

5

KOMPONEN DAN RANGKAIAN AC

5.1 Isyarat AC

Isyarat AC merupakan bentuk gelombang yang sangat penting dalam bidang elektronika. Isyarat AC biasa ditulis sebagai

$$A \sin(\omega t + \theta)$$

dimana A merupakan amplitudo (harga puncak), θ adalah fase awal dan ω adalah frekuensi.

Perlu dipertegas di sini bahwa ω biasa disebut frekuensi anguler dengan satuan radian per detik (rad s^{-1}), sedangkan f biasa digunakan untuk menunjukkan frekuensi dari sumber tegangan dengan satuan hertz (Hz). Dalam satu periode, fase dari gelombang sinus berubah dengan 1 putaran (*cycle*), atau 2π radian, karenanya kedua frekuensi mempunyai hubungan

$$\omega = 2\pi f$$

dimana biasanya berharga $f = 50$ atau 60 Hz.

Alasan utama penggunaan tegangan AC adalah karena kemudahannya untuk ditransmisikan pada tegangan tinggi dan dengan arus yang rendah, kemudian dengan mudah tegangannya dapat diturunkan dengan menggunakan transformator. Beberapa tipe isyarat yang penting untuk interval frekuensi antara lain:

50 HZ : sumber daya ac

20 - 20000 Hz : isyarat audio

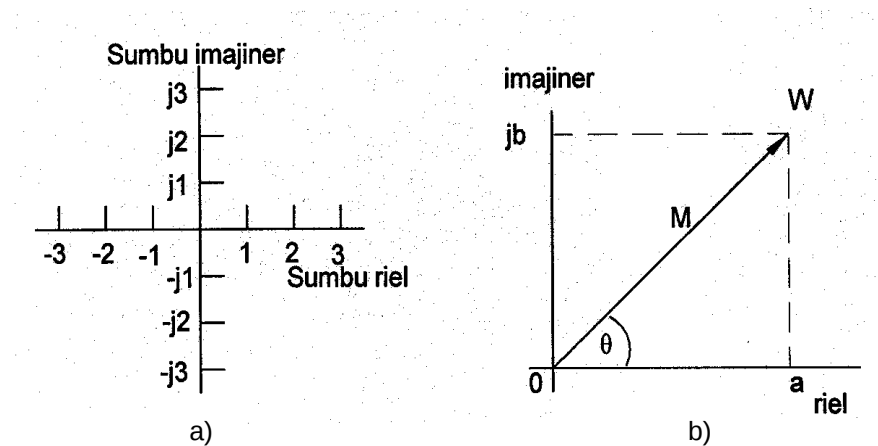
0,5 - 1.5 MHz : radio AM

I - 1000 MHz : komunikasi radio (termasuk TV dan radio FM).

Jika sumber tegangan sinus dihubungkan dengan sebuah rangkaian seri yang terdiri dari resistor (R), kapasitor (C) dan induktor (L); maka semua tegangan dan arus akan berbentuk sinus dengan frekuensi yang sama. Untuk proses penjumlahan dan pengurangan tegangan dan arus dapat digunakan hukum Kirchhoff. Secara umum kita dapat melakukan operasi tersebut dengan prinsip bilangan kompleks.

5.2 Bilangan Kompleks

Pada gambar 5.1, bilangan riil diplot sepanjang sumbu horizontal dan bilangan imajiner diplot sepanjang sumbu vertikal. Kombinasi suatu bilangan riil dan suatu bilangan imajiner menggambarkan letak titik pada bidang kompleks juga menyatakan bentuk bilangan kompleksnya.



Gambar 5.1 a) Bidang kompleks dan b) Sebuah bilangan kompleks W .

Pada gambar 5.1-b dilukiskan sebuah bilangan kompleks W dengan amplitudo M dan arah θ dalam bentuk rektanglar sebagai berikut:

$$W = a + jb \quad (5.1)$$

atau

$$W = M(\cos \theta + j \sin \theta) \quad (5.2)$$

Teori Euler menyatakan bahwa

$$\cos \theta + j \sin \theta = e^{j\theta} \quad (5.3)$$

sehingga

$$W = M e^{j\theta} \quad (5.4)$$

Persamaan 5.4 menyatakan bentuk eksponensial atau bentuk *polar*, dan secara simbolik dituliskan sebagai

$$W = M \angle \theta \quad (5.5)$$

Untuk mengubah bilangan kompleks bentuk rektanguler ke bentuk polar dapat digunakan:

$$M = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \theta = \arctg \frac{b}{a} \quad (5.6)$$

Kebalikannya untuk mengubah bilangan kompleks bentuk polar ke bentuk rektanguler dengan menggunakan

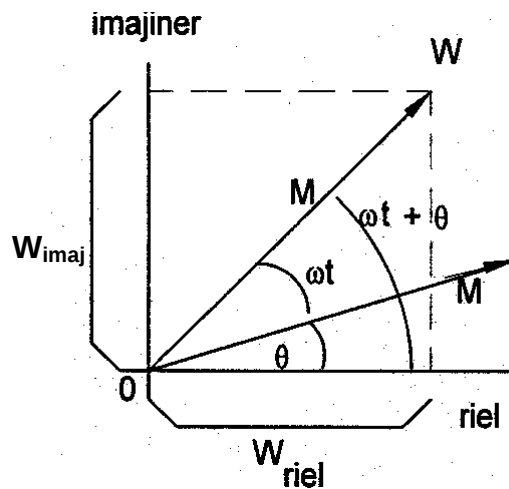
$$a = M \cos \theta \quad b = M \sin \theta \quad (5.7)$$

