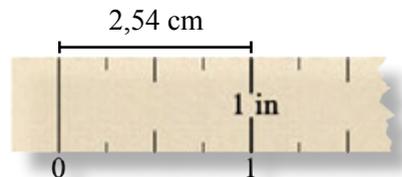
Uji Kompetensi 5

1. Jelaskan dan perbaiki kesalahan berikut.

Grafik di samping menunjukkan grafik persamaan perbandingan senilai.



2. Tuliskan persamaan perbandingan senilai yang berhubungan dengan x inci ke y centimeter.



3. Jika kamu ingin pergi melancong atau melanjutkan studi ke luar negeri, kamu akan membutuhkan pengetahuan tentang sistem penukaran uang. Lengkapi tabel berikut untuk menunjukkan beberapa kurs mata uang sehingga mengungkapkan berapa banyak uang yang dibutuhkan untuk menukarkan ke Rupiah.

Kurs Penukaran Mata Uang

Negara	Mata Uang	Kurs (Rupiah)
Arab Saudi	Real	3.170,23
Thailand	Baht	369,57
Italia	Euro	16.091,76
Jepang	Yen	115,36
Korea Selatan	Won	11,21
Australia	Dolar Australia	10.807,10
Amerika Serikat (U.S.A)	Dolar AS	11.889,00
Inggris Raya (U.K)	Pound	19.444,46

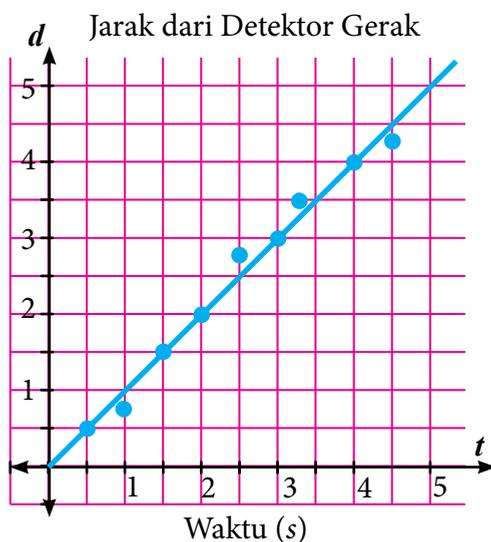
Sumber: Bank Indonesia, Kurs Penukaran per tanggal 3 Desember 2013

- a. Negara manakah yang ingin kamu kunjungi di antara kedelapan negara tersebut?
 - b. Buatlah tabel yang menunjukkan kurs mata uang Indonesia (Rupiah) dengan mata uang Negara yang ingin kamu kunjungi, sedikitnya 5 penukaran mata uang.
 - c. Jelaskan bagaimana kamu mengkonversi mata uang Jepang ke Inggris Raya.
4. Jika kamu berjalan dengan kecepatan konstan, jarak yang kamu tempuh berbanding lurus terhadap waktu yang dibutuhkan. Misalnya kamu berjalan 6 km dalam waktu 1,5 jam.
- a. Seberapa jauh kamu berjalan selama 1 jam dan 2 jam?
 - b. Berapa lama waktu yang dibutuhkan untuk menempuh perjalanan 12 km?
 - c. Tunjukkan situasi ini dengan grafik.
 - d. Berpakah konstanta perbandingan dalam situasi ini, dan menunjukkan apa?
 - e. Tentukan variabel dan tulislah persamaan yang berhubungan dengan jarak dan waktu yang ditempuh.

5. Masalah Terbuka

Berikut ini sebaran plot dari titik yang menunjukkan jarak (d) terhadap waktu (t). Variabel d dalam satuan meter dan variabel t dalam satuan detik. Grafik tersebut menjelaskan seseorang berjalan dari detektor gerakan.

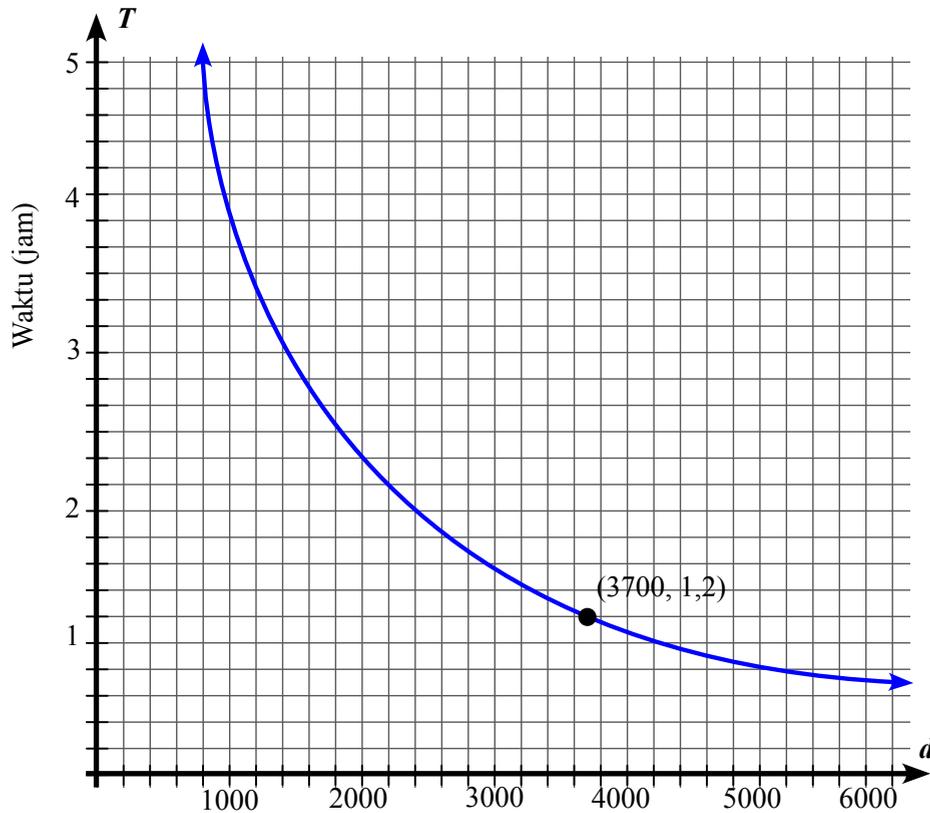
- a. Taksir seberapa cepat orang ini bergerak. Jelaskan bagaimana kamu mengetahuinya.
- b. Buatlah tabel yang taksirannya sama dengan grafik di samping.
- c. Apakah sebaran plot ini menunjukkan perbandingan senilai atau berbalik nilai? Jelaskan.



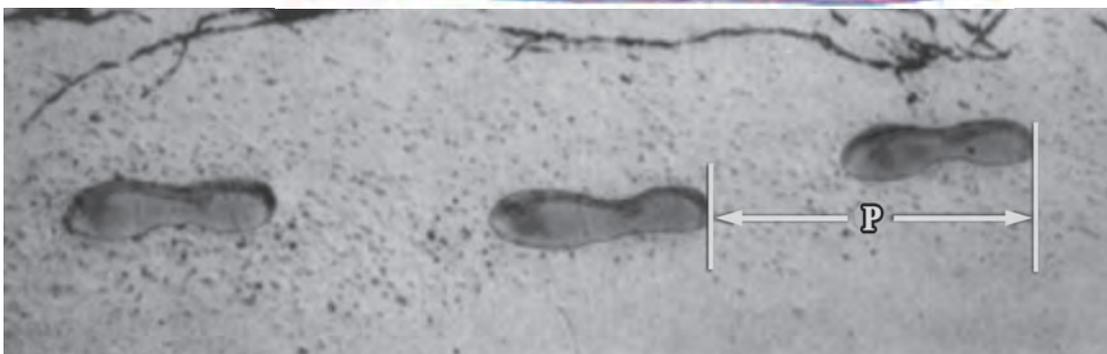
6. Suhu Lautan

Grafik di bawah menunjukkan suhu air di Samudera Pasifik. Asumsikan suhu dan kedalaman laut berbanding terbalik pada kedalaman yang lebih dari 900 meter.

- Tentukan persamaan yang berhubungan dengan suhu T dan kedalaman laut d .
- Tentukan suhu pada kedalaman 5000 meter.



7. Berjalan



d. Tentukan persamaan dari perbandingan jarak terhadap waktu berdasarkan grafik di bawah.

Gambar di atas menunjukkan jejak kaki seorang pria yang berjalan. Panjang langkah P adalah jarak antara dua ujung belakang jejak kaki yang berurutan.

Untuk pria, rumus $\frac{n}{P} = 140$ menunjukkan hubungan antara n dan P dimana

n menunjukkan banyak langkah per menit, dan

P menunjukkan panjang langkah dalam satuan meter.

- Jika rumus di atas menunjukkan langkah kaki Heri dan Heri berjalan 70 langkah per menit, berapakah panjang langkah Heri? Tunjukkan bagaimana kalian menentukannya.
- Beni mengetahui bahwa panjang langkah kakinya adalah 0,80 meter. Jika rumus tersebut menunjukkan langkah kaki Beni, hitung kecepatan Beni berjalan dalam meter per menit dan dalam kilometer per jam. Tunjukkan strategi kalian menyelesaikannya.

8. Soal PISA

Mei Ling dari Singapura sedang mempersiapkan untuk kepergiannya ke Afrika Selatan selama 3 bulan dalam pertukaran pelajar. Dia harus menukar uang Dolar Singapura (SGD) miliknya menjadi Rand Afrika Selatan (ZAR).

- Mei Ling mengecek nilai tukar uang asing antara Dolar Singapura dan Rand Afrika Selatan, yakni $1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$.

Mei Ling menukar 3000 dolar Singapura menjadi Rand Afrika Selatan sesuai nilai tukar tersebut.

Berapakah uang yang diperoleh Mei Ling dalam Rand Afrika Selatan ?

- Ketia kembali ke Singapura selama 3 bulan, uang Mei Ling bersisa 3.900 ZAR. Dia menukarkannya menjadi Dolar Singapura, perhatikan bahwa nilai tukar kedua mata uang tersebut telah berubah menjadi $1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ ZAR}$.

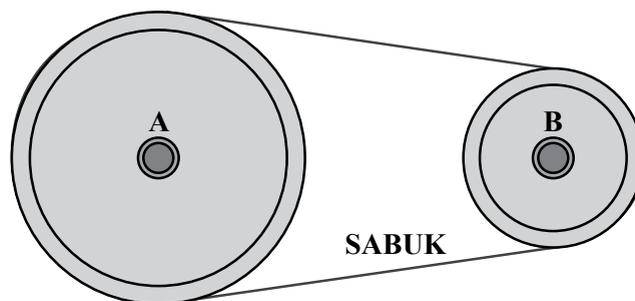
Berapakah uang yang didapatkan Mei Ling setelah ditukarkan menjadi Dolar Singapura?

- Selama 3 bulan nilai tukar mata uang asing telah berubah mulai 4,2 menjadi 4,0 ZAR per SGD.

Apakah hal ini keberuntungan yang didapatkan Mei Ling bahwa nilai tukar sekarang yang sebelumnya 4,0 menjadi 4,2 ZAR, ketika dia menukar ZARnya menjadi SGD? Berikan penjelasan untuk mendukung jawabanmu.

9. Katrol

Hubungan antara ukuran katrol dan kecepatan berputar berbanding terbalik.



Diameter katrol A dua kali diameter katrol B. Sehingga, jika katrol A berputar sekali, katrol B berputar dua kali.

Misalkan katrol A berdiameter tiga kali katrol B, maka ketika A berputar sekali, katrol B berputar tiga kali. Diameter katrol B yang lebih kecil dibandingkan dengan diameter katrol A. **Kecepatan putaran katrol berbanding terbalik terhadap diameter.** Kita dapat menyatakannya dalam persamaan berikut.

$$R = \frac{k}{d}, \text{ dimana } R \text{ adalah kecepatan katrol dalam revolusi per menit (rpm) dan } d \text{ adalah}$$

diameter katrol.

- a. Katrol A diputar terhadap katrol B. Katrol B berdiameter 40 cm dan berotasi 240 rpm. Tentukan kecepatan katrol A jika diameternya 50 cm.
 - b. Katrol B diputar terhadap katrol A. Katrol A berdiameter 30,48 cm dan berkecepatan 300 rpm. Katrol B berdiameter 38,1 cm. Berapakah kecepatan yang dihasilkan oleh katrol B?
 - c. Katrol pada sebuah mesin berdiameter 9 inci dan berputar 1260 rpm. Katrol ini diikat sabuk karet dengan katrol yang lebih kecil pada motor elektrik. Katrol yang kecil berdiameter 5 inci. Tentukan kecepatan katrol yang kecil.
 - d. Apakah keliling lingkaran (katrol) berbanding lurus dengan diameternya? Jelaskan.
 - e. Bagaimanakah keliling lingkaran berpengaruh jika diameternya dilipatgandakan?
10. Gunakan x untuk menyatakan salah satu ukuran panjang persegi panjang dan gunakan y untuk menyatakan ukuran lebar.
- a. Buatlah tabel nilai yang mungkin untuk x dan y jika luas persegi panjang adalah 12 m^2 . Kemudian dari tabel yang kalian buat, gambarkan grafiknya.
 - b. Apakah hubungan x dan y senilai, berbalik nilai, atau bukan keduanya? Jelaskan alasan kalian.
 - c. Buatlah tabel nilai yang mungkin untuk x dan y jika luas persegi panjang adalah 12 m^2 . Kemudian dari tabel yang kalian buat, gambarkan grafiknya dengan menggunakan bidang koordinat yang sama pada soal a).
 - d. Bagaimanakah hubungan luas persegi panjang pertama dengan luas persegi panjang yang kedua? Jika nilai x yang diketahui, bagaimanakah hubungan antara nilai y pada persegi panjang pertama dan nilai y pada persegi panjang kedua? Jika nilai y yang diketahui, bagaimanakah hubungan antara nilai x pada persegi panjang pertama dan nilai x pada persegi panjang kedua?



Kata Kunci

- Peluang
- Kejadian
- Ruang sampel



Kompetensi Dasar

1. Menemukan peluang empirik dan teoretik dari data luaran (output) yang mungkin diperoleh berdasarkan sekelompok data.
2. Melakukan percobaan untuk menemukan peluang empirik dari masalah nyata serta membandingkannya dengan peluang teoretik.



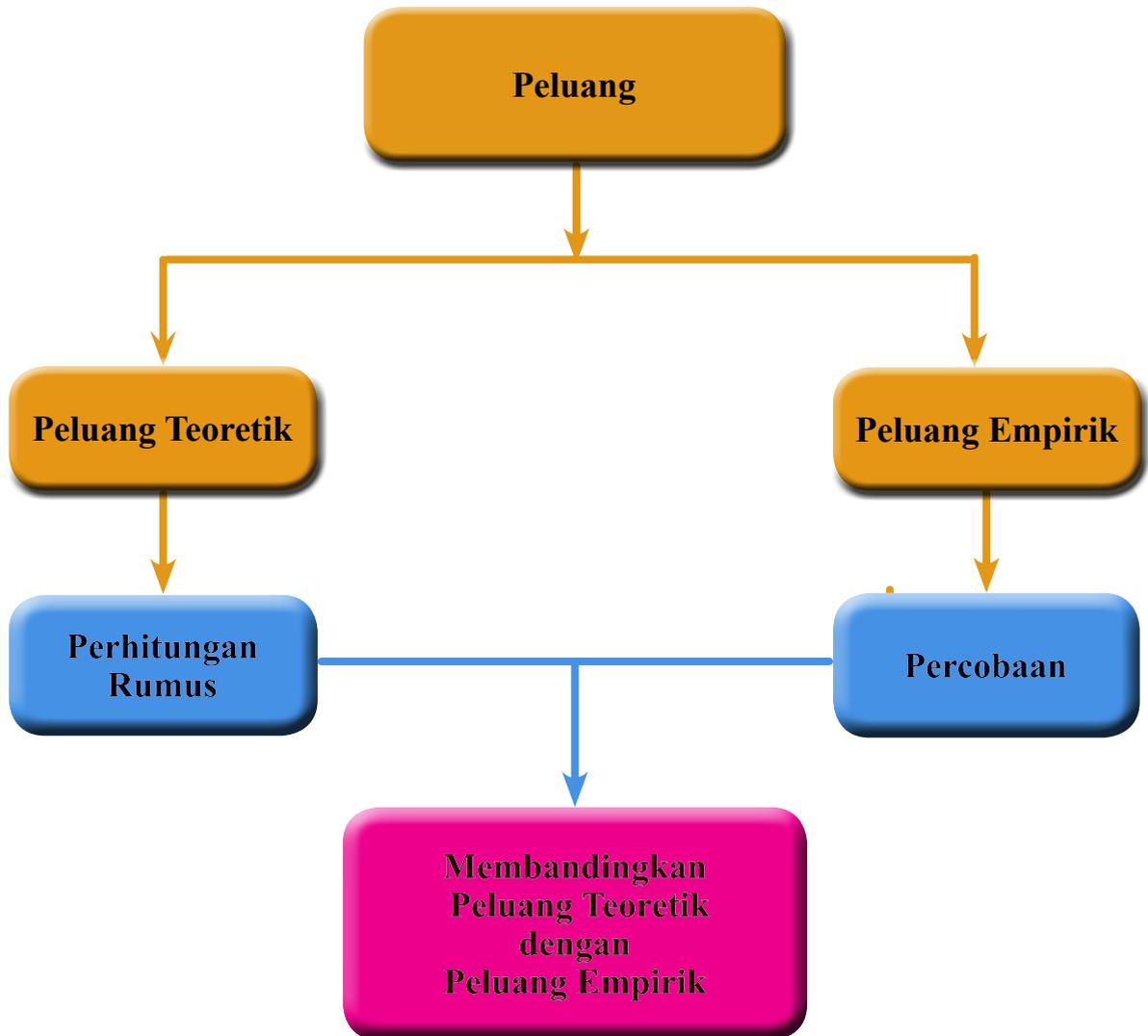
Pengalaman Belajar

1. Memahami peluang teoretik dari data luaran (output) yang mungkin diperoleh dari sekelompok data.
2. Melakukan percobaan untuk mengetahui peluang empirik dari suatu kejadian.
3. Membandingkan peluang empirik suatu percobaan dengan peluang teoretiknya.



Teori peluang awalnya lahir dari masalah peluang memenangkan permainan judi. Dalam perkembangannya teori peluang menjadi cabang dari ilmu matematika yang digunakan secara luas. Teori peluang banyak digunakan dalam dunia bisnis, meteorologi, sains, industri, politik, dan lain-lain.

Perusahaan asuransi jiwa menggunakan peluang untuk menaksir berapa lama seseorang mungkin hidup. Dokter menggunakan peluang untuk memprediksi besar-kecilnya kesuksesan suatu metode pengobatan. Ahli meteorologi menggunakan peluang untuk memperkirakan kondisi cuaca. Dalam dunia politik teori peluang juga digunakan untuk memprediksi hasil-hasil sebelum pemilihan umum. Peluang juga digunakan PLN untuk merencanakan pengembangan sistem pembangkit listrik dalam menghadapi perkembangan beban listrik di masa depan.





Blaise Pascal
(1623-1662 M)

Blaise Pascal lahir pada tanggal 19 Juni 1623 di perancis. Dia lahir di keluarga kaya raya. Ayahnya adalah penasihat kerajaan yang kemudian diangkat sebagai presiden organisasi the Court of Aids di kota Clermont Sejak usia empat tahun Pascal telah kehilangan ibunya. Pascal dikenal sebagai seorang anak yang cerdas walaupun ia tidak menempuh pendidikan di sekolah formal. Di usia 12 tahun, ia sudah bisa menciptakan sebuah mesin penghitung untuk membantu pekerjaan ayahnya. Karya-karyanya terus bertambah mulai dari merancang bangunan segienam (*hexagram*), menemukan prinsip kerja barometer, sistem kerja arloji, hingga ikut terlibat dalam pembuatan sistem

transportasi bawah tanah kota Paris.

Blaise Pascal banyak menuliskan karya di bidang matematiak, diantaranya adalah teori peluang. Teori peluang awalnya diinspirasi oleh masalah perjudian. Pada tahun 1654, seorang penjudi yang bernama *Chevalier de Mere* menemukan masalah tentang perjudian. Ketika *Chevalier* kalah dalam berjudi dia meminta *Pascal* untuk menganalisis masalah kekalahan perjudiannya. Pascal menemukan bahwa sistem perjudian tidak akan pernah berpihak kepada pemain judi. Artinya peluang seorang pemain judi untuk kalah jauh lebih besar daripada peluang menang. Dia juga mendiskusikan masalah peluang dengan matematikawan terkenal yang lain yaitu *Pierre de Fermat (1601-1665)*. Mereka berdiskusi pada tahun 1654 antara bulan Juni dan Oktober melalui 7 buah surat yang ditulis oleh Blaise Pascal dan Pierre de Fermat yang membentuk asal kejadian dari teori peluang.

Dari sedikit cerita di atas dapat kita ambil beberapa pelajaran diantaranya :

1. Dimanapun kita dilahirkan, baik dalam keluarga sederhana maupun kaya, harus tetap giat belajar.
2. Di dalam kehidupan masyarakat terkadang kita menemui hal-hal yang dipandang negatif dan bahkan dilarang dalam agama. Sebagai generasi penerus bangsa tidak ada salahnya jika kita mencoba menguak penyebabnya. Dengan mengamati dan mempelajarinya secara mendalam seperti halnya Pascal, akhirnya kita akan tahu mengapa permainan judi adalah tidak baik.



Memahami Peluang Teoretik



Kegiatan 6.1

Memahami Peluang Teoretik



Masalah 6.1

Dalam kegiatan sehari-hari kita sering mendengar istilah peluang. Antara lain dalam bidang sepak bola dan dalam pemilihan calon ketua OSIS. Cermati uraian berikut.

Pertandingan Sepak Bola

- » Pada suatu pertandingan sepak bola antara Timnas Indonesia U-19 melawan Malaysia U-19 terjadi saling serang antar kedua tim. Meskipun begitu, hingga menit 90 belum ada satu pun gol tercipta, sehingga skor masih 0 - 0. Timnas Indonesia berpeluang memenangkan pertandingan ketika mendapatkan hadiah tendangan penalti pada saat menit perpanjangan. Tendangan tersebut diambil oleh Ilham, yang merasa siap untuk menendang penalti tersebut. Namun ternyata tendangan Ilham tidak membuahkan *goal*. Akhirnya skor akhir masih imbang tanpa gol antara Indonesia dan Malaysia. Setelah pertandingan tersebut banyak pendukung timnas Indonesia antar lain Made dan Boaz. Berikut percakapan antara Made dengan Boaz yang kecewa dengan hasil akhir tersebut.

Made : Saya yakin kalau Evan Dimas yang menendang tendangan penalti tersebut pasti *goal*. Bagaimana menurutmu Boaz?

Boaz : Iya, saya yakin peluang terjadinya *goal* besar kalau Evan Dimas yang menendang. Saya yakin 100% *goal*.

Made : Wah, bukan 100% aja Boaz, menurut saya malah 200% *goal* karena tendangannya hebat, dan Indonesia menang.

Pemilihan Calon Ketua Osis

- » Suatu ketika, diadakan pemilihan perwakilan dari kelas 8A Sekolah Semangat 45 untuk menjadi calon ketua OSIS. Dari kelas 8A ada dua orang yang mencalonkan diri, yaitu Ernia dan Riko. Ada diskusi dalam kelas tersebut yang mempertimbangkan kelebihan dan kekurangan mereka berdua yang akan diajukan untuk menjadi calon ketua OSIS.

Udin : Lebih baik Riko saja yang kita ajukan untuk menjadi calon ketua OSIS. Dia mempunyai banyak teman. Pasti peluang terpilih menjadi ketua OSIS lebih besar daripada Ernia.

Keke : Tidak. Aku tidak sepakat. Ernia yang berpeluang lebih besar. Dia itu baik, rajin, dan didukung banyak guru.

Dari dialog **Pertandingan Sepak Bola** dan **Pemilihan Calon Ketua Osis** tersebut, kita menemukan empat kata yang mengandung kata “peluang”. Dalam kedua dialog di atas, kata “peluang” digunakan untuk memperkirakan suatu kejadian akan terjadi atau tidak terjadi. Dari kedua dialog tersebut, meski apa yang dibicarakan antara Made dengan Boaz, serta Udin dengan Keke adalah hal yang sama. Namun mereka punya pendapat berbeda tentang peluang. Made dan

Boaz saling mendukung, namun nilai peluangnya berbeda. Sedangkan Udin dengan Keke saling berlawanan dalam membicarakan peluang terpilihnya Riko dan Ernia untuk menjadi ketua OSIS. Tidak ada kesepakatan dalam menentukan nilai peluang dalam dialog di atas. Hal tersebut karena mereka tidak mempunyai acuan yang sama dalam menentukan nilai peluang. Nilai peluang yang diungkapkan dalam dialog tersebut adalah nilai **peluang subjektif** (*subjective probability*). Oleh karena itu, tiap orang mungkin sama, mungkin juga beda.