Latihan:

Dengan menggunakan kalkulator hitung:

- i) Ubah $V_1 = 5 + j6$ ke bentuk polar.
- ii) Ubah $V_2 = 10 \angle 30^\circ$ ke bentuk rektanguler

Jabawan : i) $7,81 \angle 50,19^\circ$ dan ii) $8,66 + j 5,00$



Gambar 5.2 Sebuah fungsi kompleks terhadap waktu

5.3 Representasi Bentuk Sinus

Untuk merepresentasikan bentuk isyarat sinus, kita perlu memperluas konsep bilangan kompleks dengan mengikutkan peubah kompleks. Bentuk konstanta kompleks $W = M e^{j\theta}$ ditunjukkan oleh sebuah garis ideal. Jika garis tersebut diputar dengan kecepatan sudut ω seperti ditunjukkan pada gambar 5.2, W merupakan fungsi kompleks dari waktu dan

$$W(t) = M e^{j(\omega t + \theta)} \quad (5.8)$$

Proyeksi garis ini ke sumbu riel adalah:

$$W_{riel} = M \cos(\omega t + \theta) \quad (5.9)$$

dan proyeksi ini ke sumbu imajiner adalah:

$$W_{imaj} = M \sin(\omega t + \theta) \quad (5.10)$$

Selanjutnya kuantitas yang kita pilih untuk representasi fungsi sinus adalah bagian rielnnya.

5.4 Representasi Phasor

Jika suatu tegangan sesaat dituliskan dengan suatu fungsi sinus terhadap waktu seperti

$$v(t) = V_p \cos(\omega t + \theta) = \sqrt{2} V \cos(\omega t + \theta) \quad (5.11)$$

dimana V_p adalah harga amplitudo dan V merupakan harga efektifnya, maka $v(t)$ dapat diinterpretasikan sebagai "bagian riil" dari sebuah fungsi kompleks, dituliskan

$$v(t) = \operatorname{Re} \{ V_p e^{j(\omega t + \theta)} \} = \operatorname{Re} \{ (V e^{j\theta}) (\sqrt{2}) e^{j\omega t} \} \quad (5.12)$$

Nampak bahwa fungsi kompleks dapat dipisahkan menjadi dua bagian, yaitu bagian konstanta kompleks dan bagian lain sebagai fungsi waktu yang menyatakan putaran bidang kompleks. Bagian yang pertama kita definisikan sebagai *phasor* V , dituliskan

$$V = V e^{j\theta} = V \angle \theta \quad (5.13)$$

dimana phasor di atas disebut sebagai transformasi fungsi tegangan $v(t)$. Sebagai catatan, phasor mempunyai peran yang penting untuk menyelesaikan persoalan hubungan antara arus dan tegangan seperti halnya konsep vektor yang sangat berguna untuk menyelesaikan persoalan dalam mekanika. Selanjutnya hubungan arus dan tegangan pada suatu rangkaian akan dapat diselesaikan secara grafik dengan menggambarkan diagram phasornya.

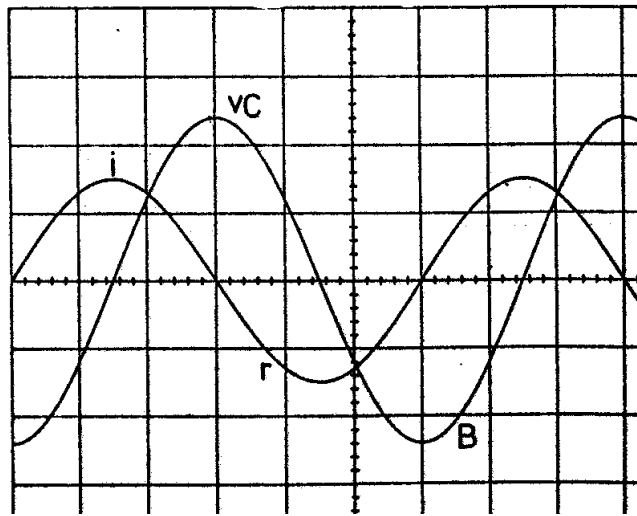
5.5 Kapasitor pada Rangkaian AC

Jika pada suatu kapasitor kita kenakan tegangan sinus

$$v = V \sin \omega t \quad (5.14)$$

maka dengan mudah kita dapat menemukan arus yang mengalir yaitu sebesar

$$\begin{aligned}
 i &= C \frac{dv}{dt} \\
 &= VC\omega \cos \omega t \\
 &= \frac{V}{1/C\omega} \cos \omega t
 \end{aligned}
 \tag{5.15}$$