Pada Bab ini kita juga akan membahas tentang “peluang”. Dalam hal istilah, memang sama-sama peluang, namun peluang yang dimaksud berbeda makna dengan dialog tersebut. Dalam bahasan ini, kalian akan mempelajari tentang **peluang teoretik** (*theoretical probability*) suatu eksperimen. Peluang teoretik dikenal juga dengan istilah **peluang klasik** (*classical probability*), dalam beberapa bahasan juga disebut peluang saja. Jika terdapat suatu soal yang hanya menyebutkan “peluang”, maka peluang yang dimaksud tersebut adalah peluang teoretik. Peluang teoretik adalah rasio dari hasil yang dimaksud dengan semua hasil yang mungkin pada suatu eksperimen tunggal. Dalam suatu eksperimen, himpunan semua hasil (*outcome*) yang mungkin disebut **ruang sampel** (biasanya disimbolkan dengan S). Sedangkan setiap hasil (*outcome*) tunggal yang mungkin pada ruang sampel disebut **titik sampel**. **Kejadian** adalah bagian dari ruang sampel S . Suatu kejadian A dapat terjadi jika memuat titik sampel pada ruang sampel S . Misalkan $n(A)$ menyatakan banyak titik sampel kejadian A , dan $n(S)$ adalah semua titik sampel pada ruang sampel S . Peluang teoretik kejadian A , yaitu $P(A)$ dirumuskan,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Untuk memahami peluang teoretik suatu kejadian silakan amati Tabel 6.1.



**Ayo
Kita Amati**

Tabel 6.1 Peluang teoretik kejadian A dari suatu eksperimen

Eksperimen	Ruang sampel S	$n(S)$	Kejadian A	Titik sampel kejadian A	Banyak titik sampel $n(A)$	Peluang teoretik $P(A)$
Pengetosan satu koin	$\{A, G\}$	2	Hasil sisi Angka	$\{A\}$	1	$\frac{1}{2}$
	$\{A, G\}$	2	Hasil sisi Gambar	$\{G\}$	1	$\frac{1}{2}$
Pelantunan satu dadu	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	6	Hasil mata dadu “3”	$\{3\}$	1	$\frac{1}{6}$
	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	6	Hasil mata dadu “7” (dadu)	$\{\}$ kosong	0	$\frac{0}{6}$ atau 0
	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	6	Hasil mata dadu genap (dadu)	$\{2, 4, 6\}$	3	$\frac{3}{6}$ atau $\frac{1}{2}$
	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	6	Hasil mata dadu prima (dadu)	$\{2, 3, 5\}$	3	$\frac{3}{6}$ atau $\frac{1}{2}$

Pada Tabel 6.1, kejadian yang hanya memuat satu hasil (titik sampel) disebut kejadian dasar. Sedangkan kejadian yang tidak memuat titik sampel disebut kejadian mustahil, peluangnya sama dengan nol atau dengan kata lain tidak mungkin terjadi.

Ayo Kita Menanya

Dari pemaparan teori tentang peluang teoretik dan pengamatan pada contoh peluang kejadian tersebut, mungkin ada hal yang perlu kalian pertanyakan. Buatlah pertanyaan yang memuat kata “peluang teoretik dan peluang empirik”

Ayo Kita Menggali Informasi

Ruang sampel.

Peluang teoretik suatu kejadian ditentukan oleh banyaknya titik sampel kejadian yang dimaksud dan ruang sampel suatu eksperimen. Oleh karena itu, sebelum kalian menentukan peluang teoretik suatu percobaan, terlebih dahulu penting untuk kalian ketahui cara untuk menentukan ruang sampel suatu eksperimen.

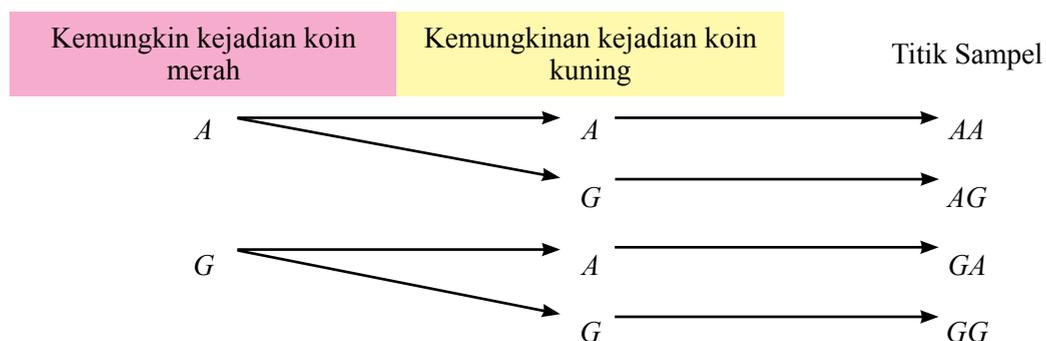
Berikut ini disajikan beberapa ruang sampel percobaan pengetosan koin uang logam yang mempunyai dua sisi, itu *A* (Angka) dan *G* (Gambar).

1. Jika kita mengetos satu koin sebanyak satu kali, kemungkinan hasilnya adalah angka atau gambar ditulis $\{A, G\}$.
2. Jika kita mengetos dua koin (koin merah dan kuning) sebanyak satu kali, maka ada empat kemungkinan hasil: $\{AA, AG, GA, GG\}$.

Diagram pohon berikut menghubungkan kemungkinan hasil pada koin merah dengan koin kuning.



Cara 1 : Diagram pohon



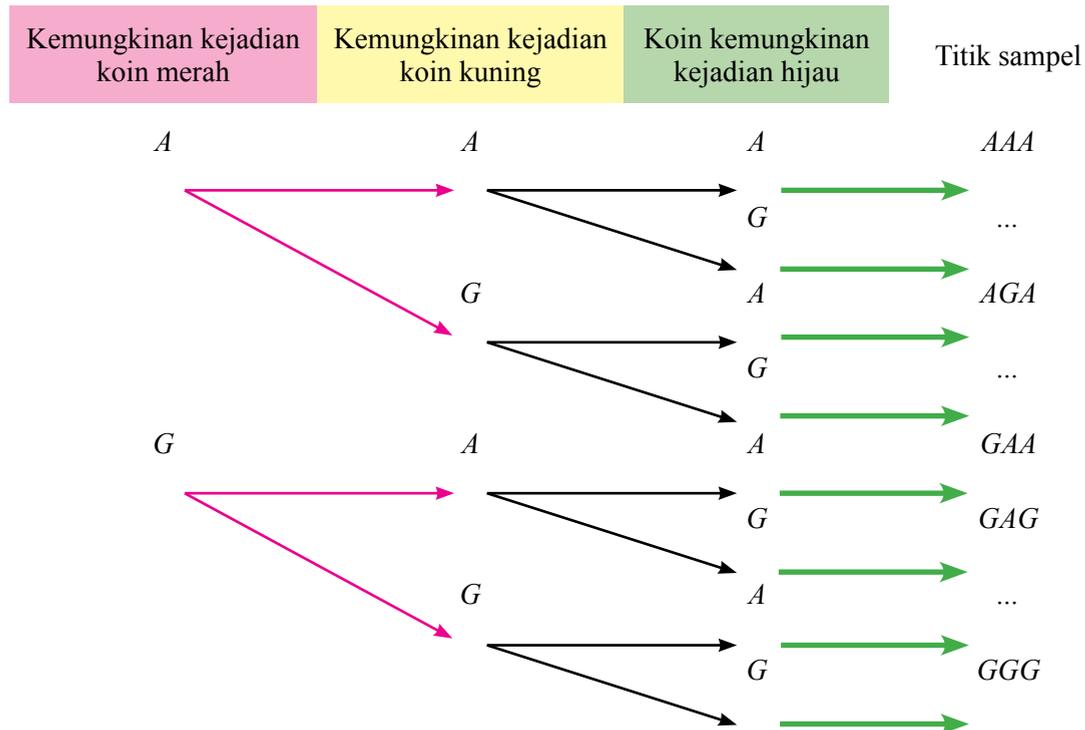
Cara 2 : Tabel

		Kemungkinan kejadian koin Kuning	
		A	G
Kemungkinan kejadian koin merah	A	AA	AG
	G	GA	GG

- ♦ Titik sampel AA bermakna bahwa kedua koin menghasilkan kejadian sisi Angka.
- ♦ Titik sampel AG bermakna bahwa koin merah menghasilkan kejadian sisi Angka, sedangkan koin kuning menghasilkan kejadian sisi Gambar.
- ♦ Titik sampel GA bermakna bahwa koin merah menghasilkan kejadian sisi Gambar, sedangkan koin kuning menghasilkan kejadian sisi Angka.
- ♦ Titik sampel GG bermakna bahwa kedua koin menghasilkan kejadian sisi Angka.

3. Jika kita melantungkan tiga koin (warna merah, kuning, dan hijau) satu kali, maka ruang sampelnya adalah: $\{AAA, AAG, AGA, AGG, GAA, GAG, GGA, GGG\}$.

Cara 1: Diagram pohon



Cara 2: Tabel

Lengkapi sel yang kosong.

Kejadian yang mungkin pada koin merah dan kuning (ruang sampel dua koin)

		AA	AG	GA	GG
Kejadian yang mungkin pada koin hijau	A	AAA	AAG		
	G			GGA	GGG

- ♦ Titik sampel AAA bermakna bahwa ketiga koin menghasilkan kejadian sisi angka.
- ♦ Titik sampel AGA bermakna bahwa koin merah menghasilkan kejadian sisi angka, koin kuning menghasilkan kejadian sisi gambar, sedangkan koin hijau menghasilkan kejadian sisi angka.

Jelaskan makna titik sampel yang lain.

Untuk menentukan banyak titik sampel (ruang sampel) eksperimen bisa menggunakan Prinsip Dasar Perhitungan (*fundamental counting principle*). Misal eksperimen tiga koin uang logam. Pada setiap eksperimen pengetosan uang logam, banyak hasil yang mungkin hanya dua, yaitu angka atau gambar, maka banyaknya ruang sampel dapat dihitung sebagai berikut.

Banyak hasil yang mungkin pada objek pertama	×	Banyaknya hasil yang mungkin pada objek kedua	×	Banyaknya hasil yang mungkin pada objek ketiga	=	Total titik sampel (ruang sampel)
2	×	2	×	2	=	8



Ayo Kita Menalar

1. Menentukan ruang sampel beberapa eksperimen

Tahukah kalian, selain eksperimen satu koin, dua koin, dan tiga koin uang logam masih banyak eksperimen lain. Misal eksperimen: satu dadu; dua dadu; satu koin dan satu dadu; serta dua koin dan satu dadu. Melalui informasi yang telah kalian dapatkan, temukan ruang sampel masing-masing eksperimen tersebut. Gunakan cara yang menurut kalian efektif untuk menentukan semua titik sampel. Jelaskan.

2. Mungkinkah banyaknya titik sampel pada suatu kejadian bisa lebih dari ruang sampelnya? Jelaskan.
3. Adakah kejadian yang memiliki peluang sama dengan 1? Jika ada, jelaskan dalam kejadian yang bagaimana.
4. Berapakah banyak titik sampel suatu kejadian yang tidak mungkin terjadi?
5. Dapatkah kalian menyimpulkan, antara berapa sampai berapa peluang suatu kejadian?



Ayo Kita Berbagi

Buatlah sajian yang menarik dari kegiatan menalar, kemudian presentasikan di depan kelas.



Tugas Projek 6.1

1. Tulislah langkah-langkah kalian dalam menentukan peluang kejadian dalam suatu eksperimen.
2. Terapkan langkah-langkah yang kalian buat dalam suatu soal dengan ruang sampel yang cukup besar, misal eksperimen tiga dadu dengan warna berbeda.



Latihan 6.1

1. Sebuah dadu digelindingkan sekali. Berapa peluang kejadian:
 - a. Mata dadu kelipatan tiga.
 - b. Mata dadu bukan kelipatan tiga.
2. Dadu merah dan putih digelindingkan sekali. Berapakah peluang kejadian:
 - a. Mata dadu kembar.
 - b. Jumlah mata dadu 7.
 - c. Jumlah mata dadu kurang dari 7.
3. Dalam suatu ruangan ada suatu komputer yang bisa digunakan oleh Yessi, Ratna, dan Rohim selama 3 jam. Mereka berencana untuk mengundi giliran agar setiap anak bisa menggunakan komputer tersebut masing-masing 1 jam, dengan sebuah dadu. Menurutmu apakah alat yang digunakan untuk mengundi tersebut cocok? Jika tidak, Jelaskan alasanmu. Jika iya, jelaskan caranya.
4. Suatu ketika Saiful dan adiknya yang bernama Antina berebut remote TV. Mereka mempunyai pilihan siaran berbeda di saat yang sama. Saiful mempunyai ide untuk mengundi dengan menggunakan dadu. Jika yang muncul adalah mata dadu 1 maka yang berhak main adalah Antina, jika selain itu maka yang berhak main adalah Saiful. Sedangkan Antina mengusulkan untuk menggunakan dua koin uang logam. Jika yang muncul adalah mata dadu kembar maka yang berhak main adalah Saiful, jika selain itu yang berhak main adalah Antina. Berikan pendapatmu, cara manakah yang menurutmu adil? Jelaskan.
5. Suatu restoran, sebut saja namanya Restoran “Bang Torik” menyediakan menu masakan sebagai berikut.