Gambar 5.3 Arus dan tegangan pada rangkaian kapasitor dengan sumber AC

Dengan membandingkan persamaan v dan i , nampak bahwa saat arus sudah mencapai harga maksimum maka tegangan masih nol. Kesimpulannya, pada rangkaian kapasitor tegangan “tertinggal” 90° terhadap arus, atau arus “mendahului” tegangan sebesar 90° . Keadaan ini diilustrasikan pada gambar 5.3. Sebagai catatan, besarnya arus diberikan oleh

$$I = V / (1/C\omega) \tag{5.16}$$

Kuantitas $1/C\omega$ disebut “reaktansi kapasitif”, dituliskan

$$X_c = \frac{1}{C\omega} \tag{5.17}$$

5.6 Induktor pada Rangkaian AC

Dengan analisa yang sama seperti halnya pada kapasitor, untuk rangkaian induktor didapat hasil yang mirip. Jika

$$i = I \sin \omega t \quad (5.18)$$

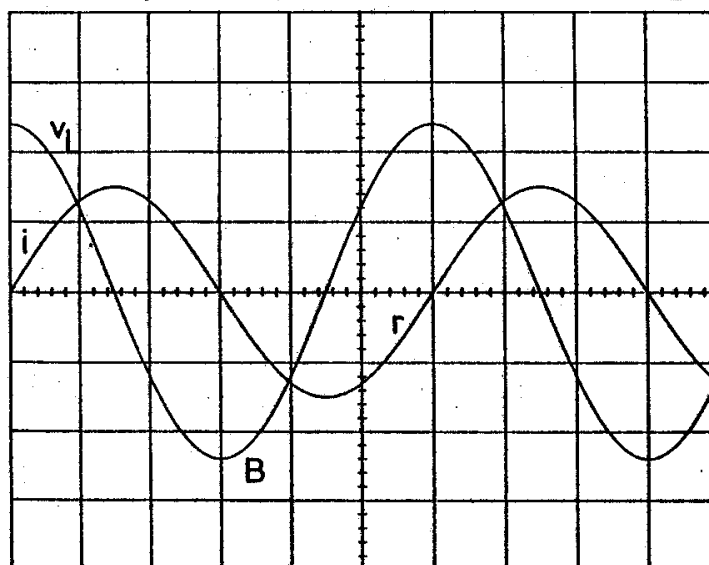
maka

$$\begin{aligned} v &= L \, di / dt \\ &= I(L\omega) \cos \omega t \end{aligned} \quad (5.19)$$

terlihat bahwa v mendahului i , atau i tertinggal oleh v sebesar 90° ; secara grafik diperlihatkan seperti pada gambar 5.4. Reaktansi induktif (X_L) dituliskan

$$X_L = L\omega \quad (5.20)$$

Sebagai catatan, jika reaktansi kapasitif menurun terhadap frekuensi, reaktansi induktif akan naik terhadap frekuensi.



Gambar 5.4 Arus dan tegangan pada rangkaian induktor dengan sumber AC

5.7 Impedansi Komponen AC

Secara umum, hasil bagi antara phasor tegangan dan phasor arus yang bersesuaian disebut sebagai “impedansi” Z .

i) RESISTOR

Jika $i = I \cos \omega t$ direpresentasikan oleh phasor $I \angle 0^\circ$ mengalir melalui resistor R , tegangan yang timbul diberikan oleh

$$v_R = Ri = RI \cos \omega t = V_R \cos \omega t \quad (5.21)$$

dituliskan dalam bentuk phasor sebagai $V_R \angle 0^\circ$. Dalam hal ini besarnya impedansi yang melawan aliran arus sebesar

$$Z_R = \frac{V_R \angle 0^\circ}{I \angle 0^\circ} = \frac{RI \angle 0^\circ}{I \angle 0^\circ} = R \angle 0^\circ \quad (5.22)$$

ii) KAPASITOR

Jika tegangan $v = V \cos \omega t$ terdapat pada kapasitor C , maka yang arus mengalir diberikan oleh

$$i_C = C \frac{dv}{dt} = \omega CV (-\sin \omega t) = \omega CV \cos(\omega t + 90^\circ) \quad (5.23)$$

dalam bentuk phasor ditulis sebagai $I_C \angle 90^\circ$. Impedansi sebagai penghambat arus sebesar

$$Z_C = \frac{V \angle 0^\circ}{I_C \angle 90^\circ} = \frac{V \angle 0^\circ}{\omega CV \angle 90^\circ} = \frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ = -j \frac{1}{\omega C} \quad (5.24)$$

iii) INDUKTOR

Jika arus $i = I \cos \omega t$ mengalir melalui induktor L , tegangan yang timbul diberikan oleh

$$v_L = L \frac{di}{dt} = \omega L I (-\sin \omega t) = \omega L I \cos (\omega t + 90^\circ) \quad (5.25)$$

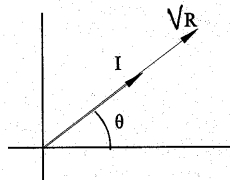
dalam bentuk phasor dituliskan sebagai $V_L \angle 90^\circ$. Impedansi sebagai penghambat arus sebesar

$$Z_L = \frac{V_L \angle 90^\circ}{I \angle 0^\circ} = \frac{\omega L I}{I \angle 0^\circ} = \omega L \angle 90^\circ = j\omega L \quad (5.26)$$

5.8 Arus dan Tegangan dalam Bentuk Phasor

Karakteristik arus-tegangan pada masing-masing komponen dapat diringkas sebagai berikut.