MENU MASAKAN RESTORAN BANG TORIK

Ikan	Cara masak	Item pelengkap
Tuna	Dipanggang	Sayuran segar
Patin	Digoreng	Kentang panggang
Salmon	Diasap	Kentang tumbuk
Hiu kecil		

Tentukan banyak menu yang bisa dibuat oleh Restoran “Bang Torik” tersebut? Daftarkan semua menu.



Memahami Peluang Empirik



Kegiatan 6.2

Membandingkan Peluang Empirik dan Teoretik

Setelah kalian melakukan kegiatan 6.1 dan memahami peluang teoretik, pada kegiatan ini kalian akan melakukan kegiatan yang bertujuan untuk memahami peluang empirik suatu percobaan. Setelah kalian melakukan percobaan nanti, harapannya kalian mampu untuk menyimpulkan atau membuat suatu pernyataan tentang hubungan antara peluang empirik dengan peluang teoretik. Untuk memulai, mari mengamati percobaan yang dilakukan oleh Ameliya, Budi, Citra, Dana, Erik, dan Fitri berikut ini.



Masalah 6.2

Suatu ketika Ameliya, Budi, Citra, Dana, Erik, dan Fitri mendapat tugas kelompok dari gurunya untuk menemukan peluang empirik suatu percobaan. Mereka melakukan percobaan dengan menggelindingkan satu dadu sebanyak 120 kali. Mereka membagi tugas untuk mencatat kemunculan dadu hasil penggelindingan.



Ameliya bertugas mencatat setiap mata dadu “1” yang muncul.

Budi bertugas mencatat setiap mata dadu “2” yang muncul.

Citra bertugas mencatat setiap mata dadu “3” yang muncul.

Dana bertugas mencatat setiap mata dadu “4” yang muncul.

Erik bertugas mencatat setiap mata dadu “5” yang muncul.

Fitri bertugas mencatat setiap mata dadu “6” yang muncul.

Setelah menggelindingkan sebanyak 120 kali, mereka merekap catatan mereka dalam suatu tabel. Berikut Tabel 6.2 yang menyajikan hasil percobaan mereka.



Ayo Kita Amati

Tabel 6.2 Peluang empirik percobaan penggelindingan satu dadu

Yang melakukan percobaan	Mata dadu yang diamati	(A) Banyak kali muncul mata dadu yang diamati (kali)	(B) Banyak percobaan (kali)	Rasio (A) terhadap (B)
Ameliya	1	19	120	$\frac{19}{120}$
Budi	2	20	120	$\frac{20}{120}$
Citra	3	21	120	$\frac{21}{120}$

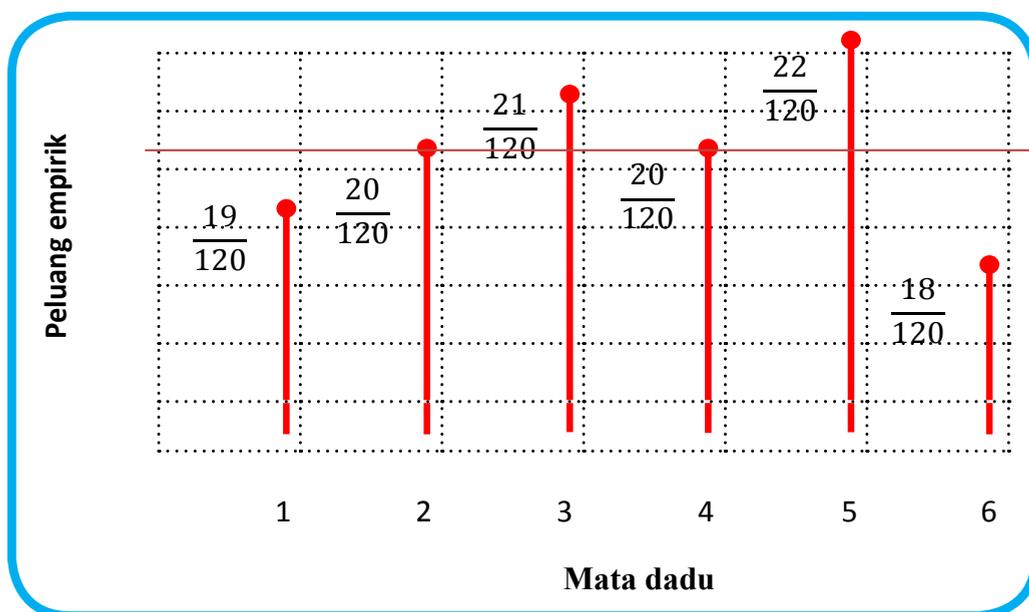
Yang melakukan percobaan	Mata dadu yang diamati	(A) Banyak kali muncul mata dadu yang diamati (kali)	(B) Banyak percobaan (kali)	Rasio (A) terhadap (B)
Dana	4	20	120	$\frac{20}{120}$
Erik	5	22	120	$\frac{22}{120}$
Fitri	6	18	120	$\frac{18}{120}$
Total		120		1

Pada kolom ke-lima Tabel 6.2, nilai Rasio (A) terhadap (B) disebut dengan **frekuensi relatif** atau **peluang empirik**. Secara umum, jika $n(A)$ merepresentasikan banyak kali muncul kejadian A dalam M kali percobaan,

$$f_A = \frac{n(A)}{M}$$

Merepresentasikan peluang empirik terjadinya kejadian A pada M percobaan.

Dari data Tabel 6.2 kita dapat membuat diagram yang menyajikan peluang empirik kejadian A sebagai berikut.



Gambar 6.1 Peluang empirik percobaan penggelindingan dadu sebanyak 120 kali

Jika kita amati Gambar 6.1 nilai peluang empirik mendekati pada suatu garis konstan yang nilainya yaitu ...



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian pada kegiatan **Ayo Kita Amati**, coba tuliskan pertanyaan tentang hal yang ingin kalian ketahui jawabannya. Pertanyaan kalian sebaiknya memuat kata “peluang empirik”.



Ayo Kita Menggali Informasi

Setelah kalian mengamati pengertian dari peluang empirik pada kegiatan Ayo Kita Amati, perkirakan peluang empirik dari percobaan berikut.

1. Munculnya sisi angka pada percobaan melantunkan satu koin sebanyak 50 kali.
2. Munculnya mata dadu 5 pada percobaan melantunkan 1 dadu sebanyak 120 kali?
3. Terambilnya kelereng kuning pada percobaan mengambil 1 kelereng dari 3 kelereng (warna kuning, putih, hitam) pada suatu kantong sebanyak 90 kali?



Ayo Kita Selidiki

Untuk menguji kebenaran perkiraanmu tersebut, mari melakukan percobaan.

1. Bentuk kelompok terdiri 4 siswa atau sesuai instruksi guru.
2. Persiapkan perlengkapan untuk percobaan
 - a. Satu koin uang logam
 - b. Satu dadu dengan enam sisi. Tiap sisi tuliskan bilangan 1 hingga 6.
 - c. Tiga kelereng dengan ukuran sama dan kantong berwarna gelap untuk wadah kelereng. Tiap kelereng berwarna kuning, putih, hitam.
3. Lakukan percobaan
 - a. Pengetosan koin sebanyak 50 kali.
 - b. Penggelindingan dadu sebanyak 120 kali.
 - c. Pengambilan satu kelereng sebanyak 90 kali

Keterangan:

- *Percobaan dilakukan di tempat datar dan keras. Percobaan dilakukan dengan wajar (tidak dibuat-buat untuk muncul suatu sisi atau tertentu)*
 - *Kantong tertutup dengan rapi, sehingga pengambil tidak bisa melihat langsung kelereng yang ada di dalam kantong.*
4. Catatlah kemunculan pada setiap kali percobaan.
 5. Tuliskan catatanmu pada Tabel berikut.

Tabel 6.3. Percobaan pengetosan koin 50 kali

	sisi Angka	sisi Gambar
Banyaknya kali muncul (kali)		
Peluang empirik		

Tabel 6.4 Percobaan penggelindingan dadu 120 kali

	1	2	3	4	5	6
Banyaknya muncul (kali)						
Peluang empirik						

Tabel 6.5 Percobaan pengambilan kelereng 90 kali

	Kelereng kuning	Kelereng putih	Kelereng hitam
Banyaknya terambil (kali)			
Peluang empirik			

Dari percobaanmu tersebut, bandingkan peluang empirik data hasil percobaan dengan dugaanmu pada kegiatan **menduga**. Bagaimanakah hubungan antara dugaan kalian dengan percobaan yang kalian lakukan.

	Dugaan	Hasil percobaan	Hubungan
Peluang empirik muncul sisi Angka			
Peluang empirik muncul mata dadu 5			
Peluang empirik terambil kelereng kuning.			

Diskusikan dengan anggota kelompok kalian. Buatlah suatu kesimpulan sementara tentang hubungan secara umum antara peluang empirik hasil percobaan dengan dugaan kalian.

Kalian boleh melakukan percobaan dengan lebih banyak dari yang ditentukan dalam buku ini. Misal dua atau tiga kali lipat dari banyak kali percobaan semula.



Ayo Kita Menalar

1. Bagaimanakah menentukan hubungan peluang empirik dengan peluang teoretik. Pada kegiatan 1 kalian telah mempelajari tentang peluang teoretik kejadian tertentu dalam suatu eksperimen. Untuk mengingat kembali pemahaman kalian tentang peluang teoretik, tentukan peluang teoretik dari kejadian berikut:
 - a. Hasil sisi Angka pada eksperimen satu koin.
 - b. Hasil mata dadu 5 pada eksperimen satu dadu.
 - c. Hasil kelereng kuning pada eksperimen pengambilan tiga kelereng dengan warna berbeda (kuning, hitam, putih).Sekarang, coba bandingkan perhitungan peluang teoretik dengan peluang empirik hasil percobaan kalian.

	Peluang Empirik	Peluang Teoretik	Hubungan
Sisi angka (koin)			
Mata dadu 5			
Kelereng kuning			

2. Menurut kalian, apakah hasil percobaan peluang empirik mendekati peluang teoretik?
3. Apakah ketika kalian menambah banyak percobaan, banyaknya kemunculan hasil yang kalian amati juga bertambah?
4. Jika percobaan tersebut kalian lakukan terus menerus hingga banyak kali percobaan, bagaimanakah peluang empirik? Semakin mendekati sama atau berbeda dengan peluang teoretiknya? Jelaskan jawabanmu.



Ayo Kita Berbagi

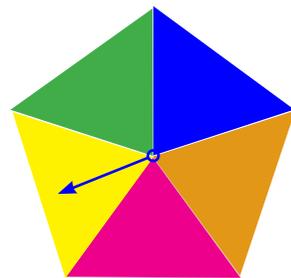
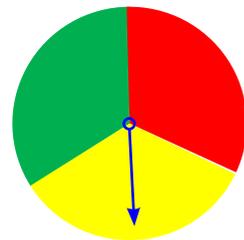
Pada kegiatan 6.1 pada Bab ini, kalian telah mengenal peluang teoretik. Kemudian pada kegiatan 6.2, kalian telah mengenal peluang empirik beberapa kejadian sederhana. Lalu, adakah hubungan antara peluang empirik dengan peluang teoretik? Jelaskan alasanmu di depan kelas. Sampaikan tabel hasil pengisian kalian tersebut di depan kelas.

Bandungkan dengan hasil percobaan kelompok lain.



Latihan 6.2

1. Pada percobaan penggelindingan dadu sebanyak 100 kali, mata dadu “3” muncul sebanyak 30 kali. Berapakah peluang empiriknya?
2. Berapakah perkiraanmu akan muncul mata dadu “3”, saat dilakukan percobaan penggelindingan sebuah dadu sebanyak 100 kali?
3. Pada percobaan pengetosan dua koin uang logam sebanyak 100 kali, muncul pasangan mata koin sama sebanyak 45 kali. Berapakah peluang empirik muncul selain itu?
4. Suatu percobaan menggunakan spin yang terbagi tiga sama berdasarkan juringnya. Masing-masing juring berwarna merah, kuning, dan hijau. Percobaan dilakukan sebanyak 35 kali, dan bagian yang berwarna kuning tertunjuk oleh jarum sebanyak 10 kali. Tentukan peluang empirik panah menunjuk ke bagian yang berwarna merah.
5. Suatu percobaan menggunakan spinner seperti gambar di samping. Percobaan dilakukan sebanyak 200 kali memutar. Jarum spinner menunjuk ke warna hijau, biru, orange, dan merah muda secara berturut-turut sebanyak 35, 43, 40, dan 39. Tentukan peluang empirik jarum spinner menunjuk ke warna kuning.
6. Pada percobaan pengambilan kelereng sebanyak n kali dari dalam kantong yang berisi 3 kelereng yang berwarna merah, kuning, dan hijau. Peluang empirik terambil kelereng merah adalah $\frac{19}{60}$, sedangkan kelereng hijau $\frac{11}{30}$. Tentukan :
 - a. Tentukan nilai n terkecil yang mungkin
 - b. Tentukan peluang empirik terambil kelereng hijau (berdasarkan n yang kalian tentukan)



Tugas Projek 6.2

Carilah kegiatan di sekitar kalian yang berkaitan dengan peluang. Jika kegiatan tersebut berkaitan dengan suatu permainan, carilah aturan mainnya. Buatlah perhitungan tentang peluang yang menurut kalian bermanfaat untuk masyarakat.