RESISTOR

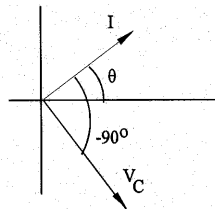
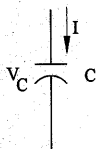


$$V_R = RI$$

$$I_R = \frac{1}{R} V_R$$

$$V_R = RI = R \angle 0^\circ I \angle \theta = RI \angle \theta$$

KAPASITOR

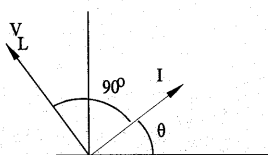
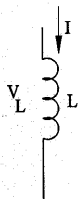


$$V_C = -j \frac{1}{\omega C} I = \frac{1}{j\omega C} I$$

$$I_C = j\omega C V_C$$

$$V_C = (1/j\omega C) I = (1/\omega C) \angle -90^\circ I \angle \theta \\ = (1/\omega C) I \angle \theta - 90^\circ$$

INDUKTOR

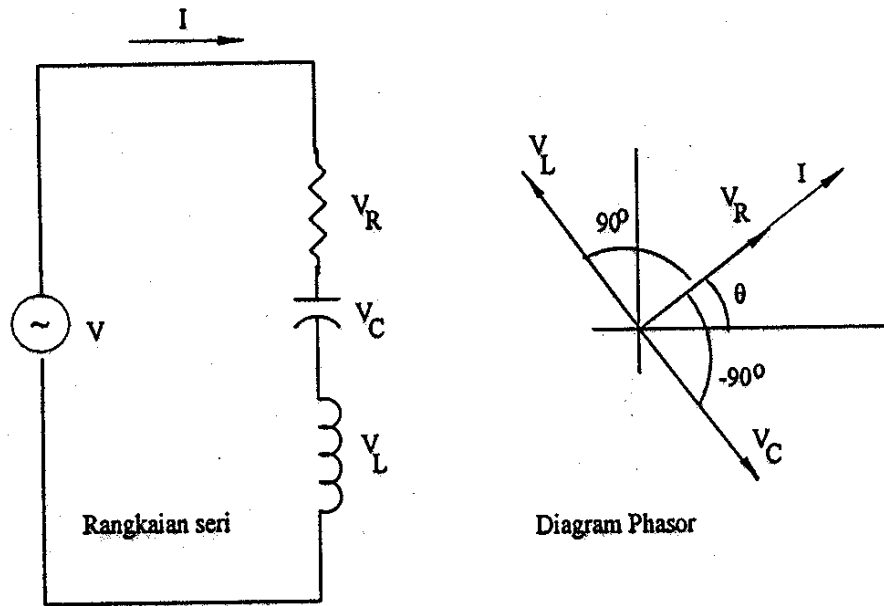


$$V_L = j\omega L I$$

$$I_L = \frac{1}{j\omega L} V_L$$

$$V_L = j\omega L I = \omega L \angle 90^\circ I \angle \theta = \omega L I \angle \theta + 90^\circ$$

RANGKAIAN R,L, DAN C SERI



Hukum Kirchhoff tentang tegangan (KVL) berlaku

$$v(t) = v_R(t) + v_C(t) + v_L(t) \quad (5.27)$$

Dalam bentuk phasor

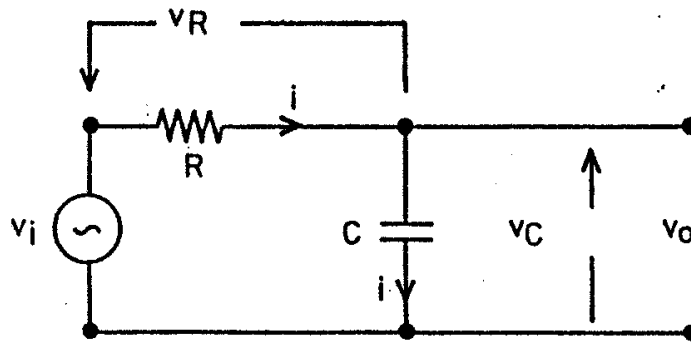
$$V = V_R + V_C + V_L \quad (5.28)$$

Hal yang sama akan berlaku hukum Kirchhoff tentang arus (KCL) rangkaian paralel, bahwa arus total yang melalui titik cabang adalah sama dengan nol.

5.9 Rangkaian Tapis Lolos Rendah (*Low-Pass Filter*) Tipe-1

Salah satu bentuk rangkaian lolos rendah seperti diskemakan pada gambar 5.5, memperlihatkan tegangan sinus v_i dikenakan pada masukan rangkaian dan diinginkan hasil keluaran v_o . Misalkan arus yang mengalir adalah sebesar

$$i = I \sin \omega t \quad (5.29)$$



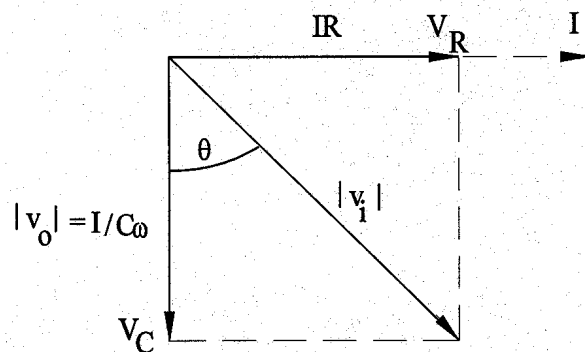
Gambar 5.5 Rangkaian tapis lolos rendah tipe-1

Selanjutnya arus i ini sebagai isyarat acuan atau referensi. Tegangan pada kapasitor dan resistor masing-masing diberikan oleh:

$$\begin{aligned} v_C &= (1/C) \int i \, dt \\ &= -(I/C\omega) \cos \omega t \end{aligned} \quad (5.30)$$

$$\begin{aligned} v_R &= i R \\ &= (IR) \sin \omega t \end{aligned} \quad (5.31)$$

Secara aljabar kedua tegangan ini dapat dijumlahkan, namun akan lebih mudah dengan menggunakan diagram fasor seperti diskemakan pada gambar 5.6.