Merangkum 6

Tuliskan hal-hal penting yang kalian dapat dari kegiatan pembelajaran tentang Peluang. Berikut pertanyaan yang perlu dijawab untuk mengarahkan rangkumanmu:

1. Ceritakan secara singkat bagaimana langkahmu menentukan semua titik sampel (ruang sampel) agar tidak ada yang terlewatkan.
2. Ceritakan langkah yang kalian lakukan untuk menemukan peluang teoretik suatu kejadian.
3. Misalkan seorang melakukan percobaan sebanyak n kali. Berapakah peluang empirik hasil percobaan yang muncul sebanyak k kali?
4. Bagaimana hubungan peluang teoretik dengan peluang empirik?
5. Setujukah kalian dengan pernyataan berikut, “jika kita melakukan percobaan semakin banyak, maka kesempatan muncul kejadian yang diamati juga semakin besar? Dapatkah kalian mengambil nilai berharga yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari dari pernyataan tersebut?

Jangan Menyerah

By: D'Masiv

*Tak ada manusia
Yang terlahir sempurna
Jangan kau sesali
Segala yang telah terjadi
Kita pasti pernah
Dapatkan cobaan yang berat
Seakan hidup ini
Tak ada artinya lagi*

Reff 1:

*Syukuri apa yang ada
Hidup adalah anugerah
Tetap jalkani hidup ini
Melakukan yang terbaik
Tak ada manusia
Yang terlahir sempurna
Jangan kau sesali
Segala yang telah terjadi*

Back to Reff 1

Reff 2:

*Tuhan pasti kan menunjukkan
Kebesaran dan kuasanya
Bagi hambanya yang sabar
Dan tak kenal Putus asa*

Back to Reff 1

Back to Reff 2

Sumber: Kapanlagi.com



Uji Kompetensi 6

1. Dari 10 kali pelemparan mata uang logam, diperoleh 4 kali muncul gambar.
 - a. Tentukan peluang empirik muncul gambar
 - b. Tentukan peluang empirik muncul angka
2. Dalam percobaan melempar dadu sebanyak 450 kali, frekuensi harapan muncul mata dadu kurang dari 5 adalah
3. Dari 60 kali pelemparan sebuah dadu, diperoleh 10 kali muncul mata dadu 1, 12 kali muncul mata dadu 2, 11 kali muncul mata dadu 3, dan 8 kali muncul mata dadu 4.
 - a. Tentukan peluang empirik muncul mata dadu kurang dari 4
 - b. Tentukan peluang empirik muncul mata dadu lebih dari 4
4. Dadu kuning dan biru digelindingkan bersama-sama.
 - a. Tentukan $n(A)$ untuk A kejadian muncul mata dadu 1 pada dadu kuning dan mata dadu ganjil pada dadu biru.
 - b. Sebutkan semua titik sampel kejadian jumlah mata dadu kuning dan biru adalah 6
5. Suatu kantong berisi 2 kelereng merah, 3 kelereng putih, dan 5 kelereng biru. Kemudian diambil sebuah kelereng dari kantong itu.
 - a. Tentukan peluang terambil kelereng merah
 - b. Tentukan peluang terambil kelereng putih
 - c. Tentukan peluang terambil kelereng bukan biru (biru komplement)
6. Peluang muncul angka atau gambar dari pelemparan sebuah mata uang logam adalah sama.
 - a. Berapakah frekuensi harapan muncul angka jika uang itu dilempar 100 kali
 - b. Berapakah frekuensi harapan muncul angka jika uang itu dilempar 150 kali

Frekuensi harapan kejadian A yang dilakukan sebanyak N kali percobaan, biasanya dirumuskan dengan

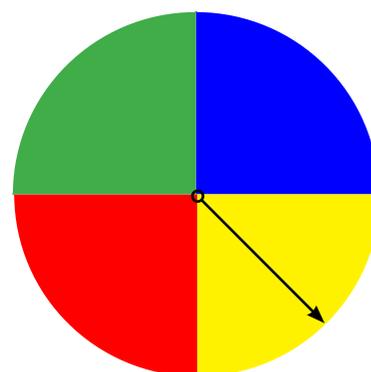
$$Fh(A) = P(A) \times N, P(A) = \text{Peluang kejadian } A$$

7. Sebuah kantong berisi kelereng merah dan putih. Jika peluang terambil kelereng merah adalah $\frac{1}{3}$, tentukan
 - a. frekuensi harapan terambil kelereng merah dari 30 pengambilan
 - b. frekuensi harapan terambil kelereng putih dari 45 pengambilan
8. Suatu lomba sepeda hias diikuti peserta sebanyak:
 - 10 orang berumur 6 tahun.
 - 24 orang berumur 9 tahun
 - 16 orang berumur 10 tahun.Jika lomba tersebut akan memilih satu orang terbaik, berapa peluang yang akan terpilih adalah peserta berumur 9 tahun?
9. Dadu hitam dan putih digelindingkan secara bersama-sama 36 kali. Frekuensi harapan muncul mata dadu berjumlah 6 adalah

10. Jika dua dadu (berbeda warna) dilempar bersamaan, dadu yang muncul jumlahnya 10 atau 3 adalah....
11. Tiga uang logam berbeda warna dilempar secara bersamaan sebanyak 64 kali. Frekuensi harapan munculnya 1 sisi gambar dan 2 sisi angka adalah
12. Buatlah suatu soal tentang eksperimen dua dadu yang jawabannya adalah peluang kejadian $A = \frac{1}{2}$
13. Buatlah suatu soal tentang eksperimen dua dadu yang jawabannya adalah frekuensi harapan kejadian A adalah 1.
14. Kalian adalah manager TIMNAS INDONESIA U-16. Suatu ketika TIMNAS bertanding di Final piala ASIA melawan MALAYSIA. Suatu ketika saat pertandingan sedang berjalan, pada menit ke 89 TIMNAS mendapatkan hadiah PENALTI. Skor sementara adalah 2 – 2. Pemain yang siap menendang adalah EVAN DIMAS, ILHAM, MALDINI, dan MUCHLIS. Seandainya kalian disuruh untuk menentukan penendang penalti tersebut, siapakah yang akan kalian tunjuk agar TIMNAS meraih kemenangan. Berikut catatan tendangan penalty keempat pemain tersebut.

Nama	Penalti (kali)	Masuk	Terblok Kiper	Melenceng
Evan Dimas	20	16	2	2
Ilham	18	14	2	2
Maldini	17	12	4	1
Muchlis	15	11	3	1

15. Suatu percobaan memutar spiner empat warna seperti pada gambar di samping sebanyak n kali. Peluang empirik jarum spiner menunjuk ke arah warna hijau, biru, dan kuning secara berturut-turut $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{10}$, dan $\frac{9}{40}$. Tentukan:
 - a. n terkecil yang mungkin
 - b. Peluang empirik jarum spiner menunjuk warna merah





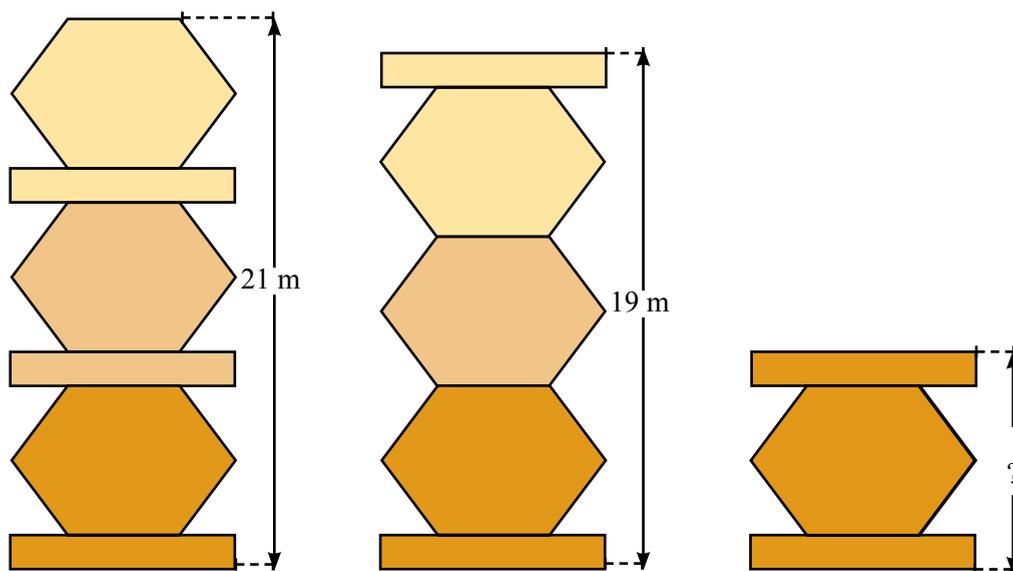
Uji Kompetensi Semester 2

1. Jika x dan y merupakan bilangan bulat non negatif yang memenuhi $3x + 4y = 96$, banyak pasangan bilangan (x, y) yang memenuhi persamaan tersebut adalah ...
2. Jumlah dua bilangan adalah 41, sedang selisih kedua bilangan itu adalah 19. Berapa masing-masing bilangan itu?
3. Tentukan selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel berikut ini:
 - a. $\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}y = -4$ dan $\frac{1}{2}x + \frac{1}{5}y = 6$
 - b. $\frac{x+1}{2} + \frac{y-1}{4} = 5$ dan $\frac{2x-1}{3} - \frac{y+1}{5} = 1$
4. Harga 3 buku dan 1 pensil adalah Rp9.000,00. Sedangkan harga 2 buku dan 2 pensil adalah Rp8.400,00. Tentukan harga 1 buah buku dan 1 buah pensil.
5. Bu Rani membeli $\frac{1}{4}$ kg jeruk dan $\frac{1}{2}$ kg apel, kemudian ia membayar Rp4.250,00. Sedangkan Bu Rina membeli $\frac{3}{4}$ kg jeruk dan $\frac{1}{4}$ kg apel, kemudian ia membayar Rp5.250,00. Bagaimana caranya kalian mengetahui harga 1 kg jeruk dan 1 kg apel? Jelaskan.
6. Pada saat ini umur Pak Tohir 3 kali umurnya saudara Udin. Jika 10 tahun yang akan datang jumlah umur mereka adalah 72 tahun, berapakah umur Pak Tohir pada saat saudara Udin lahir?
7. Sebuah toko roti menawarkan paket makanan sebagai berikut:

Paket 1	Paket 2	Paket 3
$\frac{1}{2}$ lusin donat 5 buah roti keju	1 lusin donat 6 buah roti keju	2 buah donat 2 buah roti keju
Rp17.500,00	Rp28.200,00	?

Jika Sunaida ingin membeli paket 3 dengan uang satu lembar 20.000-an, berapa uang kembaliannya?

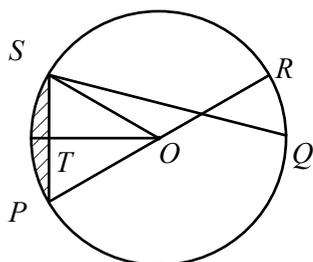
8. Gambar berikut adalah gambar 3 menara dengan tinggi yang berbeda dan tersusun dari segienam dan persegi panjang.



Berapakah tinggi menara yang paling pendek?

9. Tentukan persamaan kuadrat yang mempunyai akar-akar penyelesaian 5 dan -2 adalah ...
10. Hasil kali akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 - 4x + 6 = 0$ adalah ...
11. Persamaan kuadrat $x^2 + (m - 2)x + 9 = 0$ memiliki akar-akar kembar. Nilai m yang memenuhi adalah ...
12. Akar persamaan kuadrat $x^2 + ax - 4 = 0$ adalah p dan q .
Jika $p^2 - 2pq + q^2 = 8a$, maka nilai $a = \dots$
13. Akar persamaan kuadrat $x^2 - 5x - 3 = 0$ adalah x_1 dan x_2 .
Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $x_1 - 1$ dan $x_2 - 1$ adalah ...

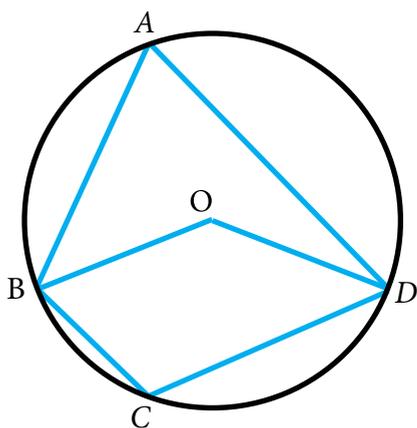
14.



Perhatikan gambar disamping .

- sebutkan garis yang merupakan
 - diameter ...
 - apotema ...
 - busur ...
 - juring atau sektor ...
 - daerah yang diarsir disebut ...
15. Suatu juring diketahui ukuran sudut pusatnya adalah 72° , dan jari-jarinya 20 cm. Tentukan jari-jari lingkaran yang luasnya sama dengan juring tersebut.
16. Buatlah pengertian dari “diameter” yang memuat kata “tali busur”

17.

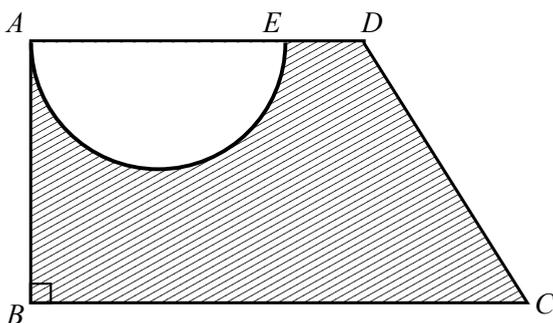


Perhatikan gambar di samping.

Diketahui $m\angle OBA + m\angle ODA = 80^\circ$

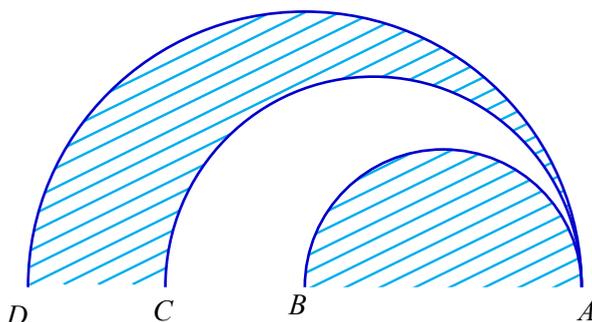
Tentukan $m\angle BCD$.

18.



Tentukan keliling daerah yang diarsir pada gambar berikut. ($AB = 15$, $AD = 19$ cm, $DE = 5$ cm, $BC = 27$ cm).

19.



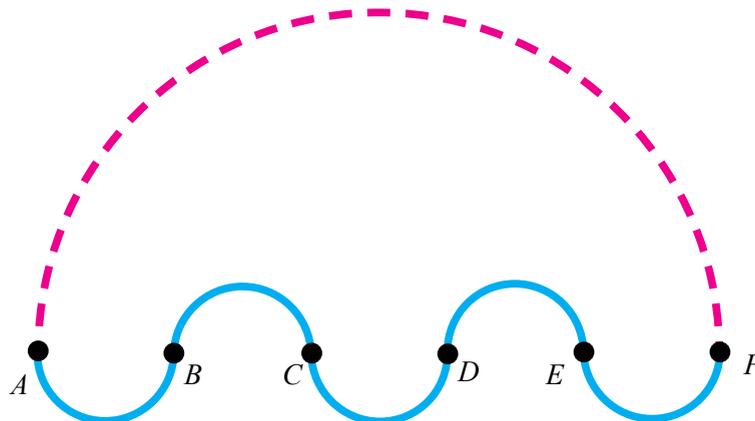
Diketahui titik A , B , C , dan D segaris. Panjang $AD = 42$ cm, $AC = 28$ cm, $BC = 7$ cm. Tentukan luasdaerah yang diarsir berikut.

20. Anto, Baharuddin, dan Citra bersepeda bersama. Sepeda mereka memiliki ukuran roda yang berbeda. Tabel berikut menunjukkan jarak sepeda yang ditempuh dalam setiap kali roda berputar.

	Jarak yang ditempuh (cm)					
	1 Putaran	2 Putaran	3 Putaran	4 Putaran	5 Putaran	6 Putaran
Anto	96	192	288	384	480	...
Baharuddin	160	320	480	640	800	...
Citra	190	380	570	760	950	...

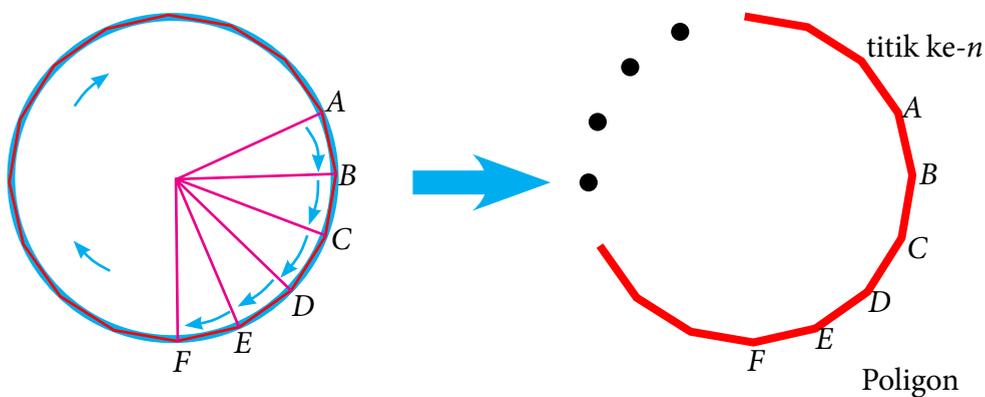
- Berapa kali putaran roda sepeda supaya Baharuddin menempuh jarak 1.280 cm?
- Ketika Baharuddin telah menempuh jarak 1 km, berapa km jarak yang ditempuh Anto? Jelaskan perhitungannya.

21. Dua lintasan dari A ke F digambarkan seperti berikut.



Jarak A ke F dalam garis lurus adalah 70 meter. Titik B , C , D , dan E berada pada garis AF sedemikian sehingga $AB = BC = CD = DE = EF$. Lintasan pertama yang ditandai warna merah putus-putus, berbentuk setengah lingkaran dengan diameter AF . Lintasan kedua, ditandai dengan warna biru, tersusun atas lima setengah lingkaran dengan diameter AB , BC , CD , DE , dan EF . Erna dan Erni bersepeda dari A ke F . Erna memilih melintasi lintasan merah, sedangkan Erni memilih lintasan biru. Jika mereka berangkat pada waktu yang sama dan kecepatan yang sama, maka siapakah yang akan lebih dulu sampai di F ?

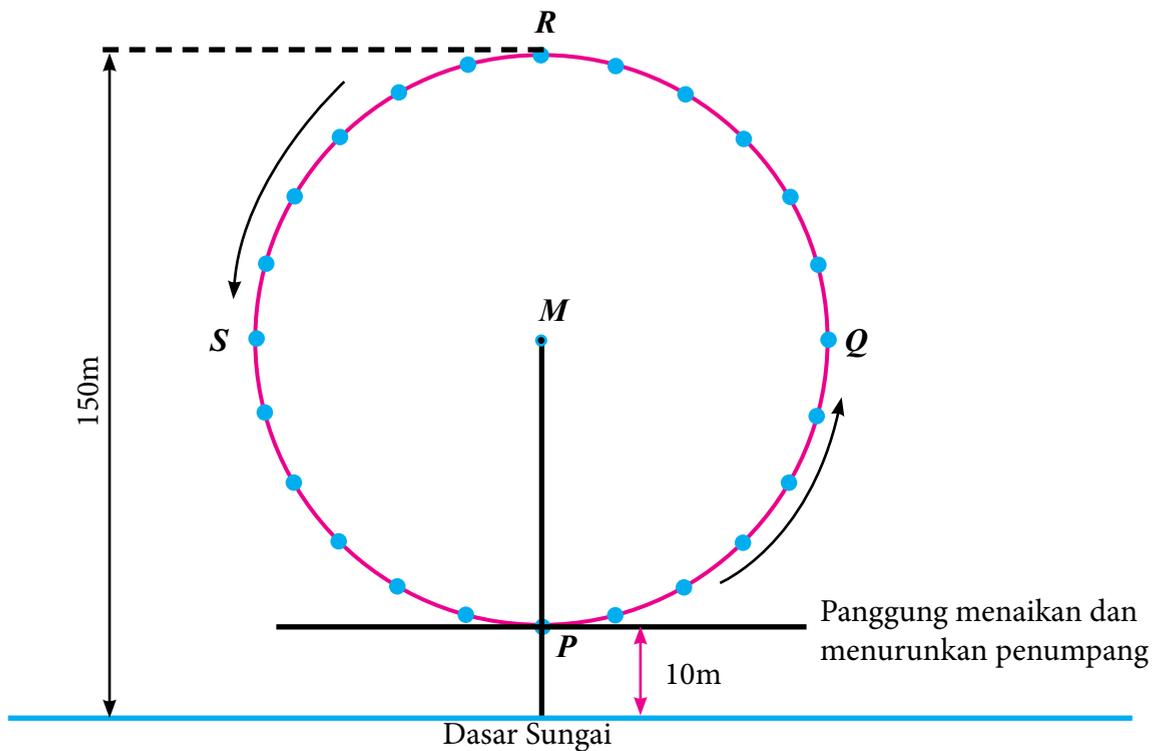
22. Suatu lingkaran dengan pusat O dan titik A pada kelilingnya.



Jari-jari OA diputar terhadap sudut pusat 20° searah jarum jam, sehingga menghasilkan OB . Titik A dihubungkan dengan titik B . Jari-jari OB diputar terhadap sudut pusat 20° searah jarum jam, sehingga menghasilkan OC . Kemudian titik B dihubungkan dengan titik C . Perputaran tersebut dilakukan terus-menerus hingga suatu jari-jari tertentu kembali ke OA (berhimpit). Setiap titik yang berurutan pada keliling lingkaran dihubungkan sehingga terbentuk poligon.

- Tentukan banyak sisi poligon tersebut.
- Tentukan jumlah sudut poligon tersebut. (sudut poligon adalah sudut yang dibentuk dari sisi-sisi pada poligon).

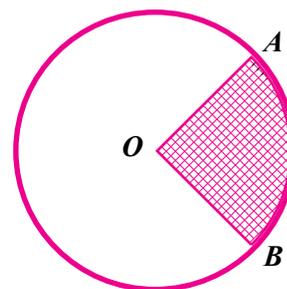
23. Kincir ria di Kota London berada tepat di pinggir sungai. Perhatikan gambar dan diagram di bawah ini.



Kincir ria berdiameter luar 140 meter dan tingginya 150 meter dari dasar sungai. Kincir ria berputar seperti yang ditunjukkan tanda panah.

- Huruf M dalam diagram menunjukkan pusat kincir ria. Berapa meter ketinggian M dari dasar sungai?
- Kincir ria berputar dengan kecepatan tetap. Kincir ria berputar satu putaran membutuhkan waktu tepat 40 menit.
 - Tepat di R
 - Antara R dan S
 - Tepat di S
 - Antara R dan P

24. Sebuah lingkaran dengan pusat di O , memiliki luas daerah yang diarsir sebesar 20% dari luas lingkaran. Berapakah sudut AOB ?



25. Fitriana membuat dua jenis gelang. Gelang yang kecil terdiri atas empat manik-manik dan gelang yang lebih besar terdiri atas tujuh manik-manik. Fitriana memiliki 99 manik-manik. Berapa banyak gelang kecil dan gelang besar yang dibuat Fitriana? (Kemungkinan lebih dari satu jawaban)

26. Persiapan yang Bagus, Tapi....

Dalam menyiapkan ujian tulis, Andra membuat peninjauan sebagai berikut:

- Ujian tulis berisi 20 soal
- Andra memperkirakan diperlukan 6 menit untuk menyelesaikan tiap soal
- Ujian dilaksanakan selama 2 jam



Akan tetapi, selama ujian berlangsung, Andra menemui soal yang sulit sehingga setiap soal membutuhkan 15 menit untuk diselesaikan. Dia juga menemui soal yang jauh lebih mudah daripada yang dia duga dan menyelesaikannya dalam waktu 2 menit tiap soal. Tujuh soal yang lain dia selesaikan 6 menit tiap soal. Secara mengejutkan, Andra menyelesaikan semua soal tepat 2 jam. Dari 20 soal ujian, berapa banyak soal yang sulit yang ditemui Andra selama ujian berlangsung?