Gambar 5.6 Diagram fasor rangkaian tapis lolos rendah tipe-1

Pada gambar 5.6 terlihat bahwa tegangan keluaran tertinggal terhadap tegangan masukan, karenanya sudut fase θ harus diukur “dari” masukan $|v_i|$ “ke” keluaran $|v_o|$, berharga negatif dan diberikan oleh

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= (IR)/(-I/C\omega) \\ &= -RC\omega \end{aligned} \quad (5.32)$$

Amplitudo keluaran sebagai fungsi dari amplitudo masukan dapat dituliskan sebagai

$$\begin{aligned} |v_o|/|v_i| &= (I/C\omega)/\sqrt{[(I/C\omega)^2 + (IR)^2]} \\ &= 1/\sqrt{1 + (RC\omega)^2} \end{aligned} \quad (5.33)$$

Parameter RC biasa diganti dengan parameter tunggal disebut konstanta waktu, dalam hal ini

$$\omega_o = 1/RC$$

ω_o adalah frekuensi dimana reaktansi kapasitor dan resistor mempunyai harga yang sama, kita dapat menuliskan

$$\operatorname{tg} \theta = -\omega/\omega_o \quad (\text{sebagai respon fase}) \quad (5.34)$$

$$|v_o|/|v_i| = 1/\sqrt{1 + (\omega/\omega_o)^2} \quad (\text{sebagai respon amplitudo}) \quad (5.35)$$

Latihan:

Tentukan besarnya $|v_o|/|v_i|$ dan θ dengan menggunakan konsep phasor.

Catatan penting untuk tapis lolos rendah:

i) Pada frekuensi rendah, dimana $\omega \ll \omega_o$, $\theta \approx 0^\circ$; persamaan 5.35 menjadi

$$|v_o|/|v_i| \approx 1$$

yaitu pada frekuensi rendah, kapasitor hampir-hampir hubung terbuka, sehingga arus yang mengalir sangat kecil, atau tegangan jatuh pada R . Jadi rangkaian melewatkan isyarat frekuensi rendah (sesuai dengan namanya).

ii) Pada frekuensi tinggi, dimana $\omega \gg \omega_o$, $\theta \approx -90^\circ$

$$|v_o|/|v_i| \approx \omega_o / \omega$$

yaitu pada frekuensi tinggi, kapasitor hampir-hampir hubung singkat, sehingga tegangan keluaran berharga sangat kecil. Arus i berharga hampir konstan sebesar

$$i = v_i / R = (V / R) \sin \omega t$$

Jadi keluaran v_o (diambil dari ujung-ujung C) tertinggal sebesar 90° terhadap v_i .

iii) Jika $\omega = \omega_o$, maka $\theta = -45^\circ$ dan

$$|v_o|/|v_i| = 1/\sqrt{2}$$

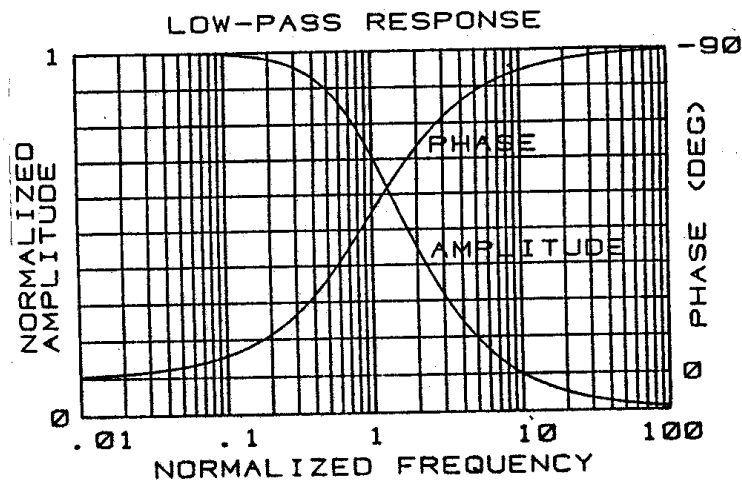
Besarnya penguatan (*gain*) biasanya dinyatakan dalam dB (*decibels*), yaitu merupakan harga logaritma dari perbandingan daya, dituliskan sebagai

$$dB = 10 \log_{10} (P_1 / P_2) \quad (5.36)$$

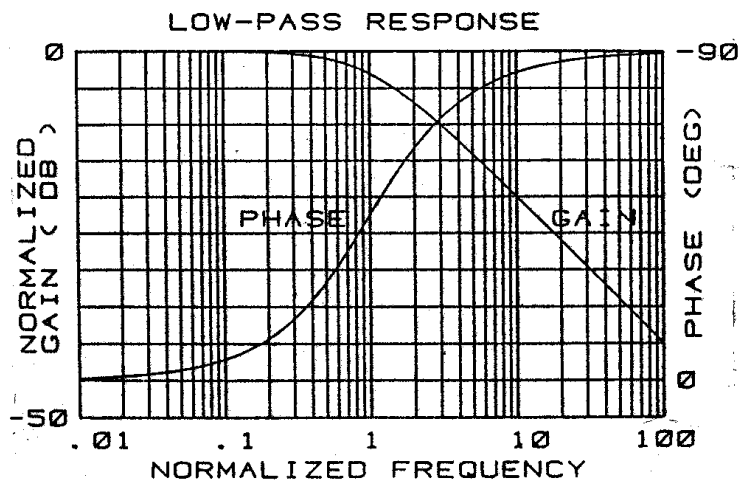
atau dapat dinyatakan sebagai perbandingan tegangan dan untuk rangkaian diatas dapat dituliskan sebagai

$$dB = 20 \log_{10} (V_o / V_i) \quad (5.37)$$

Jadi untuk $|v_o|/|v_i| = 1/\sqrt{2}$ diperoleh penguatan sebesar -3 dB. Oleh sebab itu ω_o biasanya disebut “frekuensi 3 dB”.



Gambar 5.7 Plot respon frekuensi terhadap amplitudo dan fase tapis lolos rendah.



Gambar 5.8 Plot respon frekuensi terhadap penguatan (dB) dan fase pada tapis lolos rendah.

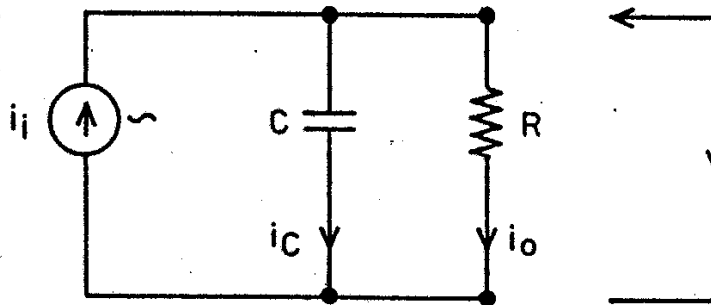
Gambar 5.7 dan 5.8 memperlihatkan plot respon frekuensi dari rangkaian tapis lolos rendah dengan menggunakan komputer. Pada gambar tersebut diperlihatkan besarnya penguatan (*gain*) dalam bentuk $|v_o|/|v_i|$ (gambar 5.7) dan *dB* (gambar 5.8) sebagai fungsi perbandingan frekuensi. Perlu diperhatikan bahwa frekuensi telah dinormalisasikan, yaitu dinyatakan dalam bentuk ω/ω_o atau f/f_o dan dinyatakan dalam skala logaritma agar dicapai interval frekuensi yang lebar.

Latihan:

- i) Sebuah penguat mempunyai penguatan sebesar 30 dB. Berapa besarnya penguatan tersebut jika dinyatakan dalam bentuk perbandingan keluaran dan masukannya.
- ii) Sebuah rangkaian tapis lolos rendah seperti terlihat pada gambar 5.5 mempunyai komponen $C = 1,8 \mu\text{F}$ dan $R = 27 \text{ k}\Omega$.
 - a. Berapakan frekuensi 3 dB-nya?
 - b. Berapa besarnya penguatan (tepatnya pelemahan), $|v_o|/|v_i|$, dan pergeseran fasenya saat $f = 5 \text{ Hz}$?

5.10 Rangkaian Tapis Lolos Rendah Tipe-2

Pada rangkaian elektronika sering kita jumpai keadaan seperti diperlihatkan pada gambar 5.9, dengan arus masukan i_i dan arus keluaran i_o . Sebagai sumber arus digunakan generator arus, dimana secara ideal dapat menghasilkan arus yang tidak tergantung pada kondisi rangkaian.



Gambar 5.9 Rangkaian tapis lolos rendah tipe-2

Pada rangkaian seperti pada gambar 5.9, dapat diperoleh keadaan dimana pada frekuensi rendah, arus pada C sangat kecil sehingga arus keluaran i_o besarnya hampir sama dengan besarnya arus masukan i_i . Karenannya rangkaian ini termasuk rangkaian tapis lolos rendah. Misalnya arus keluaran adalah sebesar

$$i_o = I \sin \omega t \quad (5.38)$$

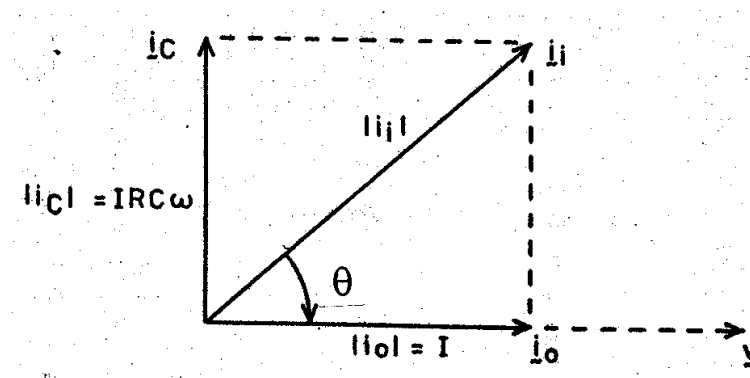
maka

$$v = i_o R = (IR) \sin \omega t \quad (5.39)$$

dan juga

$$i_c = C (dv/dt) = I (RC\omega) \cos \omega t \quad (5.40)$$

Keadaan di atas dapat diperlihatkan dengan diagram fasor seperti terlihat pada gambar 5.10, dimana v digunakan sebagai referensi.