27. Tohir mempunyai kawat sepanjang 10 m yang akan digunakan untuk membuat kerangka balok berukuran $10 \text{ cm} \times 24 \text{ cm} \times 36 \text{ cm}$.
- a. Berapa banyak kerangka balok yang dapat dibuat oleh Tohir? Jelaskan.
 - b. Berapakah sisa kawat dari yang telah digunakan untuk membuat balok?
28. Alas sebuah prisma berbentuk persegi panjang dengan panjang 12 cm dan lebar 8 cm. Bila tinggi prisma 15 cm. Hitunglah:
- a. Luas permukaan Prisma.
 - b. Volum Prisma
29. Sebuah foto diletakkan pada sehelai karton berukuran 70 cm x 50 cm. Di sebelah atas, kiri, dan kanan foto masih terdapat sisi karton 5 cm. Jika foto dan karton sebangun maka lebar karton bagian bawah yang tidak tertutup oleh foto adalah

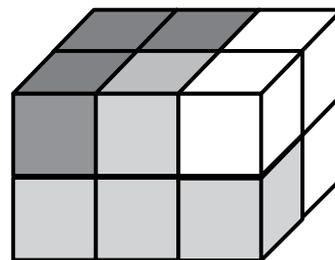
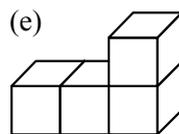
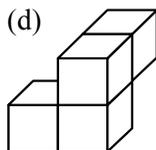
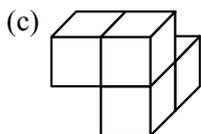
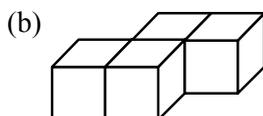
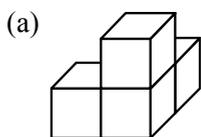
30. Ongkos kirim di Kantor Pos Kota Malang didasarkan atas berat barang yang dikirim. Tabel berikut menunjukkan berat barang dan ongkos kirim.

Berat Barang (gram)	Ongkos Kirim
sampai dengan 20	Rp6.900,00
21 – 50	Rp10.350,00
51 – 100	Rp15.300,00
101 – 200	Rp26.250,00
201 – 350	Rp31.950,00
351 – 500	Rp36.600,00
5001 – 1000	Rp48.000,00
1001 – 2000	Rp64.050,00
2001 – 3000	Rp75.450,00

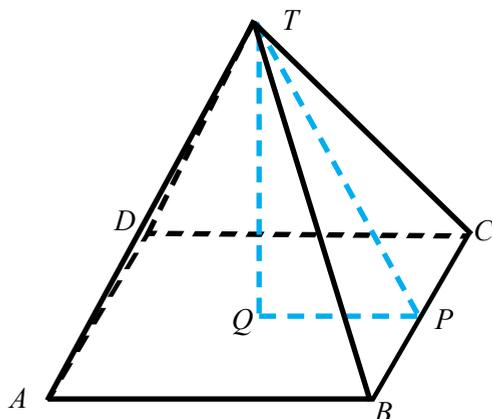
Galuh ingin mengirim dua paket kepada seorang temannya. Paket pertama memiliki berat 40 gram dan paket kedua memiliki berat 80 gram.

Sesuai dengan ongkos kirim di Kantor Pos Kota Malang, tentukan manakah yang lebih murah untuk mengirim kedua paket, kedua paket dijadikan satu atau mengirimnya secara terpisah? Tunjukkan perhitungannya atas kedua pilihan tersebut.

31. Suatu prisma kayu persegi panjang terdiri dari tiga bagian, masing-masing terdiri dari empat kubus kayu direkatkan. Manakah dari potongan-potongan di bawah ini memiliki bentuk yang sama seperti bagian hitam?



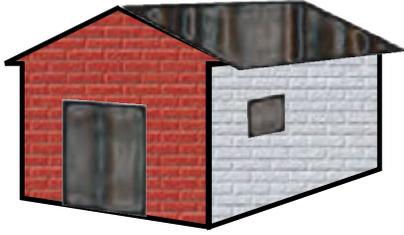
- 32.



Alas limas $T.ABCD$ pada gambar di samping berbentuk persegi. Jika keliling alas limas 72 cm dan panjang $TP = 15$ cm, maka hitunglah:

- Tinggi limas
- Volume limas

33.

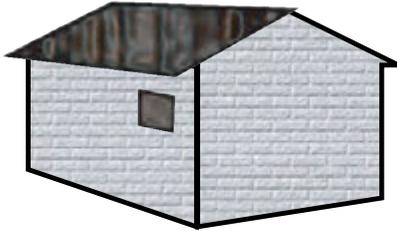


Garasi dirancang dengan hanya memiliki satu pintu dan satu jendela.

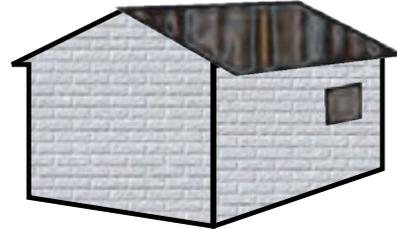
Pak Sinaga memilih model garasi dengan letak jendela dan pintu ditunjukkan oleh gambar berikut.

Ilustrasi berikut menunjukkan model berbeda yang dilihat dari belakang garasi. Hanya satu ilustrasi yang cocok dengan model garasi yang dipilih Pak Sinaga. Model manakah yang dipilih oleh Pak Sinaga?

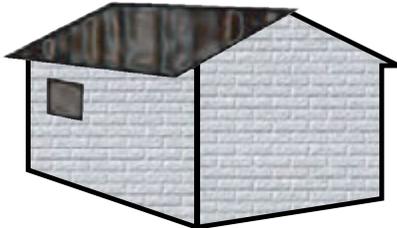
a.



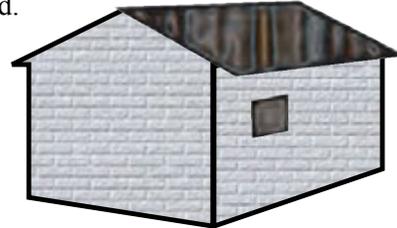
b.



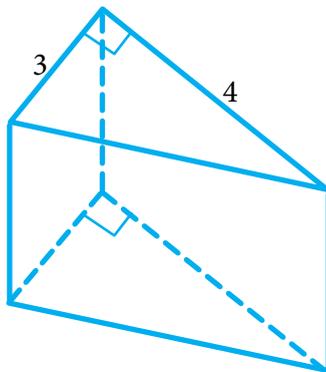
c.



d.

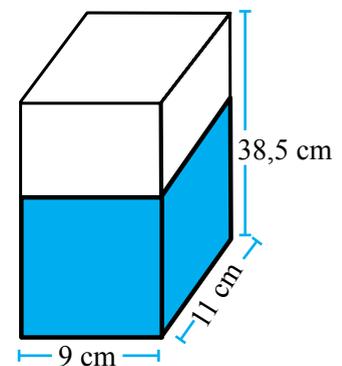


34.



Suatu prisma segitiga memiliki volume 120 cm^3 . Dua sisi segitiga berukuran 3 cm dan 4 cm seperti yang ditunjukkan gambar di samping. Berapakah tinggi prisma?

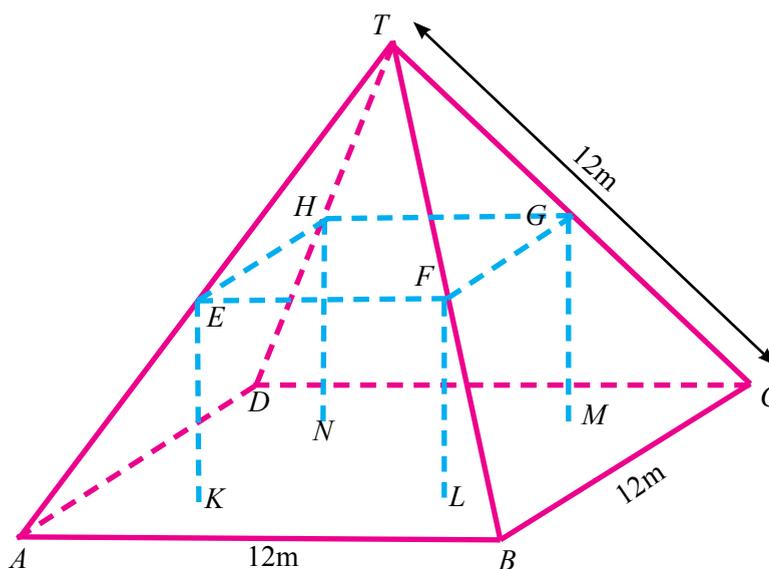
35. Sebuah wadah persegi panjang berukuran $9 \text{ cm} \times 11 \text{ cm} \times 38,5 \text{ cm}$. Andaikan air mengembang 10% ketika dibekukan, tentukan kedalaman air yang diisikan dalam wadah, supaya ketika dibekukan es tepat memenuhi wadah.



36. Foto ini memperlihatkan sebuah rumah petani yang atapnya berbentuk piramid.

Di bawah ini adalah model matematika untuk atap rumah petani yang dilengkapi dengan ukurannya.

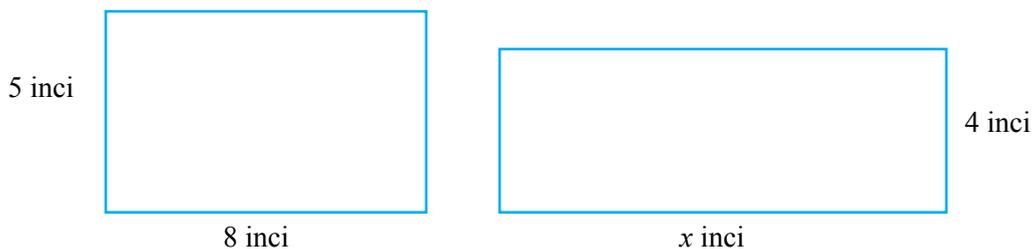
Dalam model ini, lantai loteng $ABCD$ berbentuk persegi. Tiang yang menopang atap merupakan rusuk balok $EFGH.KLMN$. Titik E terletak di tengah AT , titik F di tengah BT , titik G di tengah CT , dan titik H di tengah DT . Semua rusuk piramida pada model tersebut panjangnya 12 m.



- Hitunglah luas lantai loteng $ABCD$
- Hitunglah panjang EF .

37. Diketahui sebuah kaleng berbentuk prisma yang luas alasnya 9600 cm^2 dan tingginya 90 cm. Kaleng tersebut diisi air dengan volume 480 l. Jika kaleng tersebut di masukkan batu yang bervolume 288 l, maka berapakah tinggi air sekarang? Jelaskan.

38. Panjang suatu persegi panjang dengan luas yang sudah ditentukan, berbanding terbalik dengan lebar. Jika panjang dari persegi panjang 8 inci dan lebar 5 inci, tentukan panjang suatu persegi panjang lain dengan lebar 4 inci dan memiliki luas yang sama.



39. Dalam suatu gerak jalan, seorang peserta berjalan dengan kecepatan 6 km/jam agar ke garis *finish* dalam waktu 5 jam. Setelah 2 jam berjalan, ia berhenti selama 30 menit karena mengalami kejang otot. Agar ia sampai di garis *finish* sesuai rencana semula, berapakah kecepatannya yang di perlukan?
40. Lengkapi tabel berikut

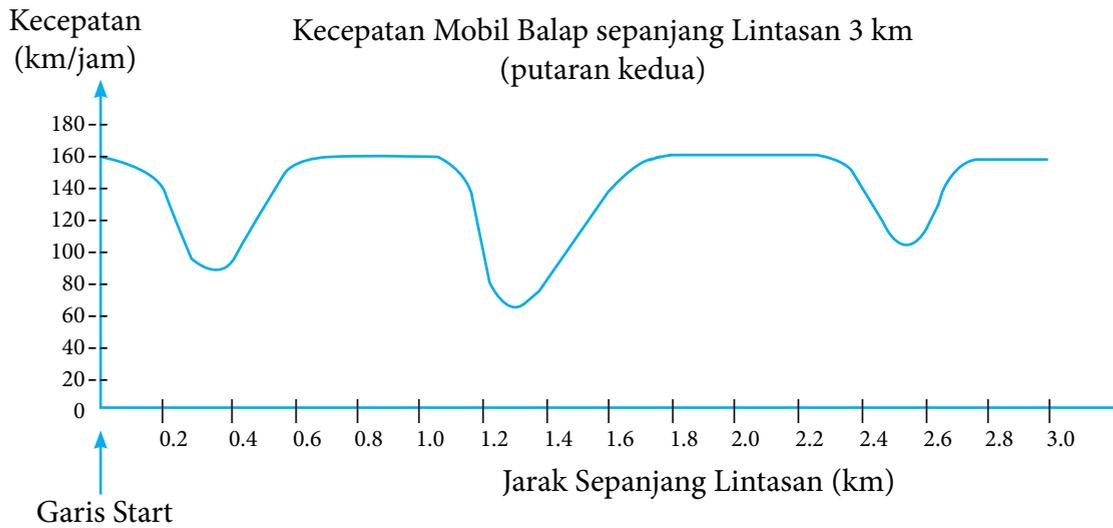
x	-30	-25	-20	-10							
y	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{5}$									

- a. Lukiskan grafik dari tabel di atas dengan menggunakan skala 1 cm mewakili 5 satuan pada masing-masing koordinat.
- b. Tentukan persamaan yang dari tabel tersebut.
41. Untuk tugas pekerjaan rumah dalam pelajaran Lingkungan Hidup, siswa mengumpulkan informasi tentang waktu dekomposisi atau waktu untuk menghancurnya beberapa jenis sampah yang dibuang orang:

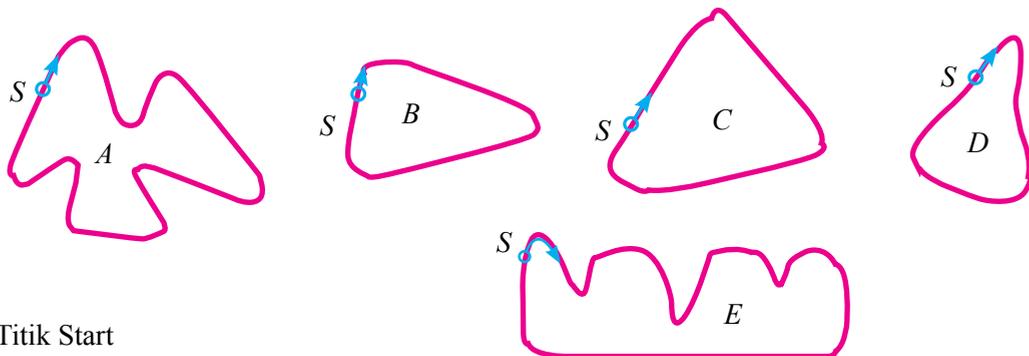
Jenis Sampah	Waktu Dekomposisi
Kulit pisang	1–3 tahun
Kulit jeruk	1–3 tahun
Kardus	0,5 tahun
Permen karet	20–25 tahun
Koran	Beberapa hari
Sterofoam (<i>Polistirena</i>)	Di atas 100 tahun

Seorang siswa bermaksud untuk menyajikan hasil itu dalam sebuah diagram batang. Berikan satu alasan mengapa diagram batang tidak sesuai untuk menyajikan data ini.