Gambar 5.10 Diagram fasor arus tapis lolos rendah

Dari gambar 5.10 kita mempunyai

$$\tan \theta = -RC\omega$$

dan

$$\begin{aligned} |i_o|/|i_i| &= I / \sqrt{[I]^2 + (IRC\omega)^2} \\ &= 1 / \sqrt{1 + (RC\omega)^2} \end{aligned} \quad (5.41)$$

Nampak bahwa hubungan i_o dan i_i pada rangkaian di atas identik dengan hubungan v_o dan v_i pada rangkaian tapis lolos rendah tipe-1, yaitu

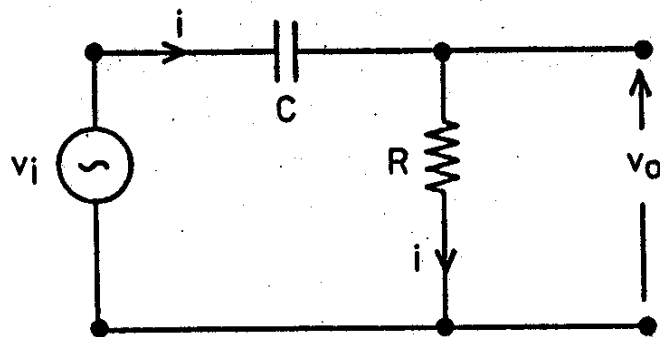
$$\tan \theta = -\omega / \omega_o$$

dan

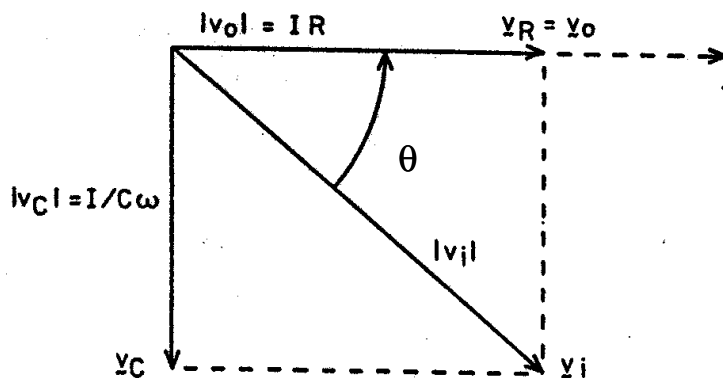
$$|i_o|/|i_i| = 1/\sqrt{1 + (\omega/\omega_o)^2} \quad (5.42)$$

dimana $\omega_o = 1/RC$

Perlu dicatat bagaimana fase diukur dari phasor masukan ke phasor keluaran searah dengan arah jam, dimana hal ini menunjukkan bahwa sudut fase berharga negatif atau keluaran tertinggal terhadap masukan.



Gambar 5.11 Rangkaian tapis lolos tinggi tipe-1



Gambar 5.12 Diagram phasor tapis lolos tinggi tipe-1

5.11 Rangkaian Tapis Lolos Tinggi (*High-Pass Filter*) Tipe-1

Rangkaian ini biasa dipakai untuk menggandeng sebuah isyarat AC antara dua titik dengan level DC yang berbeda. Bentuk rangkaian dan diagram phasor tapis ini diperlihatkan pada gambar 5.11 dan 5.12. Terlihat arus i sama dengan arus pada tapis

lolos rendah tipe-1, dan diagram fasor hanya sedikit berbeda pada cara pengambilan sudut fasenya (i tetap sebagai referensi karena mengalir lewat C dan R). Beda fase θ sekarang berharga positif

$$\tan \theta = (I / C\omega) / (IR) = 1 / (RC\omega) \quad (5.43)$$

atau

$$\tan \theta = \omega_o / \omega \quad (5.44)$$

dimana

$$\omega_o = 1 / RC \quad (5.45)$$

dan

$$|v_o| / |v_i| = \cos \theta$$

atau

$$|v_o| / |v_i| = 1 / \sqrt{1 + (\omega_o / \omega)^2} \quad (5.46)$$

Catatan penting untuk tapis lolos tinggi:

i) Pada frekuensi tinggi, dimana $\omega \gg \omega_o$, $\theta \approx 0^\circ$; persamaan 5.46 menjadi

$$|v_o| / |v_i| \approx 1$$

yaitu pada frekuensi tinggi, kapasitor hampir-hampir hubung singkat, dan $v_o \approx v_i$.

Jadi rangkaian melewati masukan frekuensi tinggi (sesuai dengan namanya).

ii) Pada frekuensi rendah, dimana $\omega \ll \omega_o$, $\theta \approx 90^\circ$

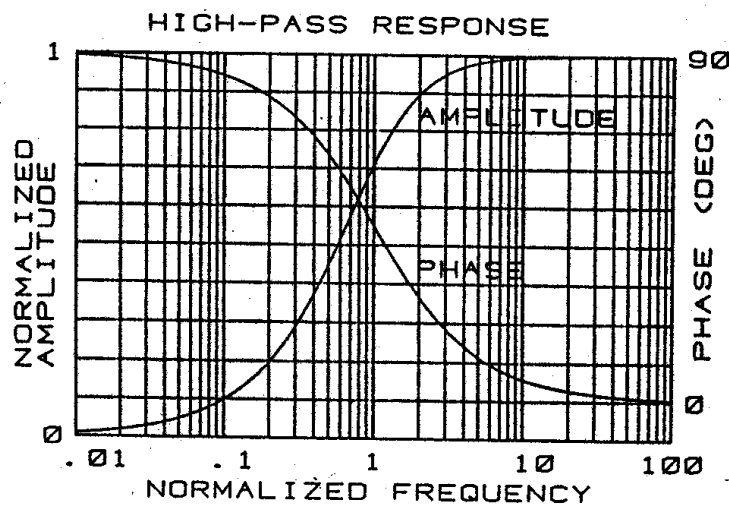
$$|v_o| / |v_i| \approx \omega / \omega_o$$

iii) Jika $\omega = \omega_o$, maka $\theta = +45^\circ$ dan

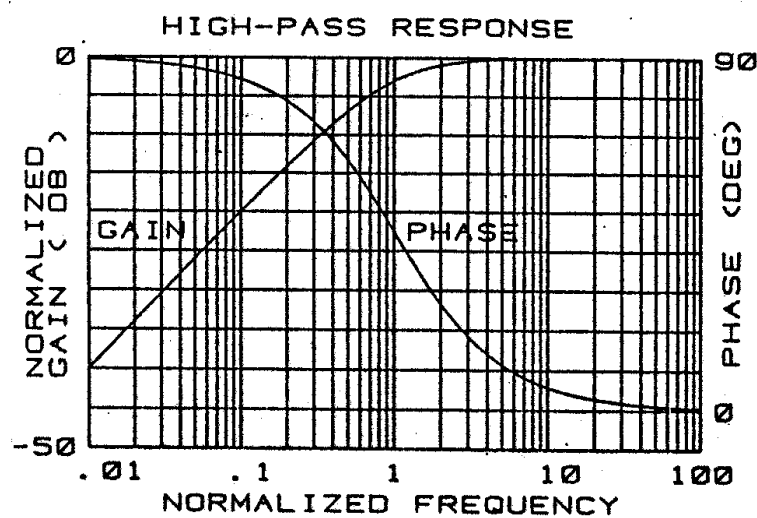
$$|v_o| / |v_i| = 1 / \sqrt{2}$$

dimana ω_o merupakan frekuensi 3 dB.

Gambar 5.13 dan 5.14 memperlihatkan bentuk respon amplitudo dan sudut fase terhadap frekuensi untuk rangkaian di atas.



Gambar 5.13 Plot respon frekuensi terhadap amplitudo dan fase tapis lolos tinggi



Gambar 5.14 Plot respon frekuensi terhadap penguatan (dB) dan fase pada tapis lolos tinggi.

5.12 Rangkaian Tapis Lolos Tinggi Tipe-2

Alternatif lain rangkaian tapis lolos tinggi dan diagram mphasornya diperlihatkan pada gambar 5.15 dan 5.16, yaitu dengan memakai rangkaian RL . Analisa rangkaian tersebut meliputi:

$$i = I \sin \omega t$$

$$v_L = L \, di / dt = IL\omega \cos \omega t$$

$$v_R = IR \sin \omega t$$

$$\operatorname{tg} \theta = (IR)/(IL\omega) = R/L\omega \quad (5.47)$$

$$\operatorname{tg} \theta = \omega_o / \omega \quad (5.48)$$

dimana

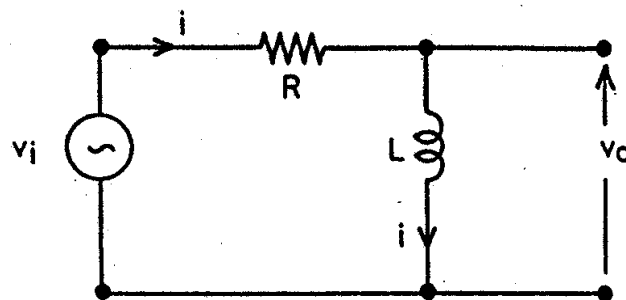
$$\omega_o = R/L \quad (5.49)$$

$$|v_o|/|v_i| = \cos \theta$$

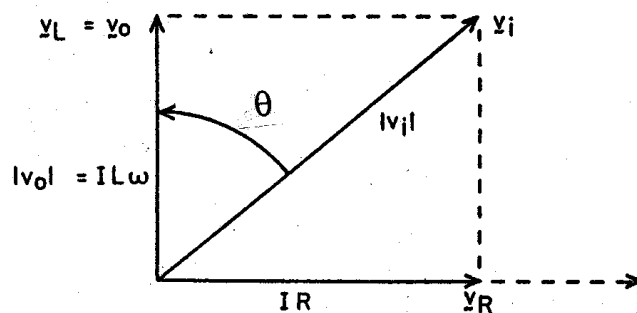
atau

$$|v_o|/|v_i| = 1/\sqrt{1 + (\omega_o / \omega)^2} \quad (5.50)$$

Nampak bahwa rangkaian RL di atas memberikan respon yang sama dengan tipe-1 (dengan menggunakan rangkaian RC).



Gambar 5.15 Rangkaian tapis lolos tinggi tipe-2



Gambar 5.16 Diagram phasor tapis lolos tinggi tipe-2