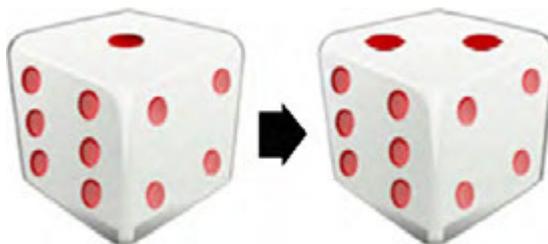
42. Grafik berikut menunjukkan bagaimana kecepatan mobil balap sepanjang lintasan 3 km selama putaran kedua.



- Pada jarak berapakah dari garis start yang menunjukkan awal lintasan lurus terpanjang?
 - 0,5 km
 - 1,5 km
 - 2,3 km
 - 2,6 km
- Dimanakah posisi kecepatan terendah yang terekam selama putaran (Lap) kedua?
 - Pada garis start
 - Sekitar 0,8 km
 - Sekitar 1,3 km
 - Pertengahan jarak sepanjang lintasan
- Menurut kalian apa yang terjadi pada kecepatan mobil yang berada pada jarak diantara 2,6 km sampai 2,8 km?
 - Kecepatan mobil konstan/Tetap
 - Kecepatan mobil bertambah
 - Kecepatan mobil berkurang
 - Kecepatan mobil tidak dapat ditentukan berdasarkan grafik tersebut.
- Berikut gambar 5 macam Lintasan.
Lintasan manakah dari mobil balap yang dikendarai dengan kecepatan yang terekam pada grafik di atas?



43. Evan memiliki tas yang berisi tepat 3 kelereng hitam, 6 kelereng kuning, 2 kelereng ungu dan 6 kelereng merah. Evan menemukan sejumlah kelereng putih dan menambahkannya ke dalam tas. Dia mengatakan bahwa jika dia sekarang mengambil kelereng secara acak dari dalam tas, kemungkinan terambil kelereng hitam atau kuning adalah $\frac{3}{7}$. Berapa banyak kelereng putih yang ditambahkan oleh Evan ke dalam tas?
45. Sebuah dadu memiliki mata dadu 1, 2, 3, 4, 6, dan 8 pada keenam sisinya. Ketika dadu digelindingkan, apabila mata dadu ganjil muncul di atas, maka semua mata dadu ganjil berubah menjadi dua kali lipat dari asalnya. Misalnya, jika mata dadu yang muncul adalah 1, maka yang dicatat adalah 2. Jika mata dadu yang muncul adalah 3, maka yang dicatat adalah 6.
(Diilustrasikan seperti gambar di bawah ini).



Apabila yang muncul adalah mata dadu genap, maka semua mata dadu genap berubah menjadi setengah dari mata dadu asal. Misalnya, mata dadu yang muncul adalah 8, maka yang dicatat adalah 4. Hal yang sama jika yang muncul adalah 2, 4, dan 6.

Andaikan dadu yang memiliki mata dadu 1, 2, 3, 4, 6, dan 8 tersebut digelindingkan sekali dan berubah menurut aturan tersebut. Dadu yang berubah kemudian digelindingkan sekali. Tentukan peluang hasil mata dadu 2 muncul di sisi atas pada penggelindingan kedua.

46. Pada percobaan pengambilan satu kelereng dari dalam kantong yang berisi 4 kelereng berwarna hitam, putih, kuning, dan biru, didapatkan hasil sebagai berikut:
- Kelereng hitam 22 kali
 - Kelereng putih 26 kali
 - Kelereng biru 24 kali.
- Jika percobaan dilakukan sebanyak 100 kali, tentukan:
- a. Peluang empirik kejadian terambil kelereng putih.
 - b. Peluang empirik kejadian terambil kelereng bukan biru.
47. Menurutmu, di antara percobaan berikut, manakah yang tepat untuk menyelesaikan masalah pengambilan keputusan yang melibatkan 3 orang? Jelaskan.
- a. Pengetosan 1 koin
 - b. Pengambilan kelereng dari dalam kantong yang berisi 4 kelereng berbeda warna
 - c. Penggelindingan 1 dadu
48. Dadu merah dan putih digelindingkan sekali. Berapakah peluang kejadian:
- a. Mata dadu kembar
 - b. Komplement kejadian jumlah mata dadu 8



Daftar Pustaka

- Aufmann, R. N., Lockwood, J. S., Nation, R. D., & Clegg, D. K. 2008. *Mathematical Thinking and Quantitative Reasoning*. Houghton Mifflin Company: Boston.
- Barnett, R. A. 1980. *Elementary Algebra Structure and Use*. America: McGraw-Hill, Inc
- Croft, C. 2002. *Students' Integrated Maths Module for Linear Functions 1*. OTRNet Publication. Wooroloo, Australia.
- Kindt, M., Dekker, T., and Burrill, G. 2006. *Algebra rules (Mathematics in Context)*. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.
- Klerk, J. 2007. *Illustrated Maths Dictionary*. 4th Ed. Melbourne: Pearson Education Australia.
- Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Moving Straight Ahead: Linear Relationship*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.
- Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *What Do You Expect? Probability and Expected Value*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.
- Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Variables and Patterns: Introducing Algebra*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.
- Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Looking for Pythagoras: The Pythagorean Theorem*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.
- Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Samples and Populations: Data and Statistics*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.
- Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Data About Us: Statistics*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.
- Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *How Likely Is It?: Probability*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.
- Manitoba Education. 2009. *Kindergarten to Grade 8 mathematics glossary : support document for teachers*. Manitoba, Kanada: Manitoba Education, Citizenship and Youth Cataloguing in Publication Data.

- Murdock, J., Kamischke, E., & Kamischke, E. 2007. *Discovering Algebra: An Investigative Approach*. 2nd Ed. California: Key Curriculum Press.
- Musser, G. L., Burger, W. F., dan Peterson, B. E. *Mathematics for Elementary Teachers: A Contemporary Approach*. New Jersey: John Wiley & Son, Inc.
- Rahaju, E.B. dkk, 2008. *Contextual Teaching and Learning Matematika*. Pusat Perbukuan Depdiknas.
- Serra, M. 2007. *Discovering Geometry: An Investigative Approach*. 2nd Ed. California: Key Curriculum Press.
- Sukino & Wilson, S. 2006. *Matematika untuk SMP Kela VIII*. Erlangga: Jakarta.
- Sukino. 2009. *Maestro Olimpiade Matematika SMP Seri B*. Erlangga: Jakarta.
- TIM. 2008. *California Math Triumphs Volume 3A*. USA: Glencoe/McGraw Hill Companies, Inc.
- TIM. 2004. *Glencoe Mathematics Geometry (Florida Edition)*. USA: Glencoe/McGraw Hill Companies, Inc.
- TIM. 2008. *California Math Triumphs For Algebra 1*. USA: Glencoe/McGraw Hill Companies, Inc.
- Turmudi. 2012. *Tarif Taxi Dan Biaya Fotocopy Untuk Pengenalan Konsep Fungsi Linear Di Smpn 12 Bandung: Lesson Study*. KNM XVI. UNPAD.
- Van de Walle, J. A., Karp, K.S., & Bay-Williams, J.M. 2010. *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. Boton, MA: Pearson.
- Whitney, F. B., et al. 2008. *California Math Triumphs Volume 4B: The Core Processes of Mathematics*. Columbus, OH: Macmillan/McGraw-Hill-Glencoe.
- Wijers, M., Roodhardt, A., van Reeuwijk, M., Dekker, T., Burrill, G., Cole, B.R., & Pligge, M .A. 2006. *Building Formulas*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (Eds.), *Mathematics in Context*. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.



Glosarium

Akar persamaan kuadrat	selesaian persamaan kuadrat sehingga membuat persamaan kuadrat menjadi benar
Bangun Ruang	objek yang memiliki dimensi panjang, lebar, dan tinggi. Misalnya, prisma, limas, kubus)
Busur	kurva lengkung yang berhimpit dengan suatu lingkaran
Diagram Pohon	diagram yang menunjukkan hasil yang mungkin dalam suatu eksperimen (peluang teoretik)
Diameter	segmen garis pada lingkaran yang melalui pusat lingkaran
Jari-jari	ruas garis yang ditarik dari pusat lingkaran ke sebarang titik pada lingkaran; sama dengan setengah diameter
Jaring-Jaring	perpaduan beberapa poligon yang dapat dibuat bangun ruang
hasil dari percobaan	salah satu kejadian yang mungkin terjadi dalam percobaan peluang (misalnya, ketika pengetosan koin, terdapat dua
Kejadian	bagian dari ruang sampel
Keliling Lingkaran	panjang kurva lengkung tertutup yang berhimpit pada suatu lingkaran
Kubus	bangun dimensi tiga dengan 6 sisi persegi sebagai bidang yang membatasi, 12 rusuk yang sama panjang, dan 8 titik
Kubik	satuan untuk ukuran volume
Limas	bangun ruang sisi datar yang alasnya berupa poligon (segi banyak) dan sisi tegaknya adalah segitiga yang berpotongan di satu titik, yaitu titik puncak
Luas Permukaan	jumlah luas semua sisi-sisi pada bangun ruang
Peluang	perbandingan antara kejadian yang sudah terjadi dengan semua kejadian yang mungkin terjadi; nilainya sama dengan atau lebih dari 0 dan kurang dari atau sama dengan 1
Peluang Teoretik	perbandingan hasil terhadap ruang sampel pada suatu eksperimen
Peluang Empirik	perbandingan banyak kali muncul kejadian tertentu terhadap n kali Perbandingan suatu bilangan yang digunakan untuk membandingkan dua besaran.
Persamaan linear dua variabel	kalimat matematika yang dinyatakan dalam bentuk $ax + by = c$, dengan $a, b \neq 0$.

Persegipanjang	bangun segi empat dengan empat sudut siku-siku; jajargenjang yang keempat sudutnya siku-siku; persegi adalah persegipanjang khusus.
pi (π)	perbandingan keliling lingkaran dengan diameternya; nilainya mendekati 3,141592654...
Prisma	bangun ruang sisi datar yang memiliki dua sisi yang sama dan sejajar sebagai alasnya
Proporsi	persamaan yang menyatakan dua perbandingan adalah sama. Misalnya, $5 : 10 = 1 : 2$
Rusuk	ruas garis hasil perpotongan dua bidang pada bangun ruang
Tinggi	jarak dari alas dengan titik puncak bangun ruang (misal, tinggi limas); jarak dua jarak dua bidang alas dan tutup suatu bangun ruang (misal, tinggi prisma)
kejadian yang tidak mungkin	kejadian yang besar peluangnya 0 (misal, munculnya mata dadu 7 saat melempar dadu enam sisi)
Prisma Persegipanjang	prisma dengan enam sisi yang berbentuk persegipanjang; prisma dengan alas berupa persegipanjang
Prisma Segitiga Siku-Siku	prisma dengan alas segitiga siku-siku
Ruang Sampel	himpunan semua hasil yang mungkin dalam suatu eksperimen (dalam materi peluang). Misalnya, ruang sampel dua koin yang ditos adalah $(A, A), (A, G), (G, A), (G, G)$
Titik Sampel	satu dari anggota dari ruang sampel
Volume	ukuran isi dalam satuan kubik.